PODACI O DOKTORSKOJ DISERTACIJI

I AUTOR

Ime i prezime	Zoran Mrša
Datum i mjesto rodjenja	23.03. 1951. Rijeka
Ime oca i majke	Ivan, Zorica
Naziv i mjesto završene srednje škole	Prva gimnazija Rijeka
Naziv fakulteta i datum završetka	Strojarsko-brodogradjevni fakultet Rijeka, 26.06. 1974.

II DISERTACIJA

Naslov	"Hidrodinamičke karakteristike optjecanja kompleksa strujno tijelo i propeler (Utjeca nagiba, srpa krila i kontrakcije mlaza)"
Broj stranica, crteža, slika	162 stranice, 51 slika, 4 tabele i 25 bibl grafskih podataka
Šire područje znanosti	Tehničke znanosti
Znanstvena oblast iz koje je postignut doktorat	Strojarstvo
Fakultet na kojem je obranjena disertacija	Tehnički fakultet Rijeka
Datum predaje rada disertacije	13.10. 1982.
Komisija koja je ocjenila disertaciju	1. prof. dr Alice Vučinić 2. prof. dr Mladen Fancev 3. prof. dr Josip Obsieger 4. prof. dr Renato Ruman
Datum obrane disertacije	29.04. 1983.
Komisija pred kojom je izvršena obrana	1. prof. dr Alice Vučinić 2. prof. dr Mladen Fancev 3. prof. dr Josip Obsieger 4. prof. dr Renato Ruman

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET RIJEKA

Redni broj: ___

Zoran Mrša

HIDRODINAMIČKE KARAKTERISTIKE OPTJECANJA KOMPLEKSA STRUJNO TIJELO I PROPELER
(Utjecaj nagiba, srpa krila i kontrakcije mlaza)

D I S E R T A C I J A

Rijeka, 1982.

Doktorska disertacija

Autor: mr Zoran Mrša, dipl.inž.

Naziv: HIDRODINAMIČKE KARAKTERISTIKE OPTJECANJA
KOMPLEKSA STRUJNO TIJELO I PROPELER
(utjecaj nagiba, srpa i kontrakcije mlaza)

Datum predaje: 10.studeni, 1982.
Datum obrane : 29.travanj, 1983.

Članovi Komisije za ocjenu i obranu:

prof. dr Alice Vučinić, dipl.inž.
prof. dr Mladen Fancev, dipl.inž.
prof. dr Josip Obsieger, dipl.inž.
prof. dr Renato Ruman, dipl.inž.

Mojim roditeljima
s ljubavlju i zahvalnošću

S A D R Ž A J

		Str.
	Popis simbola	- 1 -
1.	Uvod	- 7 -
2.	Formulacija problema	- 10 -
2.1	Uvod	- 10 -
2.2	Analitičko rješenje	- 12 -
2.3	Numeričko rješenje	- 17 -
3.	Geometrija propelera	- 18 -
4.	Diskretizacija propelera	- 22 -
4.1	Izbor panela	- 22 -
4.2	Geometrija panela	- 23 -
4.3	Geometrija traga	- 29 -
4.4	Diskretizacija ostalih krila	- 35 -
5.	Rješenje hidrodinamičkog modela rada propelera	- 36 -
6.	Odredjivanje sila i momenata	- 39 -
7.	Opis programa za elektroničko računalo	- 44 -
8.	Analiza rezultata	- 50 -
8.1	Geometrija test-propelera i njegovog diskretiziranog modela	- 50 -
8.2	Rezultati numeričkog testa slobodne vožnje propelera	- 51 -
8.3	Rezultati numeričkog testa propelera u nehomogenom strujnom polju	- 67 -
	Dodaci:	
I	Razvijanje sistema jednadžbi za odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga osnovnog krila	- 86 -
I-1	Uvod	- 86 -
I-2	Izvod sistema jednadžbi	- 86 -
I-3	Ovisnost intenziteta slobodnih vrtloga krila o intenzitetima vezanih vrtloga krila	- 88 -
I-4	Intenzitet prvog vezanog vrtloga traga	- 89 -
I-5	Ovisnost intenziteta vezanih vrtloga traga o intenzitetima vezanih vrtloga krila	- 89 -

		Str.
I-6	Ovisnost intenziteta slobodnih vrtloga traga o intenzitetima vezanih vrtloga krila	- 91 -
I-7	Konačni oblik sistema jednadžbi	- 92 -
II	Brzine inducirane vrtloženim segmentom i segmentom izbora konstantnog intenziteta	- 98 -
III	Modeliranje Kutta-uvjeta na izlaznom bridu krila	- 104 -
V	Potprogram INDTA	- 109 -
VI	Potprogram CNST	- 111 -
VII	Potprogram BLDGM	- 112 -
VIII	Potprogram GPCOO	- 115 -
IX	Potprogram FBL	- 117 -
X	Potprogram OBL	- 123 -
XI	Potprogram MAINI	- 129 -
XII	Potprogram HRSHOE	- 130 -
XIII	Potprogram HRJUMP	- 132 -
XIV	Potprogram UPDAT	- 134 -
XV	Potprogram SIL	- 139 -
XVI	Potprogram FPVEL	- 143 -
XVII	Potprogram FPVEO	- 146 -
XVIII	Potprogram NES	- 147 -
XIX	Potprogram DRAG	- 150 -
XX	Potprogram VORSEG	- 151 -
XXI	Potprogram VORSGN	- 153 -
XXII	Potprogram MIN	- 153 -
	Popis literature	- 154 -
	Sažetak	- 157 -
	Životopis	- 160 -
	Curriculum vitae	- 161 -
	Zahvala	- 162 -

POPIS SIMBOLA

A_{ij}, a_{ie} - koeficijenti osnovne matrice sistema jednadžbi (jed.DI-16)

A_E/A_o - omjer raširene površine

A_o, A_n - koeficijenti razvoja cirkulacije u red trigonometrijskih funkcija (jed. 4.2-1)

AJ, BJ, AW, BW - koeficijenti razvoja u Fourier-ov red brzine nastrujavanja (dodatak XIV)

B_{ie}, b_i^j - nehomogeni vektor osnovnog sistema jednadžbi (jed. DI-16)

c_1, c_2, c_3 - koeficijenti razvoja zadnjeg vezanog vrtloga u red preostalih vrtloga (jed.DIII-4)

C_D - koeficijent sile otpora

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho v^2 S}$$

C_T - koeficijent poriva

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho v^2 \frac{D^2\pi}{4}}$$

d - nehomogeni član sistema jednadžbi (jed.DI-9)

d_{ge} - promjer glavine

D - promjer propelera

$\vec{D}$ - sila otpora optjecanja profila

$d\vec{F}_{i,v}$ - elementarna sila inducirana beskonačno malim linijskim izvorom, odnosno vrtlogom (jed.6-4 i 6-5)

$d\vec{F}_n$ - elementarna sila uvjetovana nestacionarnošću potencijala (jed.6-8)

$d\vec{F}_D$ - elementarna sila otpora trenja (jed.6-9)

$\vec{F}$ - bezdimenzionalna sila

$$\vec{F} = \frac{\vec{\bar{F}}}{\bar{\rho}\, 2\pi \bar{R}^2 \bar{U}_R^2}$$

f, f_{max} - uzvoj i maksimalni uzvoj presjeka krila

h_{vi}, h_{ii} - helikoidalna udaljenost ulaznog odnosno izlaznog brida od osi y (dodatak VII)

J - projektni koeficijent napredovanja

$$J = \frac{v}{nD}$$

J - maksimalni broj vremenskih intervala za koje se traži nestacionarno rješenje

K_T - konstanta poriva

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4}$$

K_M - konstanta momenta

$$K_M = \frac{M}{\rho n^2 D^5}$$

L_x, L_y, L_z - komponente vektora vezanog vrtloga (dodatak XV)

ℓ - duljina osnovice profila

$\vec{M}$ - bezdimenzionalni moment

$$\vec{M} = \frac{\bar{\vec{M}}}{\bar{\rho}\, 2\pi \bar{R}^3 \bar{U}_R^2}$$

M - broj panela duž radijusa krila

M_o - broj super-panela ostalih krila duž radijusa krila

N, n - broj okretaja propelera

N - broj panela duž presjeka krila

N_T - obodni broj panela u prelaznom području traga

N_Θ - broj vremenskih koraka unutar jednog okretaja propelera za koje tražimo rješenje

N_o - broj super-panela ostalih krila u obodnom smjeru

N_{T_o} - broj super-panela jednog slobodnog vrtloga prelaznog područja traga ostalih krila

$\vec{n}$ - vektor normale na površinu krila

p - pritisak

P - uspon presjeka krila

Q - intenzitet izvora

$\mathcal{Q}$ - bezdimenzionalni intenzitet izvora

$$\mathcal{Q} = \frac{Q}{2\pi \bar{R} \bar{U}_R}$$

r - radijalna koordinata

$\vec{R}, \vec{r}$ - vektor udaljenosti singulariteta od točke polja

r_K - radijus konačnog vrtloga

s - bezdimenzionalna helikoidalna koordinata mjerena duž pravca uspona profila od ulaznog brida

$\tilde{s}$ - bezdimenzionalna transformirana helikoidalna koordinata

$\vec{t}$ - vektor tangente na površinu krila

t, t_{max} - debljina i maksimalna debljina presjeka krila

t - vremenska koordinata

T - ukupna cirkulacija oko promatranog presjeka krila

U_R - referentna brzina

$$U_R = \sqrt{v^2 + (0{,}7\,\omega R)^2}$$

$\vec{v}_{i,v}$ - brzina inducirana izvorom odnosno vrtlogom (jed. 6-2)

$\vec{v}$ - rezultirajuća brzina

V - brzina broda

V_R - relativna brzina neometanog nastrujavanja u smjeru uspona presjeka (dodatak VII)

X, Y, Z, Θ - koordinate vrhova panela osnovnog krila

$X_T, Y_T, Z_T, R_T, \Theta_T$ - koordinate vrhova panela prelaznog područja traga

X_V, Y_V, Z_V - koordinate vrhova segmenata separiranih vršnih vrtloga

$X_K, Y_K, Z_K, R_K, \Theta_K$ - koordinate vrhova konačnog vrtloga traga

$XO, YO, ZO, RO, \Theta O$ - koordinate vrhova panela ostalih krila

$XO_T, YO_T, ZO_T, RO_T, \Theta O_T$	- koordinate vrhova panela prelaznog područja traga preostalih krila
$XP, YP, ZP, RP, \Theta P$	- koordinate kontrolnih točaka
XNX, YNR, ZNT	- komponente normale na panel u kontrolnim točkama
x, y, z	- pravokutni koordinatni sistem čvrsto vezan za brod
x_h	- x-koordinata ulaznog brida (dodatak VII)
x_g	- nagib krila mjeren aksijalno
Z	- broj krila
α	- upadni kut rezultirajuće brzine nastrujavanja vode mjeren prema osnovici profila
α	- izraz dan jedn. DIII-2
β	- hidrodinamički kut upada neometane brzine nastrujavanja
β	- izraz dan jedn. DIII-2
$\bar{\beta}$	- kut uspona separiranog vršnog vrtloga
β_i	- hidrodinamički kut uspona s uključenim induciranim brzinama
β_k	- kut uspona konačnog vrtloga
Γ	- intenzitet vrtloga
γ	- cirkulacija oko presjeka krila
δ	- bezdimenzionalna udaljenost vezanih vrtloga od izlaznog brida (dodatak III)
δ_j	- kut izmedju izvodnice j-tog i osnovnog krila
Δ	- udaljenost vezanih vrtloga od izlaznog brida krila (dodatak III)
Δ	- maksimalna udaljenost separiranog vršnog vrtloga od krila
$\Delta S, \Delta W$	- obodna udaljenost susjednih vezanih vrtloga krila odnosno traga
$\Delta\alpha$	- korekcija kuta upada zbog graničnog sloja i njegove separacije (jed. 6-11)

θ	- obodna koordinata koordinatnog sistema čvrsto vezanog uz brod
$\tilde{\theta}$	- transformirana radijalna koordinata (dodatak VII)
θ_s	- srp krila (mjeren obodno)
θ_k	- kut izmedju izlaznog brida krila i početka konačnog vrtloga
ξ, η, ζ	- koordinate točke singulariteta
η	- uzvoj dvodimenzionalnog profila
ρ	- gustoća tekućine
ϱ	- radijalna koordinata vrhova panela
φ	- kut uspona profila
ϕ	- potencijal brzine
ω	- kutna brzina propelera

INDEKSI

a,r,t	- aksijalna, radijalna i obodna komponenta
FP	- indeks točke polja u kojoj se računa inducirana brzina (dodatak XV)
i	- indeks kontrolne točke
i	- indeks ulaznih radijusa na kojima su zadani geometrijski parametri krila
ib,i	- izlazni brid krila
KT	- kontrolna točka
m	- radijalni indeks panela
n	- obodni indeks panela
PT	- prelazno područje traga
SK	- slobodni vrtlog krila
ST	- slobodni vrtlog traga
ub,u	- ulazni brid krila

VK - vezani vrtlog krila

VT - vezani vrtlog traga

SUPERSKRIPTI

I - neometana brzina nastrujavanja

j - broj proteklih vremenskih intervala

O - ostala krila (izuzev osnovnog)

Q - izvor

S - stacionarno nastrujavanje

$\square$ - brzine inducirane pravokutnim vrtlogom jediničnog intenziteta kojeg čine (n,m)-ti i (n-1,m)-ti vezani vrtlog traga i slobodni vrtlozi traga koji ih spajaju

$\boxed{\;\;\;}$ - brzina inducirana pravokutnim vrtlogom jediničnog intenziteta kojeg čine (n,m)-ti vezani vrtlog krila i prvi vezani vrtlog traga, te slobodni vrtlozi krila koji ih spajaju

1. UVOD

Kod projektiranja tehničkih uredjaja i konstrukcija osnovno je prilagoditi njihovo statičko, vremenski srednje, ponašanje uvjetima praktičnog rada. Slijedeći, viši nivo projektiranja je prognoza nestacionarnih oscilacija fizikalnih veličina, kao posljedica nestacionarnih uvjeta rada i sumarnog dijelovanja rotirajućih dijelova uredjaja. Ukoliko je statičko opterećenje na granici dozvoljenog, potrebno je ograničiti nestacionarne vibracione pojave unutar uskog tolerantnog područja.

Kod rada propelera u uvjetima nehomogenog pritjecanja vode posljedice oscilacija nestacionarnih sila i momenata su mnogostruke. Pored vibracija propelerne osovine, direktna posljedica oscilacija sila i momenata propelera, koje se prenose na vibracije trupa, veoma je neugodna pojava kavitacije, osnovni uzrok dodatne vibracije trupa i širenja propelerske buke. Sa stanovišta čvrstoće propelera prognoza naprezanja materijala moguća je samo uz poznavanje nestacionarnih hidrodinamičkih opterećenja. Stoga je matematičko modeliranje nestacionarnog rada propelera smještenog iza trupa broda težak zadatak današnje brodske hidrodinamike. Uzeti u obzir sve specifičnosti rada propelera: trup broda ispred propelera, slobodnu površinu vode, viskozitet realnog fluida u graničnom sloju optjecanja broda i propelera, utjecaj kormila i brodskih izdanaka i pojavu kavitacije, pretežak je zadatak za brodsku hidrodinamiku na današnjem stupnju razvoja. Stoga je velik broj autora razvio pojednostavljene teoretske modele nestacionarnog rada propelera. Njihove radove u osnovi možemo podijeliti u dvije velike skupine: tzv. modele uzgonskih linija i modele uzgonskih površina. Početak razvoja teorije modela propelera, bila je metoda uzgonske linije gdje je djelovanje cijelog elementarnog presjeka krila na promatranom radijusu zamjenjeno dijelovanjem izoliranog linijskog vrtloga. Taj model nam ne daje detalje optjecanja pojedinog profila. Teorija uzgonske površine modelira optjecanje oko pojedinih profila duž čitave njihove duljine. Cirkulacija oko pojedinih presjeka krila (kao osnovna hidrodinamička veličina rada propelera, iz koje se mogu izračunati sve ostale, kao npr.: raspored pritisaka, sumarna sila i moment presjeka itd.) najčešće je razvijena u red tzv. nodalnih funkcija duž duljine presjeka i radijusa propelera, ili je pak diskretizirano predočena izoliranim vrtlozima. Gotovo svi radovi zanemaruju utjecaj slobodne površine. Viskozitet je uzet u obzir upotrebom koeficijenata otpora profila dobivenih eksperimentalno.

Primjeri radova baziranih na metodi uzgonske linije jesu: Lerbs /1/, Kerwin /2/. Nestacionarnu uzgonsku liniju modelirao je Brown /3/. U zadnja dva decenija veliki broj autora modelirao je rad propelera metodom uzgonske površine, ali uglavnom idealizirajući oblik tzv. slobodne vrtložne pelene-vrtložne plohe koja se odvaja od izlaznog brida krila i odlazi nizvodno. Vrtložna pelena pretpostavljena je najčešće u tim radovima helikoidalnom plohom. To su radovi Tsakonas-a /4,5,6/ iz Stevens Institute of Technology, Sparenberg-a /7/, Verbrugh-a /8/, Kuiper-a /9/ i Van Gent-a /10/ iz Netherlands Ship Model Basin-a, Kerwin-a /11/ sa Massachusetts Institute of Technology-a, Johnsson i Søntvedt-a /12/ iz Statens Sheppsprowningsanstalt-a, Cheng-a /13,14/ i Pien i Strom-Tejsen-a /15/ iz National Ship Research and Development Center-a. Bibliografiju radova iz tog područja dao je Schwanecke /16/.

Tzv. nelinearni model vrtložne pelene kod kojeg je modelirana kontrakcija i uvrtanje vrtložne pelene odredjenim brojem eksperimentalnih parametara razvio je Kerwin /17/ na osnovu rezultata mjerenja brzina strujanja vode iza propelera u kavitacionom tunelu pomoću Laser-Doppler brzinomjera na M.I.T.-u /18/. Za vrijeme mog studijskog boravka na M.I.T.-u školskoj godini 1980/81. ja sam vršio mjerenja separacije vršnog vrtloga.

2. FORMULACIJA PROBLEMA

2.1 Uvod

Problem modeliranja rada propelera u hidrodinamici svodi se na odredjivanje funkcije potencijala brzine ϕ u strujnom polju, koja je rješenje odredjene diferencijalne jednadžbe za zadane rubne i početne utjete. Problem na prvi pogled izgleda jednostavan jer je potpuno odredjen samo jednom skalarnom funkcijom. Brzina predstavlja gradijent potencijala $\vec{v}=\nabla\phi$ a pritisak možemo izračunati iz Bernoulli-jeve jednadžbe (uz dolje navedena ograničenja modela). Problem je ustvari analitički nerješiv bez dodatnih pojednostavljenja rada propelera, zbog vrlo nepravilne geometrije propelera.

Matematički model rada propelera postavit ćemo uz slijedeća pojednostavljenja:

- fluid je idealan (neviskozan)
- fluid je nestlačiv
- fluid je neograničen (nema vanjskih rubova)
- strujanje je potencijalno (bezvrtložno)
- fluid je homogen (nema kavitacije)

Realan fluid je viskozan. Uobičajeno je rješenje strujanja viskoznog fluida tražiti rješenjem strujanja idealnog fluida koje se korigira dodatnom silom otpora trenja realnog fluida, i čiji se koeficijent odredjuje mjerenjem.

Neograničenost fluida isključuje postojanje slobodne površine vode i čvrste stijenke brodskog trupa. Propeler je u radnim uvjetima smješten iza brodskog trupa i uronjen ispod slobodne površine.

Iako se brodski trup ne modelira kao čvrsta stijenka,kod matematičkog modela propelera, njegovo se postojanje opisuje nehomogenim nastrujavanjem fluida na propeler kao rezultat optjecanja trupa. Dakle, problem optjecanja trupa rješava se posebno od problema rada propelera, a riješenje ovog potonjeg onda parametarski ovisi o geometriji trupa. Na taj je način medjusobni utjecaj trupa i propelera uzet samo u prvom približenju. Dodatno poboljšanje tog medjusobnog utjecaja (tzv. efektivno sustrujanje) moguće je postići iteracionim postupkom u kome korigiramo najprije intenzitete izvora kojima modeliramo brodski trup zbog rada propelera (svi singulariteti modela propelera inducirat će nove normalne brzine u kontrolnim točkama trupa). Ti korigirani izvori rezultirat će novom brzinom nastrujavanja fluida na propeler što će povratno izazvati korekciju intenziteta vrtloga propelera. Za očekivat je brzu konvergenciju ovog iteracionog postupka zbog vrlo brzog opadanja brzine inducirane upotrebljenim singularitetima sa udaljenošću (brzina opada kao $1/r^2$ kod izvora i vrtloga).

Uzeti u obzir postojanje slobodne površine jako bi zakompliciralo problem zbog dodatnih rubnih uvjeta (kinematičkih i dinamičkih) na slobodnoj površini. Ukoliko je propeler uronjen više od veličine promjera možemo utjecaj slobodne površine na rad propelera zanemariti. Postojanje slobodne površine će zbog gravitacionih sila izazvati valove,a oni nestacionarne izmjene pritisaka i brzina na propeleru. No, na sreču,poremečaj valova vrlo se brzo gubi s dubinom - na dubini jednakoj polovini valne duljine utjecaj je praktički zanemariv. Tako ćemo zanemarivanjem slobodne površine učiniti to manju grešku što su valovi generirani sistemom trup i propeler manjih valnih duljina.

Ograničavajući se na potencijalno strujanje isključujemo postojanje elementarnih vrtloga u fluidu koji nastaju na granici čvrste stijenke i šire se okomito na nju do debljine tzv.graničnog sloja. Granični sloj se ne može modelirati potencijalnim strujanjem. Tako mi ustvari ne riješavamo stvarni problem optjecanja propelera kod kojeg postoje dva bitno različita strujna područja: granični sloj, gdje se brzina naglo mijenja od brzine krila do brzine slobodne struje i područje izvan graničnog sloja gdje su viskozne sile zanemarive.

U radu neće biti uzeta u obzir pojava kavitacije kompletnim proračunom kavitacionog mjehura, već će, samo kao rezultat izračunatih brzina, pritisci izračunati preko Bernoulli-jeve jednadžbe, ukazivati na opasnost od kavitacije.

2.2 Analitičko rješenje

Uz navedena ograničenja modela: idealan fluid, homogen fluid, neograničeno strujno polje i potencijalno strujanje, funkcija potencijala brzine mora zadovoljiti Laplace-ovu diferencijalnu jednadžbu u cijelom prostoru umanjenom za prostor koji zauzima propeler

$$\nabla^2\phi = 0 \quad u \quad R^3 \setminus R_p \qquad 2.2\text{-}1$$

\- Rubni uvjet je nepromočivost stijenke propelera, dakle nulta normalna brzina na propeleru

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial n_p}\right|_{S_p} = 0 \qquad 2.2\text{-}2$$

gdje je $\vec{n}_p$ normala na stijenku propelera S_p .

Na beskonačnoj udaljenosti od propelera mora njegov utjecaj nestati, dakle

$$\phi \longrightarrow 0 \;, \quad |\vec{r}| \longrightarrow \infty \qquad 2.2\text{-}3$$

Tangencijalno odstrujavanje fluida na izlaznom bridu krila (Kutta uvjet) zahtjeva jednakost tangencijalne brzine na izlaznom bridu na licu i naličju krila

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^{+}} = \frac{\partial \phi}{\partial t^{-}} \qquad 2.2\text{-}4$$

gdje je $\vec{t}^{+}$ jedinični vektor tangente plohe lica, odnosno $\vec{t}^{-}$ naličja krila na izlaznom bridu.

Helmholz-ov teorem o neuništivosti vrtloga u potencijalnom strujanju predstavlja posljednje ograničenje tražene funkcije potencijala

$$\mathrm{helm}(\mathrm{rot}\ \vec{v}) = 0 \qquad 2.2\text{-}5$$

Sama diferencijalna jednadžba je vrlo poznata u teoriji potencijala i njena su osnovna rješenja harmonijske funkcije tipa $\frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^3}, \ldots\ldots$ 2.2-6

gdje je $r = [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2]^{\frac{1}{2}}$

x, y, z - koordinate točke u kojoj odredjujemo potencijal

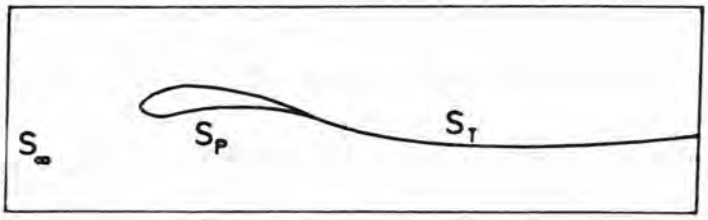
ξ, η, ζ - koordinate točke u kojoj je smješten hidrodinamički singularitet

Bilo koja linearna kombinacija tih bazičnih funkcija zadovoljit će jednadžbu 2.2-1. Uvjet iz jednadžbe 2.2-3, automatski je ispunjen. Ostaje nam odrediti partikularna rješenje problema zadovoljavanjem uvjeta 2.2-2, 2.2-4 i 2.2-5. Tu se pojavljuju ogromne poteškoće.

Površinu propelera je, iako je ona strujno oblikovana, vrlo komplicirano matematički opisati. Niti jedan od poznatih koordinatnih sistema nije njen prirodan koordinatni sistem (tj. sistem u kojem bi dvije koordinatne osi ležale na površini propelera), te je isključeno analitičko rješenje.

Čak i uz dodatna svojstva harmonijskih funkcija koje im omogućuju da se rješenje traži u prostoru umanjenom za jednu dimenziju, dakle u R^2 umjesto u R^3 , zbog nepravilne geometrije isključuje se mogućnost rješenja. Koristeći to specijalno svojstvo harmonijskih funkcija problem se svodi na odredjivanje potencijala samo na rubovima prostora (vanjskim i unutarnjim). Potencijal u bilo kojoj točki prostora moguće je naknadno odrediti iz njegove vrijednosti na rubovima.

Poteškoće se pojavljuju zbog nepravilnosti unutarnjeg ruba (površine propelera) i zbog dodatne rubne površine tzv. traga propelera koja spaja unutarnji rub sa vanjskim, površina diskontinuiteta potencijala.



Sl. 1. Rubne površine za odredjivanje potencijala

Helmholz-ov teorem o neuništivosti vrtloga (u potencijalnom strujanju nema mehanizma disipacije vrtloga, već samo konvekcije) uvjetuje stvaranje vrtložne pelene - traga propelera koja se proteže od propelera u beskonačnost nizvodno, ukoliko je na propeleru cirkulacija radijalno promjenljiva (za konstantnu cirkulaciju odlaze samo dva linijska vrtloga - vršni vrtlog i vrtlog glavine).

Taj trag predstavlja vrtložnu plohu koju matematički možemo opisati plošnom razdiobom dipola.

Dakle pored unutarnjeg ruba - površine propelera, pojavljuje se i novi rub - trag propelera duž kojeg treba smjestiti singularitete.

Trag je problematičan jer mu se nezna točan položaj prije rješenja potencijala. Budući on nije kruta stijenka, lokalne brzine fluida moraju ga tangirati tj. trag mora priljegati uz strujnice. Brzine koje odredjuju njegov položaj točno, možemo odrediti tek uključujući i brzine inducirane tragom, čiji je položaj nepoznat.

Do sada poznata analitička rješenja uprošćuju geometriju krila i traga tako da bi se ona mogla analitički opisati. Najčešći slučaj analitičkog rješenja postavlja dipole na tzv. referentnu helikoidalnu plohu propelera (od koje se do lica i naličja dolazi okomito nanašanjem uzvoja i debljina), čiji je kut uspona jednak kutu uspona osnovice profila na danom presjeku. Trag se pretpostavlja konstantnog kuta uspona i bez kontrakcije što je to lošija pretpostavka što je propeler opterećeniji - veći C_T.

Taj je model prilično nestvaran. Rezultati mjerenja/18/ pokazuju da se trag dijeli na dva djela od kojih se jedan uvija prema konačnom snažnom vršnom vrtlogu, a drugi prema vrtlogu glavine, te vrlo brzo iza propelera trag jednog krila degenerira u dva koncentrirana vrtloga.

Kod nestacionarnog rada propelera najčešći slučaj je tzv. periodički oscilirajuće ili kvazi-stacionarno optjecanje propelera u ustaljenom nehomogenom nastrujavanju. Prostorno rješenje potencijala je istog oblika kao i kod stacionarnog strujanja, a nestacionarno rješenje se dobija množeći prostorno rješenje nekom vremenski oscilirajućom funkcijom $e^{i\omega_n t}$ gdje je ω_n višekratnik umnoška kutne brzine propelera i broja krila (tzv.krilna frekvencija), pri čemu se brzina nastrujavanja takodjer prikazuje Fourier-ovim redom.

2.3 Numeričko rješenje

Zbog opisanih netočnosti analitičkih rješenja, mnogi su autori prišli numeričkom modeliranju rada propelera. Najčešće primjenjivana metoda je tzv. panelna metoda. Metoda konačnih elemenata nije za sada upotrebljena, jer bi trebalo uzeti velik broj elemenata u proračun.

Ukratko bit numeričkih rješenja se sastoji u slijedećem: površina propelera i trag se diskretiziraju panelima - ravninskim četverokutima. Zbog relativno malih debljina presjeka krila propelera, najčešće se diskretizira skeletnica profila a ne posebno lice i naličje krila. Nad tim panelima definira se odredjeni tip razdiobe singulariteta (izvora i dipola) - najčešće konstantan. Izbor singulariteta automatski zadovoljava jednadžbe 2.2-1 i 2.2-3. Intenzitet tih singulariteta odredjuje se tada metodom kolokacije - zadovoljenjem nulte normalne brzine inducirane svim singularitetima u odredjenom broju kontrolnih točaka. Time je zadovoljen uvjet 2.2-2.

Pri numeričkom modeliranju najvažnije je dokazati konvergenciju algoritma, tj. dokazati da za beskonačno finu diskretizaciju (u graničnom slučaju kada panel prelazi u diferencijalni element površine) numeričko rješenje teži analitičkom.

Kako analitičko rješenje ne postoji, kriterij konvergencije je dovoljno mala promjena rješenja kod dva uzastopna smanjivanja veličina panela.

Naravno konačan test numeričkog rješenja je usporedba s eksperimentalnim podacima (ukoliko model dovoljno točno modelira stvarni problem).

3. GEOMETRIJA PROPELERA

Zadatak odredjivanja geometrije propelera svodi se na odredjivanje koordinata točaka trodimenzionalne skeletnice krila za zadane parametre propelera.

Pod parametrima propelera podrazumjevat ćemo slijedeće:

D - promjer propelera

d_{gl} - promjer glavine propelera

z - broj krila

$P(r)$ - radijalna raspodjela uspona

$\ell(r)$ - radijalna raspodjela duljina profila

$x_g(r), \Theta_g(r)$ - nagib (rake) i srp (skew), aksijalno i obodno iskrivljenje izvodnice skeletnice duž radijusa (ovdje se pod izvodnicom podrazumjeva krivulja koja prolazi polovicama duljina profila)

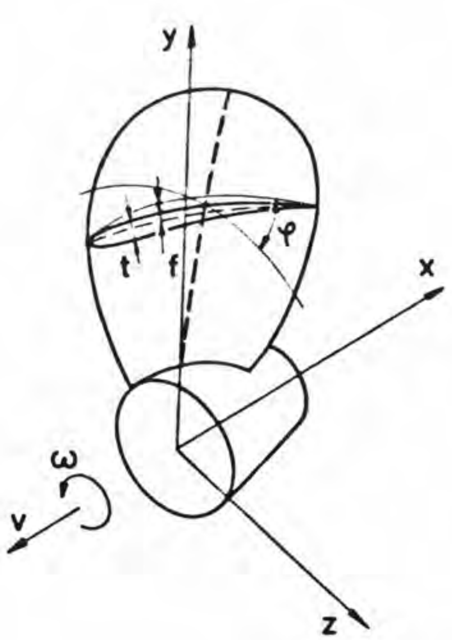
$f_{max}(r)$ - radijalna raspodjela maksimalnog uzvoja (mjerena okomito na helikoidalnu plohu definiranu usponom

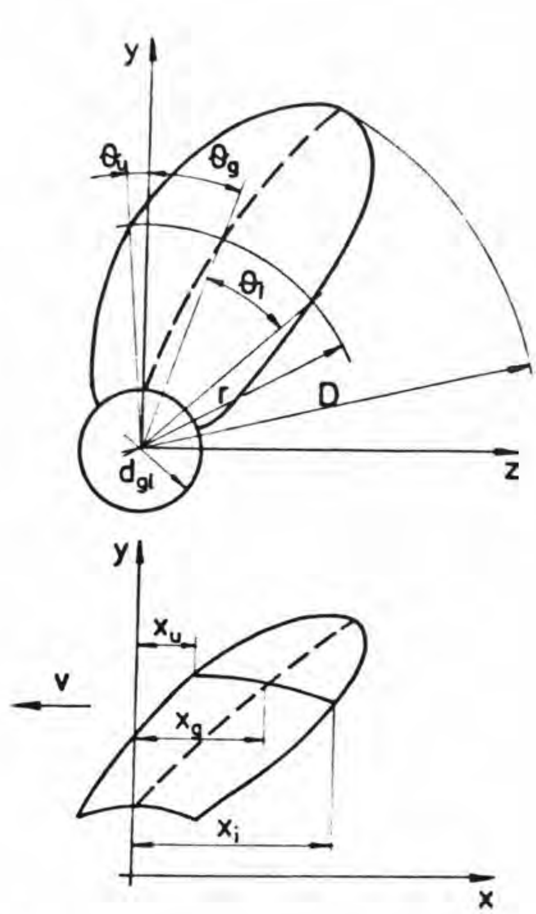
$t_{max}(r)$ - radijalna raspodjela maksimalnih debljina

$\frac{f}{f_{max}}(s,r)$ - raspodjela bezdimenzionog uzvoja duž duljine profila na zadanom radijusu

$\frac{t}{t_{max}}(s,r)$ - raspodjela bezdimenzionih debljina duž duljine profila na zadanom radijusu

Propeler ćemo smjestiti u pravocrtan koordinatni sistem(x,y,z) tako da se os x podudara sa osi propelera a njen pozitivan smisao je suprotan smjeru napredovanja propelera. Os y smjestit ćemo vertikalno prema gore. Nju tangira izvodnica osnovnog krila. Os z je time jednoznačno odredjena (okomita je na os x i y).





Sl. 2. Geometrija propelera

Cilindrični koordinatni sistem (x, r, θ) vezan je s pravokutnim slijedećim relacijama

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} \quad , \quad \theta = \arctan \frac{z}{y}$$

Pozitivan smjer θ koordinate suprotan je smjeru okretanja propelera.

Tako definiranim smjerovima relativna brzina nastrujavanja fluida na propeler ima pozitivnu aksialnu i obodnu komponentu. U projekcijama propelera u ravnine yz i yx vidljivo je značenje aksialnog i obodnog iskrivljenja izvodnice - nagib i srp x_g i θ_g Nagib će biti jednak za sva krila dok će srp biti ovisan o rednom broju krila koje ćemo u pozitivnom smislu numerirati od 1 (osnovno krilo) do z. Zbog simetričnosti smještaja krila bit će srp j-tog krila jednak

$$\vartheta_{gj} = \vartheta_{g1} + \delta_j \qquad 3\text{-}1$$

$$\delta_j = \frac{2\pi(j-1)}{z} \quad , \quad j = 1,2,\dots z$$

kut izmedju izvodnice j-tog krila i osnovnog krila.

Nagib $x_g(r)$ i srp $\vartheta_g(r)$ predstavljaju osnovnu krivulju krila oko koje se gradi geometrija skeletnice. Do koordinata ulaznog brida (indeks u) i izlaznog (indeks i) dolazimo postavljanjem helikoidalne linije uspona $P(r)$ na promatranom radijusu kroz odgovarajuću točku izvodnice te nanašanjem uljevo i udesno od nje polovicu duljine raširenog presjeka $\ell(r)$.

$$\begin{aligned}
x_{u,i}(r) &= x_g(r) \mp \frac{1}{2}\,\ell(r)\sin\varphi(r) \\
y_{u,i}(r) &= r\cos\vartheta_{u,i}(r) \\
z_{u,i}(r) &= r\sin\vartheta_{u,i}(r) \\
\vartheta_{u,i}(r) &= \vartheta_g(r) \mp \frac{1}{2r}\,\ell(r)\cos\varphi(r)
\end{aligned} \qquad 3\text{-}2$$

gdje je $\varphi(r)$ kut uspona presjeka definiran izrazom

$$\varphi(r) = \arctan\frac{P(r)}{2r\pi} \qquad 3\text{-}3$$

Time su odredjene koordinate konturne krivulje krila. Da bismo definirali koordinate bilo koje točke na skeletnici krila, uvest ćemo pomoćnu bezdimenzionu varijablu s koja ima vrijednost 0 na ulaznom i 1 na izlaznom bridu. Njena vrijednost na izvodnici je 0.5.

Odaberemo li r i s kao osnovne varijable geometrije propelera moguće je koordinate bilo koje točke na skeletnici izraziti preko parametara propelera: nagiba, srpa, uspona, duljine i uzvoja slijedećim izrazima:

$$
\begin{aligned}
x_c(r,s) &= x_g(r,s) + \ell(r)\left(s-\tfrac{1}{2}\right)\sin\varphi(r) - f(s)\cos\varphi(r) \\
\theta_c(r,s) &= \theta_g(r,s) + \ell(r)\left(s-\tfrac{1}{2}\right)\frac{\cos\varphi(r)}{r} + f(s)\,\frac{\sin\varphi(r)}{r} + \delta_j \\
y_c(r,s) &= r\cos\theta_c(r,s) \\
z_c(r,s) &= r\sin\theta_c(r,s)
\end{aligned}
\qquad 3\text{-}4
$$

4. DISKRETIZACIJA PROPELERA

4.1 Izbor panela

Skeletnicu propelera diskritizirat ćemo četverokutnim ravninskim panelima čiji vrhovi leže na skeletnici, a stranice čine dužine koje ih spajaju. Na taj je način prostorno iskrivljena ploha skeletnice krila predstavljena dio po dio ravninskim četverokutima. Prednost ovakve diskretizacije geometrije ravninama je u relativno lakom računanju plošnih integrala (ili eventualno linijskih integrala po rubu četverokuta), u odnosu na plošne integrale po iskrivljenoj, za integraciju gotovo nemogućoj skeletnici, a da pri tome uzmemo u obzir vrlo različite geometrije skeletnice (različite nagibe i srpove).

Kako je potencijal brzine harmonijska funkcija to će biti dovoljno da odredimo njegove vrijednosti na rubovima domene, dakle na skeletnici krila i na tragu. Smjestit ćemo stoga bazične potencijale (izvore i dipole) na diskritiziranom krilu i tragu. Tako ćemo dobiti plošnu raspodjelu izvora i dipola na panelima. Sumarno djelovanje jednog panela dobit ćemo integracijom singulariteta duž površine panela. Ta je integracija najveći problem numeričkog modeliranja rada propelera. Ona ovisi o geometriji panela (što je ona kompliciranija, to je i numerički proračun duži, dakle skuplji) i o načinu površinske raspodjele singulariteta na tim panelima. Moguće je odabrati konstantnu vrijednost, linearnu raspodjelu, bikvadratnu itd. U ovom radu odabrana je konstantna raspodjela singulariteta na panelima, prvenstveno zbog ogromnog pojednostavljenja proračuna - površinska integracija se svodi na krivuljnu. Naime površinska raspodjela dipola konstantnog momenta po površini omedjenoj zatvorenom konturom ekvivalentna je linijskoj raspodjeli vrtloga po toj istoj zatvorenoj konturi. Kako je kontura panela sastavljena od dužina trebat će dakle integrirati samo po pravcu.

Greška površinske integracije,koju činimo izborom ravninskih četverokutnih panela umjesto zakrivljenih panela koji potpuno priliježu uz skeletnicu, bit će proporcionalna veličini najveće stranice panela i zakrivljenosti skeletnice nad panelom. Kako je skeletnica ploha male zakrivljenosti bit će učinjena greška mala i u graničnom procesu smanjivanja stranice panela težit će k nuli.

Jedna od najvećih prednosti ovakvog pojednostavljenja geometrije je u praktički neosjetljivosti algoritma na kompleksnost stvarne skeletnice. Jednako je komplicirano na taj način izračunati brzine inducirane panelima na jako iskrivljenim skeletnicama, tipičnim za mnoge suvremene propelere, kao i na pravilnoj helikoidalnoj površini konstantnog uspona.

4.2 Geometrija panela

Kod odredjivanja geometrije panela zadatak je izabrati vršne točke panela koje trebaju ležati na skeletnici profila. Postoji beskonačno mnogo mogućih izbora, no mi se pri izboru moramo rukovoditi osnovnim svojstvom uzgonske krilne površine: njenim, u osnovi obodno kvazi-dvodimenzionalnim optjecanjem sa radijalno promjenjivim karakteristikama - duljinom krila, uzvojem i brzinom nastrujavanja.

Presječemo li skeletnicu krila cilindrima radijusa ϱ_m i ϱ_{m+1} dobiveni odsječak se ponaša približno kao dvodimenzionalna uzgonska površina optjecana relativnom brzinom $v_R = \sqrt{v^2 + (\omega r)^2}$ Približno zato, jer postoje trodimenzionalni efekti (tzv. utjecaji rubova krila), koji izazivaju pored obodnog strujanja dodatno radijalno. To će radijalno, poprečno strujanje biti manjeg reda veličine duž unutarnjeg dijela krila, dok će na vrhu krila ono postati dominantno. Stoga ćemo vrh krila modelirati nešto drugačije od unutarnjeg dijela.

Slijedi razmatranje optimizacije paneliranja isječka krila izmedju radijusa ϱ_m i ϱ_{m+1} duljine ℓ . Podijelimo li duljinu profila ℓ na N panela jednakih duljina $\frac{\ell}{N}$, postavlja se pitanje gdje unutar panela postaviti diskretizirane vrtloge i točke kolokacije, tako da raspodjela diskretiziranih vrtloga bude što sličnija raspodjeli kontinuiranih vrtloga, uz isti sumarni uzgon.

Da bismo odgovorili na to pitanje pogledajmo rezultate teorije kontinuiranih vrtloga. U teoriji malih perturbacija dvodimenzionalnog optjecanja uzgonske površine moguće je zasebno razmatrati utjecaj uzvoja, kuta upada i debljine profila na rezultirajuće brzine optjecanja.

Poznati rezultat teorije dvodimenzionalnog optjecanja uzvojnog profila nastrujavanog pod kutem α brzinom v_R daje izraz za raspodjelu cirkulacije duž duljine profila (dobiven Fourier-ovom analizom)

$$\gamma(\theta) = 2 v_R \left[A_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta)\right] \qquad 4.2\text{-}1$$

gdje je θ bezdimenziona koordinata udaljenosti od ulaznog brida. Poprima vrijednost 0 na ulaznom i π na izlaznom bridu, a vezana je uz udaljenost od ulaznog brida relacijom

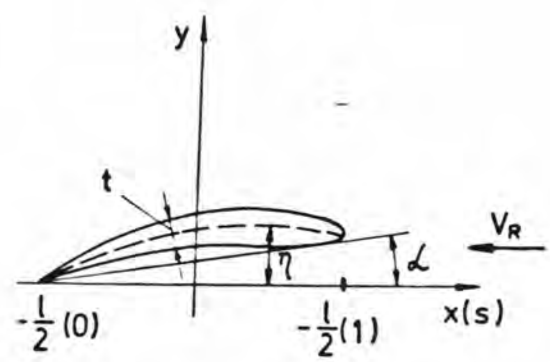
$$x = \frac{1}{2}\ell(1-\cos\theta) \quad , \quad \theta = \arccos(\ell - 2x)$$

Koeficijenti reda A_n ovise o geometriji uzvojne linije

$$A_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\eta}{dx}\, d\theta$$

$$A_n = -\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{d\eta}{dx} \cos(n\theta)\, d\theta$$

gdje je $\eta = \eta(x)$, $-\frac{l}{2} \le x \le \frac{l}{2}$ jednadžba uzvojne linije.



Sl. 3. Optjecanje dvodimenzionalnog profila

Prvi član reda 4.2-1 daje raspodjelu cirkulacije za ravnu ploču nastrojavanu pod kutem α (naime $\frac{d\eta}{dx} = tg\alpha \doteq \alpha$ za ravnu ploču i male kuteve α) i ima karakter singulariteta tipa drugog korijena oko ulaznog brida, što postaje vidljivo ako izraz 4.2-1 transformiramo u originalnu varijablu

$$\gamma(x) = 2\alpha v_R \sqrt{\frac{\frac{l}{2} + x}{\frac{l}{2} - x}} \qquad 4.2\text{-}2$$

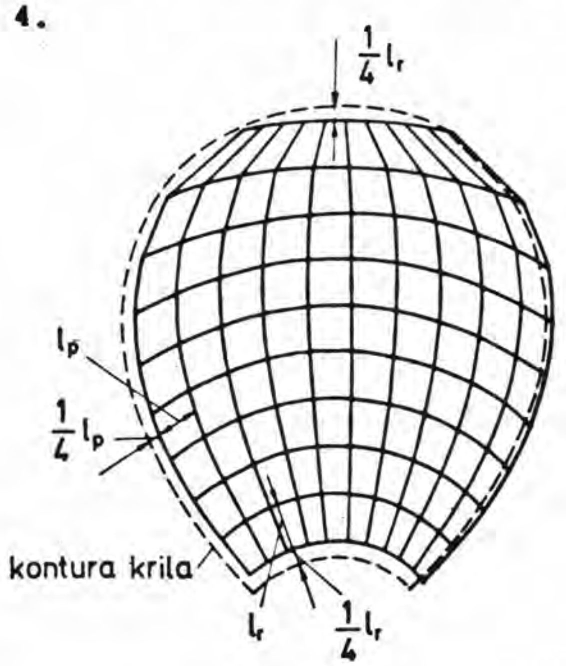
Pri $x \to \frac{l}{2}$ izraz 4.2-2 teži ∞ poput funkcije $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

Preostali članovi reda 4.2-1 postaju jednaki nuli na ulaznom i izlaznom bridu, te taj beskonačni red predstavlja razvoj u Fourier-ov red bilo koje razumne raspodjele cirkulacije koja nestaje na ulaznom i izlaznom bridu.

Stoga će utjecaj preostalih članova reda biti vrlo mali na raspodjelu cirkulacije blizu ulaznog brida-područje koje je najosjetljivije na kavitaciju i veličinu uzgona. U tom je području dominantna raspodjela cirkulacije ravne ploče optjecane pod kutem α . James /19 / je pokazao da se karakter optjecanja ravne ploče najbolje modelira ako se diskretni vrtlozi postave na udaljenosti četvrtine duljine panela od ulaznog ruba panela a točke kolokacije na udaljenosti tri četvrtine duljine panela.

Analogan zaključak vrijedi i za radijalnu diskretizaciju. Naime teorija uzgonske linije konačne duljine promjenjive vezane cirkulacije daje intenzitete slobodnih vrtloga koji odlaze nizvodno istog tipa singulariteta $\frac{1}{\sqrt{x}}$ pri krajevima uzgonske linije.

Konačni izbor diskretizacije krila panelima prikazan je na sl. 4.



Sl. 4. Diskretizacija krila panelima

Interval od glavine do vrha krila podjeljen je u M jednakih dijelova s vršnim točkama panela smještenim na radijusima

$$\rho_M = \frac{(R - r_{gl})(4m-3)}{4M+2} \qquad m = 1, M+1$$

Time su krajnji paneli uvučeni za četvrtinu duljine panela unutar konture krila. Interval od ulaznog do izlaznog brida je podjeljen na N jednakih dijelova koordinata

$$s_n = \frac{n - 0.75}{N} \qquad n = 1, N$$

Na taj način je krilo predstavljeno sa $n \times M$ panela duž čijih rubova su postavljeni zatvoreni vrtlozi konstantnog intenziteta γ_i , $i = 1, 2, \ldots, N \times M$. Zadnji vrtlozi na svakom radijusu odlaze u beskonačnost nizvodno duž traga krila i imaju oblik tzv. konjske potkove, što je rezultat neuništivosti ukupne količine vrtložnosti u potencijalnom strujanju. Detaljni opis paneliranja traga slijedi u drugoj glavi.

Radi lakšeg opisa dalnjeg rada uvedimo ovdje posebne nazive za vrtloge smještene duž radijalnih strana panela - vezani vrtlozi, a duž obodnih strana panela - slobodni vrtlozi krila. Ovdje ne mislimo na klasičnu definiciju slobodnog vrtloga kao vrtloga koji ima smjer lokalne brzine, te ne djeluje nikakvom silom na tekućinu, odnosno vezanog vrtloga kao vrtloga postavljenog okomito na smjer lokalne brzine, te djeluje silom $\varrho \vec{v} \times \vec{\gamma} \Delta \ell$ na fluid. Ovisno o relativnom položaju vrtloga prema lokalnoj brzini i vezani vrtlozi i slobodni vrtlozi krila djelovat će silom na fluid. Vezani će vrtlozi zbog svog pretežno okomitog smještaja u odnosu na nastrujavajuću brzinu djelovati većom silom na fluid od slobodnih vrtloga.

Fizikalno svojstvo vrtložne plohe (ili plohe dipola sa momentima usmjerenim okomito na nju) je skok tangencijalne komponente brzine pri prolazu kroz plohu. Kako krilo mora dati silu uzgona kao rezultat razlike pritisaka na licu i naličju, moramo modelirati strujanje koje će imati različite tangencijalne brzine na licu i naličju (tada će Bernoulli-jeva jednadžba, primjenjena jednom na strujnicu koja prolazi licem, a drugi puta naličjem krila, dati, zbog razlika brzina, razliku pritisaka). Skok pritiska kroz krilo ostvarujemo dakle komponentom vezanog vrtloga krila i slobodnog vrtloga krila okomitom na smjer nastrujavanja.

U tragu krila vrtlozi nemaju komponente okomite na smjer relativnog optjecanja, pa i nema skoka pritiska pri prolazu kroz vrtložnu pelenu traga. To je osnovna karakteristika slobodnih vrtložnih ploha u klasičnom smislu. Naime, u protivnom kada bi postojala razlika pritisaka, ona bi rezultirala silom koja bi nastojala pomaknuti slobodnu pelenu, što je moguće jer ona nije čvrsto postavljena u fluidu, sve dotle dok ne bi nestalo razlike pritisaka na plohi, tj. do priljeganja plohe uz lokalne strujnice.

Za lakši proračun, umjesto kontinuirane raspodjele izvora za simuliranje efekta debljine presjeka krila, smjestit ćemo diskretne linijske izvore duž početnog brida panela, intenziteta jednakih sumarnim intenzitetima kontinuiranih konstantnih izvora duž panela. Njihov intenzitet treba biti upravo toliki da izvor potisne struju od skeletnice profila do stvarnog ruba profila (lica i naličja), dakle, za polovinu debljinu profila. Ako sa $t(s)$ označimo raspodjelu debljine duž tetive profila, tada teorija dvodimenzionalnog optjecanja tankog krila daje izraz za intenzitet izvora

$$Q(s) = -V_\infty \frac{dt(s)}{ds}$$

gdje je V_∞ neometana brzina nastrujavanja.

Greška primjene teorije dvodimenzionalnog optjecanja tankog krila na propeler vrlo je mala zbog sekundarnog utjecaja debljine profila na srednju vrijednost uzgona i na njegove oscilacije (dominantan utjecaj ima uzvoj krila).

4.3 Geometrija traga

Geometrija traga ima vrlo važan utjecaj na točnost proračuna induciranih brzina na krilu, specijalno na dijelu krila blizu izlaznog ruba.

U modeliranju traga razlikuju se tzv. linearizirane teorije od nelineariziranih. Dok je izbor diskretiziranja panelima krila manje više ograničen geometrijom zadanog krila, geometrija traga je velika nepoznanica. Za odredjivanje stvarnog položaja traga potrebne su nam rezultirajuće brzine koje induciraju krilo i trag, a njih neznamo ako nije poznat položaj traga, dakle njegova geometrija. Stoga bi analitičko rješenje trebalo tražiti iteracionim postupkom, čija konvergencija bi bila veliki problem, ako bi uopće postojala.

Linearizirana rješenja aproksimiraju trag pravilnom helikoidalnom površinom unaprijed zadanom kuta uspona. Kut uspona izjednačava se ili s hidrodinamičkim kutom uspona bez uključenim induciranih brzina $\beta(r)$ ili sa uključenim induciranim brzinama $\beta_i(r)$. Pri tome se radijalna kontrakcija traga zanemaruje.

U ovom je radu upotrebljena nelinearizirana geometrija traga, dobivena mjerenjem brzina strujanja iza propelera tzv. Laser-Doppler brzinomjerom u kavitacionom tunelu na univerzitetu Massachusetts Institute of Technology, Department of Ocean Engineering, Cambridge , Massachusetts, U.S.A./18/. Mjerenja separacije vršnog vrtloga i odredjivanje kuta uspona traga na vrhu krila izvršio sam u spomenutom laboratoriju, za vrijeme studijskog boravka na M.I.T. - u škol.god.1980/81. Slijedi kratki opis postupka mjerenja.

Princip mjerenja Laser - Doppler brzinomjerom je sljedeći. Mjerna sekcija kavitacionog tunela obložena je prozorima od pleksiglasa. Na jednoj strani, izvan tunela nalazi se fotodavač, a na drugoj fotoprimač. Fotodavač šalje dvije zrake monokromatske svjetlosti kroz sistem leča. Nakon leča one se sijeku u tzv. mjernom prostoru - volumenu fluida čiju brzinu mjerimo i dolaze na fotoprimač iza kojega slijedi fotodetektor za pretvorbu svjetlosnog signala u električni, te signalni procesor za pretvorbu frekvencije u napon.

Laser anemometrija koristi raspršenje svjetlosti u fluidu za mjerenje njegove brzine. Kada se svjetlost rasprši na čestici koja se giba, stacionarni promatrač će opaziti promjenu frekvencije raspršene svjetlosti proporcionalnu brzini čestice (Doppler-ov pomak). Ta promjena frekvencije pretvara se u promjenu napona koja se registrira kao promjena u brzini.

Osnovne prednosti Laser-Doppler anemometrije su:

- ne interaktira sa fluidom čiju brzinu mjerimo (nije potrebna nikakva mjerna proba koja bi poremetila mjereno strujanje),
- vrlo mali mjerni volumen i
- vrlo mala inertnost mjernog uredjaja, tj. mogućnost mjerenja vrlo brzih promjena brzina, do nekoliko MHz-a.

Spomenuta mjerenja rezultirala su dolje opisanim modeliranjem traga.

Trag propelera podjeljen je u dva dijela:

1. prelazno područje traga unutar kojeg se slobodni vrtlozi,koji napuštaju krilo,dijele u dva dijela i odlaze jedan dio prema

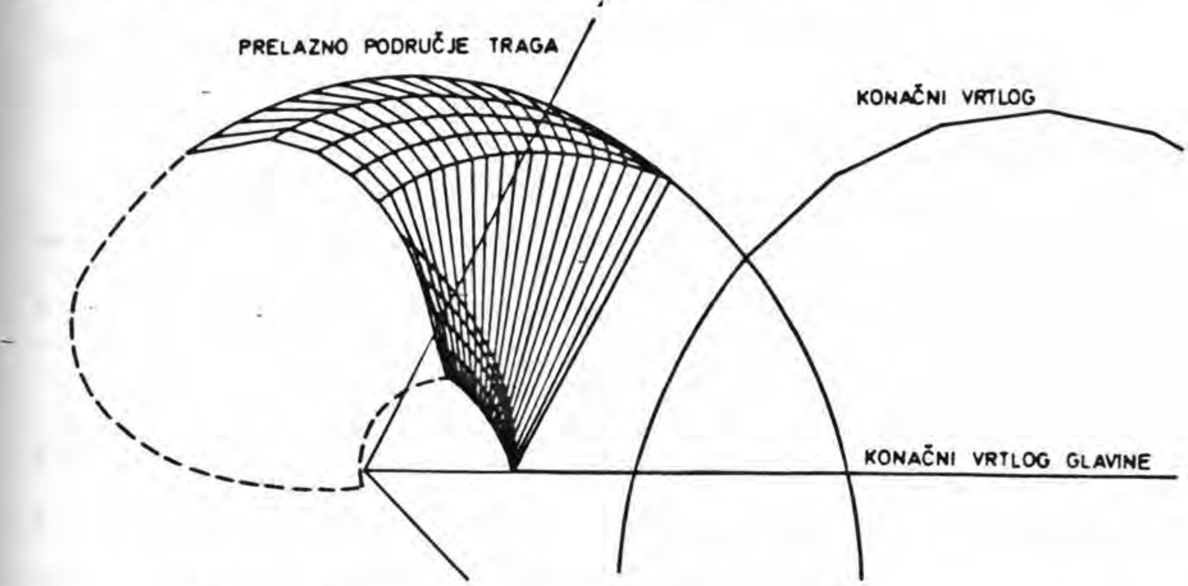
tzv. početnoj točki konačnog vrtloga, gdje se sakupljaju tvoreći jedan snažan konačan vrtlog i drugi dio se kontrahira u početnoj točki vrtloga glavine na osi propelera.

2. Područje izoliranih konačnih vrtloga, koji se sastoji od Z diskretnih helikoidalnih linijskih vrtloga i jednog pravolinijskog vrtloga glavine.

Parametri koji opisuju tako definiran trag jesu:

- radijus konačnog vrtloga r_K ,
- kut izmedju izlaznog brida vrha krila i početka konačnog vrtloga Θ_K ,
- kut uspona vršnog vrtloga u prelaznom području β_P i
- kut uspona konačnog vrtloga β_K .

Prelazno područje traga modelirano je spajanjem početne točke konačnog vrtloga sa vrhovima panela na izlaznom bridu krila linijama podjeljenim u N_T segmenata jednakih duljina.



Sl. 5 Geometrija traga propelera

Slobodni vrtlozi u prelaznom području traga nastavak su slobodnih vrtloga krila. Diskretizirani prikaz vrtložnog traga sastojat će se stoga od $M+1$ diskretnih slobodnih vrtložnih linija, koje počinju od odgovarajućih točaka na izlaznom bridu slobodnih vrtloga krila.

Kod nestacionarnog optjecanja prelazno područje traga sadrži još $N_T \times M$ tzv. vezanih vrtloga traga, koji leže na spojnicama krajeva segmenata slobodnih vrtloga traga. Poznato je naime, u teoriji nestacionarnog dvodimenzionalnog optjecanja profila, da sa krila odlaze nizvodno vezani vrtlozi lokalnom brzinom konvekcije struje. Suma njihovih intenziteta mora u svakom vremenskom trenutku biti jednaka sumarnoj cirkulaciji oko krila, koja se takodjer vremenski mjenja, a suprotnog predznaka. Jednom odaslan, vezani vrtlog sa krila biva nošen strujom bez promjene intenziteta (jer u potencijalnom strujanju ne postoji mehanizam disipacije vrtloga).

Razlika kuteva dva susjedna vezana vrtloga traga, kutni pomak traga, mora dakle odgovarati obodnoj putanji koju jedan vrtlog traga predje u vrijeme Δt .

$$\Delta\bar{\theta} = \omega \Delta t$$

Na taj način vrtlog koji je u vremenu $(n-1)\Delta t$ bio ispred promatranog vezanog vrtloga traga, premjestit će se u vremenu $n\Delta t$ na mjesto našeg promatranog vrtloga traga.

Konačni vrtlozi traga (vršni vrtlozi i vrtlog glavine) aproksimiraju se slično nizom pravocrtnih segmenata koji se proteže dovoljno daleko iza krila. Pošto je područje konačnih vrtloga udaljeno od krila kutni pomak izmedju dva susjedna segmenta može biti znatno veći od onoga u prelaznom področju traga.

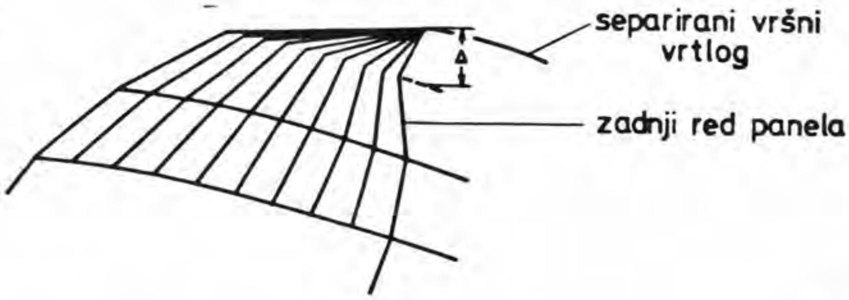
Predpostavlja se da se utjecaj vezanih vrtloga traga u području konačnih vrtloga može zanemariti. Pošto se je pelena slobodnih vrtloga traga uvrnula u dva konačna vrtloga - vršni vrtlog i vrtlog glavine, nije sigurno što se dogadja sa vezanim vrtlozima traga. U realnom fluidu najvjerojatnije se vezani vrtlozi snažno deformiraju nakon već relativno kratke udaljenosti od krila, te se zanemarivanjem njihovih utjecaja vjerojatno čini bolja aproksimacija realnog fluida.

Područje vršnih vrtloga krila mora biti posebno pažljivo modelirano. Ovdje su jaka radijalna strujanja sa strane lica krila na naličje, tzv. poprečno strujanje, posebno unutar graničnog sloja, koja mogu izazvati separaciju graničnog sloja. Taj je efekt to naglašeniji što krilo ima manji radijus u odnosu na prosječnu duljinu presjeka. Kod nekih upadnih kuteva do separacije graničnog sloja će doći na radijusu nešto malo manjem od radijusa propelera. Taj se efekt naziva separacija vršnog vrtloga; on ne slijedi dalje konturu vrha krila, već se odvaja od krila i prolazi duž vrha krila na odredjenoj udaljenosti od naličja, što izaziva lokalno povećanje uzgona(jer je povečan potlak na naličju). Separacija vršnog vrtloga je eksperimentalno dobro obradjena na tzv. delta krilima kod kojih je ona upravo uzrok kompletne promjene raspodjele cirkulacije duž raspona /20,21/

Sličan se fenomen može opaziti pri vrhu propelera kada je on jako opterećen. Točan položaj separiranog vrtloga u principu može se odrediti iterativnim priljeganjem vrtloga uz lokalne strujnice, pogotovo uspješno za ravna krila /20 /. Kod zakrivljenih krila taj iterativni proces pronalaženja točnog položaja separiranog vrtloga predugo traje, te je razvijen idealizirani model separiranog vršnog vrtloga na osnovu laboratorijskih mjerenja. Njegov je oblik lineariziran, a kut uspona separiranog vršnog vrtloga (koji ovdje počinje na vrhu diskretiziranog modela krila, što znači nešto uvučen od vrha kod stvarnog krila) je pretpostavljen kao srednja vrijednost hidrodinamičkog kuta uspona i kuta uspona konačnog vrtloga

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2}(\beta + \beta_K)$$

Slobodni vrtlozi počinju na završetku vezanih vrtloga vršnih panela i završavaju na separiranom vrtlogu gibajući se okomito na skeletnicu.



Sl. 6. Separirani vršni vrtlog

Maksimalna udaljenost od krila do separiranog vršnog vrtloga na izlaznom rubu krila iznosi

$$\Delta = \ell \, \mathrm{tg}(\varphi - \bar{\beta})$$

gdje je ℓ duljina krila na vanjskom rubu vršnih panela, a φ odgovarajući kut uspona presjeka.

Utjecaj separiranog vršnog vrtloga (kut $\bar{\beta}$, maksimalna udaljenost Δ) na rad propelera je vrlo mali za koeficijent napredovanja blizu projektnog koeficijenta napredovanja. Kod malih koeficijenta napredovanja kut $\bar{\beta}$ i pomak Δ postaju veći, što rezultira većim uzgonom.

4.4 Diskritizacija ostalih krila

Zbog periodičnog karaktera nestacionarnog optjecanja krila nije potrebno izračunati intenzitete vrtloga svih krila, već samo jednog, tzv. osnovnog krila. Ostala krila imat će intenzitete osnovnog krila s pomakom u vremenu koji odgovara kutnoj razlici krila

$$t_j = t_1 - \frac{\delta_j}{\omega} \quad , \quad j = 1 \, , \, z-1$$

Zahvaljujući periodičnosti optjecanja i vrlo brzom padu brzine inducirane vrtlogom i izvorom sa udaljenošću (tipa $\frac{1}{r^2}$), moguće je uštedjeti na vremenu računanja ako se preostala krila paneliziraju mnogo grublje, panelima većih stranica, tzv. super--panelima.

Dakle nepoznanice modela bit će intenziteti vrtloga na osnovnom krilu kojegćemo fino panelirati. Njihov ćemo intenzitet odrediti iz uvjeta nepromočivosti krila u točkama kolokacije koje ćemo nazvati kontrolnim točkama. Zbog relativno velike udaljenosti kontrolnih točaka na osnovnom krilu i vrtloga na preostalim krilima ekonomizirat ćemo postupak proračuna diskretiziranjem preostalih krila super-panelima stranice dva ili tri puta veće od onih na osnovnom krilu.

5. RJEŠENJE HIDRODINAMIČKOG MODELA RADA PROPELERA

Usvojeni model propelera (vidi glavu 4) definira krila panelima na čijim su rubovima smješteni koncentrirani linijski vrtlozi - slobodni i vezani vrtlozi krila i izvori. Slično je trag svakog krila modeliran panelima sa slobodnim i vezanim vrtlozima traga.

Rješenje diskretiziranog rubnog problema može se najjednostavnije objasniti na primjeru razvoja rješenja za jedan vremenski interval, pretpostavljajući da je već poznato rješenje za veliki broj prethodnih vremenskih koraka.

Osnovno krilo je udaljeno za kut θ_0 od koordinatnog sistema čvrsto vezanog za brod. Komponente rezultirajuće normalne brzine nastrujavanja na svaku kontrolnu točku mogu se odrediti harmonijskom analizom sustrujnog polja broda, brzinom rotacije propelera i komponentama normale na skeletnicu

$$n_i v_i^I \quad , \quad i = 1, (N-1) \times M \tag{5-1}$$

Kontrolne točke smještene su na svim panelima osim onih uz izlazni rub krila zbog unaprijed definirane veze izmedju intenziteta vrtloga N-tog panela i intenziteta svih preostalih vrtloga krila i traga, kao posljedica zadovoljavanja numeričkog Kutta uvjeta (vidi dodatak III). Rubni uvjet nepromočivosti zadovoljit ćemo stoga u kontrolnim točkama smještenim u centrima svih panela osim niza panela uz izlazni rub, dakle na $(N-1) \times M$ panela.

Brzine inducirane izvorima u svakoj kontrolnoj točki su neovisne o vremenu (kutnom položaju propelera). Računaju se stoga samo jednom za sve vremenske intervale i njihova normalna komponenta u kontrolnim točkama iznosi

$$n_i \cdot v_i^Q \tag{5-2}$$

Brzine inducirane u kontrolnim točkama osnovnog krila vrtlozima na ostalim krilima mogu se izračunati pod pretpostavkom da su intenziteti vrtloga ostalih krila jednaki prethodno odredjenim intenzitetima vrtloga osnovnog krila, kod odgovarajućeg kutnog položaja.

Intenziteti vrtloga svih panela tragova svakog krila su poznati. Uvjet nulte divergencije rotora brzine

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{v}) = 0$$

daje vezu izmedju intenziteta vrtloga krila i traga (vidi dodatak I). Izuzetak je vrtlog koji biva odnešen strujom s izlaznog ruba krila u proračunskom vremenskom intervalu. Brzina inducirana poznatim dijelom traga osnovnog krila sumira se s brzinama induciranim vrtlozima ostalih krila i njena normalna komponenta u kontrolnim točkama iznosi

$$n_i \cdot \overset{o}{v_i} \qquad 5\text{-}3$$

Sumiranjem svih prethodnih induciranih brzina 5-1, 5-2 i 5-3 dobit ćemo relativno nastrujavanje na impulzivno pokrenut jednokrilni propeler. Uvjet nepromočivosti osnovnog krila u svim njegovim kontrolnim točkama rezultira sistemom linearnih algebarskih jednadžbi kod kojih su nepoznanice intenziteti vezanih vrtloga osnovnog krila u promatranom vremenu (vidi dodatak I).

Ponavljanjemopisanog postupka za sljedeće vremenske intervale vezani vrtlozi traga bivaju nošeni strujom nizvodno,da bi konačno razvili kvazi-stacionarno, periodičko rezultirajuće optjecanje propelera. Problem je potpuno riješen kada su razlike intenziteta vrtloga za dva sukcesivna okretaja propelera manje od unaprijed zadane točnosti za sve vremenske intervale jednog okretaja .

Ovako opisan postupak rješenja može početi sa početno mirujučim propelerom, ali tada je potreban velik broj vremenskih koraka do ustaljivanja rješenja. Mnogo je ekonomičnije početi sa stacionarnim nastrujavanjem (obodno srednjom vrednošću sustrujanja na svim radijusima) i pretpostavkom da se trag propelera proteže u beskonačnost nizvodno. Na taj se način brzo odredjuje srednje, stacionarno opterećenje propelera. Kad je ono odredjeno, iteracionim postupkom promjene brzine nastrujavanja za svaki zadani kut zakreta propelera moguće je doći do nestacionarnog rješenja tražene točnosti već nakon tri do četri okretaja propelera.

6 ODREDJIVANJE SILA I MOMENTA PROPELERA

Klasičan način odredjivanja vanjskih sila i momenata koji djeluju na promatrani volumen tekućine predočen je impulsnim zakonom. Prema impulsnom zakonu sila, kojom djeluje fluid na okolinu, jednaka je promjeni količine gibanja volumena fluida na kojeg djeljuje sila u jedinici vremena, odnosno protoku količine gibanja kroz kontrolnu plohu koja omedjuje promatrani volumen.

Da odredimo vrijednost sile kojom izvor i vrtlog, čvrsto postavljeni u tekućini, djeluju na nju, ogradimo elementarni linijski singularitet duljine $d\ell$ (u ovom radu pojavljuju se samo linijski singulariteti) kontrolnom plohom koja se sastoji od S_1 plašta cilindra radijusa r čija os ide singularitetom i bazama S_2 i S_3 cilindra postavljenim okomito na singularitet. Potražimo protok količine gibanja kroz tu plohu (njena vanjska normala, gledana sa strane fluida, usmjerena je radijalno prema osi singulariteta za plohu S_1, a aksijalno prema unutrašnjosti cilindra za plohe S_2 i S_3), u graničnom procesu, kada radijus cilindra teži nuli.

Označimo neometanu brzinu nastrujavanja na singularitet s $\vec{v}_\infty$, a brzinu induciranu elementarnim izvorom (indeks i) odnosno vrtlogom (indeks v) jačine $q\,d\ell$ i $\gamma\,d\ell$ s $\vec{v}_{i,v}$.

Sila kojom singularitet djeljuje na fluid jednaka je

$$d\vec{F}_{i,v} = \lim_{r\to 0} \int_S \rho\,\vec{v}\,v_n\,dS \qquad 6\text{-}1$$

$$d\vec{F}_{i,v} = \lim_{r\to 0} \int_{S_1+S_2+S_3} \rho\,(\vec{v}_\infty + \vec{v}_{i,v})(\vec{v}_\infty\cdot\vec{n} + \vec{v}_{i,v}\cdot\vec{n})\,dS$$

gdje je $\quad \vec{v}_i = -\dfrac{q\,d\ell}{2\pi r}\,\vec{r}_0 \quad , \quad \vec{v}_v = \dfrac{\gamma\,d\ell}{2\pi r}\,\vec{d\ell}_0 \times \vec{r}_0 \qquad$ 6-2

$$dS_1 = r\,d\alpha$$

$$dS_2 = dS_3 = r\,dr\,d\alpha$$

a $\vec{r}_0$ i $\vec{d\ell}_0$ označavaju jedinične vektore vektora $\vec{r}$ i $\vec{d\ell}$.

Potražimo vrijednost integrala 6-1 po plohi S_1 gdje vrijedi

$$\vec{v}_i \cdot \vec{n}_1 = -\frac{q\,d\ell}{2\pi r}\,, \qquad \vec{v}_v \cdot \vec{n}_1 = 0$$

jer je

$$\vec{n}_1 = -\vec{r}_1 \qquad 6\text{-}3$$

Za izvor vrijedi

$$d\vec{F}_{i_1} = \lim_{r\to 0} \int_0^{2\pi} \rho\left(\vec{v}_\infty - \frac{q\,d\ell}{2\pi r}\vec{r}_0\right)\left(v_{\infty n} - \frac{q\,d\ell}{2\pi r}\right) r\,d\alpha$$

Pod pretpostavkom da je $v_{\infty n}$ na plohi S_1 konačna, u graničnom procesu kada $r \to 0$ integrand što množi $v_{\infty n}$ teži k nuli, te preostaje

$$d\vec{F}_{i_1} = -\rho q\,d\ell \cdot \lim_{r\to 0}\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \vec{v}_\infty\,d\alpha - \frac{q\,d\ell}{2\pi r}\int_0^{2\pi} \vec{r}_0\,d\alpha\right]$$

Integral $\int_0^{2\pi} \vec{r}_0\,d\alpha$ jednak je nuli jer je

$$\vec{r}_0 = \cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}$$

$$\int_0^{2\pi} \vec{r}_0\,d\alpha = \vec{i}\int_0^{2\pi}\cos\alpha\,d\alpha + \vec{j}\int_0^{2\pi}\sin\alpha\,d\alpha = 0$$

Primjenimo li teorem o srednjoj vrijednosti integrala na izraz $\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \vec{v}_{\infty n}\,d\alpha$ dobit ćemo konačnu formulu

$$d\vec{F}_{i_1} = -\rho q \vec{v}_\infty\,d\ell \qquad 6\text{-}4$$

Za vrtlog slijedi

$$d\vec{F}_{v_1} = \lim_{r\to 0}\int_0^{2\pi} \rho\left(\vec{v}_\infty + \frac{\gamma\,d\ell}{2\pi r}\,\vec{d\ell}_0 \times \vec{r}_0\right)\vec{v}_\infty(-\vec{r}_0)\,r\,d\alpha$$

Označimo li $\vec{\gamma} = \gamma \, d\vec{l}$ i pišemo miješoviti produkt $-\vec{\gamma} \times \vec{r}_0 \cdot \vec{v}_\infty \cdot \vec{r}_0 =$
$= -\vec{\gamma} \times \vec{v}_\infty = \vec{v}_\infty \times \vec{\gamma}$

dobivamo

$$d\vec{F}_{v_1} = -\rho \, \vec{\gamma} \, dl \times \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{r}_\infty \, d\alpha \right]$$

te konačno primjenom teorema o srednjoj vrijednosti

$$d\vec{F}_{v_1} = \rho \, \vec{v}_\infty \times \vec{\gamma} \, dl \qquad 6\text{-}5$$

Integrali po plohama S_2 i S_3 jednaki su nuli, jer pretpostavljamo da se neometana brzina $\vec{v}_\infty$ na duljini dl ne mijenja, a brzina inducirana singularitetima je tangencijalna na plohe. Integrali po bazama cilindra su tada jednaki i suprotnog predznaka, te se poništavaju. Stoga su izrazi 6-4 i 6-5 konačni izrazi za elementarnu silu kojom čvrsti elementarni linijski izvor i vrtlog jačina $q\,dl$ i $\gamma\,dl$ dijeljuju na fluid koji nastrujava neometanom brzinom $\vec{v}_\infty$. Ti su izrazi poznati kao izrazi Kutta-Joukowsky i Lagally-ja.

Za nestacionarno strujanje potrebno je još odrediti silu zbog vremenskih promjenjivih intenziteta vrtloga. Naime, prema Bernoulli-jevoj jednadžbi porast pritiska izmedju dviju točaka strujnice zbog nestacionarnosti potencijala jednak je

$$p_2 - p_1 = \rho \left(\left.\frac{\partial \phi}{\partial t}\right|_2 - \left.\frac{\partial \phi}{\partial t}\right|_1 \right) \qquad 6\text{-}6$$

Primjenimo li izraz 6-6 za dvije strujnice koje idu iz beskonačnosti ispred propelera i jednom gornjakom profila, a drugi put donjakom, te ih medjusobno oduzmemo, dobit ćemo razliku pritiska na krilu

$$\Delta p = \rho \left(\frac{\partial \phi}{\partial t_d} - \frac{\partial \phi}{\partial t_g} \right)$$

gdje indeksi d i g označavaju donjak odnosno gornjak profila.

Drugim riječima, ploha na kojoj vremenska derivacija potencijala doživljava skok rezultirat će skokom pritiska.

Za vrtložnu plohu razlika potencijala na obje strane plohe jednaka je

$$\Phi_g - \Phi_d = \int_0^{\ell} \gamma(\ell)d\ell$$

Kako smo pretpostavili da su intenziteti izvora vremenski nepromjenjivi (zbog njihovog sekundarnog utjecaja na uzgon profila) oni ne doprinose nestacionarnim silama.
Konačno dobivamo izraz za silu zbog nestacionarnog optjecanja singulariteta u obliku

$$d\vec{F}_n = \rho \vec{n} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_0^{\ell} \gamma(\ell)d\ell \right) dS \qquad 6\text{-}8$$

Sve prethodne sile rezultat su optjecanja idealnog fluida u koji smo postavili singularitete da bi smo modelirali realno optjecanje propelera. Taj način modeliranja je dobar samo za strujanje izvan graničnog sloja. U graničnom sloju trebalo bi modelirati realnu tekućinu, gdje dominiraju viskozne sile. Ovdje će utjecaje viskoznih sila biti uzet eksperimentalno pomoću koeficijenta otpora trenja. Sila otpora trenja jednaka je

$$dF_D = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 dS \qquad 6\text{-}9$$

gdje je C_D koeficijent otpora trenja odredjen eksperimentalno za pojedina tijela i vrste strujanja a dS površina na koju djeljuju sile trenja.

U ovom radu uzeta je vrijednost koeficijenta trenja C_D =0,004 jer ona predstavlja srednju vrijednost velikog broja NACA 66 profila za područje bezudarnog nastrujavanja /22 /.

Izraze 6-4, 6-5, 6-8 i 6-9 treba primjeniti u našem slučaju na nestacionarno optjecanje tekućine oko sistema linijskih singulariteta, koji su čvrsto postavljeni (vezani za krila). To će biti svi singulariteti krila osim separiranih vršnih vrtloga i vrtloga traga. Oni, budući da su slobodni (nisu čvrsto vezani za vanjski rub polja), priliježu uz lokalne strujnice te prema izrazu 6-5 rezultiraju nultom silom (jer je $\vec{v}_\infty \| \vec{\gamma}$).

Konačni izraz za sile (analogno i momente, koje dobijemo vektorskim množenjem sila sa radivektorima udaljenosti od osi rotacije) (n,m)-togpanela postaje

$$\vec{F}^{j}_{n,m} = \rho \, \Delta \ell_{n,m} \left[\vec{v}_{n,m} \times \vec{\gamma}^{j}_{n,m} - \vec{v}_{n,m} \, q_{n,m} + \vec{n}_{n,m} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{\ell=1}^{n} \gamma^{j}_{\ell,m} \right) \right] \qquad 6\text{-}10$$

gdje su

$\Delta \ell_{n,m}$ - duljina (n,m)-tog vrtloga

$\sum_{\ell=1}^{n} \gamma^{j}_{\ell,m} = (\phi^{i}_{d} - \phi^{j}_{g})_{n,m}$

$\vec{v}_{n,m}$ - rezultirajuća brzina u središtu singulariteta jednaka brzini induciranoj svim preostalim singularitetima uvečanoj za neometanu brzinu nastrujavanja

Sumiranje izraza 6-10 za sve vezane i slobodne vrtloge krila dobivamo rezultirajuću silu jednog krila.

Konačan utjecaj viskoziteta je utjecaj debljine graničnog sloja i njegove separacije pri izlaznom bridu na uzgon. Prema Brockett-u / 23/ smanjenje uzgona jednako je za dvodimenzionalne profile smanjenju kuta uspona za iznos

$$\Delta \alpha = 1{,}9454 \cdot \frac{t_{max}}{\ell} \cdot \frac{f_{max}}{\ell} \qquad 6\text{-}11$$

Formula 6-11 ugradjena je u program kao korekcija uspona.

7 OPIS PROGRAMA ZA ELEKTRONIČKO RAČUNALO

Hidrodinamički model rada propelera programiran je na jeziku FORTRAN-V za elektroničko računalo DIGITAL PDP-11.

Cijeli je program podijelnjen u pet grupa programa, a čine ga ukupno 19 manjih programa.

Prva grupa programa odredjuje geometriju propelera iz zadanih ulaznih podataka i geometriju diskretiziranog modela propelera panelima. Glavni program MAIN poziva sve potrebne potprograme za odredjivanje geometrije: INDTA, CNST, BLDGM, GPCOO, FBL i OBL.

Potprogram INDTA učitava ulazne parametre geometrije (vidi dodatak V). U programu postoji mogućnost izbora slijedećih opcija:

- stacionarno (ISTDY=1) ili nestacionarno optjecanje (ISTDY≠1),
- kontrakcija i uvrtanje traga (NOROL≠1) ili pravi helikoidalni trag (NOROL=1),
- proizvoljan broj panela krila (u radijalnom smjeru maksimalno 9, u obodnom 10),
- proizvoljan broj panela traga osnovnog krila (u radijalnom smjeru maksimalno 9, u obodnom 20),
- proizvoljan broj super-panela ostalih krila (radijalno maksimalno 3, obodno 5),
- proizvoljan broj super-panela traga ostalih krila (radijalno maksimalno 3, obodno 4),
- proizvoljan broj vremenskih koraka jednog okretaja (maksimalno 60) - samo za nestacionarno optjecanje,
- proizvoljan broj segmenata konačnog vrtloga i vrtloga glavine (maksimalno 100)

Maksimalna ograničenja moguće je povećati na račun vremena rada računala.

Potprogram CNST utvrdjuje sve konstante koje se u cijelom kompletu programa pojavljuju (neke od njih su ulazni podaci, a neke se generiraju pomoću ulaznih podataka). Potprogram CNST odredjuje tvorbu super-panela ostalih krila od radijalno 3, a obodno 2 panela osnovnog krila. To je moguće po želji promjeniti. Super-panel traga čine 3 radijalno i 5 obodno panela traga osnovnog krila (vidi dodatak VI).

Potprogram BLDGM računa pomoćne hidrodinamičke veličine i pomoćne geometrijske veličine (vidi dodatak VII).

Potprogram GPCOO odredjuje bezdimenzionalne koordinate vrhova panela, kontrolnih točaka, početne točke konačnog vrtloga, uzvoj u vrhovima panela i derivaciju krivulje relativnih debljina presjeka krila (vidi dodatak VIII), u skladu s teorijom iznesenom u glavama 3 i 4. Vanjska funkcija potprograma je DERIV za odredjivanje derivacije parabole u željenoj točki, koja prolazi trima susjednim točkama.

Potprogram FBL (vidi dodatak IX) odredjuje glavne geometrijske karakteristike paneliziranog modela propelera: koordinate vrhova panela osnovnog krila, koordinate vrhova panela prijelaznog područja traga osnovnog krila, te vrhove segmenata separiranog vršnog vrtloga i tzv. Kutta koeficijente (vidi dodatak III).

Posljednji potprogram iz serije programa za odredjivanje geometrije diskretiziranog modela propelera OBL odredjuje geometriju panela preostalih krila: koordinate vrhova panela konačnog traga krila, vrhova panela ostalih krila i njihovih tragova, koordinate kontrolnih točaka i komponente normala na panele u kontrolnim točkama (vidi dodatak X), te proračunava bezdimenzionalne intenzitete linijskih izvora za modeliranje debljine profila i vrši njihovu korekciju zbog zadovoljavanja uvjeta nultog odtoka fluida iz profila.

Druga grupa programa služi za odredjivanje koeficijenata osnovne matrice sistema DI-16 i DI-17. Glavni program MAIN1 računa normalne komponente neometane obodne brzine pritjecanja vode u kontrolnim točkama i inducirane brzine konačnog vrtloga glavine, te poziva potprograme HRSHOE, HRJUMP i VORSGN, koji proračunavaju brzine inducirane slijedećim pravokutnim zatvorenim vrtlozima jediničnih intenziteta (vidi dodatak XI, XII, XIII i XXI):

- vezanim vrtlozima krila i prvim vrtlogom traga te slobodnim vrtlozima krila koji ih spajaju, za svaki panel krila,
- susjednim vezanima vrtlozima traga i slobodnim vrtlozima traga koji ih spajaju za svaki panel traga.

Potprogram HRSHOE računa gore spomenute brzine za panele osnovnog krila, a potprogram HRJUMP za panele ostalih krila (vidi dodatak I za objašnjenje). Pri tom oni pozivaju potptogram VORSGN koji izračunava brzine inducirane pravocrtnim vrtlogom i izvorom jediničnog intenziteta. Od izračunatih induciranih brzina osnovnog krila, opisanim zatvorenim vrtlozima, tvori se osnovna matrica koeficijenata sistema, dok brzine inducirane ostalim krilima služe za tvorbu nehomogenog člana jednadžbe ($\vec{v}_i^{\,o}$ u jednadžbi DI-9).

Treća grupa programa MIN i MINV, računa inverznu matricu osnovne matrice sistema koristeći potprogram MINV, koji je dan u sklopu matematičkog paketa računala PDP-11, a invertira matricu standardnom Gauss-Jordan-ovom shemom. (vidi dodatak XXII).

Četvrti veliki program UPDAT konačno riješava osnovni sistem jednadžbe DI-16 i DI-17 na način kako je to opisano u dodatku I (vidi dodatak XIV). Rješenje sistema daje nam intenzitete vezanih vrtloga svih panela osnovnog krila za 60 koraka jednog okretaja propelera. Pomoću njih i jednadžbi iz dodatka I, moguće je formirati intenzitete svih željenih singulariteta. Time je u osnovi hidrodinamički model propelera riješen za zadane uvjete - geometriju propelera i koeficijent napredovanja.

Slijedeća grupa programa, koju čine glavni program SIL i potprogrami FPVEL, FPVEO i VORSRG (vidi dodatke XV, XVI i XVII), proračunava bezdimenzionalne sile - aksijalnu (poriv), obodnu i radijalnu te moment okretaja propelera uslijed optjecanja tekućine oko sistema singulariteta kojim je modeliran propeler, za poznate intenzitete singulariteta odredjene programom UPDAT i geometriju panela propelera odredjenu programom MAIN.

Ako riješava stacionarno optjecanje tada je izlaz programa jedna radna točka dijagrama slobodne vožnje, a u slučaju nestacionarnog riješenja izračunavaju se sile i momenti za svih 60 položaja osnovnog krila za jedan okretaj propelera u obliku FOURIER-ovog reda (za teoretsko objašnjenje vidi glavu 6). Za stacionarno optjecanje umjesto programa SIL koristi se program FORC1, koji je stacionarna verzija programa SIL.

Sile i momenti koji nastaju zbog nestacionarnosti potencijala (vidi glavu 6) računaju se za svaki vrtlog zasebno u programu NES. Program DRAG odredjuje sile i momente otpora trenja optjecanja viskozne tekučine, uzimajući u obzir koeficijent sile otpora C_D (vidi glavu 6).

Program NES sumira konačno sve sile i momente zbog optjecanja mirujućih vrtloga u polju relativnog nastrujavanja fluida, zbog nestacionarnosti potencijala i zbog viskoziteta prvo za jedno krilo, a zatim sumira izraze za sva krila s vremenskim pomakom koji odgovara kutu izmedju pojedinog krila i osnovnog krila. Konačno pozivom potprograma FORIT, koji je dan u sklopu matematičkog paketa računala PDP-11, izračunava Fourier-ove koeficijente razvoja sila i momenta u red kuteva okretanja krila.

Ovdje treba napomenuti da je izradjen još čitav niz programa za testiranje pojedinih faza izrade glavnog programa i niz programa za prepisivanje podataka geometrije krila i intenziteta vrtloga na traku u obliku prihvatljivom za grafički terminal Tektronix-a, vlasništvo "3.maj"-a gdje je izveden grafički display geometrije diskretiziranog propelera i traga (vidi hard copy ekrana na slikama 7 - 14)

U dodacima V do XXII dan je detaljni algoritam osnovnih programa i listing programa. Ovdje treba nešto reči o tehnici iznašanja algoritma, koja je u ovom radu dosta različita od uobičajene. Nije dan dijagram toka programa, već su redom,kojim se operacije vrše u programu,iznijete formule pojedinih fizikalnih veličina. Ukoliko bi se naime slijedila klasična shema, trebalo bi sve te teoretske formule iznijeti prije, nakon čega bi slijedio blok dijagram u kojem bi se pojedine fizičke veličine samo simbolički pojavljivale. Kako je u ovom radu iznijet velik broj formula, koje su ili u prethodnim glavama teoretski obradjene, ili su pak očite (na pr. objašnjenje je vidljivo iz priložene slike), ili popračene dodatnim tekstom tamo gdje sam smatrao to potrebnim i to sve redosljedom kojim se one izračunavaju u samom programu, smatrao sam da je blok dijagram suvišan i da je ova kombinacija teoretskih objašnjenja i toka proračuna koju sam prihvatio dovoljno jasna i opisna.

Nedostaci ipak postoje, prvenstveno što se ne vide tzv. DO-petlje u prihvaćenom načinu izlaganja. Tome je doskočeno pisanjem prve i zadnje vrijednosti člana niza koje indeks pojedinih indeksiranih variabli poprima. Na pr. desno od iznijete formule m=1,M znači da se u formuli m (inače usvojen kao radijalni indeks panela) mijenja od 1 do M s inkrementom 1. To je dakle ekvivalent DO-petlji u klasičnom blok dijagramu.

Slijedi objašnjenje tipičnog primjera iznašanja jednog elementa algoritma. Obično je u zaglavlju potprograma u kratkim crtama rečeno što on radi, koje fizikalne veličine računa, te koje su mu fizikalne veličine eventualno ulaz a koje izlaz. Slijedi nizanje izraza za pojedine fizikalne veličine koje počinju crticom i nazivom fizikalne veličine, čija je formula dana ispod naziva i eventualni opseg indeksa desno od formule.

Priznajem, nije se najednostavnije snači u cijeloj šumi formula, no nije bilo načina da se to mnoštvo formula izbjegne.

8 ANALIZA REZULTATA

8.1 Geometrija test-propelera i njegovog diskretiziranog modela

Program je testiran na propeleru broj 4118 David Taylor National Ship Research and Development Center. Taj je propeler izabran na ITTC konferenciji 1978 za usporedbeni propeler za proračun nestacionarnih sila. On predstavlja jedan od prvih propelera projektiranih za homogeno nastrujavanje pomoću teorije uzgonske površine. Model tog propelera testiran je vrlo detaljno u DTNSRDC-u/ 24 /.

Propeler ima tri krila i relativno jednostavnu geometriju sa praktički konstantnim usponom i nultim nagibom i srpom. Geometrijske karakteristike test propelera 4118 slijede:

broj krila	$z = 3$
bezdimenzioni promjer glavine	$d_g/D = 0.2$
omjer raširene površine	$A_E/A_0 = 0.6$
uzvojna linija presjeka	NACA $a = 0.8$
raspodjela debljina presjeka	NACA 66 (modificirana)
projektni koeficijent napredovanja	$J = 0.833$

r/R	l/D	P/D	θ_g	x_g/D	t_{max}/D	f_{max}/D
0,2	0,320	1,086	0,	0,	0,0414	0,0219
0,25	0,342	1,085	0,	0,	0,0337	0,0227
0,3	0,364	0,084	0,	0,	0,0282	0,0232
0,4	0,405	1,082	0,	0,	0,0239	0,0233
0,5	0,439	1,080	0,	0,	0,0198	0,0218
0,6	0,463	1,078	0,	0,	0,0160	0,0205
0,7	0,462	1,077	0,	0,	0,0125	0,0200
0,8	0,435	1,075	0,	0,	0,0091	0,0197
0,9	0,361	1,073	0,	0,	0,0060	0,0182
0,95	0,278	1,072	0,	0,	0,0045	0,0189
1,0	0,	1,071	0,	0,	0,	

Diskretizirana geometrija osnovnog krila propelera panelima vidljiva je na sl. 7,8 i 9. Sl. 10, 11 i 12 prikazuju odnos panela i super-panela Sl. 13, 14 i 15 prikazuju kompletni diskritizirani model propelera. Modeliran trag propelera prikazan je na sl. 16,17 i 18, a aksonometrijski prikaz vidljiv je na sl. 19. Samo osnovno krilo prekriveno je panelima, a ostala dva krila super-panelima.

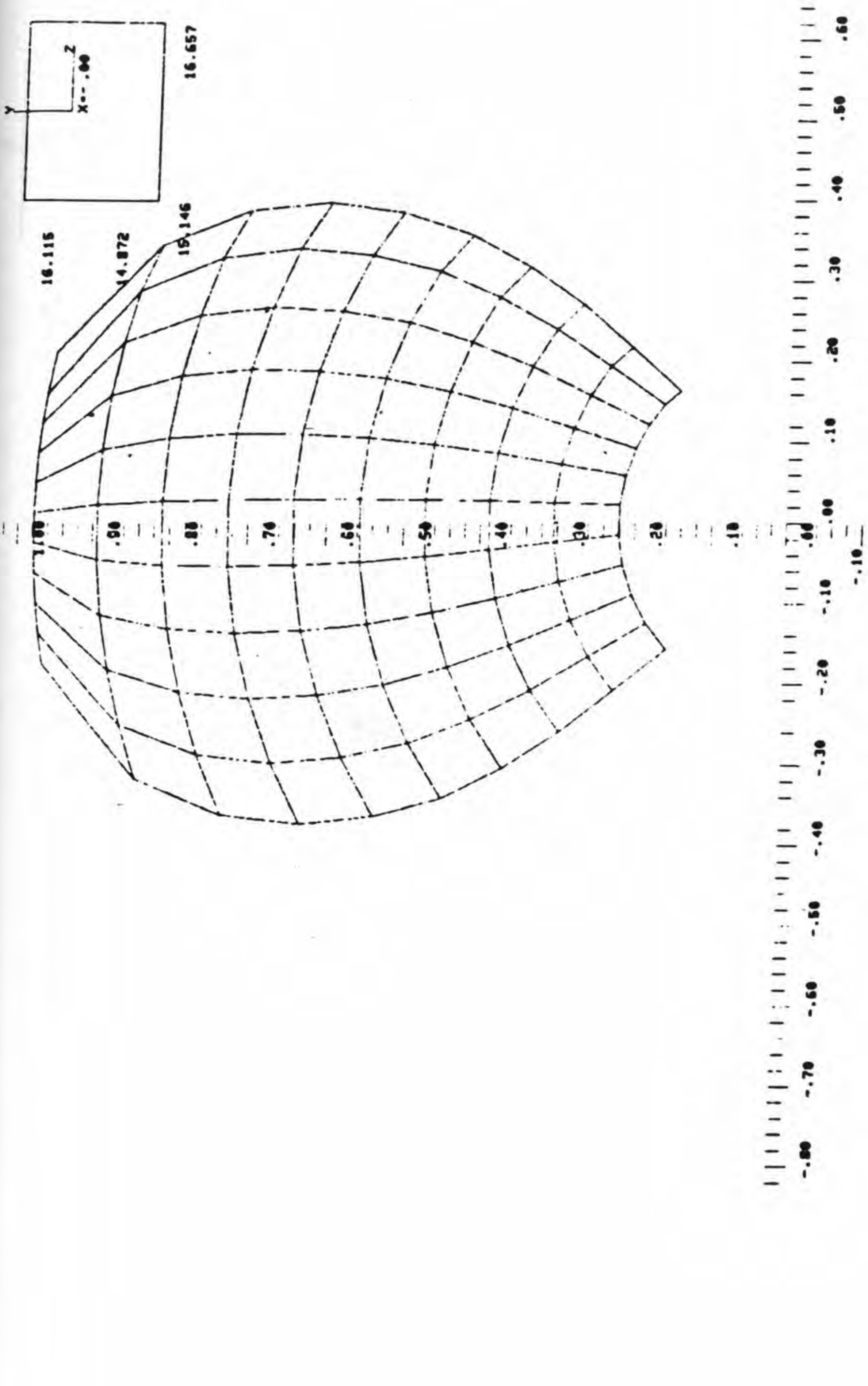
8.2 Rezultati numeričkog testa slobodne vožnje propelera

Za test propeler izvršen je proračun dijagrama slobodne vožnje za slijedeće koeficijente napredovanja i ulazne parametre

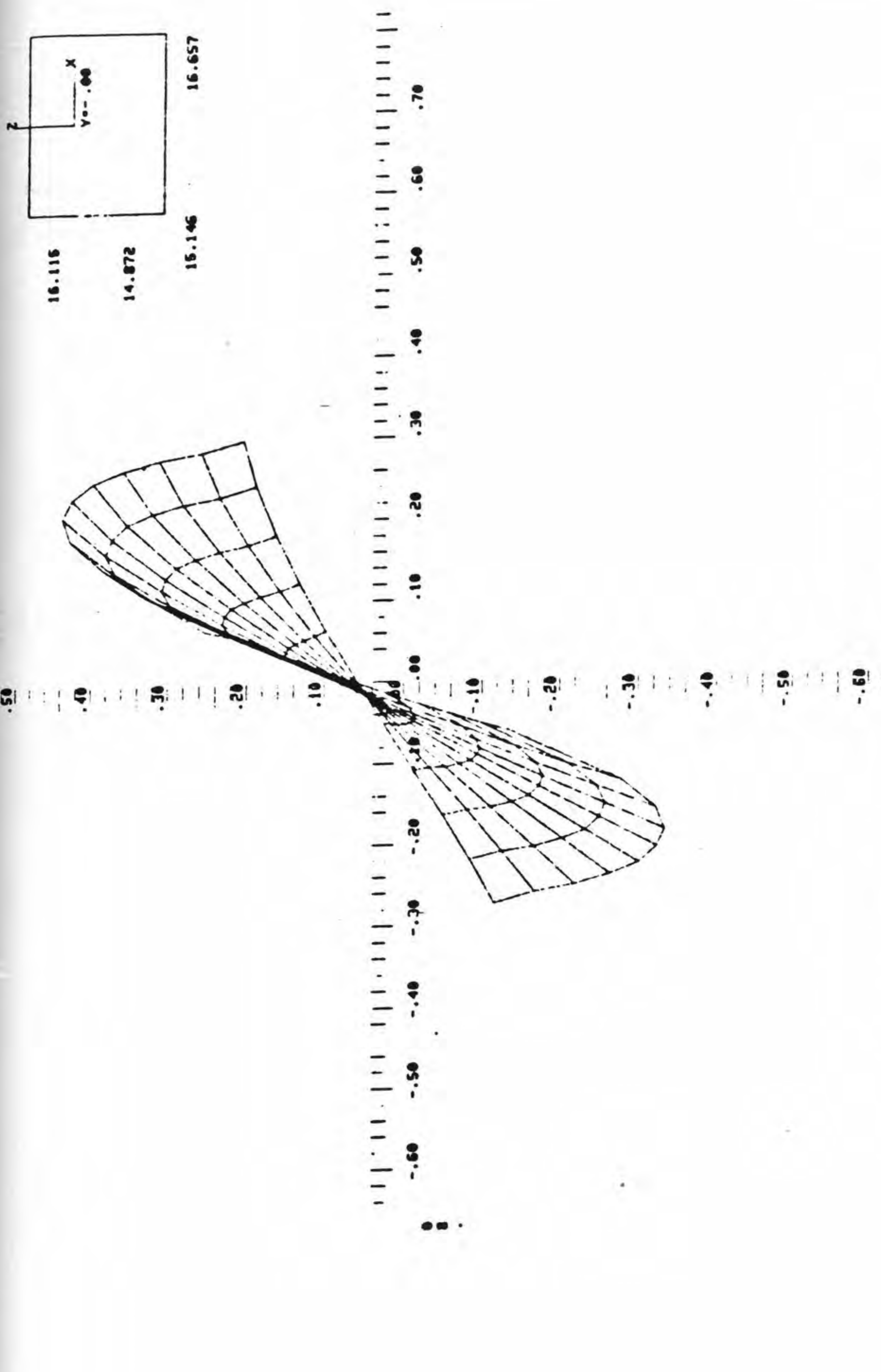
J	r_K/R	Θ_T	Θ_K	β_P
0,4	0,793	90^o	360^o	14,38
0,6	0,83	90^o	360^o	15,68
0,733	0,83	90^o	360^o	17,09
0,833	0,83	90^o	360^o	18,14
0,933	0,83	90^o	360^o	19,17
1,1	0,83	90^o	360^o	22,80

Koeficijent otpora C_D uzet je 0.004 prema /22 /, za NACA 66 profile. U prosjeku za kuteve upada u opsegu $\pm 4^o$ on je konstantan, a izvan tog područja naglo raste. Rezultati iteracionog proračuna intenziteta vrtloga za J =0,833 dani su u tabeli 1 i na slici 20. Za dva uzastopna iteraciona koraka (14 i 15) rezultati se ne razlikuju u prve tri znamenke.

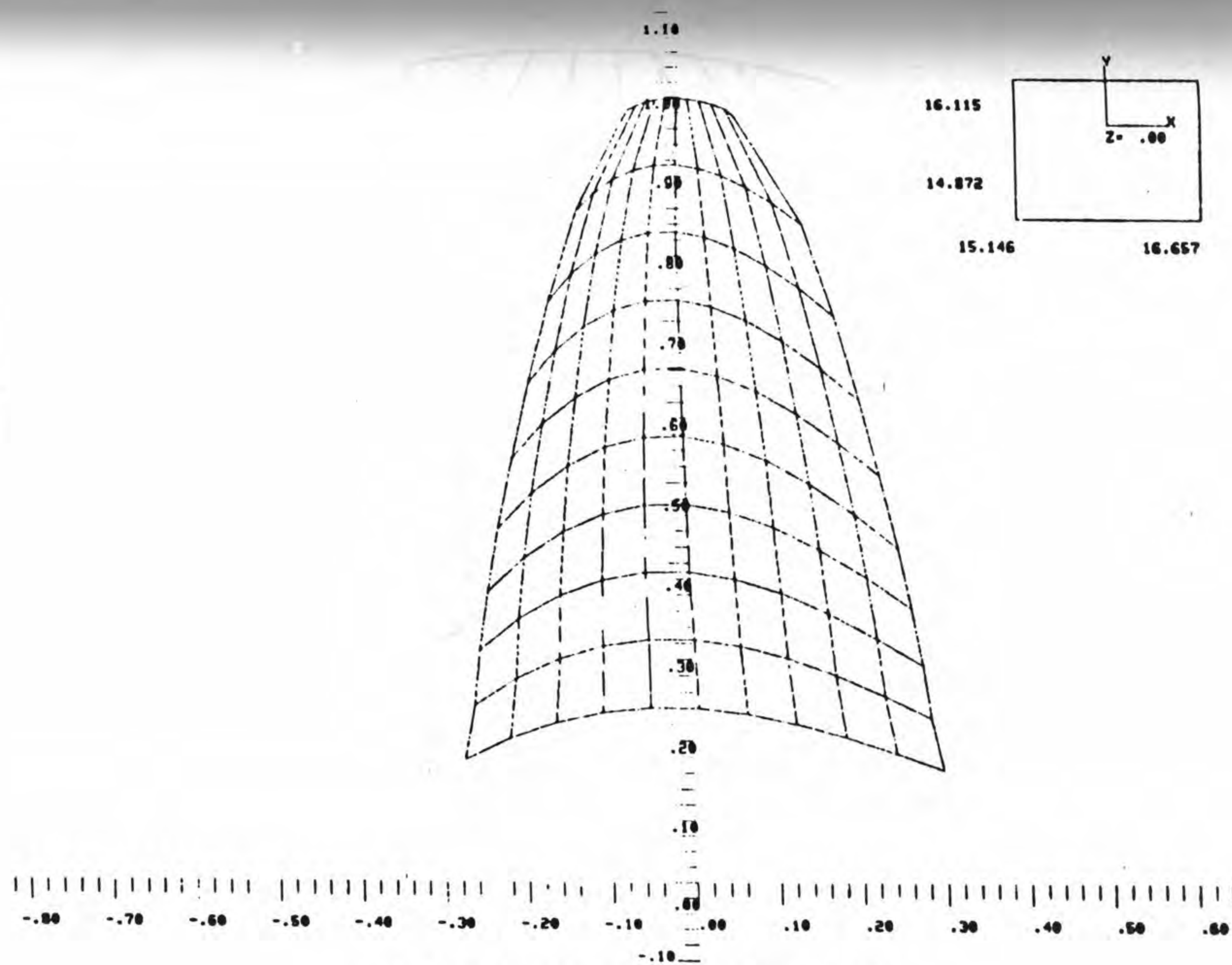
Tabela 2 daje rezultate proračuna opisanim programom i usporedbu s eksperimentalnim podacima /24 / i proračunom Kerwin-a /17 /.



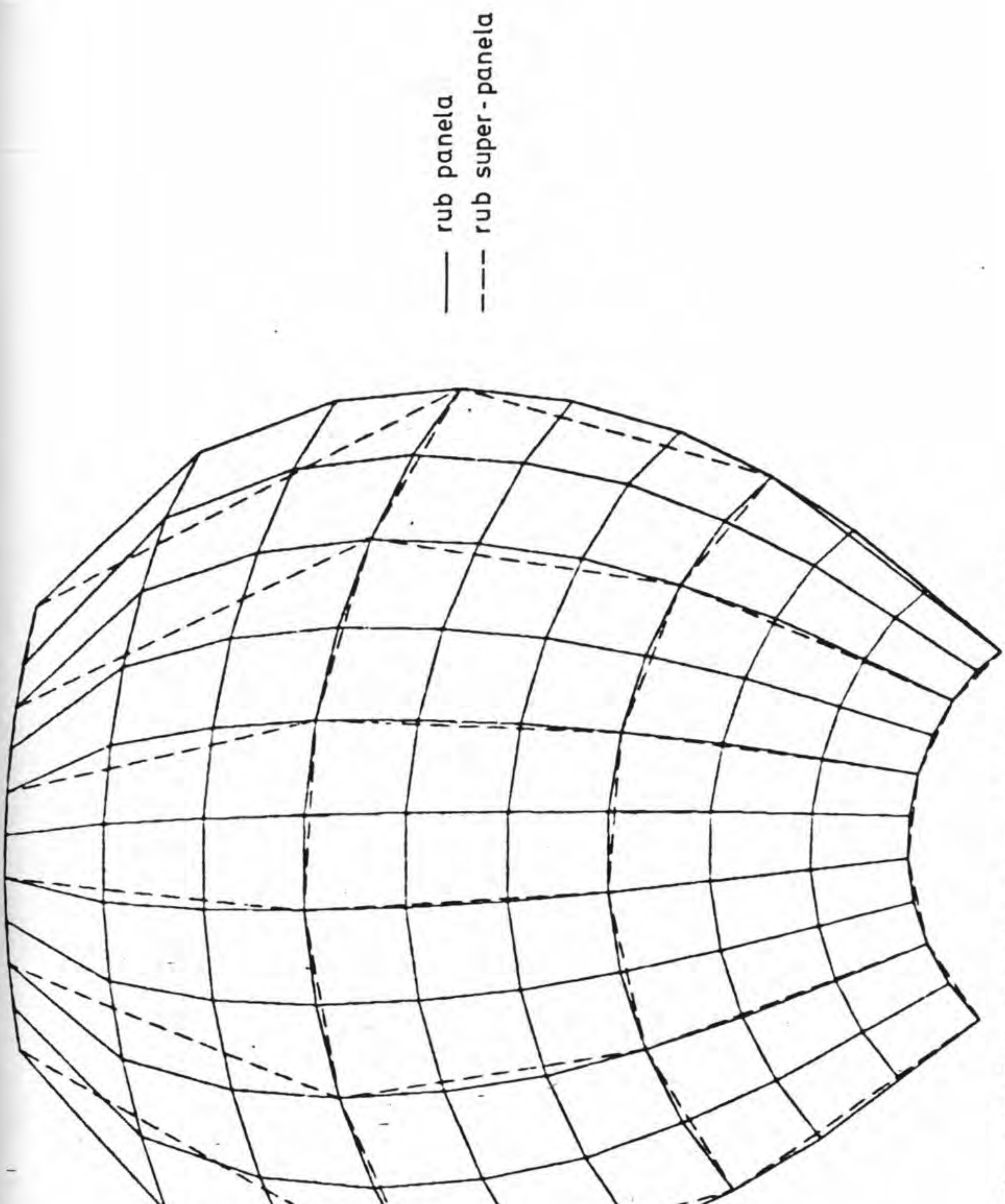
Sl. 7 Nacrt diskretiziranog osnovnog krila



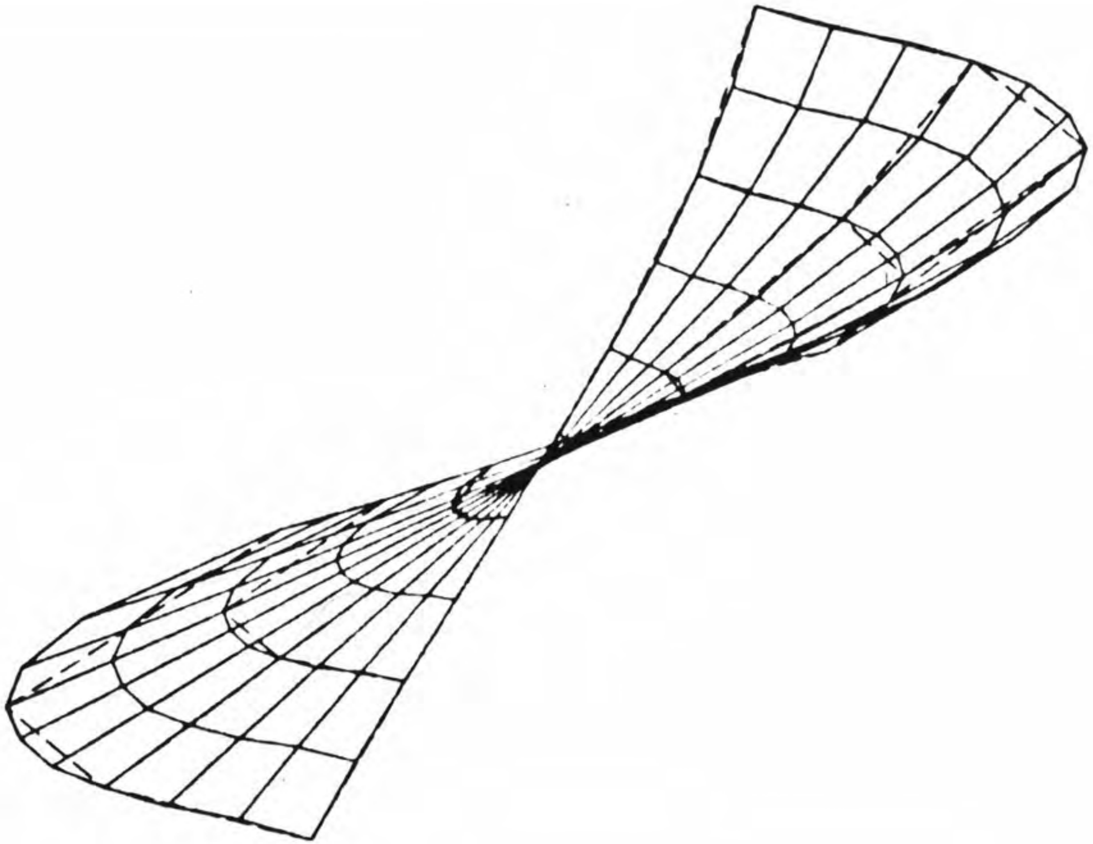
Sl. 8. Tlocrt diskretiziranog osnovnog krila



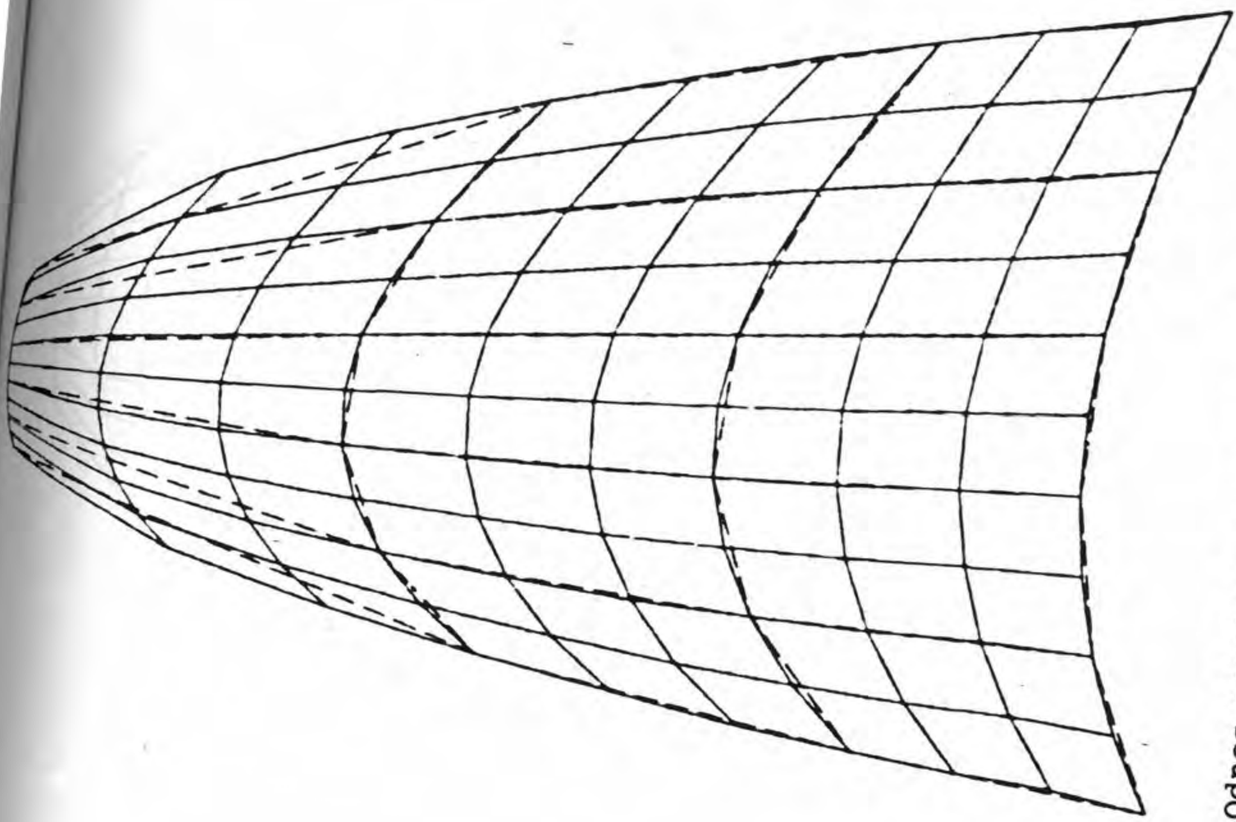
Sl. 9 Bokocrt diskretiziranog krila



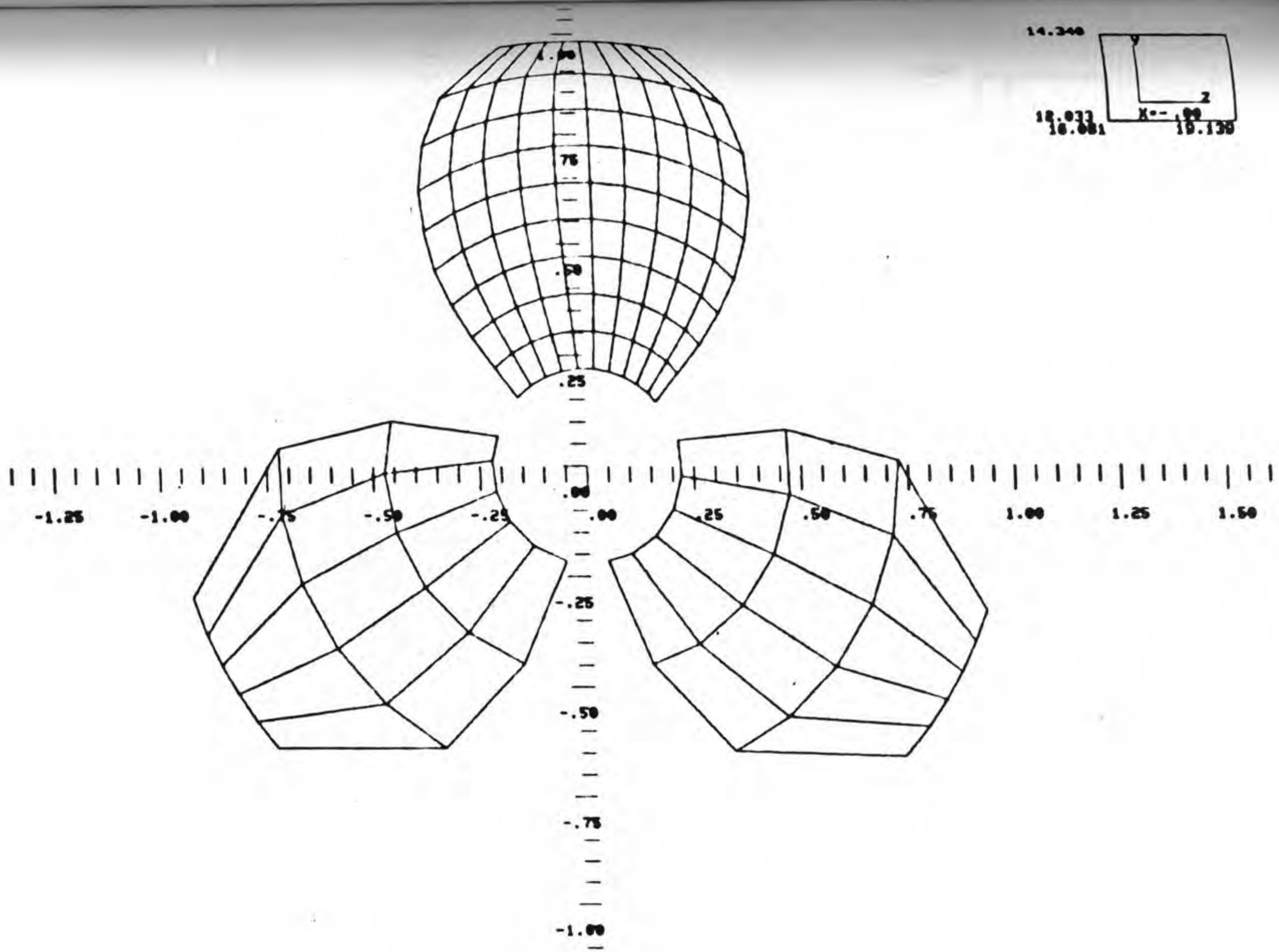
Sl. 10 Odnos panela i super-panela u nacrtu



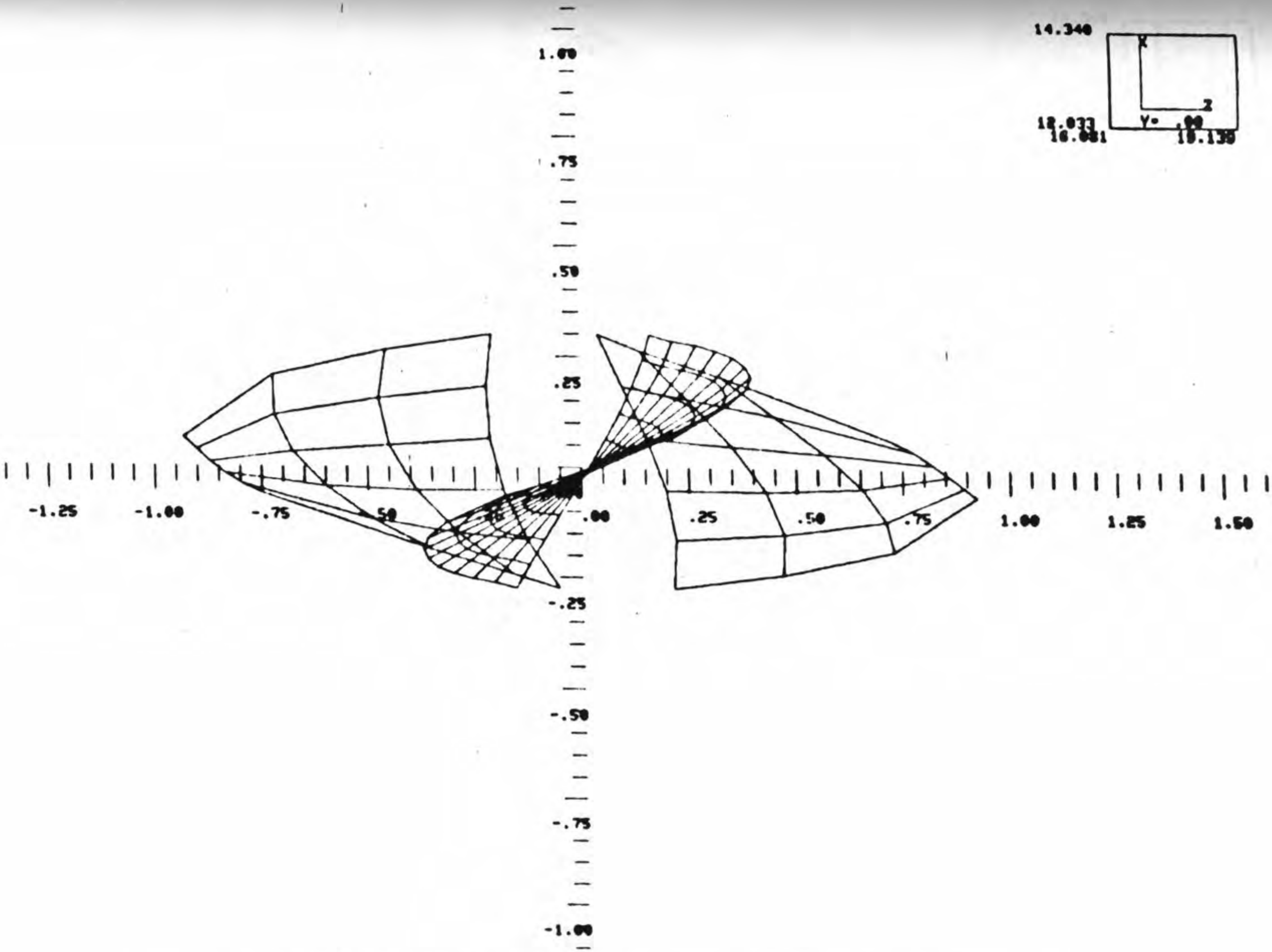
Sl. 11 Odnos panela i super-panela u tlocrtu



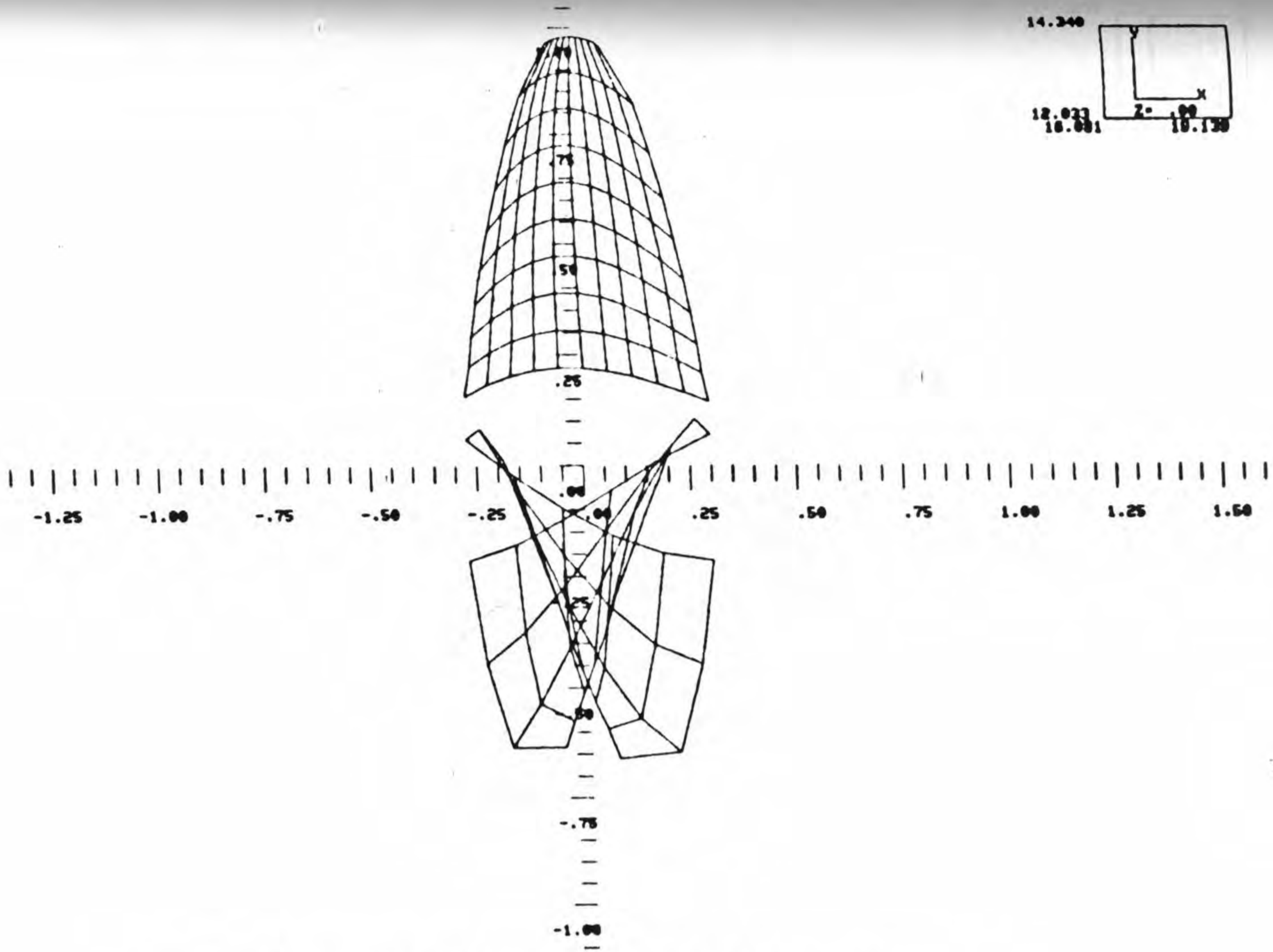
Sl. 12 Odnos panela i super-panela u bokocrtu



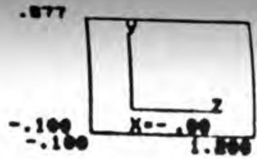
Sl. 13 Nacrt diskretiziranog modela propelera

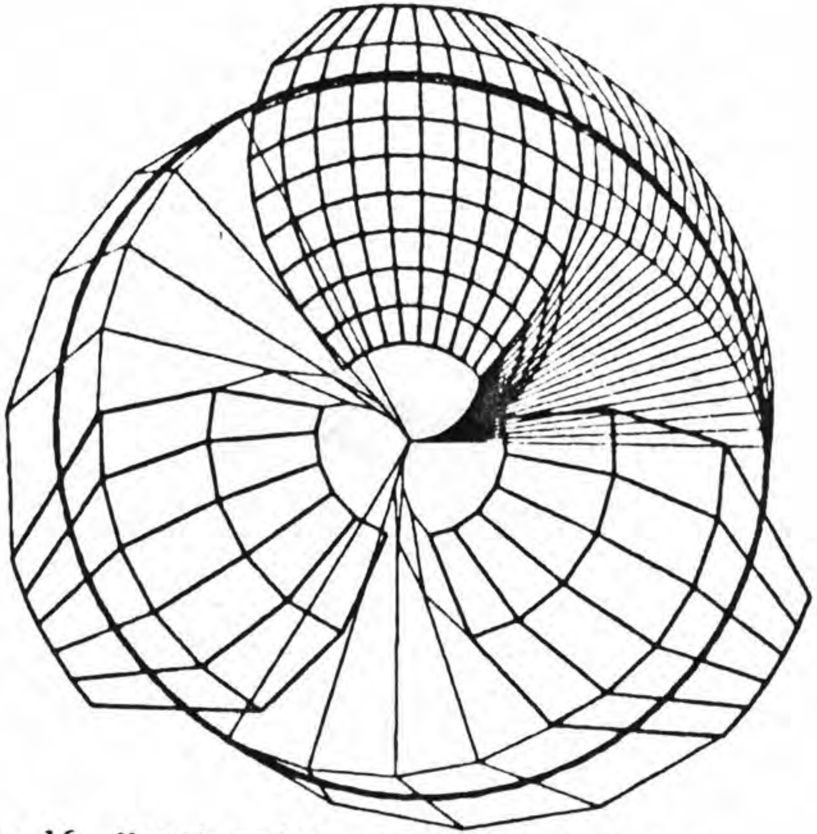


Sl. 14 Tlocrt diskretiziranog modela propelera

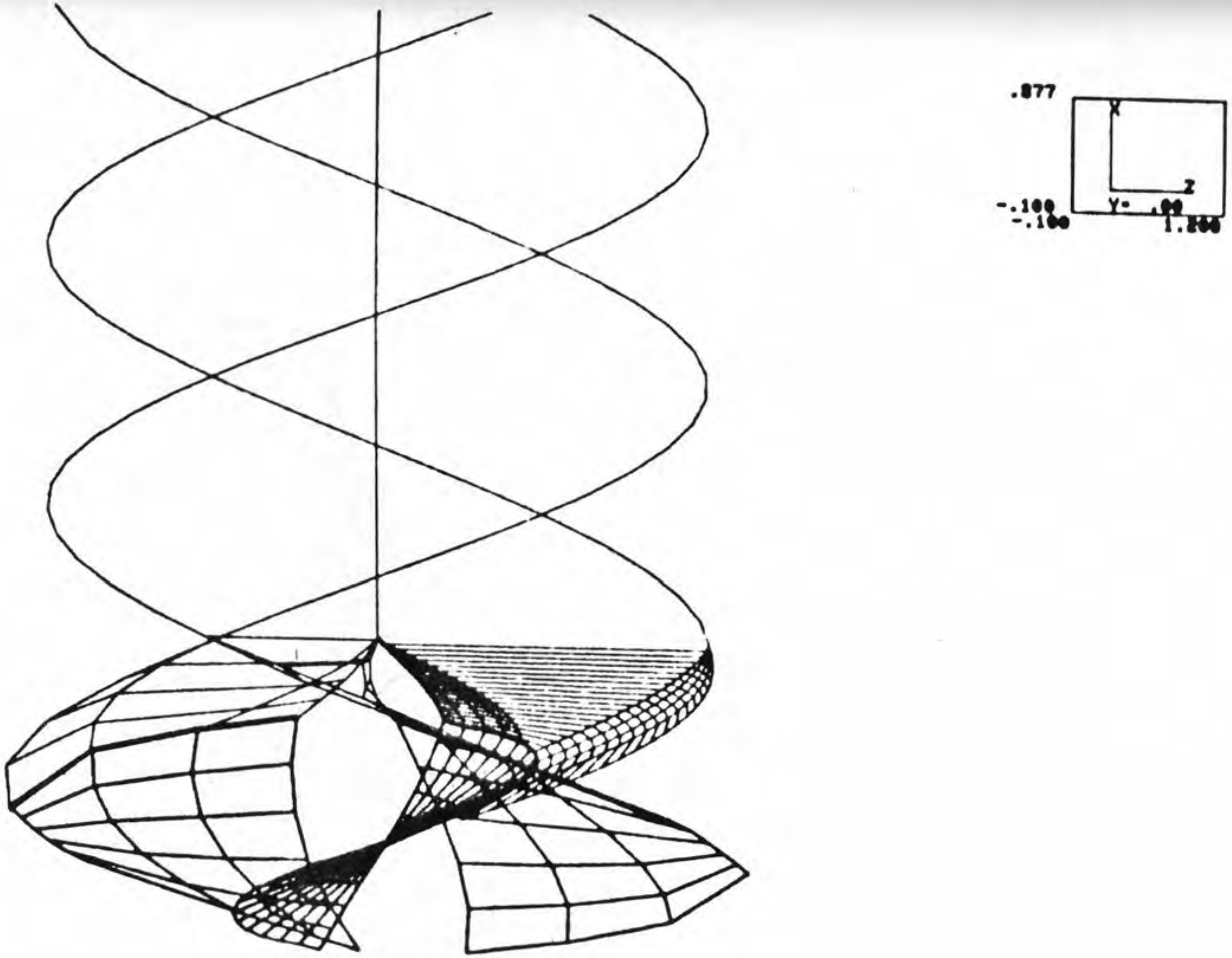


Sl. 15 Bokocrt diskretiziranog modela propelera

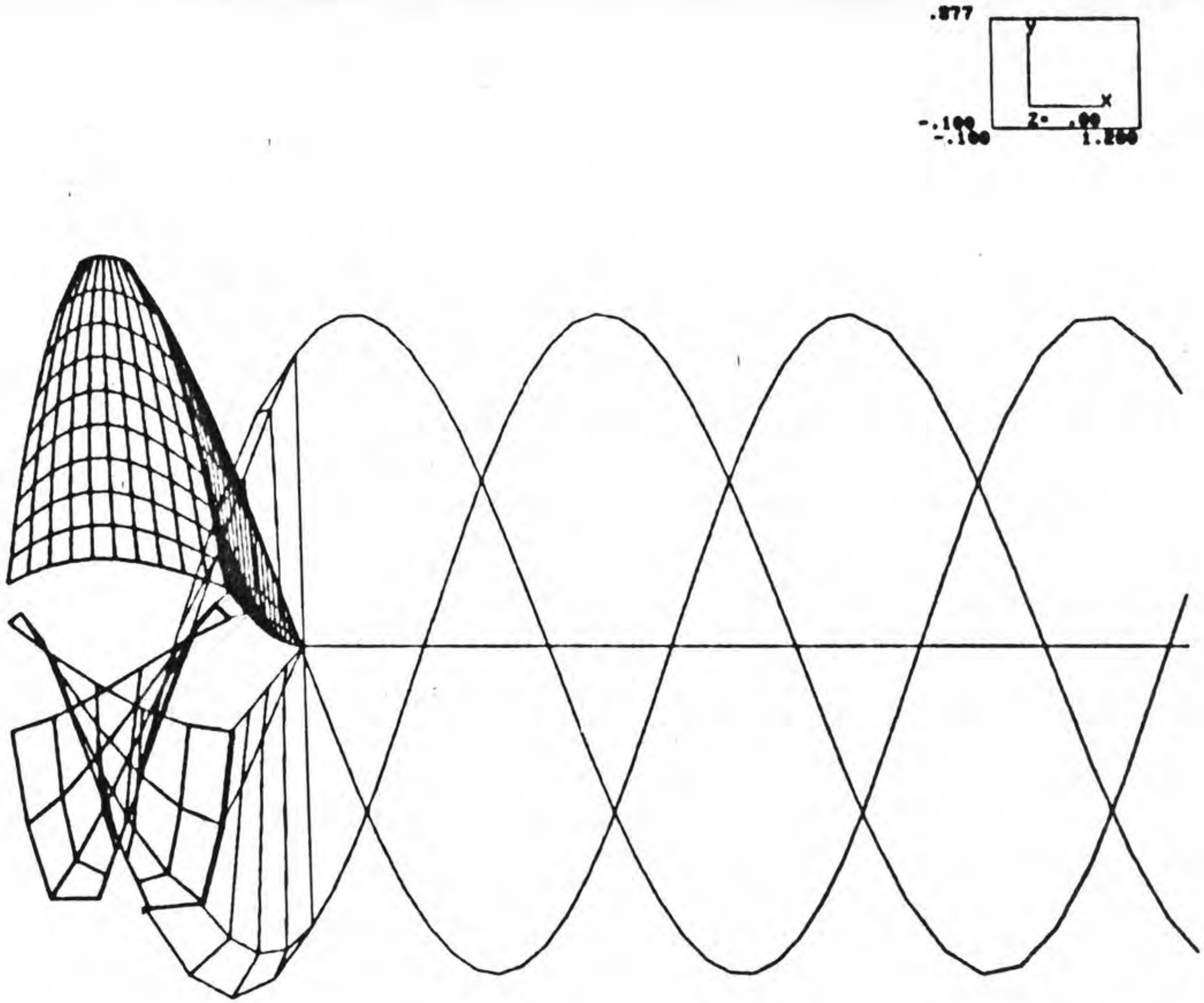




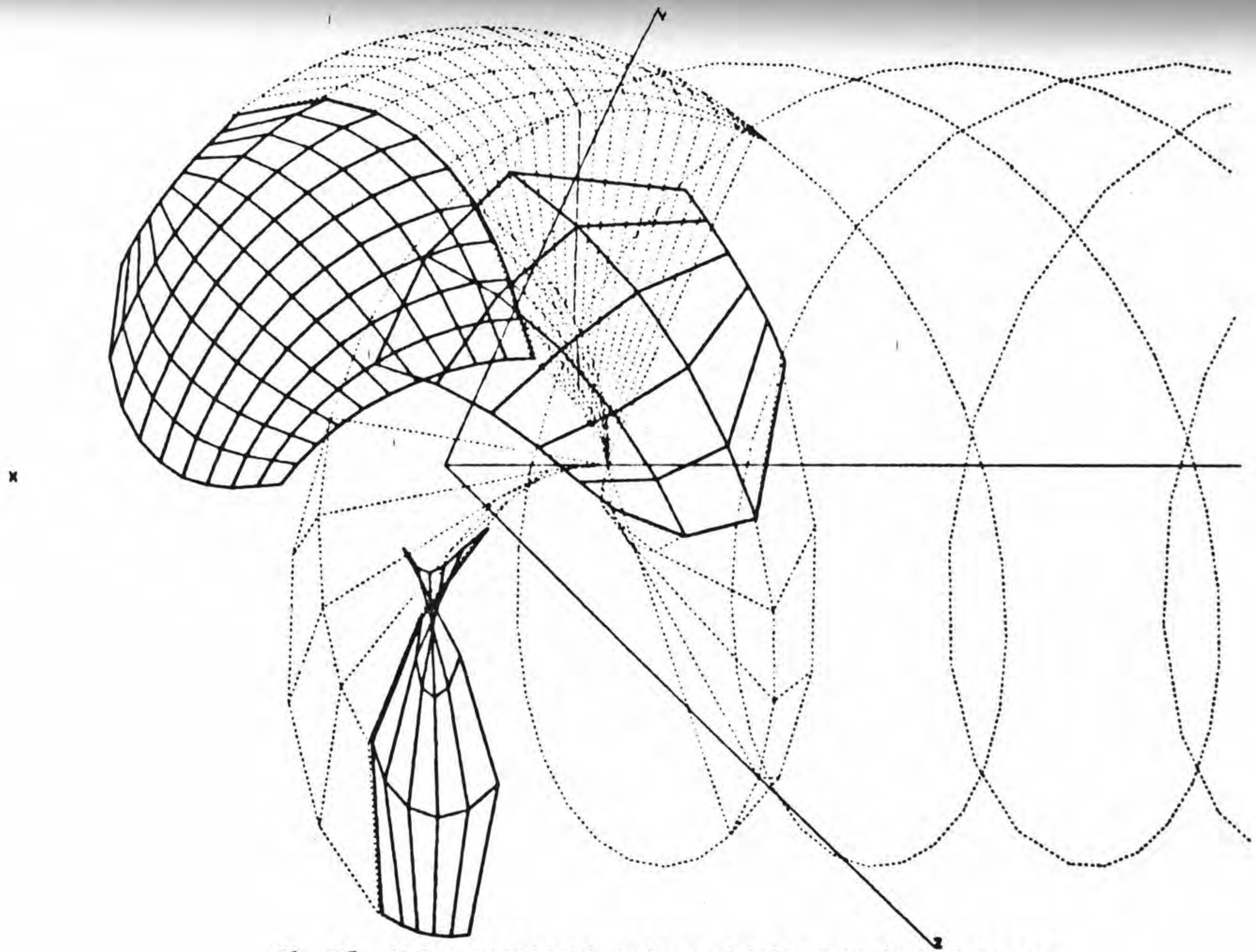
Sl. 16 Nacrt modela propelera i traga



Sl. 17 Tlocrt modela propelera i traga



Sl. 18 Bokocrt modela propelera i traga



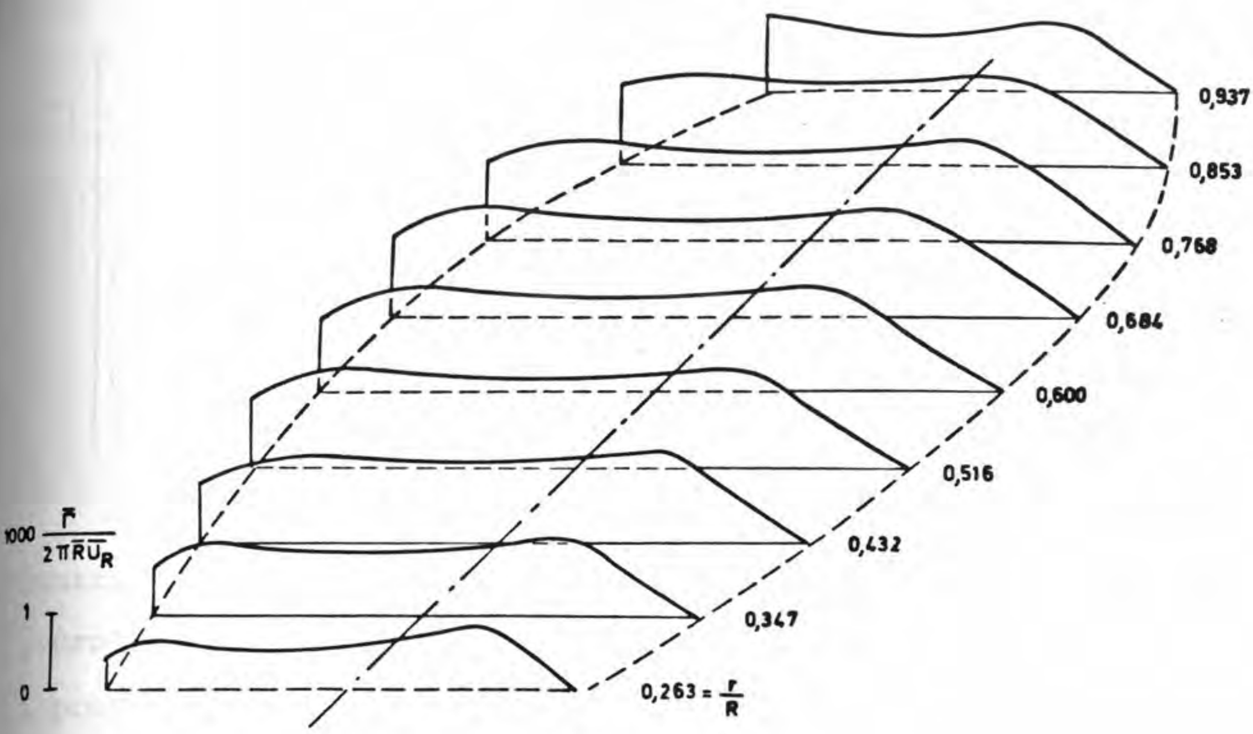
Sl. 19 Aksonometrijski prikaz modela propelera i traga

*** TER NSP-1 BVP ***

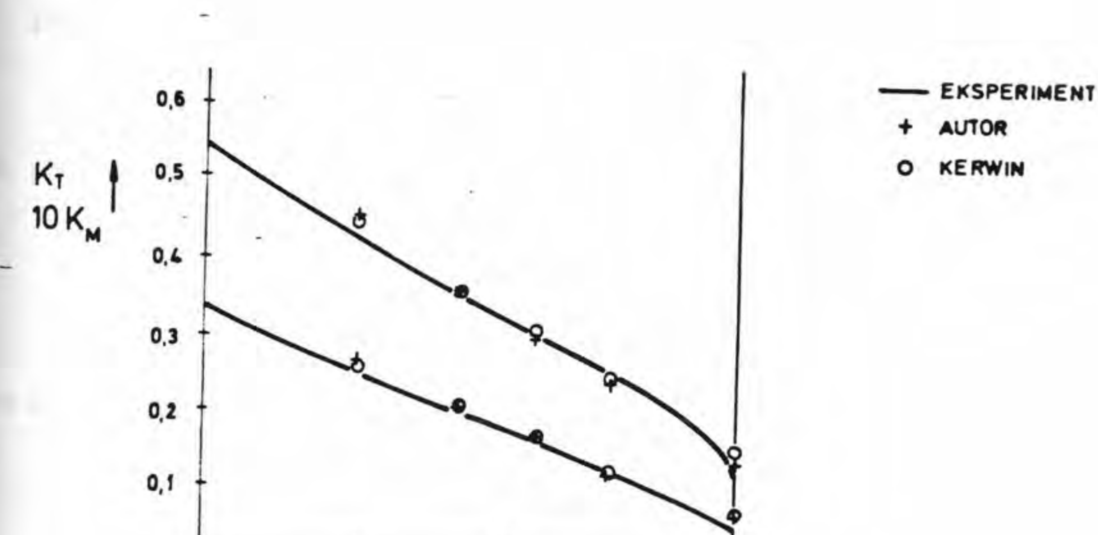
INTENZITETI DISKRETIZIRANIH VRTLOGA
BEZDIMENZIONALNI GAMA*1000.

R/R0	0.025	0.125	0.225	0.325	0.425	0.525	0.625	0.725	0.825	0.925 OD C	GAMA
0.263	0.40	0.62	0.57	0.54	0.53	0.55	0.61	0.76	0.81	0.35	5.74
0.347	0.62	0.91	0.87	0.83	0.82	0.82	0.88	0.99	0.97	0.41	8.12
0.432	0.76	1.11	1.08	1.04	1.02	1.03	1.07	1.16	1.06	0.45	9.78
0.516	0.88	1.26	1.22	1.19	1.17	1.17	1.20	1.27	1.12	0.48	10.95
0.600	0.97	1.35	1.31	1.27	1.25	1.25	1.28	1.34	1.16	0.50	11.67
0.684	1.02	1.39	1.34	1.29	1.26	1.26	1.29	1.37	1.17	0.50	11.90
0.768	1.03	1.36	1.29	1.24	1.21	1.21	1.24	1.31	1.12	0.48	11.48
0.853	1.03	1.20	1.13	1.08	1.05	1.06	1.10	1.15	0.96	0.41	10.17
0.937	0.99	0.90	0.80	0.74	0.72	0.76	0.84	0.90	0.76	0.33	7.75

Tabela 1. Intenziteti vezanih vrtloga - rješenje hidrodinamičkog modela propelera



Sl. 20 Raspodjela intenziteta bezdimenzionih vrtloga za projektni J = 0,833



Sl. 21 Usporedba eksperimentalno dobivenog dijagrama slobodne vožnje i teoretski proračunatog

Tabela 2: Usporedba eksperimentalnih i proračunatih vrijednosti dijagrama slobodne vožnje

	K_T			$10K_M$		
J	autor	eksperiment	Kerwin	autor	eksperiment	Kerwin
0,6	0,2659	0,25	0,2555	0,4489	0,4167	0,4389
0,733	0,1977	0,1922	0,1944	0,3515	0,3478	0,3555
0,833	0,1516	0,1555	0,1555	0,2859	0,2911	0,30
0,933	0,1096	0,1111	0,1167	0,2235	0,2444	0,2355
1,1	0,0450	0,0311	0,05	0,118	0,1022	0,1355

Sl. 21 prikazuje eksperimentalne podatke. Podudarnost proračunatih i eksperimentalnih poriva i momenta je odlična u širokom području koeficijenta napredovanja oko projektnog. Za prevelike i premale koeficijente napredovanja ovaj model nije prihvatljiv, jer ne modelira separaciju graničnog sloja, do koje dolazi uslijed velikih upadnih kuteva. Kako to područje koeficijenata napredovanja nije često iskorišteno, nemogućnost njenog modeliranja ne predstavlja veliki nedostatak.

8.3 Rezultati numeričkog testa propelera u nehomogenom strujnom polju

Nestacionarno ponašanje testirano je u nehomogenom sustrujnom polju, danom donjim izrazom relativno u odnosu na brzinu broda

$$\frac{v}{V} = a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(n\theta) + b_n \sin(n\theta)$$

Fourier-ovi koeficijenti a_n i b_n dani su u tabeli 3 (uzeto iz /17 /).

Tabela 3 Fourier-ov koeficijenti brzine nastrujavanja

r/R \ n	0,25		0,35		0,45		0,55	
	a_n	b_n	a_n	b_n	a_n	b_n	a_n	b_n
0	1,000		1,000		1,000		1,0000	
1	0,0000	0,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	C,000
2	0,0047	0,0286	0,0084	0,0340	-0,0014	-0,0260	-0,0217	0,0103
3	0,0488	-0,1387	0,0529	-0,2032	0,0386	-0,2186	0,0169	-0,2103
4	0,0023	-0,0950	0,0067	-0,1539	0,0126	-0,1796	1.0169	-0,1882

r/R \ n	0,65		0,75		0,85		0,95	
	a_n	b_n	a_n	b_n	a_n	b_n	a_n	b_n
0	1,0000		1,0000		1,0000		1,000	
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	-0,0299	0,0024	-0,0226	0,0040	-0,0064	0,0089	0,0021	0,0077
3	0,0025	-0,2070	0,0015	-0,2200	0,0081	-0,2439	0,0091	-0,2518
4	0,0139	-0,1945	0,0048	-0,2110	-0,0031	-0,2230	-0,0128	-0,2356

Vrijednosti bezdimenzionalne cirkulacije osnovnog krila za svakih 6^{o} okreta propelera prikazane su na sl.22 do sl.36 .

Program za proračun nestacionarnih sila iskorišten je za prognozu obodne varijacije aksijalne sile i momenta. Na sl.37 grafički je prikazano varijacija sile i momenta jednog krila tokom jednog okretaja propelera a na sl.38 svih krila.

8.4 Utjecaj srpa i nagiba na veličinu oscilacija sila i momenata

Za analizu utjecaja srpa i nagiba krila na veličinu oscilacija sile poriva i momenta ispitana su pet propelera, izvedena iz osnovnog propelera br. 4118 sa varijacijom srpa od 36^{o} i 72^{o} i varijacijom maksimalnog relativnog nagiba x_g/D =0,0942 i 0,1790.

Tabela 4 prikazuje radijalni raspored srpa i nagiba tih propelera (svi ostali parametri su ostali nepromjenjeni)

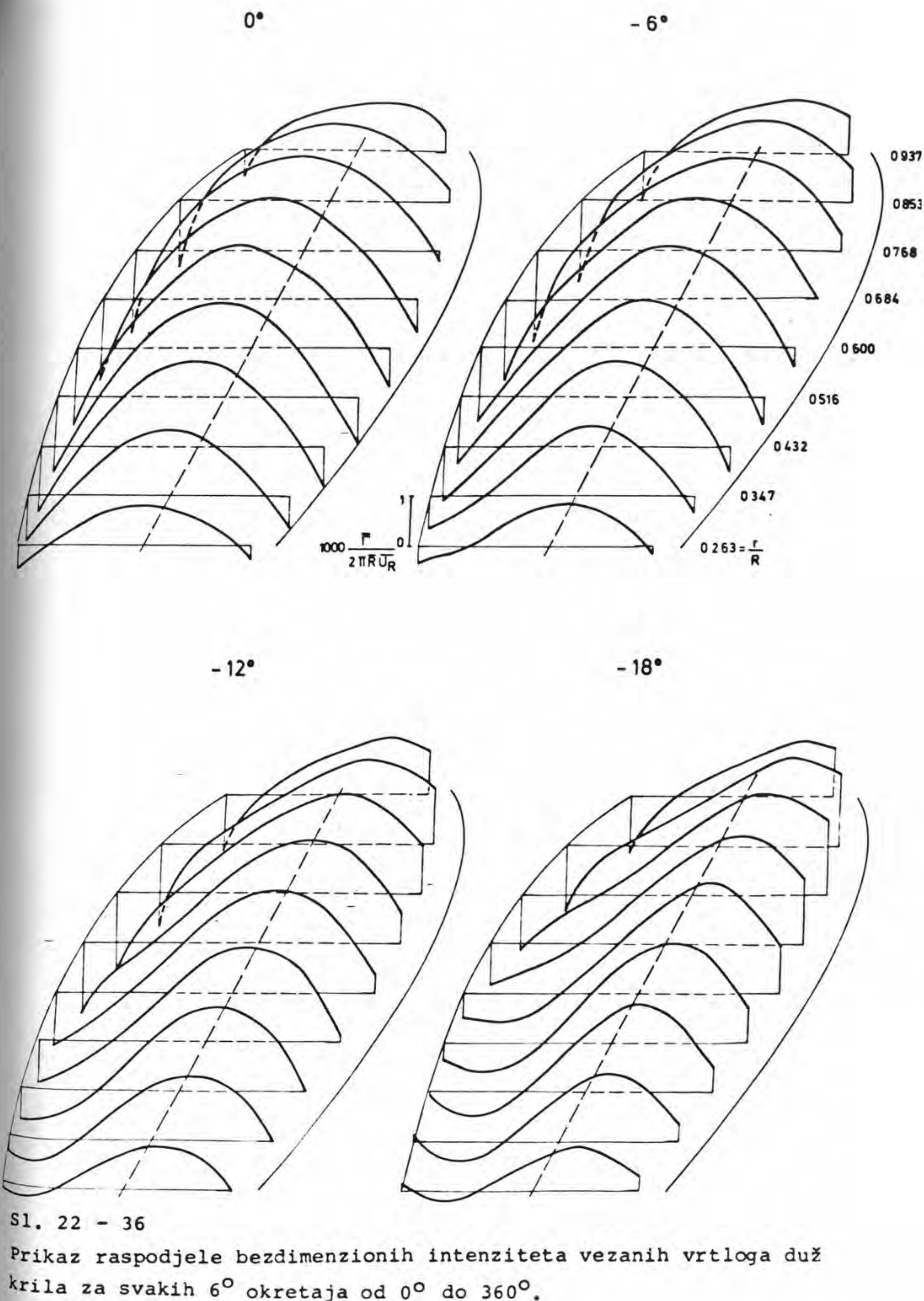
Tabela 4

propeler	x_g/D	Θ_g
1	0,0	36^o
2	0,0	72^o
3	0,0942	36^o
4	0,0946	36^o
5	0,1790	72^o

Sl. 38 prikazuje varijaciju sile poriva i tokom jednog okretaja propelera za svih pet propelera.

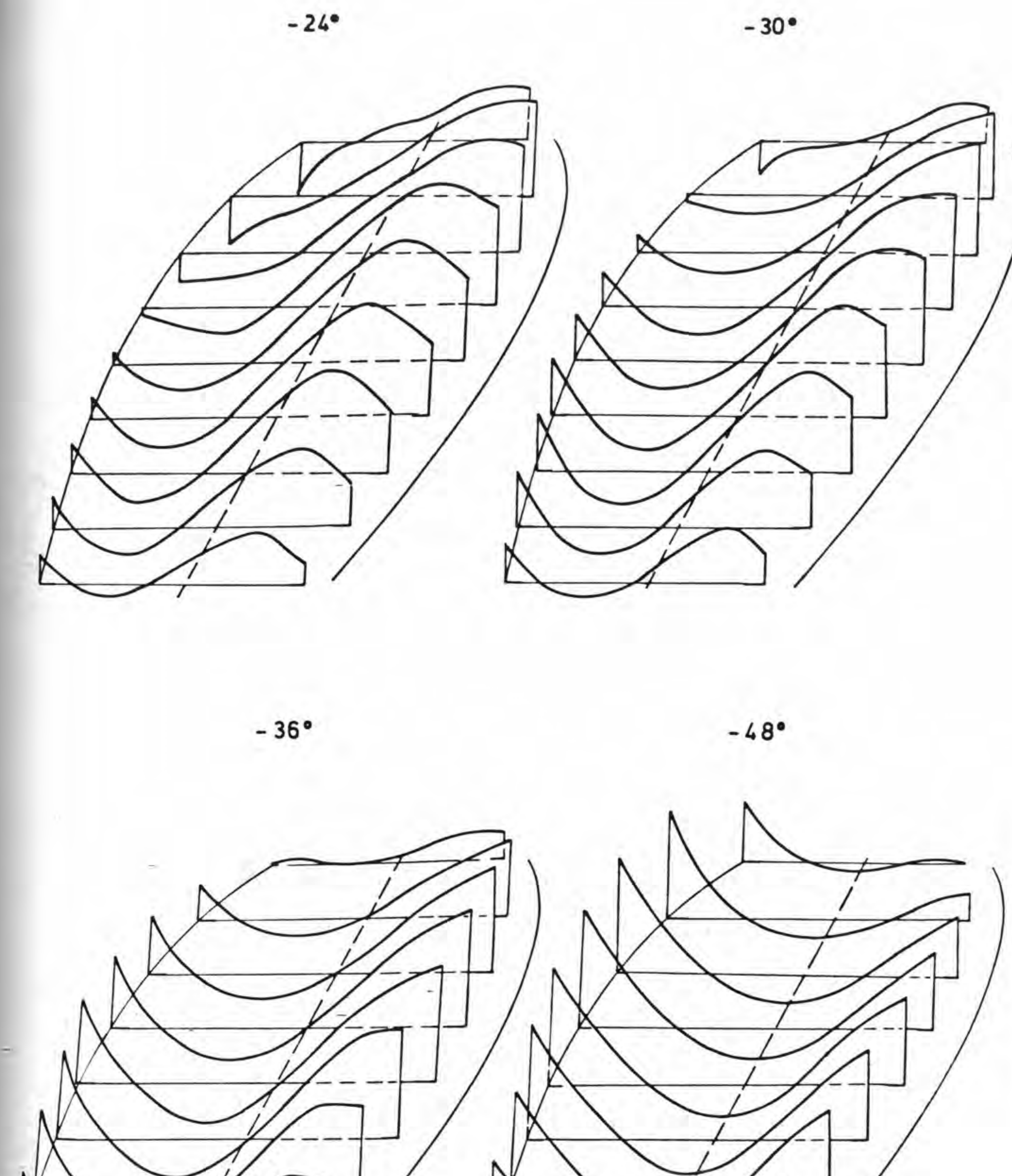
Utjecaj srpa na varijaciju sile poriva je velik. Srp od 72^o smanjuje varijaciju poriva na 38% varijacije poriva propelera bez srpa.

Utjecaj nagiba nije značajan, jer proračun nije obuhvatio aksijalno promijenjivo polje nastrujavajučih brzina.

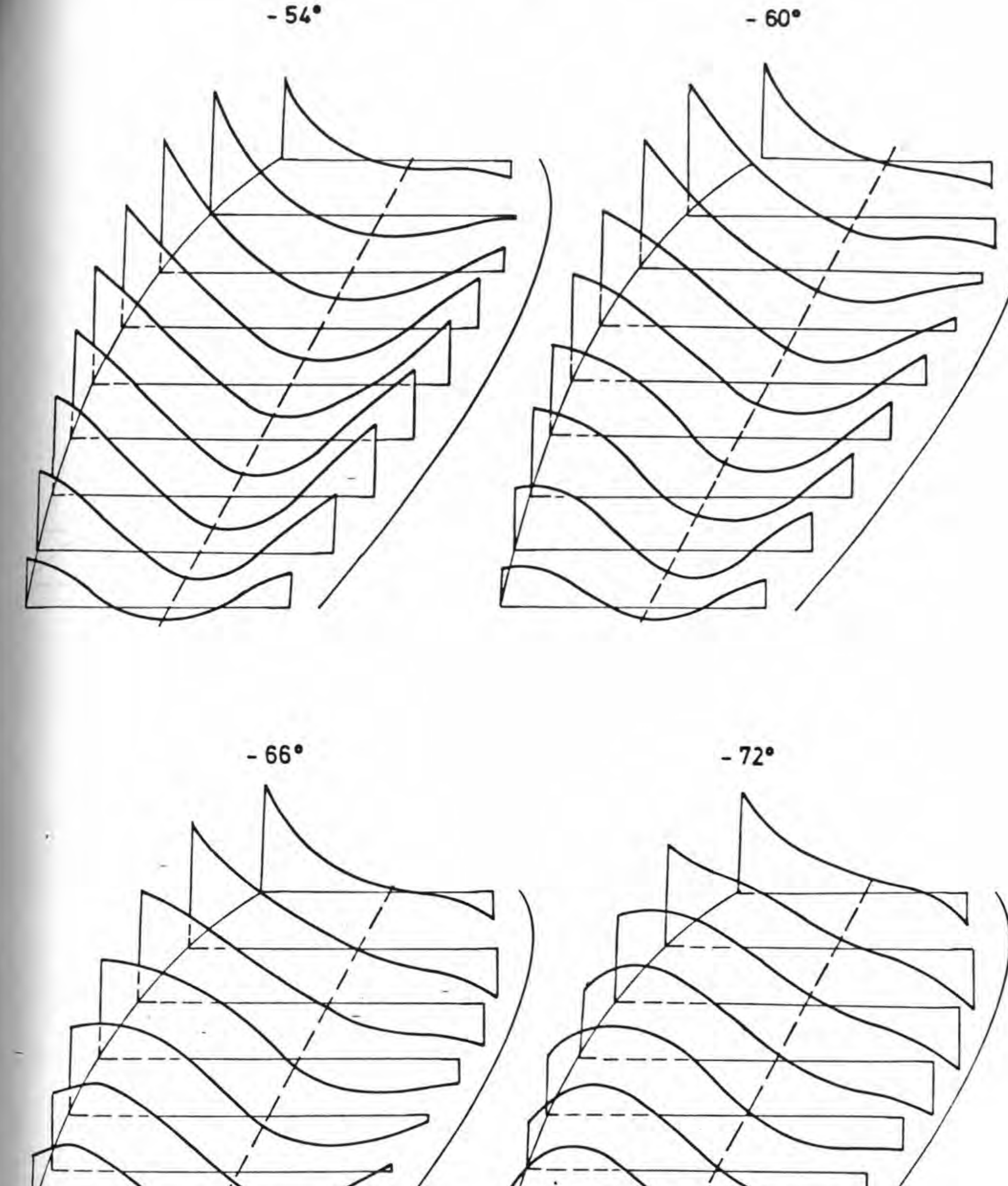


Sl. 22 - 36

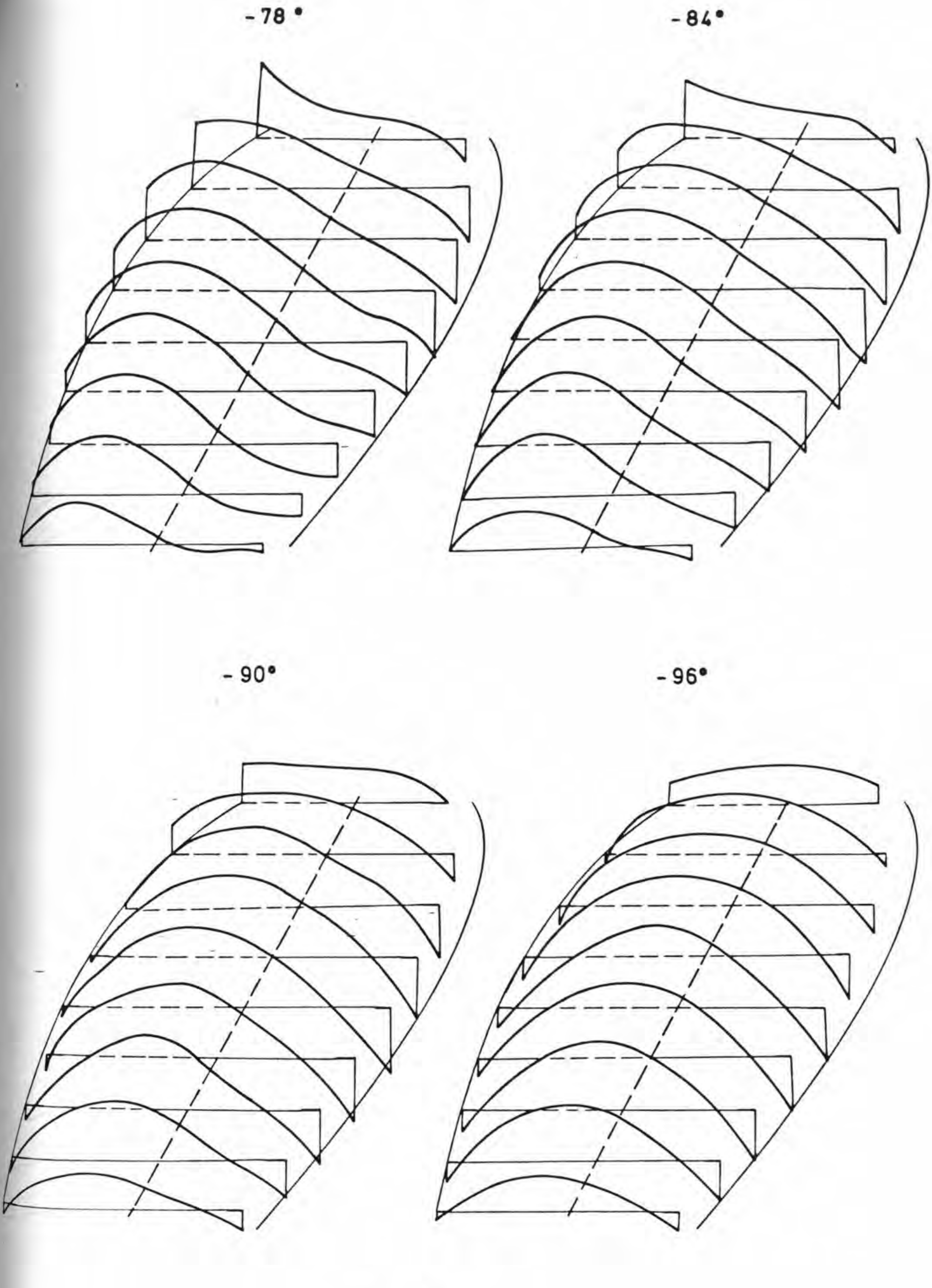
Prikaz raspodjele bezdimenzionih intenziteta vezanih vrtloga duž krila za svakih 6° okretaja od 0° do 360°.



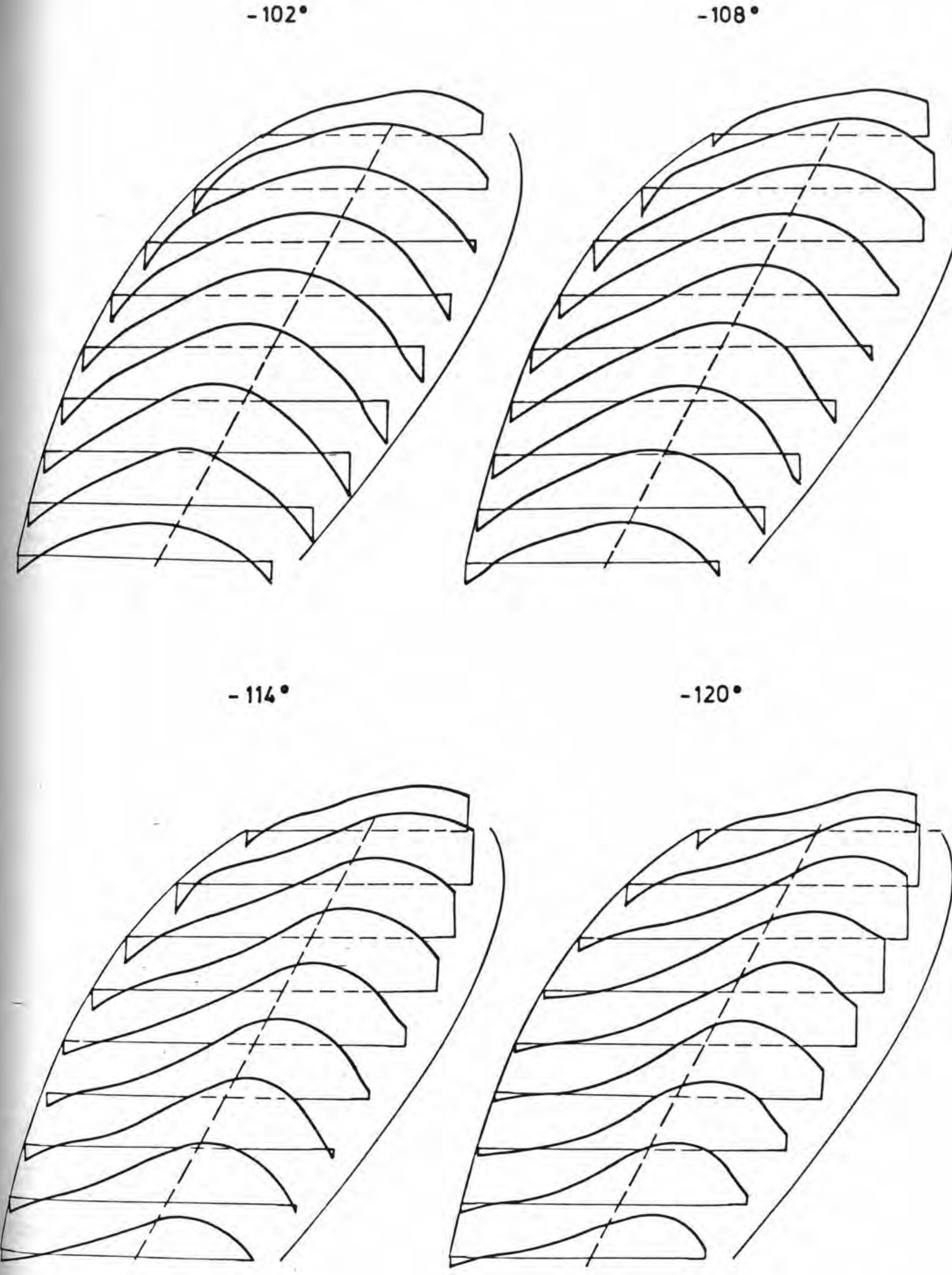
Sl. 23



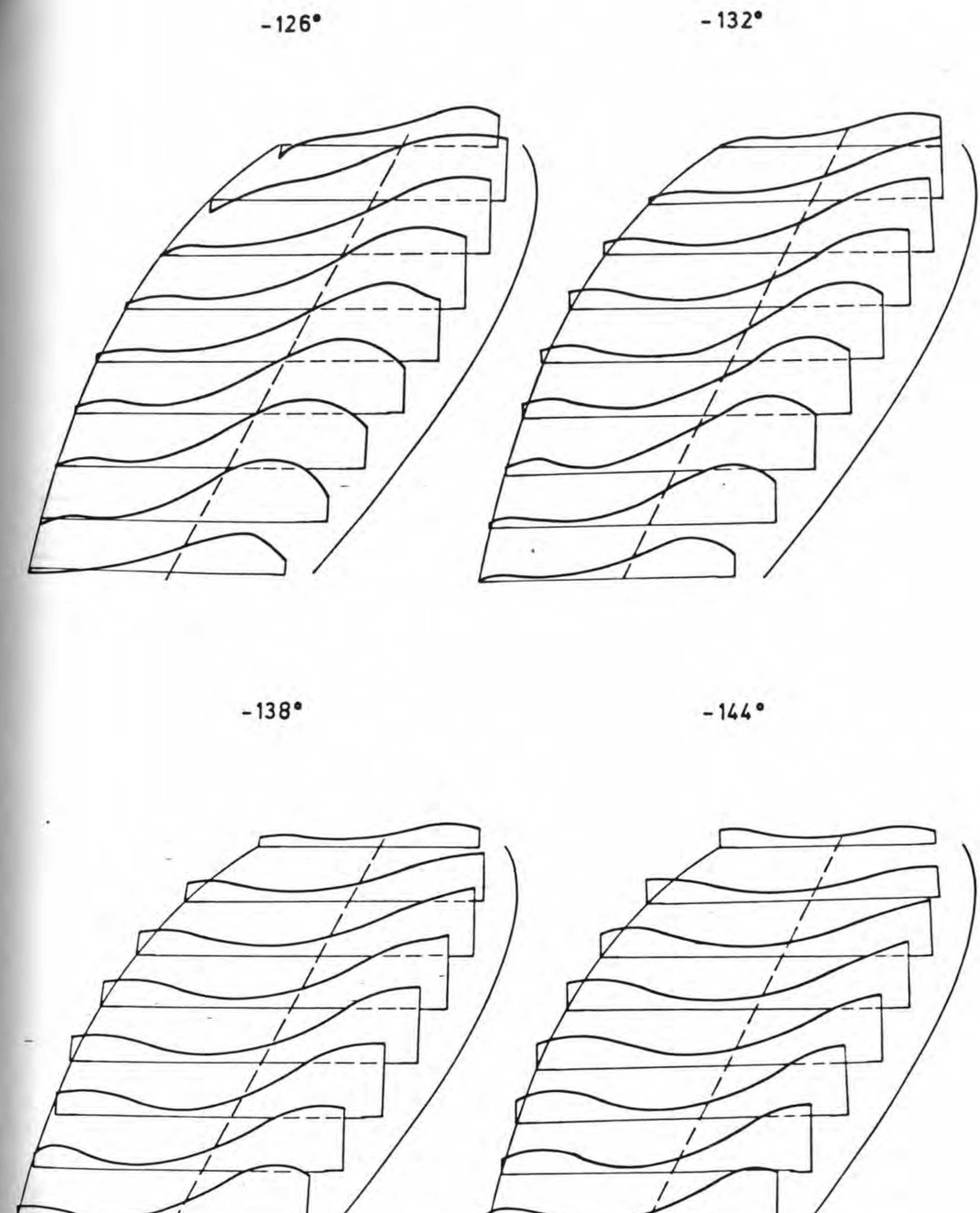
Sl. 24



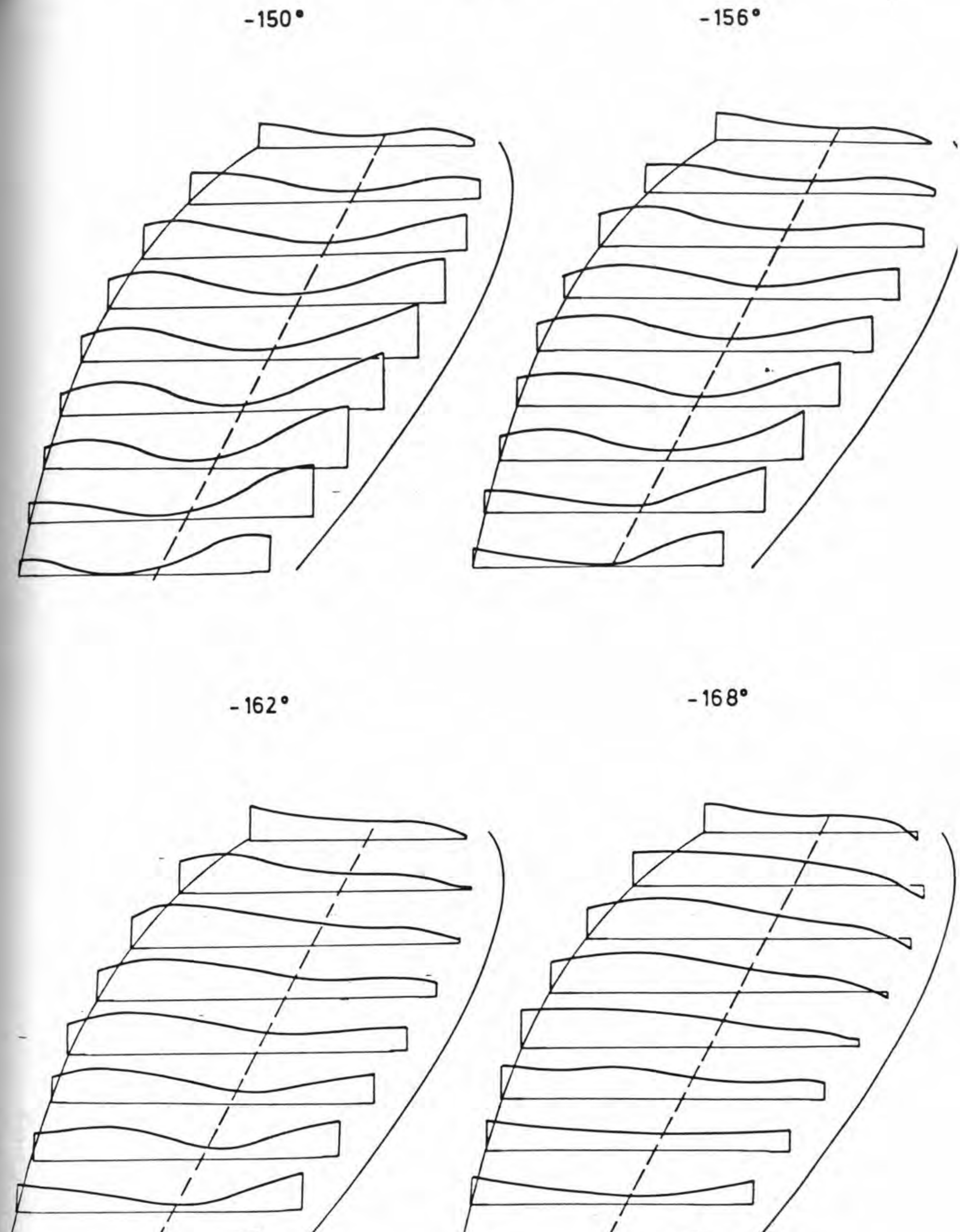
Sl. 25



Sl. 26

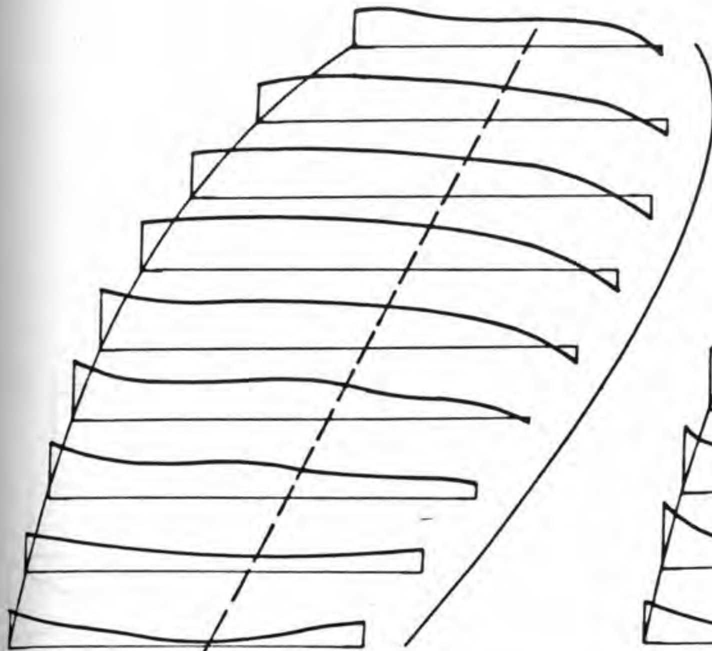


Sl. 27

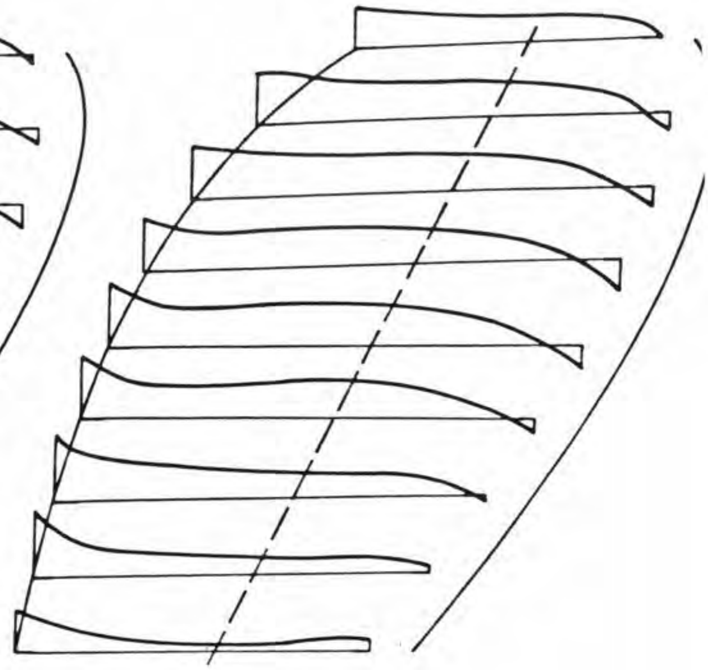


Sl. 28

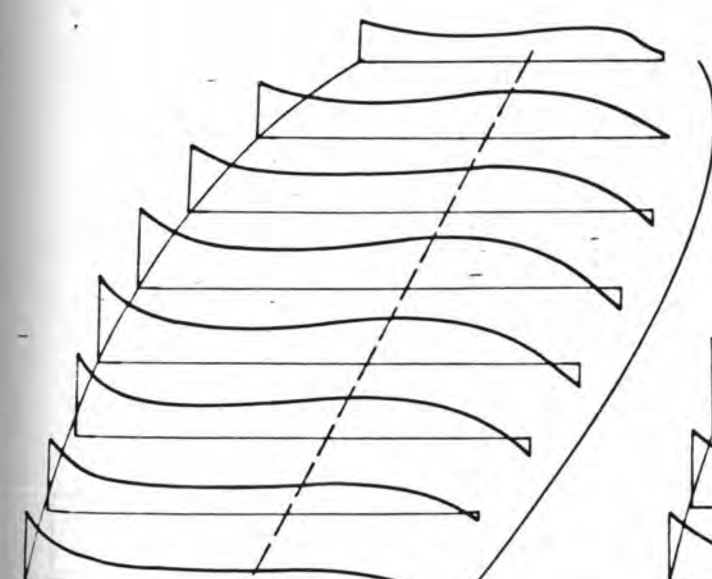
-174°



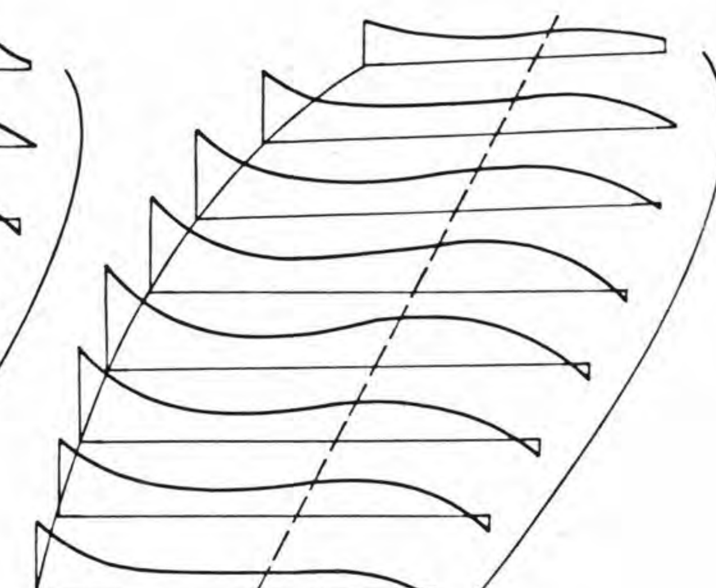
-180°



-186°

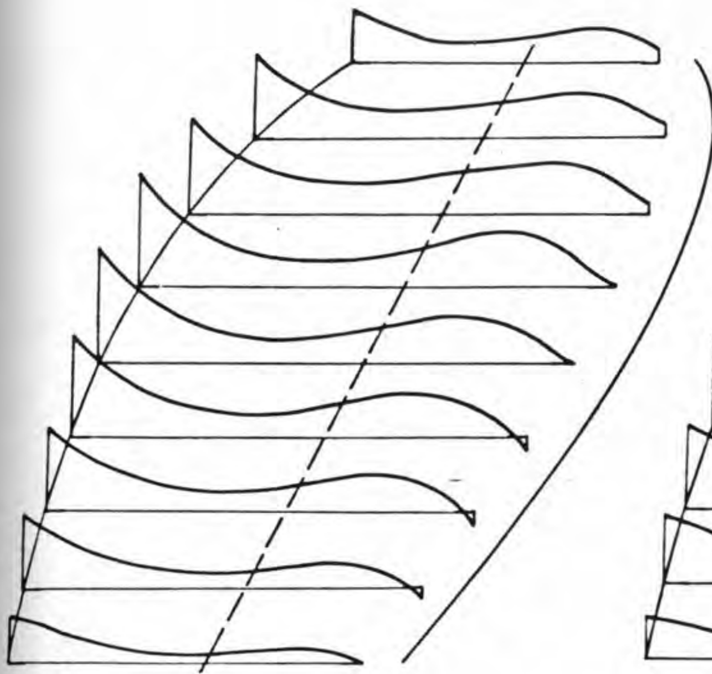


-192°

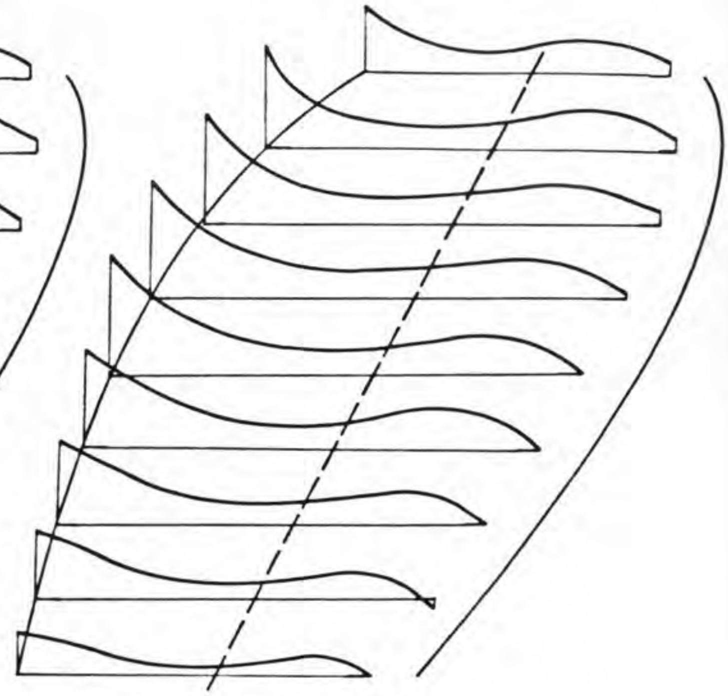


Sl. 29

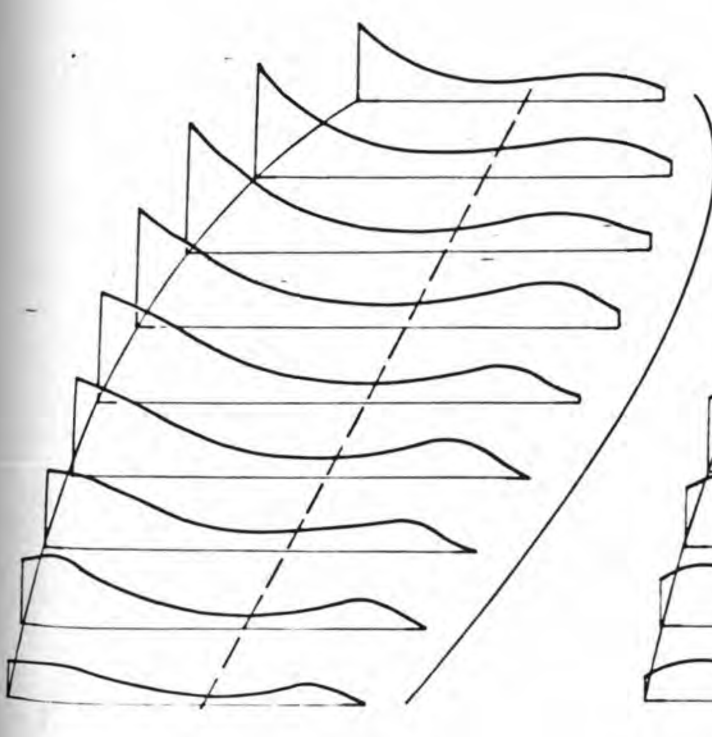
- 198°



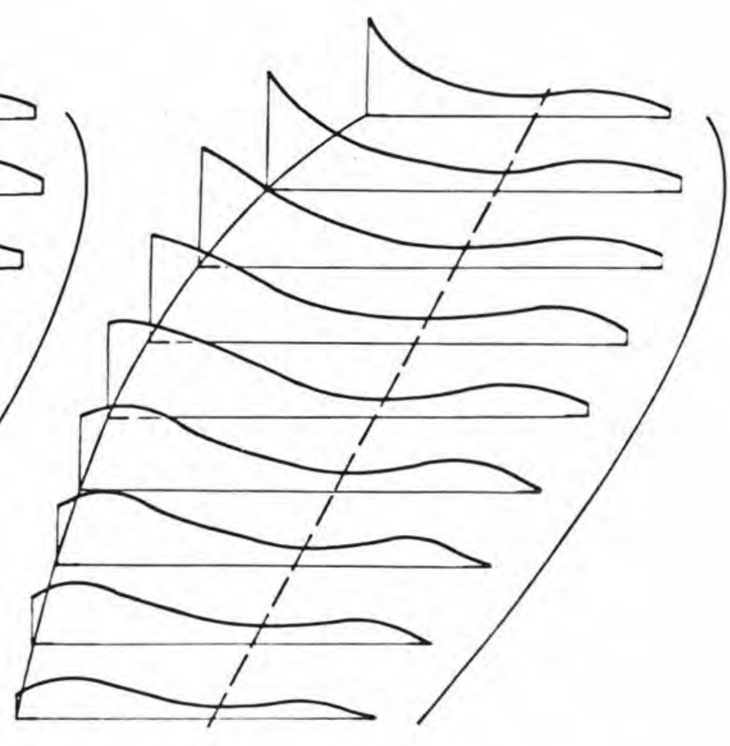
-204°



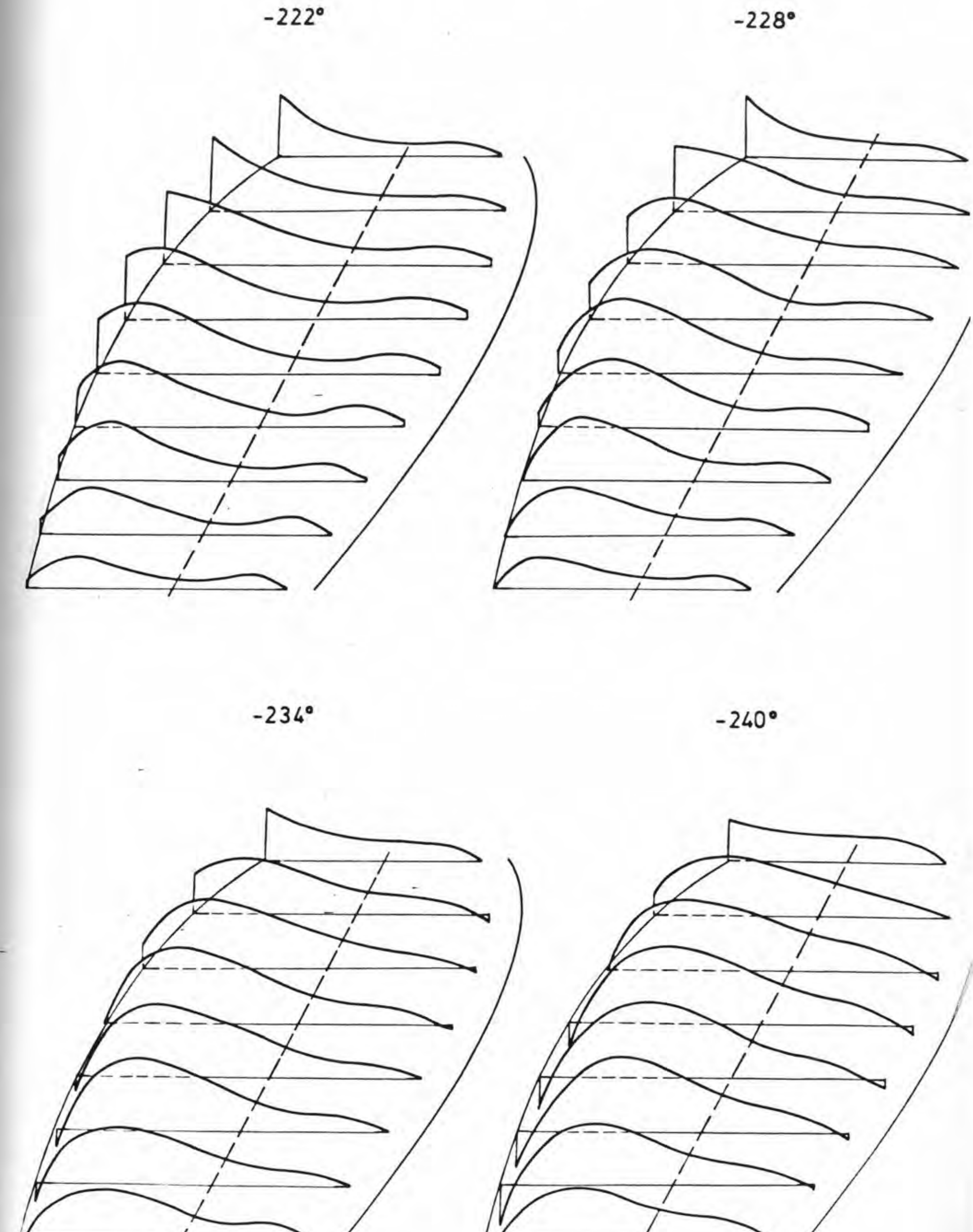
-210°



-216°

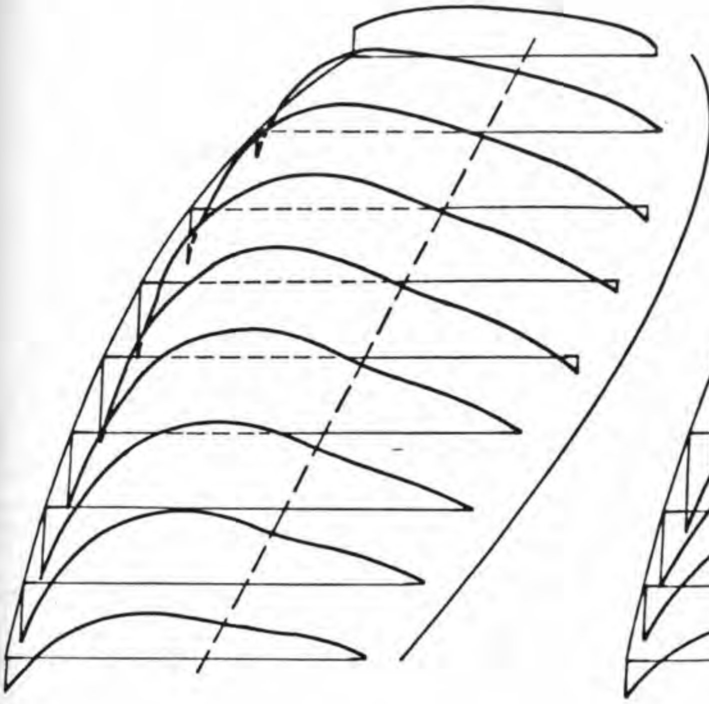


Sl. 30

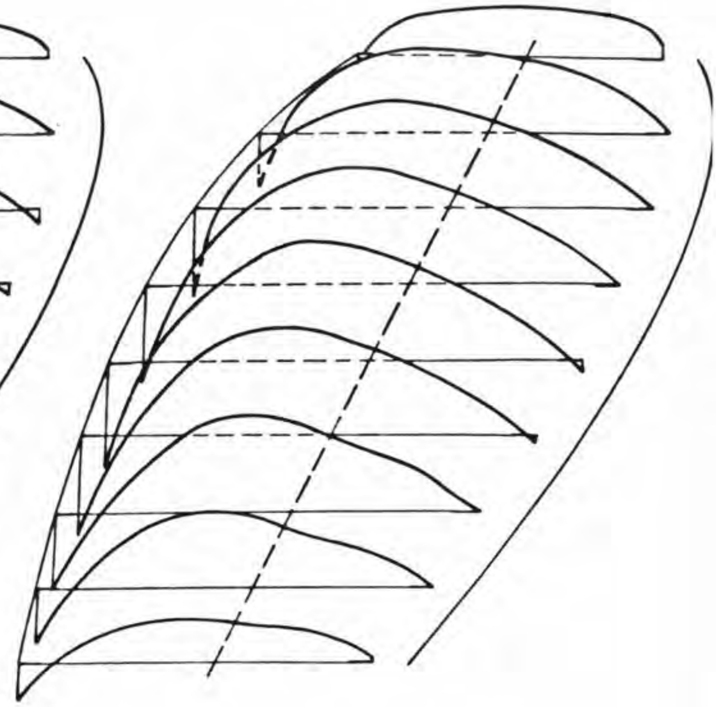


Sl. 31

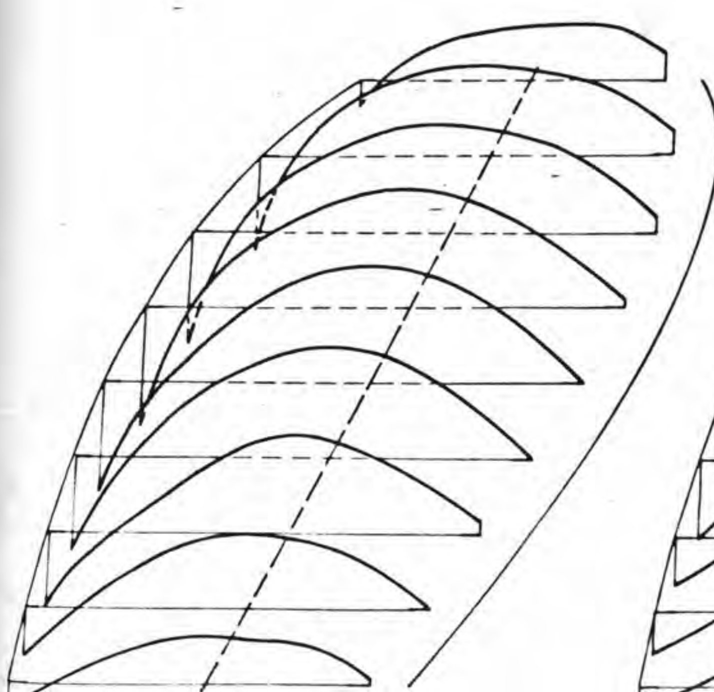
-246°



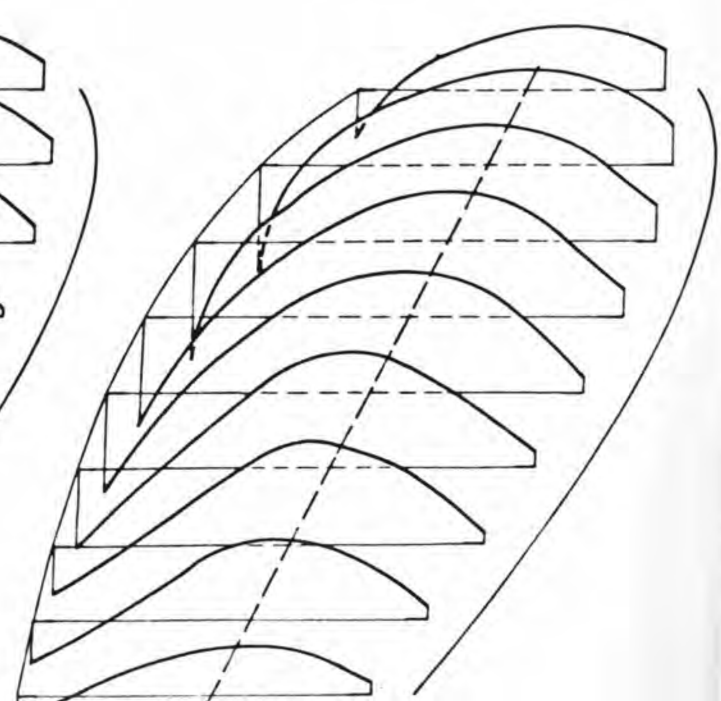
-252°



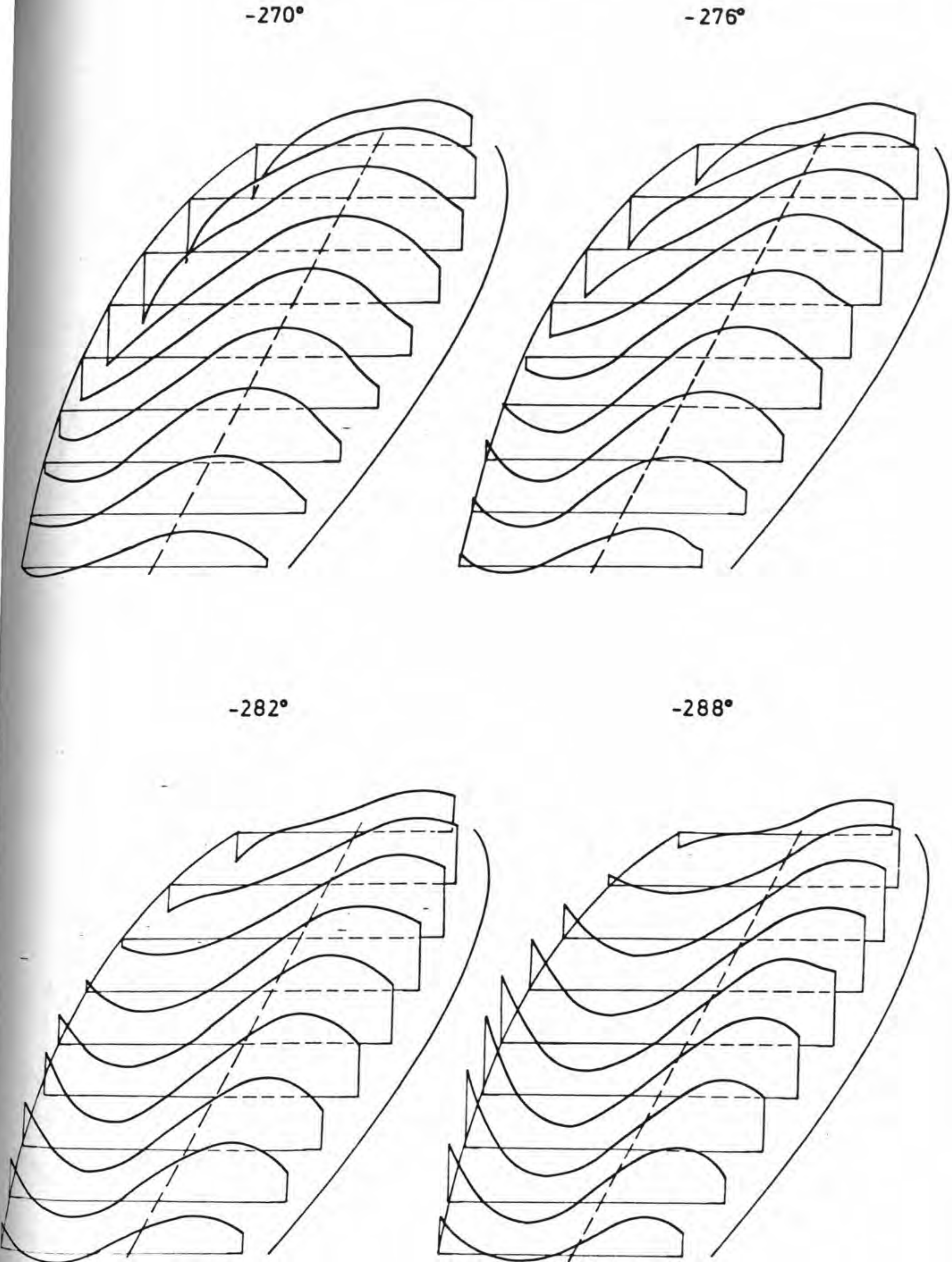
-258°



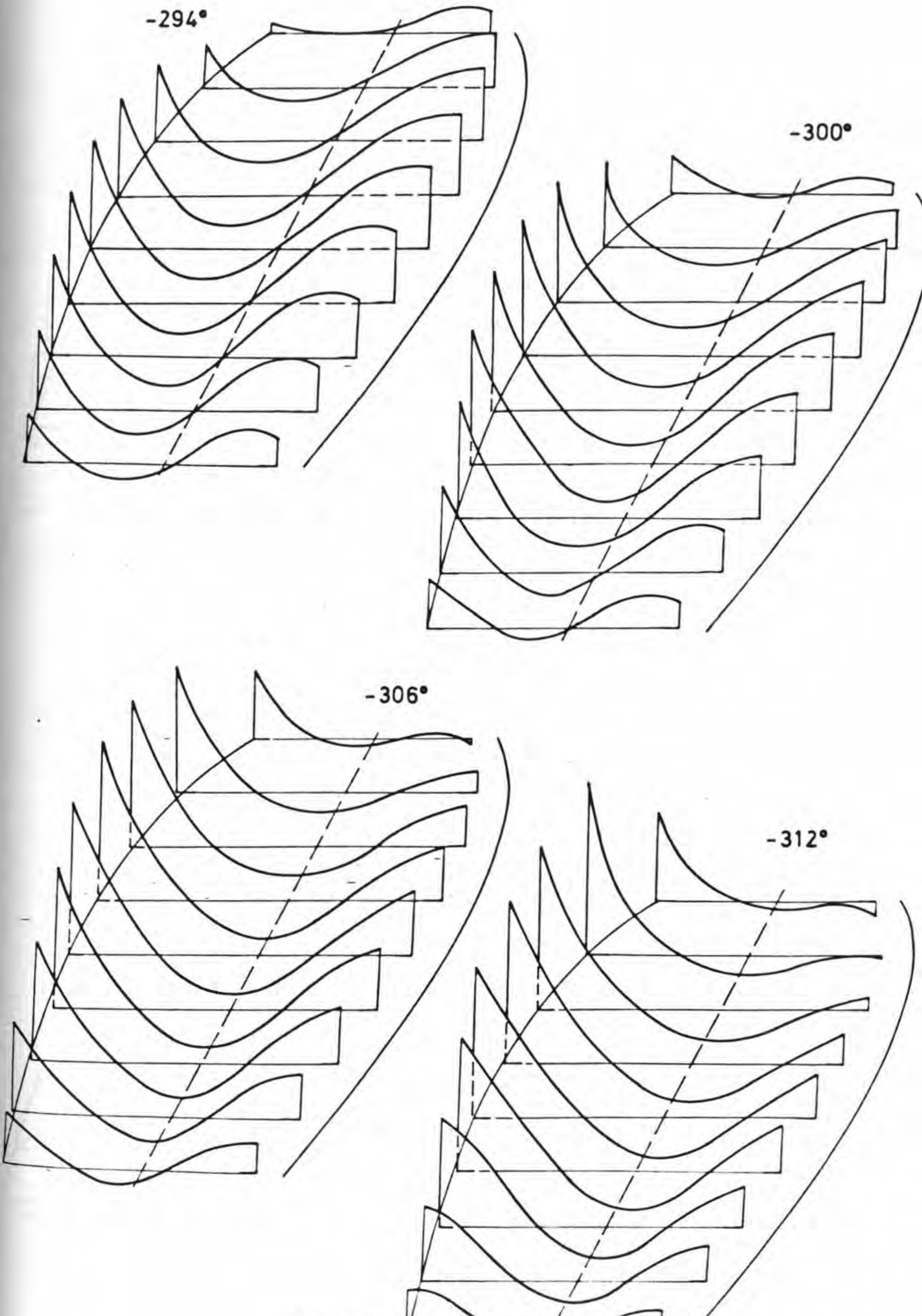
-264°



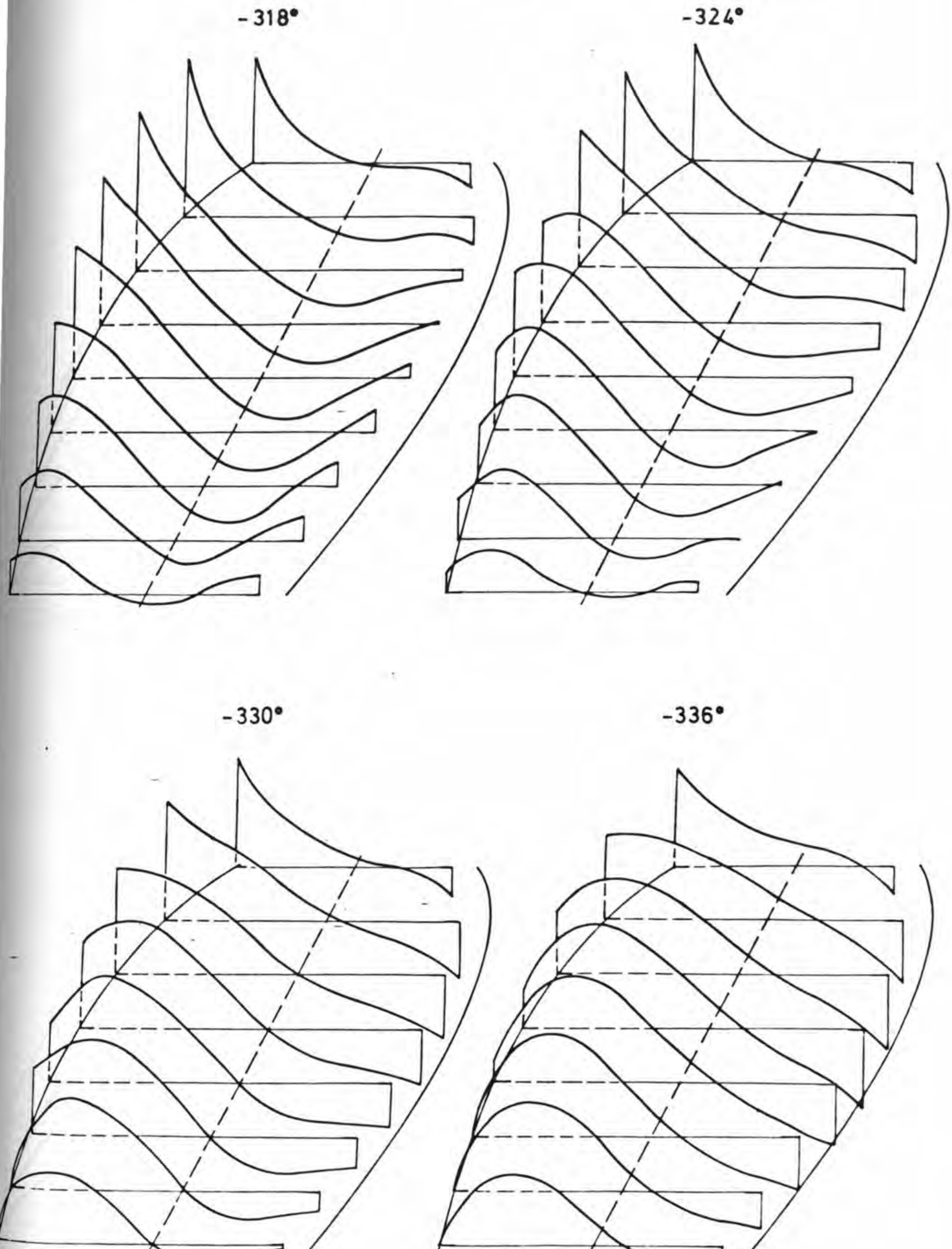
Sl. 32



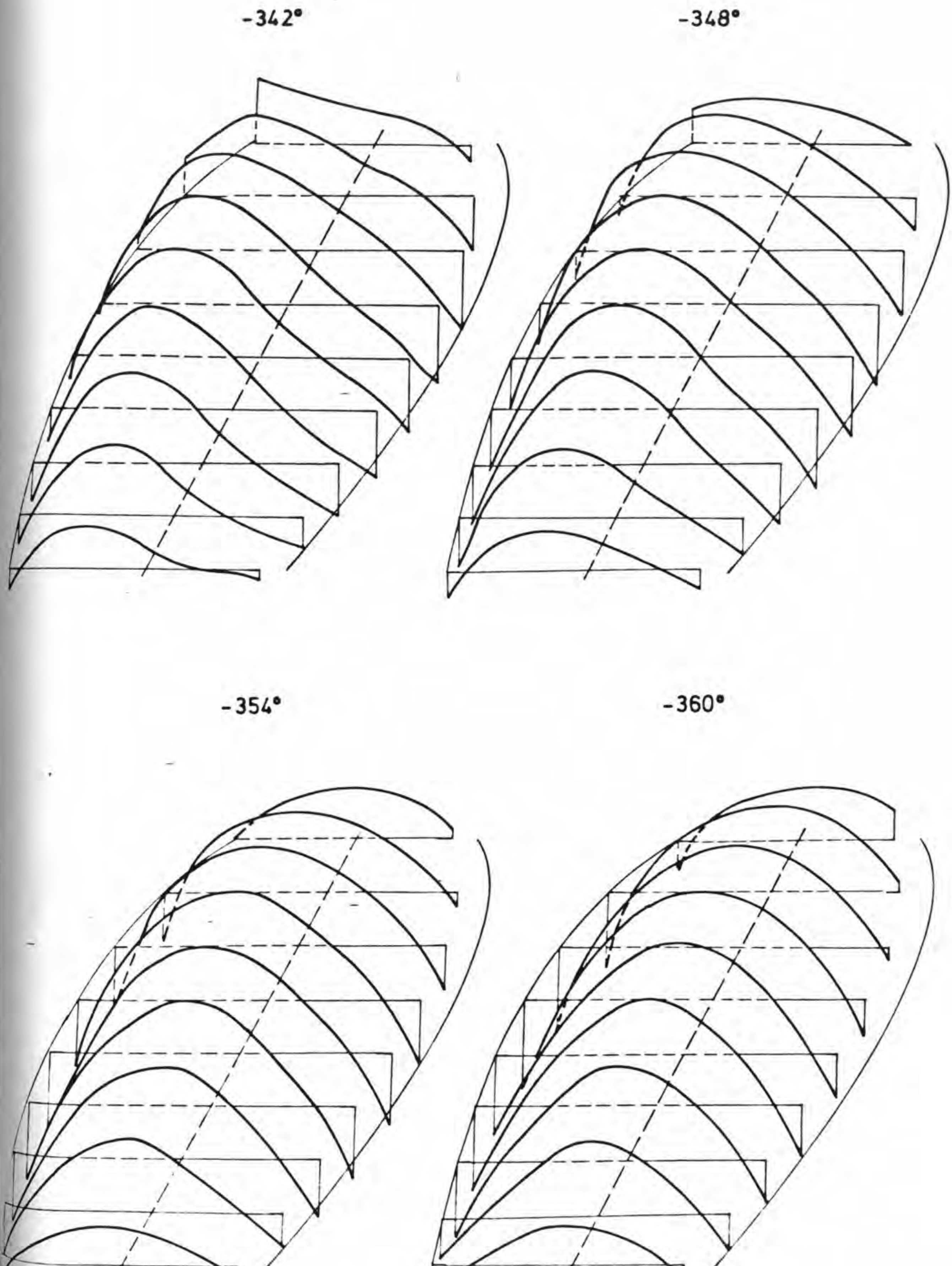
Sl. 33



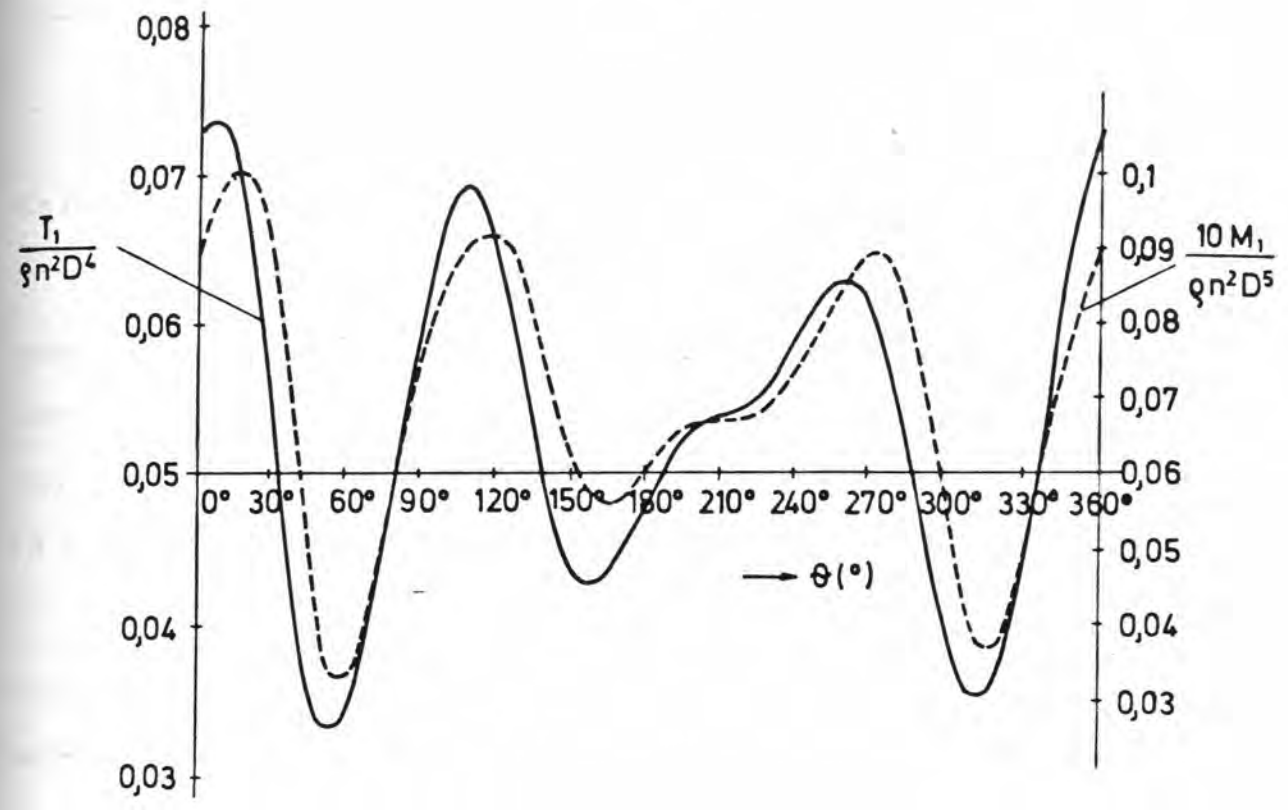
Sl. 34



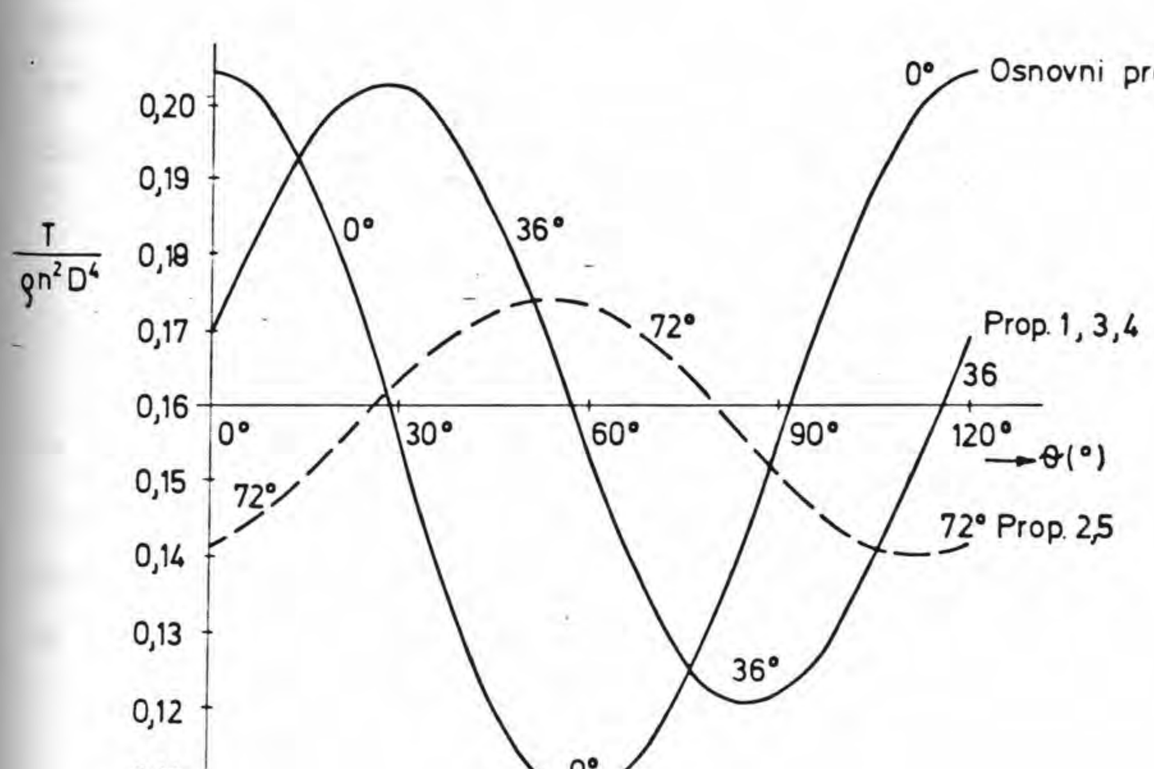
Sl. 35



Sl. 36



Sl. 37 Varijacija sile poriva i momente jednog krila tokom jednog okretaja osnovnog propelera



Sl. 38 Varijacija sile poriva za propelere raznih srpova i nagiba

DODATAK I FORMIRANJE SISTEMA JEDNADŽBI ZA ODREDJIVANJE INTENZITETA VEZANIH VRTLOGA OSNOVNOG KRILA

I-1 Uvod

U glavama 3 i 4 opisan je način modeliranja rada propelera panelima krila i traga na čijim rubovima su smješteni linijski izvori (ponori) i vrtlozi. U glavi 5 opisan je postupak odredjivanja intenziteta tih singulariteta za zadanu geometriju propelera i njegove radne uvjete - brzinu nastrujavanja.

U ovom će dodatku biti izvedena ovisnost intenziteta slobodnih vrtloga krila, vezanih i slobodnih vrtloga traga o intenzitetima vezanih vrtloga krila. Konačno bit će izveden sistem linearnih algebarskih jednadžbi za odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga krila.

Odredjivanjem intenziteta vezanih vrtloga krila riješen je problem modeliranja propelera, jer pomoću njih možemo odrediti sve hidrodinamičke karakteristike propelera - uzgon, poriv, potreban moment (vidi glavu 6) za zadane radne uvjete.

I-2 Izvod sistema jednadžbi

U promatranom vremenskom trenutku ukupna inducirana brzina u smjeru $\vec{n}_i$, normale na skeletnicu u i-toj kontrolnoj točki, suma je induciranih brzina svih singulariteta i neometane brzine nastrujavanja. Uvjet nepromočivosti skeletnice 2.2-2 zahtjeva njenu nultu vrijednost.

$$0 = \sum_{m=1}^{M} \left[\sum_{n=1}^{N} v_{VK_{n,m_i}} \Gamma_{VK_{n,m}} + \sum_{n=1}^{N_T} v_{VT_{n,m_i}} \Gamma_{VT} \right] + \sum_{m=1}^{M+1} \left[\sum_{n=1}^{N} v_{SK_{n,m_i}} \Gamma_{SK_{n,m}} + \right. \qquad \text{DI-1}$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,m_i}} \Gamma_{ST_{n,m}} \right] + \vec{n}_i \cdot \left(\vec{v}_i^{\,I} + \vec{v}_i^{\,Q} + \vec{v}_i^{\,0} \right) \quad , \quad i = 1, M(N-1)$$

gdje indeksi označavaju

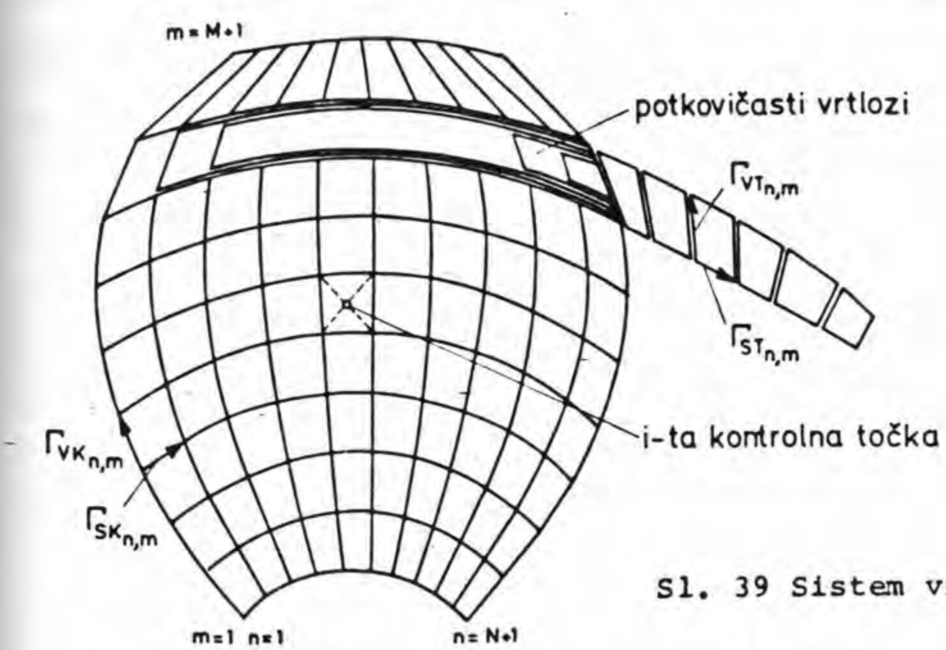
VK,SK,VT,ST - vezane i slobodne vrtloge krila te vezane i slobodne vrtloge traga

I,Q,O - neometanu brzinu nastrujavanja, brzinu induciranu izvorima i brzinu induciranu singularitetima ostalih krila

n,m - obodni i radijalni položaj panela

Simbol $v_{VK_{n,m_i}}$ označava normalnu komponentu brzine inducirane vezanim vrtlogom jediničnog intenziteta (n,m)-tog panela u i-toj kontrolnoj točki (za njen izvod vidi dodatak II).

Sumiranje u jednadžbi DI-1 ide prvo obodno svim panelima osnovnog krila $n = 1,N$ i traga $n = 1,N_T$ a zatim radijalno $m = 1,M$ za vezane vrtloge odnosno $m = 1, M+1$ za slobodne vrtloge.



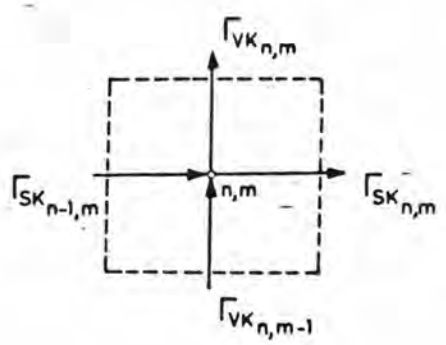
Sl. 39 Sistem vrtloga krila i traga

Nestacionarnost problema očitovat će se u tome što će intenziteti svih vrtloga, te izraz $\vec{n}_i \cdot (\vec{v}_i^I + \vec{v}_i^O)$ biti vremenski promjenjivi. Sistem jednadžbe DI-1 imat će isti oblik za sve promatrane vremenske trenutke. On predstavlja osnovni sistem jednadžbi modeliranja rada propelera sa nepoznanicama $\Gamma_{VK}, \Gamma_{SK}, \Gamma_{VT}, \Gamma_{ST}$. Dalje će biti izvedena ovisnost svih vrtloga o intenzitetima vezanih vrtloga osnovnog krila.

I-3 Ovisnost intenziteta slobodnih vrtloga krila o intenzitetima vezanih vrtloga krila

Intenzitet slobodnih vrtloga krila može se izraziti preko intenziteta vezanih vrtloga krila. Da to dokažemo iskoristit ćemo činjenicu da je polje vrtloga bezizvorno tj. $\mathrm{div}\,\vec{\Gamma}=0$. To znači da je unutar promatranog kontrolnog volumena, dotok vrtloga jednak odtoku vrtloga. Promotrimo volumen ograničen kontrolnom plohom oko vršne točke (n,m)-tog panela.

Pozitivan smjer vrtloga podudara se sa pozitivnim smjerom koordinate. U promatrani kontrolni volumen ulaze slobodni vrtlog $(n-1,m)$-tog panela i vezani vrtlog $(n,m-1)$-og panela a izlaze (n,m)-ti vezani i slobodni vrtlog. Njihova suma u smjeru vanjske normale na kontrolnu plohu mora biti jednaka nuli.



Sl. 40 Protok vrtložnih linija kroz plohu koja sadrži (n,m)-ti vrh panela

$$-\Gamma_{SK_{n-1,m}}-\Gamma_{VK_{n,m-1}}+\Gamma_{VK_{n,m}}+\Gamma_{SK_{n,m}}=0$$

Slijedi $\Gamma_{SK_{n,m}}=\Gamma_{VK_{n,m-1}}-\Gamma_{VK_{n,m}}+\Gamma_{SK_{n-1,m}}$

Iskoristimo li isti izraz za $\Gamma_{SK_{n-1,m}}$ dobit ćemo

$$\Gamma_{SK_{n,m}} = \Gamma_{VK_{n,m-1}} - \Gamma_{VK_{n,m}} + \Big\{ \Gamma_{VK_{n-1,m-1}} - \Gamma_{VK_{n-1,m}} + \Big[\Gamma_{VK_{n-1,m-1}} - \Gamma_{VK_{n-2,m}} \Big] + \cdots\cdots + \big(\Gamma_{VK_{1,m-1}} - \Gamma_{VK_{1,m}} \big) \Big] \Big\}$$

te konačno

$$\Gamma_{SK_{n,m}} = \sum_{\ell=1}^{n} \left(\Gamma_{VK_{\ell,m-1}} - \Gamma_{VK_{\ell,m}} \right) \qquad \text{DI-2}$$

Izrazom DI-2 odredjen je intenzitet slobodnog vrtloga krila preko razlike sume svih uzvodnih vezanih vrtloga krila $(m-1)$-og reda panela i m-tog reda panela.

I-4 Intenzitet prvog vezanog vrtloga traga

Intenzitet prvog vezanog vrtloga traga možemo izraziti preko intenziteta svih preostalih vrtloga na promatranom radijusu koristeći Kelvin-ov teorem o nultoj ukupnoj vrtložnosti.

$$\sum_{n=1}^{N} \Gamma_{VK_{n,m}} + \sum_{n=1}^{N_T} \Gamma_{VT_{n,m}} = 0 \quad , \quad m = 1,M$$

dakle

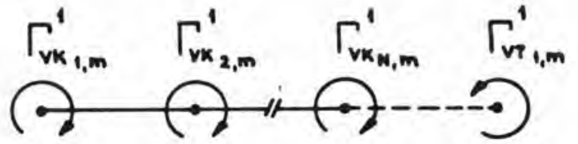
$$\Gamma_{VT_{1,m}} = -\sum_{n=1}^{N} \Gamma_{VK_{n,m}} - \sum_{n=2}^{N_T} \Gamma_{VT_{n,m}} \quad , \quad m = 1,M \qquad \text{DI-3}$$

I-5 Ovisnost intenziteta vezanih vrtloga traga o intenzitetima vezanih vrtloga krila

Intenzitete vezanih vrtloga traga možemo izraziti preko ukupne cirkulacije na promatranom radijusu krila u različitim vremenskim trenucima, koristeći činjenicu da njih struja odnosi nizvodno nepromjenjenih intenziteta. Označimo s $\Gamma^{j}_{VK_{n,m}}$ i $\Gamma^{j}_{VT_{n,m}}$ intenzitete vezanih vrtloga krila i traga (n,m)-tog panela krila, odnosno traga u trenutku $j\Delta t$, gdje je Δt vremenski korak nestacionarnog rješenja .

U početnom trenutku, prije startanja propelera, bit će ukupna cirkulacija na promatranom radijusu jednaka nuli. Nakon vremena Δt od startanja propelera bit će odaslan nizvodno prvi vezani vrtlog traga (vidi skicu)

$t_1 = \Delta t$



Prema Kelvin-ovom teoremu o očuvanju ukupne vrtložnosti mora biti suma intenziteta svih vrtloga u svim vremenskim trenucima jednaka nuli, jer je i u početnom trenutku bila jednaka nuli. Dakle

$$\sum_{n=1}^{N} \Gamma^{1}_{VK_{n,m}} + \Gamma^{1}_{VT_{1,m}} = 0$$

ili

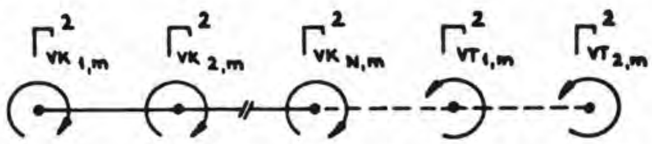
$$\Gamma^{1}_{VT_{1,m}} = -T^{1}_{m} \qquad \text{DI-4}$$

gdje je T^{1}_{m} ukupna cirkulacija oko m-tog radijusa krila u vremenu $j=1$

$$T^{1}_{m} = \sum_{n=1}^{N} \Gamma^{1}_{VK_{n,m}} \qquad \text{DI-5}$$

U slijedećem vremenskom trenutku bit će prvi vrtlog traga $\Gamma_{VT_{1,m}}$ odnesene strujom za put $\bar{v}\Delta t$, gdje je $\bar{v}$ rezultirajuća lokalna brzina struje na mjestu prvog vrtloga traga u vremenu $j=1$, nepromjenjenog intenziteta.

$t_2 = 2\Delta t$



Dakle $\quad \Gamma^{2}_{VT_{2,m}} = \Gamma^{1}_{VT_{1,m}} = -T^{1}_{m}$

Ukupna cirkulacija mora biti jednaka nuli i u vremenu $j=2$

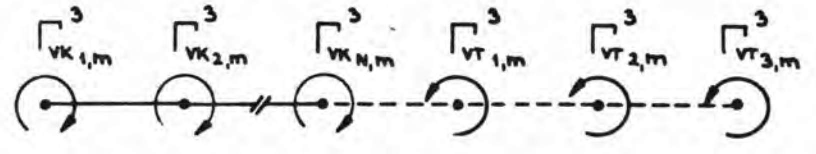
$$T_m^2 + \Gamma_{VT_{1,m}}^2 + \Gamma_{VT_{2,m}}^2 = 0$$

ili

$$\Gamma_{VT_{1,m}}^2 = -T_m^2 - \Gamma_{VT_{2,m}}^2 = T_m^1 - T_m^2$$

u trenutku $j=3$ bit će vrtlozi $\Gamma_{VT_{2,m}}$ i $\Gamma_{VT_{1,m}}$ preneseni nizvodno za put $v\Delta t$. Slika vrtloga prikazana je skicom.

$t_3 = 3\Delta t$



Slijedi analogno vremenu $j=2$

$$\Gamma^3_{VT_{3,m}} = \Gamma^2_{VT_{2,m}} = \Gamma^1_{VT_{1,m}} = -T^1_m$$

$$\Gamma^3_{VT_{2,m}} = \Gamma^2_{VT_{1,m}} = T^1_m - T^2_m$$

ili ukupna cirkulacija

$$T^3_m + \Gamma^3_{VT_{1,m}} + \Gamma^3_{VT_{2,m}} + \Gamma^3_{VT_{3,m}} = 0$$

odnosno

$$\Gamma^3_{VT_{1,m}} = -T^3_m - (-T^2_m) - (T^1_m - T^2_m)$$

$$\Gamma^3_{VT_{1,m}} = T^2_m - T^3_m$$

Indukcijom gornjeg postupka možemo izraziti intenzitet vezanih vrtloga traga preko ukupnih cirkulacija krila u prethodnim vremenima

$$\Gamma^j_{VT_{n,m}} = T^{j-n}_m - T^{j-n+1}_m \qquad \text{DI-6}$$

Pri tome je broj stvorenih vezanih vrtloga traga jednak broju vremenskih intervala od startanja propelera.

I-6 Ovisnost intenziteta slobodnih vrtloga traga o intenzitetima vezanih vrtloga krila

Analogno vezanim vrtlozima traga i slobodni vrtlozi traga bivaju odnešeni strujom nizvodno nepromjenjenog intenziteta. Tako će (n,m)-ti slobodni vrtlog traga u vremenu j biti jednak $(1,m)$-tom slobodnom vrtlogu traga u vremenu $j-n+1$

$$\Gamma^{j}_{ST_{n,m}} = \Gamma^{j-n+1}_{ST_{1,m}}$$

a pošto je on jednak razlici cirkulacija oko m-tog i $(m-1)$-og radijusa krila (vidi DI-2) u prethodnom vremenu $j-1$

$$\Gamma^{j-n+1}_{ST_{1,m}} = T^{j-n}_{m-1} - T^{j-n}_{m}$$

proizlazi

$$\Gamma^{j}_{ST_{n,m}} = T^{j-n}_{m-1} - T^{j-n}_{m} \qquad \text{DI-7}$$

I-7 Konačni oblik sistema jednadžbi

Jednadžbe DI-2, DI-3, DI-5, DI-6 i DI-7 izražavaju ovisnost intenziteta svih preostalih vrtloga o intenzitetima vezanih vrtloga krila, koji postaju na taj način jedine nepoznanice hidrodinamičkog modela rada propelera. Uvrstimo li ih u osnovni sistem jednadžbi DI-1 dobivamo

$$0 = \sum_{m=1}^{M} \left[v_{VK_{n,mi}} \Gamma^{j}_{VK_{n,m}} - v_{VT_{1,mi}} \left(\sum_{n=1}^{N} \Gamma^{j}_{VK_{n,m}} + \sum_{n=2}^{N_T} \Gamma^{j}_{VT_{n,m}} \right) \right] +$$

$$+ \sum_{m=1}^{M+1} \left\{ \sum_{n=1}^{N} v_{SK_{n,mi}} \left[\sum_{\ell=1}^{n} \left(\Gamma^{j}_{VK_{\ell,m-1}} - \Gamma^{j}_{VK_{\ell,m}} \right) \right] + \sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,mi}} \left(T^{j-n}_{m-1} - T^{j-n}_{m} \right) \right\} - d^{j}_{i}$$

$$i = 1, M(N-1) \qquad \text{DI-8}$$

$$j = 1, J$$

gdje smo sa d^{j}_{i} označili vrijednost $-\vec{n}_i \cdot (\vec{v}^{jT}_i + \vec{v}^{Q}_i - \vec{v}^{j0}_i)$. DI-9

Radi pojednostavljenja sistema jednadžbi DI-8 transformirat ćemo neke sume. Izraz

$$I_1 = \sum_{m=1}^{M} \left[\left(- v_{VT_{1,mi}} \sum_{n=2}^{N_T} \Gamma^{j}_{VT_{n,m}} \right) + \sum_{n=2}^{N_T} v_{VT_{n,mi}} \Gamma^{j}_{VT_{n,m}} \right.$$

možemo transformirati kako slijedi

$$I_1 = \sum_{m=1}^{M}\left[\sum_{n=2}^{N_T}\left(v_{VT_{n,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\Gamma^{j}_{VT_{n,m}}\right] =$$

$$= \sum_{m=1}^{M}\left[\sum_{n=2}^{N_T}\left(v_{VT_{n,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\left(T_m^{j-n} - T_m^{j-n+1}\right)\right] =$$

$$= \sum_{m=1}^{M}\left[\left(v_{VT_{2,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\left(T_m^{j-n} - T_m^{j-1}\right) + \left(v_{VT_{3,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\left(T_m^{j-3} - T_m^{j-2}\right) + \cdots\cdots\right.$$

$$\left. + \left(v_{VT_{N_T-1,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\left(T_m^{j-N_T-1} - T_m^{j-N_T}\right) + \left(v_{VT_{N_T,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)\left(T_m^{j-N_T} - T_m^{j-N_T+1}\right)\right]$$

$$I_1 = \sum_{m=1}^{M}\left[\left(v_{VT_{1,mi}} - v_{VT_{2,mi}}\right)T_m^{j-1} + \left(-v_{VT_{3,mi}} + v_{VT_{1,mi}} + v_{VT_{2,mi}} - v_{VT_{1,mi}}\right)T_m^{j-2} + \cdots\cdots\right.$$

$$\left. + \left(v_{VT_{N_T,mi}} - v_{VT_{1,mi}} - v_{VT_{N_T-1,mi}} + v_{VT_{1,mi}}\right)T_m^{j-N_T} + \left(v_{VT_{N_T-1,mi}} - v_{VT_{1,mi}} - v_{VT_{N_T,mi}} + v_{VT_{1,mi}}\right)T_m^{j-N_T+1}\right]$$

Konačno možemo pisati

$$I_1 = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=2}^{N_T}\left[\left(v_{VT_{n-1,mi}} - v_{VT_{n,mi}}\right)T_m^{j-n+1}\right] \qquad \text{DI-10}$$

Izraz

$$I_2 = \sum_{m=1}^{M+1}\sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,mi}}\left(T_{m-1}^{j-1} - T_m^{j-n}\right)$$

možemo pisati

$$I_2 = \sum_{m=1}^{M+1}\sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,mi}} T_{m-1}^{j-n} - \sum_{m=1}^{M+1}\sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,mi}} T_m^{j-n}$$

Transformiramo li u prvom redu indeks sume m u $m' = m-1$ i izostavimo li apostrof dobit ćemo uz pretpostavku $T_0^{j-n} = 0$ i $T_{M+1}^{j-n} = 0$

$$I_2 = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,m+1i}} T_m^{j-n} \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N_T-1} v_{ST_{n,mi}} T_m^{j-n} =$$

$$= \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N_T-1}\left(v_{ST_{n,m+1i}} - v_{ST_{n,mi}}\right)T_m^{j-n}$$

te konačno zamjenom $n'=n+1$ i izostavljanjem apostrofa dobivamo

$$I_2 = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=2}^{N_T} \left(\upsilon_{ST_{n-1,m+1i}} - \upsilon_{ST_{n,mi}} \right) T_m^{j-n+1} \qquad \text{DI-11}$$

Konačno izraz

$$I_3 = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N} \upsilon_{SK_{n,mi}} \left[\sum_{e=1}^{n} \left(\Gamma^j_{VK_{2,m-1}} - \Gamma^j_{VK_{e,m}} \right) \right]$$

možemo pisati

$$I_3 = \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N} \sum_{e=1}^{n} \upsilon_{SK_{n,mi}} \Gamma^j_{VK_{e,m-1}} - \sum_{m=1}^{M+1} \sum_{n=1}^{N} \sum_{e=1}^{n} \upsilon_{SK_{n,mi}} \Gamma^j_{VK_{e,m}}$$

Ako u prvom redu uvedemo novi indeks reda $m'=m-1$ i izostavimo apostrof, uz $\Gamma^j_{e,0} = \Gamma^j_{e,M+1}=0$ dobivamo

$$I_3 = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \sum_{e=1}^{n} \left(\upsilon_{SK_{n,m+1i}} - \upsilon_{SK_{n,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{e,m}} =$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \left\{ \left[\left(\upsilon_{SK_{1,m+1i}} - \upsilon_{SK_{1,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{1,m}} + \left(\upsilon_{SK_{1,m+1i}} - \upsilon_{SK_{1,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{1,m}} + \right.\right.$$

$$+ \left(\upsilon_{SK_{2,m+1i}} - \upsilon_{SK_{2,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{2,m}} + \left(\upsilon_{SK_{1,m+1i}} - \upsilon_{SK_{1,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{1,m}} +$$

$$+ \left(\upsilon_{SK_{2,m+1i}} - \upsilon_{SK_{2,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{2,m}} + \left(\upsilon_{SK_{3,m+1i}} - \upsilon_{SK_{3,mi}} \right) \Gamma^j_{VK_{3,m}} + \cdots\cdots$$

što možemo pisati skraćeno

$$I_3 = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left[\sum_{e=n}^{N} \left(\upsilon_{SK_{e,m+1i}} - \upsilon_{SK_{e,mi}} \right) \right] \Gamma^j_{VK_{n,m}} \qquad \text{DI-12}$$

Nakon uvrštenja DI-10, DI-11 i DI-12 u DI-8 dobivamo novi oblik sistema jednadžbi

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{n=1}^{N}\left[v_{VK_{n,mi}} + \sum_{e=n}^{N}\left(v_{SK_{e,m+1i}} - v_{SK_{e,mi}}\right) - v_{VT_{1,mi}}\right]\Gamma^{j}_{VK_{n,m}} + \right. \qquad \text{DI-13}$$

$$+\sum_{n=2}^{N_T}\left[v_{VT_{n-1,mi}} + v_{ST_{n-1,m+1i}} - v_{ST_{n-1,mi}} + v_{VT_{n,mi}}\right] T_m^{j-n+1} = d_i^j$$

Pogledamo li jedan niz panela na danom radijusu vidimo da koeficijent uz $\Gamma^{j}_{VK_{n,m}}$ u jednadžbi DI-13 predstavlja brzinu induciranu zatvorenim vrtlogom jediničnog intenziteta, koji se sastoji od (n,m)-tog vezanog vrtloga krila, prvog vezanog vrtloga traga i dva slobodna vrtloga krila koji ih spajaju, kako je to na sl.39 shematski prikazano. Induciranu brzinu tog zatvorenog vrtloga označimo s $v^{\boxminus}_{n,mi}$.

Koeficijent uz T_m^{j-n+1} u istoj jednadžbi predstavlja brzinu induciranu jediničnim pravokutnim vrtlogom kojeg čine (n,m)-ti i $(n-1,m)$-ti vezani vrtlozi traga i slobodni vrtlozi traga koji ih spajaju. Tu brzinu označimo s $v^{\square}_{n,mi}$

Uz ove oznake jednadžba DI-13 poprima pojednostavljeni oblik

$$\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} v^{\boxminus}_{n,mi}\,\Gamma^{j}_{VK_{n,m}} = d_i^j - \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=2}^{N_T} v^{\square}_{n,mi}\, T_m^{j-n+1}$$

Izrazimo li još zadnji vezani vrtlog krila preko preostalih vrtloga

$$\Gamma^{j}_{VK_{N,m}} = c_{1m}\left(\sum_{n=1}^{N-1}\Gamma^{j}_{VK_{n,m}} + \sum_{n=2}^{N_T}\Gamma^{j}_{VT_{n,m}}\right) + c_{2m}\,\Gamma^{j}_{VK_{N-1,m}} + c_{3m}\,\Gamma^{j}_{VT_{2,m}}$$

jednadžba DI-14 poprima oblik

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{n=1}^{N-1} v^{\boxminus}_{n,mi}\,\Gamma^{j}_{VK_{n,m}} + \left[c_{1m}\left(\sum_{n=1}^{N-1}\Gamma^{j}_{VK_{n,m}} + \sum_{n=2}^{N_T}\Gamma^{j}_{VT_{n,m}}\right) + c_{2m}\,\Gamma^{j}_{VK_{N-1,m}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + c_{3m}\,\Gamma^{j}_{VT_{2,m}}\right] v^{\boxminus}_{N,mi}\right\} = d_i^j - \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=2}^{N_T} v^{\square}_{n,mi}\, T_m^{j-n+1}$$

ili, prebacimo li članove gornje sume koji množe c_{1m} i c_{3m} na desnu stranu jednadžbe i koristeći izraz DI-6 pišemo

$$-\sum_{n=2}^{N_T} c_{1m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\,\Gamma^{j}_{VT_{n,m}} = -c_{1m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\sum_{n=2}^{N_T}\left(T_m^{j-n}-T_m^{j-n+1}\right) =$$

$$= -c_{1m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\left(T_m^{j-2}-T_m^{j-1}+T_m^{j-3}-T_m^{j-2}+T_m^{j-4}-T_m^{j-3}+\dots+T_m^{j-N_T+1}-T_m^{j-N_T+2}+T_m^{j-N_T}-T_m^{j-N_T+1}\right)=$$

$$= c_{1m}\cdot\overline{\overline{v}}_{N,mi}\,T_m^{j-1}$$

možemo osnovni sistem jednadžbi pisati kao

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{\sum_{n=1}^{N-1}\left(\overline{\overline{v}}_{n,mi}+c_{1m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\right)\Gamma^{j}_{VK_{n,m}}+c_{2m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\,\Gamma^{j}_{VK_{N-1,m}}\right\}=$$

$$= d_i^j-\sum_{m=1}^{M}\left(c_{3m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}\,\Gamma^{j}_{VT_{2,m}}-c_{1m}\cdot\overline{\overline{v}}_{N,mi}\,T_m^{j-1}+\sum_{n=2}^{N_T}v^{\square}_{n,mi}\,T_m^{j-n+1}\right) \qquad \text{DI-15}$$

Uvedemo li linearni indeks za (n,m)-ti vezani vrtlog $\ell=(m-1)(N-1)+n$ izraz DI-15 prelazi u

$$\sum_{\ell=1}^{I} a_{i\ell}\,\Gamma^{j}_{VK_\ell} = b_i^j \qquad \begin{array}{l} I=M(N-1)\\ i=1,I \\ j=1,J\end{array} \qquad \text{DI-16}$$

gdje je

$$a_{i\ell}=\overline{\overline{v}}_{N,mi}+c_{1m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}+\delta_{i,M(N-1)}\cdot c_{2m}\overline{\overline{v}}_{N,mi}$$

b_i^j - desna strana jednadžbe DI-15

δ_{ij} - Kronecker-ov delta simbol

U homogenom nastrujavanju sistem jednadžbi DI-16 se nešto pojednostavljuje

$$\sum_{\ell=1}^{I} a^{s}_{i\ell}\,\Gamma^{s}_{VK_\ell} = d_i \qquad i=1,I$$

gdje je

$$a_{i\ell}=\overline{\overline{v}}_{n,mi}+\sum_{n=1}^{N_T}v^{\square}_{n,mi}+\frac{3}{7}\,\delta_{i,m(N-1)-1}\cdot\overline{\overline{v}}_{N,mi}$$

jer je u stacionarnom slučaju

$$c^{s}_{1m}=c^{s}_{3m}=0 \quad , \quad c^{s}_{2m}=\frac{3}{7}$$

$$T_m^{j-n+1}=-\sum_{n=1}^{N}\Gamma^{s}_{VK_{n,m}}$$

Superskript s označava stacionarno nastrujavanje.

Na taj način hidrodinamičko simuliranje rada propelera svodi se na rješenje $N(M-1)$ intenziteta vezanih vrtloga osnovnog krila čiji koeficijenti predstavljaju brzine inducirane zatvorenim vrtlozima jediničnog intenziteta, a nehomogeni član predstavlja brzine inducirane preostalim krilima, izvorima i elementarnim zatvorenim vrtlozima traga i nastrujavajuću brzinu.

Sistem jednadžbi DI-16 rješava se iteraciono. U prvom približenju pretpostavlja se stacionarno nastrujavanje. Riješenje sistema jednadžbi DI-17 uzima se kao prvo približenje nestacionarnom rješenju. Pomoću njega i nestacionarne brzine nastrujavanja formira se desna strana jednadžbe DI-16 za svaki vremenski interval Δt (odnosno odgovarajući obodni položaj krila - u našem slučaju nestacionarno rješenje traži se za svakih 6^{o} pomaka krila). Nakon završenog okretaja (60 vremenskih intervala), pomoću dobivenih intenziteta vezanih vrtloga krila, formira se točnije desna strana jednadžbe DI-16 za slijedeći okretaj. Rješenje se traži za onoliki broj okretaja koliko je potrebno da se dva sukcesivna rješenja za svih 60 položaja krila razlikuju manje od 0,1%. To u našem slučaju iznosi 3 do 4 okretaja. Za detaljan opis postupka vidi dodatak XIV.

DODATAK II BRZINE INDUCIRANE VRTLOŽNIM SEGMENTOM I SEGMENTOM IZVORA KONSTANTNOG INTENZITETA

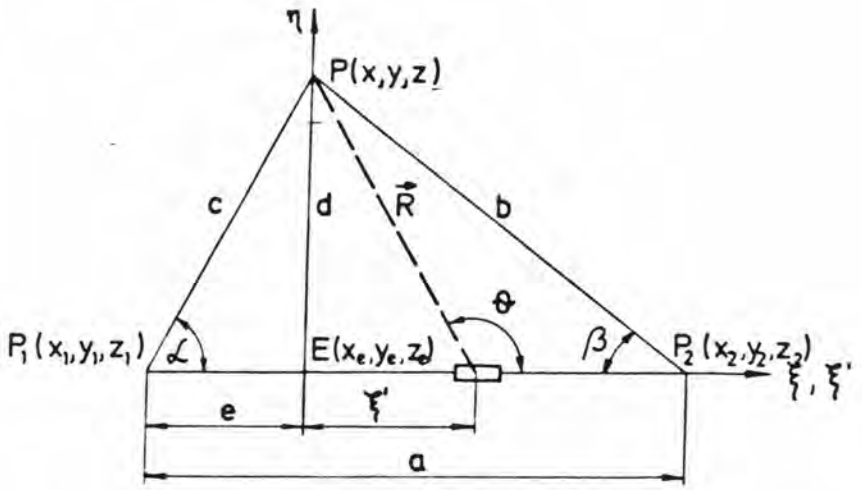
II-1 Brzine inducirane vrtložnim segmentom

Zakon Biot-Savart-a daje izraz za brzinu induciranu trodimenzionalnim linijskim vrtlogom smještenim na krivulji C konstantnog intenziteta

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_C \frac{d\vec{\xi} \times \vec{R}}{R^3} \qquad \text{DII-1}$$

gdje je $\vec{R}$ vektor koji spaja točku polja u kojoj računamo induciranu brzinu $P(x,y,z)$ s točkom vrtloga na krivulji C . Za pravocrtni linijski vrtlog čije krajeve čine točke $P_1(x_1,y_1,z_1)$ i $P_2(x_2,y_2,z_2)$, vidi sl. 42, brzina inducirana elementarnim vrtlogom $d\vec{\xi}$ je uvijek okomita na ravninu koju čine vrtlog i točka polja P . Prvo ćemo stoga izračunati intenzitet inducirane brzine, a kasnije njezin smjer.

Smjestimo lokalni koordinatni sistem jednom njegovom osi ξ duž linijskog vrtloga, a druga os η neka prolazi promatranom točkom P .



Sl. 42 Uz izvod brzine inducirane linijskim vrtložnim segmentom

Vektorski produkt u brojniku integranda DII-1 postaje

$$d\vec{\xi} \times \vec{R} = |d\vec{\xi}| \cdot |\vec{R}| \cdot \sin\theta = d\xi \cdot d$$

gdje je d najkraća udaljenost izmedju točke polja i vrtloga, a intenzitet vektora $|\vec{R}|$ je $|\vec{R}| = \xi^2 + d^2$, te konačno

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{d\xi \cdot d}{(\xi^2+d^2)^{3/2}} \qquad \text{DII-2}$$

Integracijom dobivamo

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2+d^2}} \Bigg|_{\xi_1}^{\xi_2} = \frac{\Gamma}{4\pi d}\left(\frac{a-e}{b} + \frac{e}{c}\right) \qquad \text{DII-3}$$

ili

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d}\left(\cos\alpha + \cos\beta\right)$$

gdje su α i β kutevi što ga zatvaraju vektori početne i krajnje točke vrtloga sa pravcem vrtloga. Dužine a, b i c izražene preko koordinata krajnjih točaka vrtloga i koordinata točke polja iznose

$$a = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 (z_2-z_1)^2} \qquad d = \sqrt{c^2-e^2}$$

$$b = \sqrt{(x_2-x)^2 + (y_2-y)^2 + (z_2-z)^2} \qquad e = \frac{a^2+c^2-b^2}{2a}$$

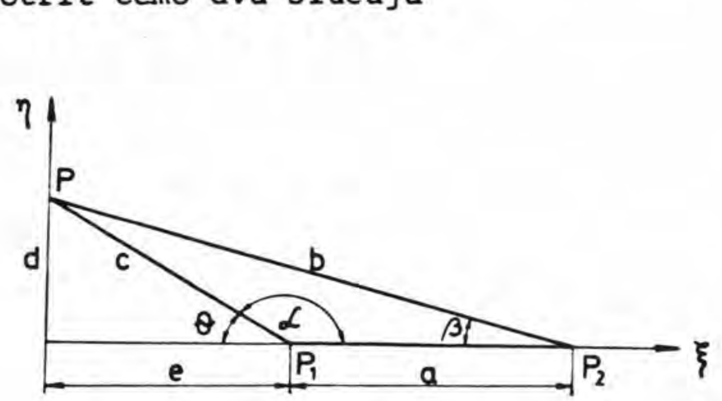
$$c = \sqrt{(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2}$$

Izraz DII-3 postaje beskonačno velik kada $d \to 0$. Da izbjegnemo singularitet kada $\theta \to 0$ promotrit ćemo dva slučaja

a) $e < 0,\ \theta \to 0$

$$\beta \approx \frac{d}{a-e}$$

$$\theta \approx \frac{d}{e}$$



$$\cos\beta \approx 1 - \frac{\beta^2}{2} = 1 - \frac{d^2}{2(a-e)^2}$$

$$\cos\alpha \approx -\cos\theta = -1 + \frac{\theta^2}{2} = -1 + \frac{d^2}{2e^2}$$

Izraz DII-3 prelazi u

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d}\left(\cos\alpha + \cos\beta\right) = \frac{\Gamma}{4\pi d}\left[1 - \frac{d^2}{2(a-e)^2} - 1 + \frac{d^2}{2e^2}\right]$$

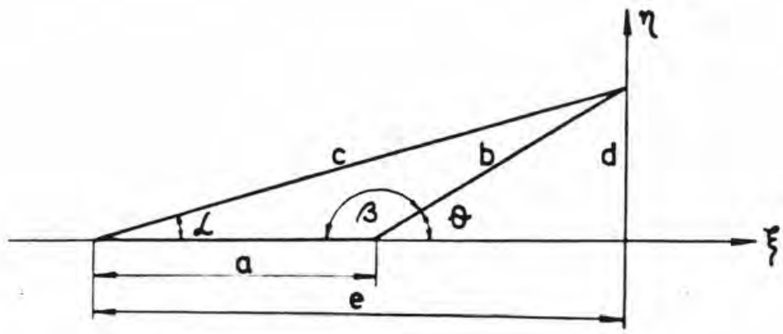
$$v = \frac{\Gamma d}{8\pi}\left[\frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a-e)^2}\right] \qquad \text{DII-4}$$

b) $e > a,\ \theta \to 0$

$$\alpha \approx \frac{d}{e}$$

$$\theta \approx \frac{d}{e-a}$$

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{d^2}{2e^2}$$



$$\cos\beta = -\cos\theta \approx -1 + \frac{d^2}{2(e-a)^2}$$

Izraz DII-3 prelazi u

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi d}\left[1 - \frac{d^2}{2e^2} - 1 + \frac{d^2}{2(e-a)^2}\right]$$

$$v = -\frac{\Gamma d}{8\pi}\left[\frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a-e)^2}\right] \qquad \text{DII-5}$$

Izrazi DII-4 i DII-5 teže k nuli isto kao α. Time je izbjegnut singularitet u izrazu DII-3. Oni će se upotrijebiti ako je $d < 0{,}03e$

Jedinični vektor inducirane brzine odredjen je omjerom vektorskog produkta i njegovog intenziteta vektora $\vec{a}$ i $\vec{d}$

$$\vec{\nu} = \frac{\vec{a} \times \vec{d}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{d}|} \qquad \text{DII-6}$$

gdje je

$$\vec{a} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

$$\vec{d} = (x - x_e)\vec{i} + (y - y_e)\vec{j} + (z - z_e)\vec{k}$$

$$\begin{Bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} + \frac{e}{a} \begin{Bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{Bmatrix}$$

Konačan izraz za brzinu induciranu vrtložnim segmentom dobijemo množeči DII-6 sa DII-3

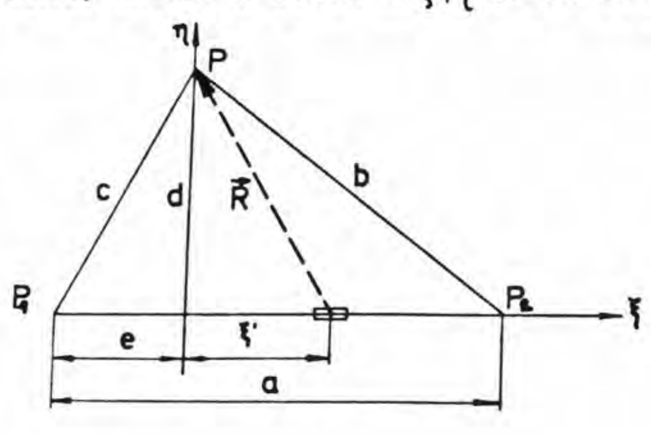
$$\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi d^2} \frac{\vec{a} \times \vec{d}}{a} \left[\frac{e}{c} + \frac{a-e}{b} \right] \qquad \text{DII-7}$$

Odnosno DII-4 i DII-5 sa DII-3

$$\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{a} \times \vec{d}}{d} \left[\frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a-e)^2} \right] \qquad \text{DII-8}$$

II-2 Brzine inducirane segmentom izvora

Brzinu induciranu pravocrtnim izvorom konstantne jačine za jedinicu dužine dobijemo integracijom gradijenta potencijala izvora duž segmenta izvora. Inducirana brzina leži u ravnini koju čine segment izvora i točka polja u kojoj tražimo induciranu brzinu, dakle u ravnini ξ, η (vidi sl.43).



Sl. 43 Uz izvod brzine inducirane linijskim segmentom izvora

$$v = -\frac{Q}{4\pi}\int_{\xi_1}^{\xi_2}\nabla\left(\frac{1}{R}\right)d\xi' \qquad \text{DII-9}$$

gdje je $R = \sqrt{(\xi-\xi')^2+\eta^2}$

ξ, η - koordinate točke polja u lokalnom sistemu

ξ' - koordinata elementa izvora

Kako je

$$\nabla\left(\frac{1}{R}\right) = -\frac{1}{R^2}\nabla R = -\frac{\vec{R}}{R^3} = -\frac{(\xi-\xi')}{R^3}\vec{i} - \frac{\eta}{R^3}\vec{j}$$

Izraz DII-9 postaje

$$v_\xi = \frac{Q}{4\pi}\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{\xi-\xi'}{[(\xi-\xi')^2+\eta^2]^3}\,d\xi'$$

$$v_\eta = \frac{Q}{4\pi}\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{\eta}{[(\xi-\xi')^2+\eta^2]^3}\,d\xi'$$

ili

$$v_\xi = -\frac{Q}{4\pi}\left.\frac{1}{\sqrt{(\xi-\xi')^2+\eta^2}}\right|_{\xi_1}^{\xi_2} = \frac{Q}{4\pi}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{e}\right)$$

$$v_\eta = \frac{Q\eta}{4\pi}\left.\frac{\xi-\xi'}{\eta^2\sqrt{(\xi-\xi')^2-\eta^2}}\right|_{\xi_1}^{\xi_2} = \frac{Q}{4\pi d}\left(\frac{e}{c}-\frac{a-e}{b}\right) \qquad \text{DII-10}$$

Singularitet brzine v_η kada d teži nuli izbjegnut je istim postupkom kao kod vrtloga. Jedinični vektori induciranih brzina jesu

$$\vec{e}_\xi = \frac{1}{a}\left(x_2-x_1,\ y_2-y_1,\ z_2-z_1\right)$$

$$\vec{e}_\eta = \frac{1}{d}\left(x_e-x,\ y_e-y,\ z_e-z\right)$$

Konačno je inducirana brzina segmenta izvora jednaka

$$\vec{v} = v_\xi\vec{e}_\xi + v_\eta\vec{e}_\eta \qquad \text{DII-11}$$

Prevedemo li izraze DII-3 i DII-5 u bezdimenzioni oblik, djeleći brzinu s referentnom relativnom brzinom nastrujavanja na $0{,}7R$, intenzitete vrtloga i izvora sa $2\pi R U_R$ a duljine sa R dobit ćemo

za vrtlog

$$\frac{\vec{\bar{v}}}{\bar{v}} = \frac{\bar{\Gamma}}{2\pi \bar{R}\,\bar{U}_R}\;\frac{1}{2\,\frac{\bar{d}}{\bar{R}}}\left(\frac{\frac{\bar{e}}{\bar{R}}}{\frac{\bar{c}}{\bar{R}}} + \frac{\frac{\bar{a}-\bar{e}}{\bar{R}}}{\frac{\bar{b}}{\bar{R}}}\right)$$

ili

$$v = \frac{\Gamma}{2d}\left(\frac{e}{c} - \frac{a-e}{b}\right) \qquad \text{DII-12}$$

i za izvor

$$\frac{\bar{v}_\xi}{\bar{U}_R} = \frac{\bar{Q}}{2\pi \bar{R}\,\bar{U}_R}\;\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\frac{\bar{b}}{\bar{R}}} - \frac{1}{\frac{\bar{c}}{\bar{R}}}\right)$$

$$\frac{\bar{v}_\eta}{\bar{U}_R} = -\frac{Q}{2\pi \bar{R}\,\bar{U}_R}\;\frac{1}{2\,\frac{\bar{d}}{\bar{R}}}\left(\frac{\frac{\bar{e}}{\bar{R}}}{\frac{\bar{c}}{\bar{R}}} + \frac{\frac{\bar{a}-\bar{e}}{\bar{R}}}{\frac{\bar{b}}{\bar{R}}}\right)$$

ili

$$v_\xi = \frac{Q}{2}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)$$

$$v_\eta = -\frac{Q}{2d}\left(\frac{e}{c} - \frac{a-e}{b}\right) \qquad \text{DII-13}$$

U gornjim izrazima crtica iznad veličina označava njihovu apsolutnu vrijednost.

DODATAK III MODELIRANJE KUTTA-UVJETA NA IZLAZNOM BRIDU KRILA

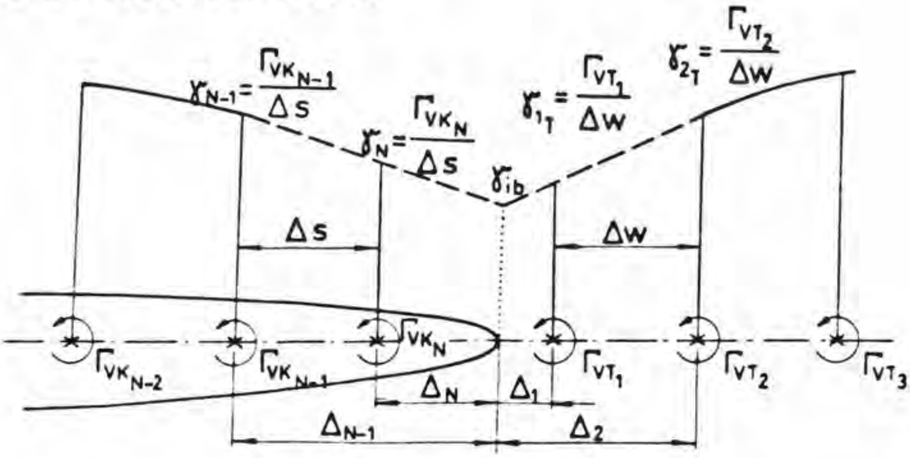
Tzv. Kutta-uvjet zahtjeva konačnu brzinu optjecanja izlaznog brida krila što znači da nema optjecanja oko oštrog izlaznog brida sa donjaka na gornjak profila ili obratno. Drugim riječima modelirano je optjecanje realnog fluida bez separacije graničnog sloja pri izlaznom bridu.

Uvjet konačne brzine na izlaznom bridu ekvivalentan je kod stacionarnog strujanja uvjetu nultog intenziteta vezanog vrtloga na izlaznom bridu. Kod nestacionarnog strujanja ne mora biti intenzitet vezanog vrtloga jednak nuli, ali on mora biti konačan i jednak intenzitetu vezanog vrtloga traga.

Kako je najčešće primjenjivan profil NACA a=0.8 mean line sa konstantnom razdiobom pritiska od ulaznog brida do 80% duljine tetive, a zatim linearnim padom do nule na izlaznom bridu modelirat ćemo profil kontinuirane raspodjele cirkulacije pri izlaznom bridu linearno . Izvod na jednom radijusu primjenjiv je na sve ostale,te radijalne indekse izostavljamo.

Označimo sa ΔS i ΔW udaljenost vezanih vrtloga krila odnosno traga. One ne moraju biti jednake. ΔS je naime odredjeno izborom broja panela u smjeru duljine profila, a ΔW napredovanjem krila u jednom vremenskom razmaku, dakle ovisno je o kutnoj brzini, radijusu i veličini vremenskog intervala, $\Delta W = r\omega\Delta t$.

Vezani vrtlozi smješteni su na četvrtini duljine panela od početnog brida panela. Kontinuirana raspodjela vrtloga na mjestima diskretnih vrtloga aproksimirana je sa $\frac{\Gamma_{VKn}}{\Delta S}$ odnosno $\frac{\Gamma_{VTn}}{\Delta W}$, a ima oblik izlomljene linije sastavljene od jednog pravca koji prolazi veličinom intenziteta N-1 i N-tog vrtloga krila i drugog pravca koji prolazi prvim i drugim vezanim vrtlogom traga. Oba se pravca spajaju na izlaznom bridu.



Sl. 41 Modeliranje Kutta-uvjeta na izlaznom bridu krila

Ovo nije jedini izbor oblika krivulja kontinuirane raspodjele vezanih vrtloga pri izlaznom bridu. Moguće je pretpostaviti parabolu kroz dva posljednja vrtloga krila i početni vrtlog traga, ili bilo koju drugu aproksimaciju, no on je najprikladniji za odabrani profil NACA a=0.8 mean line. Takvim izborom krivulje vrtloga moguće je izraziti intenzitet N-tog vrtloga pomoću intenziteta N-tog vrtloga krila i prvog i drugog vrtloga traga. Tako umjesto MN nepoznatih intenziteta vezanih vrtloga krila zadovoljavanjem Kutta-uvjeta konačne brzine optjecanja izlaznog brida, smanjujemo broj nepoznanica na M(N-1).

Označimo s Δ_n obodne udaljenosti diskretnih vezanih vrtloga od izlaznog brida krila. Izrazit ćemo intenzitet N-tog vrtloga krila pomoću intenziteta N-1, prvog i drugog vrtloga traga. Iz sličnosti trokuta (vidi sl.41) slijedi

$$\frac{\dfrac{\Gamma_{VK_{N-1}}-\Gamma_{VK_N}}{\Delta s}}{\Delta_{N-1}-\Delta_N}=\frac{\dfrac{\Gamma_{VK_N}}{\Delta s}-\gamma_{ib}}{\Delta_N}\quad,\quad\frac{\dfrac{\Gamma_{VT_2}-\Gamma_{VT_1}}{\Delta w}}{\Delta_2-\Delta_1}=\frac{\dfrac{\Gamma_{VT_1}}{\Delta w}-\gamma_{ib}}{\Delta_1}$$

ili

$$\gamma_{ib} = \frac{1}{\Delta S}\left[\Gamma_{VK_N} - \frac{\Delta_N}{\Delta_{N-1}-\Delta_N}\left(\Gamma_{VK_{N-1}} - \Gamma_{VK_N} \right)\right]$$

$$\gamma_{ib} = \frac{1}{\Delta W}\left[\Gamma_{VK_1} - \frac{\Delta_1}{\Delta_2-\Delta_1}\left(\Gamma_{VT_2} - \Gamma_{VT_1} \right)\right]$$

Izjednačenjem gornjih izraza slijedi

$$\Gamma_{VK_N} = \frac{1}{1+\alpha}\left\{ \alpha\,\Gamma_{VK_{N-1}} + \left[(1+\beta)\,\Gamma_{VT_1} - \beta\,\Gamma_{VT_2} \right]\frac{\Delta S}{\Delta W} \right\} \qquad \text{DIII-1}$$

gdje je

$$\alpha = \frac{\Delta_N}{\Delta_{N-1}-\Delta_N} \quad , \quad \beta = \frac{\Delta_1}{\Delta_2-\Delta_1} \qquad \text{DIII-2}$$

Prvi vrtlog traga može se izraziti pomoću sume svih preostalih vrtloga krila i traga (jednadžba DI-3).

$$\Gamma_{VT_1} = -\sum_{n=1}^{N} \Gamma_{VK_n} - \sum_{n=2}^{N_T} \Gamma_{VT_n} \qquad \text{DI-3}$$

Uvrštenjem DI-3 u DIII-1 dobivamo

$$\Gamma_{VK_N} = C_1\left(\sum_{n=1}^{N-1} \Gamma_{VK_n} + \sum_{n=2}^{N_T} \Gamma_{VT_n} \right) + C_2\,\Gamma_{VK_{N-1}} + C_3\,\Gamma_{VT_2} \qquad \text{DIII-3}$$

gdje su

$$C_1 = -\frac{(1+\beta)\frac{\Delta S}{\Delta W}}{1+\alpha+(1+\beta)\frac{\Delta S}{\Delta W}}$$

$$C_2 = \frac{\alpha}{1+\alpha+(1+\beta)\frac{\Delta S}{\Delta W}} \qquad \text{DIII-4}$$

$$C_3 = -\frac{\beta\frac{\Delta S}{\Delta W}}{1+\alpha+(1+\beta)\frac{\Delta S}{\Delta W}}$$

Izrazi DIII-3 i DIII-4 prikazuju intenzitet zadnjeg vezanog vrtloga krila na pojedinom radijusu izražen preko svih preostalih intenziteta vezanih vrtloga krila i traga. Izraz DIII-4 možemo pojednostaviti i prevesti u oblik najpogodniji za elektroničko računalo.

Ako sve kutne udaljenosti od izlaznog brida krila svedemo u bezdimenzionalni oblik dijeleći ih sa kutnom udaljenošću N-1-og vrtloga i uzevši u obzir da je kutna udaljenost proporcionalna helikoidalnoj udaljenosti mjerenoj duž pravca uspona tj.

$$\delta_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_{N-1}} \ , \quad \delta_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_{N-1}} \ , \quad \delta_{N-1} = 1 \ , \quad \delta_N = \frac{\Delta_N}{\Delta_{N-1}}$$

$$\Delta_{N-1} - \Delta_N = k\,\Delta s$$

$$\Delta_2 - \Delta_1 = k\,\Delta w \ , \qquad k = \frac{1}{\cos\varphi}$$

dobit ćemo izraz DIII-4 u novom obliku

$$1 + \alpha + (1+\beta)\frac{\Delta s}{\Delta w} = \frac{\Delta_{N-1}}{k\,\Delta s}\left[1 + \delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2\right]$$

$$-\frac{\Delta s}{\Delta w}(1+\beta) = -\frac{\Delta_{N-1}}{k\,\Delta w}\,\delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{\Delta_{N-1}}{k\,\Delta w}\,\delta_N$$

$$-\beta\frac{\Delta s}{\Delta w} = -\frac{\Delta_{N-1}}{k\,\Delta w}\,\delta_1\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2$$

i konačno

$$c_1 = -\frac{\delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2}{1 + \delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2}$$

$$c_2 = \frac{\delta_N}{1 + \delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2} \qquad \text{DIII-5}$$

$$c_3 = -\frac{\delta_1\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2}{1 + \delta_2\left(\frac{\Delta s}{\Delta w}\right)^2}$$

Za stacionarni slučaj C_1^s i C_3^s su jednaki nuli, jer nema vezanih vrtloga traga a C_2^s prelazi u

$$C_2^s = \delta_N = \frac{\Delta_N}{\Delta_{N-1}} = \frac{\frac{3}{4} k \Delta s}{\frac{7}{4} k \Delta s} \qquad \text{DIII-6}$$

$$C_2^s = \frac{3}{7}$$

DODATAK V POTPROGRAM INDTA

Potprogram INDTA učitava ulazne podatke: geometrijske parametre propelera i željeni broj panela na krilu i tragu:

NBLADE	Z	- broj krila
ISTDY		- parametar koji odredjuje stacionarnost strujanja. Poprima vrijednost 1 za stacionarno strujanje
NOROL		- parametar koji odredjuje primjenu kontrahiranog i uvijenog traga ili pravilnog helikoidalnog traga. Poprima vrijednost 1 za helikoidalni trag
NX	i	- broj radijusa na kojima su dani parametri geometrije presjeka krila - broj ulaznih radijusa
KM		- broj točaka duž tetive presjeka za koje su dane vrijednosti uzvoja i debljine presjeka
MM	M	- broj panela u radijalnom smjeru
NN	N	- broj panela u obodnom smjeru
NW	N_T	- broj panela prelaznog područja traga duž jednog slobodnog vrtloga traga
MXREW	N_n	- najveći dozvoljeni broj zaokreta propelera unutar kojeg tražimo rješenje iterativno
NSR	N_Θ	- broj vremenskih koraka (ili odgovarajućih kutnih pomaka) u jednom zaokretu za koje tražimo nestacionarno rješenje
DIAM	D	- promjer propelera
DHUB	D_{gl}	- promjer glavine propelera
RPM	N	- broj okretaja propelera u minuti
WAKE	W	- nominalni koeficijent sustrujanja
CDRAG	C_D	- koeficijent sile otpora $$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$$
XR(NX)	x_i	- bezdimenzioni radijusi na kojima su dani parametri presjeka krila - ulazni radijusi
XPI(NX)	P_i	- vrijednosti uspona presjeka na ulaznim radijusima

XRAKE(NX)	X_{gi}	- vrijednost nagiba krila na ulaznim radijusima
XSKEW(NX)	Θ_{gi}	- vrijednost srpa krila na ulaznim radijusima
XCI(NX)	f_{oi}	- maksimalni uzvoji profila na ulaznim radijusima
XTI(NX)	t_{oi}	- maksimalne debljine profila na ulaznim radijusima
AJ	J	- projektni koeficijent napredovanja
ANGRP ANGUP	Θ_P Θ_K	- kutna koordinata početne i krajnje točke prvog dijela, finije segmentacije, konačnog vrtloga mjerena od izlaznog brida
RRP, RUW	r_{PT}, r_{KT}	- radijalna koordinata početne i krajnje točke prvog dijela konačnog vrtloga
BETANW	β_{PT}	- kut uspona vršnog slobodnog vrtloga prelaznog dijela traga
BETAUW	β_{KT}	- kut uspona konačnog vrtloga traga
CAM(KM2)	f/f_o	- obodna raspodjela relativnih uzvoja duž tetive profila
TK(KM2)	t/t_o	- obodna raspodjela relativnih debljina duž tetive profila
W(KM2)	s_j	- bezdimenziona obodna koordinata točaka na kojima su zadane vrijednosti uzvoja i debljine
XCHD(NX)	ℓ_i	- duljina tetive raširenih presjeka ulaznih radijusa

Ograničenje programa

Zbog veličine programa i ograničenog kapaciteta memorije elektroničkog računala, maksimalne vrijednosti nizova ulaznih podataka su

NN = 10
MM = 9
NW = 20
KM = 15
NSR = 60
NX = 11

Ovakva ograničenja daju dovoljno finu panelizaciju - krilo je predočeno s 90 panela, što pokazuje odlično podudaranje rezultata programa s eksperimentalnim podacima. Moguća je ekonomizacija proračuna smanjenjem broja panela, izborom manjih vrijednosti MM i NN . Vrlo jednostavnom izmjenom argumenata DIMENSION naredbi programa moguće je povećati broj panela po želji.

DODATAK VI POTPROGRAM CNST

Potprogram CNST odredjuje sve konstante koje se pojavljuju u toku proračuna.

PI	π	$= 3.1415$
RAD		$= \pi/180$
ROVER	$1/R$	$= 1/R$
NBLO	$z-1$	$=$ NBLADE-1
NM	$N-1$	$=$ NN-1
NCP	$N-1$	$= N-1$ - broj kontrolnih točaka u obodnom smjeru
MCP	M	$=$ MM - broj kontrolnih točaka u radijalnom smjeru
ICP	$M(N-1)$	$=$ NCP$\cdot$MCP - ukupan broj kontrolnih točaka
NTB	NM	$=$ NN MM - ukupan broj panela na osnovnom krilu
JMPOC		- broj panela na osnovnom krilu u obodnom smjeru koji čine jedan super-panel ostalih krila
NVC	N_o	$=$ NN/JMPOC - broj super-panela ostalih krila u obodnom smjeru
NVS	M_o	$=$ MM/3 - broj super-panela ostalih krila u radijalnom smjeru
NVCS	N_oM_o	$=$ NVC$\cdot$NVS - broj super-panela na svakom od ostalih krila
NVCSK	$N_oM_o(z-1)$	$=$ NVC$\cdot$NBLO - ukupan broj-super panela na ostalim krilima
JMPOW		- broj panela prijelaznog područja traga osnovnog krila jednog slobodnog vrtloga traga koji čine jedan super panel prelaznog područja traga ostalih krila
NVW	N_{T_o}	$=$ NW/JMPOW - broj super-panela jednog slobodnog vrtloga prelaznog područja traga ostalih krila
NVWS	$N_{T_o}M_o$	$=$ NVW$\cdot$NVS - ukupan broj super-panela prelaznog područja traga ostalih krila
NVWSK	$N_{T_o}M_o(z-1)$	$=$ NVWS$\cdot$NBLO - ukupan broj super-panela prelaznog područja traga svih ostalih krila
MID		$= \frac{MN}{2}$ - broj panela u radijalnom smjeru čiji se slobodni vrtlozi kontrahiraju u konačni vrtlog glavine

RH $^{dgl}/D$ = $^{DHUB}/_{DIAM}$ - relativni promjer glavine
HR = 1-RH
VOLMNV = 1-WAKE

U primjeru proračuna usvojene su vrijednosti

JMPOC = 2
JMPOW = 5
NUS = MM/3

DODATAK VII POTPROGRAM BLDGM

Potprogram BLDGM računa opće hidrodinamičke veličine optjecanja: brzinu broda, relativnu brzinu nastrujavanja na radijusu 0,7R, relativnu brzinu neometanog nastrujavanja u smjeru uspona.

- Brzina broda

VS

$$\bar{v} = \frac{J \cdot N \cdot \bar{D}}{1 - W}$$

svagdje u tekstu povlaka iznad fizikalne veličine označuje njenu apsolutnu vrijednost. Bez povlake označena je relativna vrijednost.

- relativna brzina pritjecanja bez uključenih induciranih brzina na

$\bar{\text{UR}}$

$$\bar{U}_R = \sqrt{\bar{v}^2 + (0.7\omega \cdot R)^2}$$

ovu brzinu usvajamo kao referentnu brzinu pomoću koje ćemo svesti sve ostale brzine u bezdimenzionalni oblik

- relativna brzina broda

VSR

$$v = \frac{\bar{v}}{\bar{U}_R}$$

- omjer referentne brzine i obodne brzine vrha krila

$$GLS = \frac{\bar{U}_R}{\pi N \bar{D}}$$

- kut uspona profila

$$\varphi' = tg^{-1} \frac{\bar{P}_i'}{2\pi \bar{r}_i}$$

crtica do oznake fizikalne veličine označava njenu nominalnu vrijednost, indeks i označava vrijednost na i-tom radijalnom presjeku krila

- korekcija kuta uspona

$$\Delta \alpha_i = 1{,}9454 \frac{\bar{t}_{oi}}{\bar{c}_i} \cdot \frac{\bar{f}_{oi}}{\bar{c}_i}$$

zbog utjecaja trenja - utjecaj debljine graničnog sloja prema Brockett-u /23/ za NACA a=0.8 profile

- korigirani kut uspona profila

$$\varphi_i = \varphi_i' - \Delta\alpha_i$$

- korigirani uspon profi-

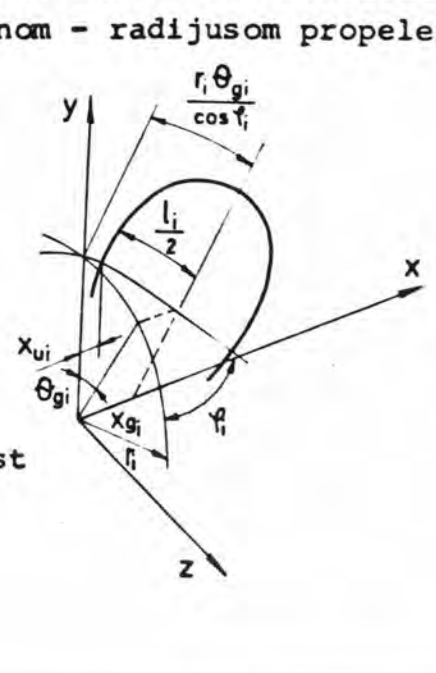
$$\bar{P}_i = 2\bar{r}_i \pi \, tg \, \varphi_i$$

Slijedi prevodjenje geometrijskih veličina u bezdimenzionalni oblik djeljenjem sa referentnom duljinom - radijusom propelera

$$\ell_i = \frac{\bar{\ell}_i}{\bar{R}}$$

$$x_{gi} = \frac{\bar{X}_{gi}}{\bar{R}}$$

$$P_i = \frac{\bar{P}_i}{\bar{R}}$$



Sl. 44 Helikoidalna udaljenost bridova od osi y

- odredjivanje helikoidalne udaljenosti ulaznog i izlaznog brida od osi y i x-koordinate ulaznog brida

(XSL(NX)) $$h_{ui} = \frac{r_i \theta_{gi}}{\cos \varphi_i} - \frac{\ell_i}{2}$$

(XST(NX)) $$h_{ii} = \frac{r_i \theta_{gi}}{\cos \varphi_i} + \frac{\ell_i}{2}$$

(XHLIX(NX)) $$xh_i = x_{gi} - r_i \theta_i \, tg \varphi_i$$

- transformirana radijalna varijabla

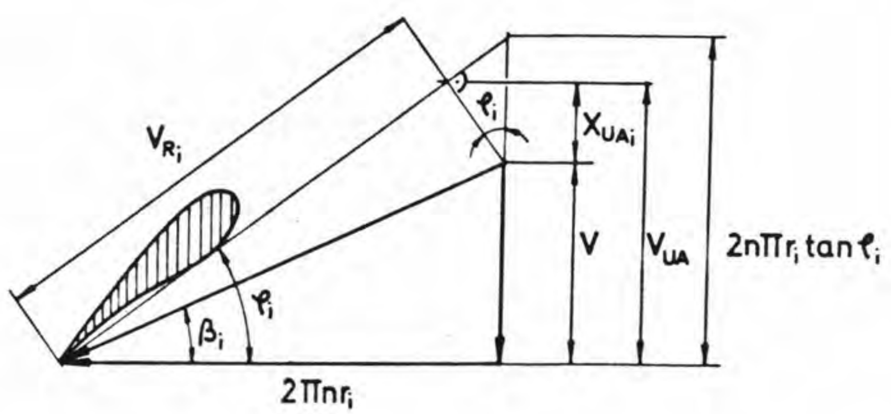
$$\tilde{\theta}_i = \arccos \frac{r_{gi} - r_i}{R - r_{gi}}$$

ona poprima vrijednost $\frac{\pi}{2}$ na glavini i π na vrhu krila

- relativna brzina neometanog nastrujavanja u smjeru uspona presjeka

$$V_{Ri} = \frac{V + X_{UAi}}{\sin \varphi_i}$$

$$X_{UAi} = \left(\frac{2\pi n r_i \, tg \varphi_i}{U_R} - V \right) \cdot \cos^2 \varphi_i$$



Sl. 45 Odredjivanje relativne brzine neometanog nastrujavanja u smjeru uspona presjeka

DODATAK VIII POTPROGRAM GPCOO

Potprogram GPCOO računa bezdimenzionalne koordinate vrhova panela, kontrolnih točaka, početne točke konačnog vrtloga, uzvoj u vrhovima panela i derivaciju krivulje relativnih debljina presjeka (vidi glave 3 i 4).

- radijalne koordinate panela

$$\rho_m = \frac{1 - r_i}{4M + 2}\left(4m - 3\right) + r_{gl} \quad , \quad m = 1, M$$

- radijalne koordinate kontrolnih točaka

$$r_{KT_m} = \frac{1}{2}\left(\rho_m + \rho_{m+1}\right) \quad , \quad m = 1, M$$

- bezdimenzionalna transformirana radijalna koordinata kontrolnih točaka

$$\tilde{\Theta}_{KT_m} = \arccos\left(\frac{r_{gl} - r_{KT_m}}{R - r_{gl}}\right) \quad , \quad m = 1, M$$

- bezdimenzionalna transformirana radijalna koordinata vrhova panela

$$\tilde{\Theta}_m = \arccos\left(\frac{r_{gl} - \rho_m}{R - r_{gl}}\right) \quad , \quad m = 1, M$$

- bezdimenzionalna obodna koordinata vrhova panela mjerena od ulaznog brida

$$s_n = \frac{n - 0.75}{N} \quad , \quad n = 1, N$$

poprima vrijednost 0 na ulaznom bridu i 1 na izlaznom

- bezdimenzionalna obodna koordinata kontrolnih točaka

$$s_{KT_n} = \frac{1}{2}\left(s_n + s_{n+1}\right) \quad , \quad n = 1, N-1$$

- bezdimenzionalna transformirana obodna koordinata kontrolnih točaka

$$\tilde{s}_{KT_n} = \arccos\left(1 - 2 s_{KT_n}\right) \quad , \quad n = 1, N-1$$

poprima vrijednost 0 na ulaznom bridu i π na izlaznom

- bezdimenzionalni uspon konačnog vrtloga

$$P_{KT} = 2\pi r_K \,\mathrm{tg}\, \beta_{KT}$$

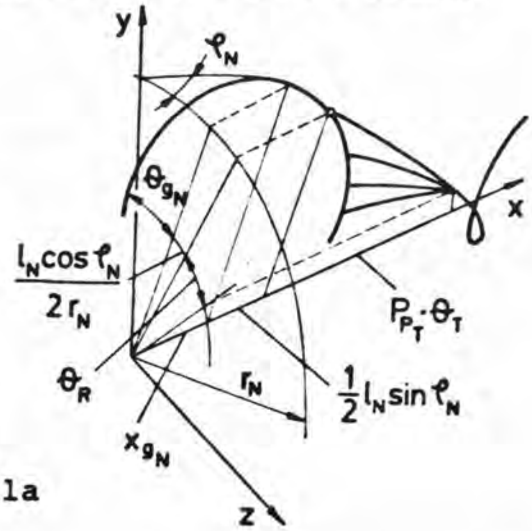
- bezdimenzionalni uspon prijelaznog područja traga vršnog vrtloga

$$P_{PT} = \pi \, tg\, \beta_{PT} (1 + r_K)$$

- kutna i aksijalna koordinata početne točke konačnog vrtloga

$$\Theta_{KT} = \Theta_{g_N} + \Theta_K + \frac{\ell_N \cos \varphi_N}{2 r_N}$$

$$x_{KT} = x_{g_N} + \frac{1}{2} \ell_N \sin \varphi_N + P_{PT} \Theta_T$$



- uzvoj skeletnice u vrhovima panela

računamo iz unaprijed zadane ili učitane relativne raspodjele uzvoja duž tetive f_j na ulaznim obodnim koordinatama s_j i maksimalne relativne vrijednosti uzvoja na ulaznim radijusima te interpolacijom u koordinatama vrhova računamo $f_n(s_n)$ i $f_{o_m}(\tilde{\Theta}_m)$ i medjusobnim množenjem dobivamo uzvoj

$$f_{n,m} = f_n(s_n) f_{o_m}(\tilde{\Theta}_m) \qquad \begin{matrix} n = 1, N \\ m = 1, M \end{matrix}$$

- odredjivanje derivacije krivulje relativnih debljina

na bezdimenzionim obodnim koordinatama vrhova panela (potrebna za odredjivanje jakosti izvora kojim se simuliraju debljine krila) $t_n'(s_n) \qquad n = 1, N$

derivira se interpolaciona parabola povučena kroz tri susjedne točke (jedne ispred i dvije iza, ili dvije ispred i jedne iza) interpolacione točke

$$t'(s_n) = 2 A s_n + B \qquad s_{i-1} < s_n < s_{i+1}$$

$$A = \frac{t_{i-1}}{A_1} + \frac{t_i}{A_2} + \frac{t_{i+1}}{A_3}$$

$$B = -\frac{(s_i + s_{i+1}) t_{i-1}}{A_1} - \frac{(s_{i-1} + s_{i+1}) t_i}{A_2} - \frac{(s_{i-1} + s_i) t_{i+1}}{A_3}$$

$$A_1 = (s_{i-1} - s_i)(s_{i-1} - s_{i+1})$$

$$A_2 = (s_i - s_{i-1})(s_i - s_{i+1})$$

$$A_3 = (s_{i+1} - s_{i-1})(s_{i+1} - s_i)$$

DODATAK IX POTPROGRAM FBL

Potprogram FBL odredjuje koordinate vrhova panela osnovnog krila i vrhova panela prijelaznog dijela traga krila te vrhove segmenata separiranih vršnih vrtloga i koeficijente razvoja intenziteta (N,m)-tog vezanog vrtloga krila u red intenziteta preostalih vrtloga na istom radijusu (vidi glave 3 i 4 i dodatak III).

Odredjivanje koordinata vrhova panela na osnovnom krilu

- interpolacija helikoidalnih udaljenosti ulaznog i izlaznog brida od ravnine xy, x -koordinate probodišta uzvojne linije presjeka i xy ravnine za vrijednosti radijusa panela (za opis interpolacije vidi /25/).

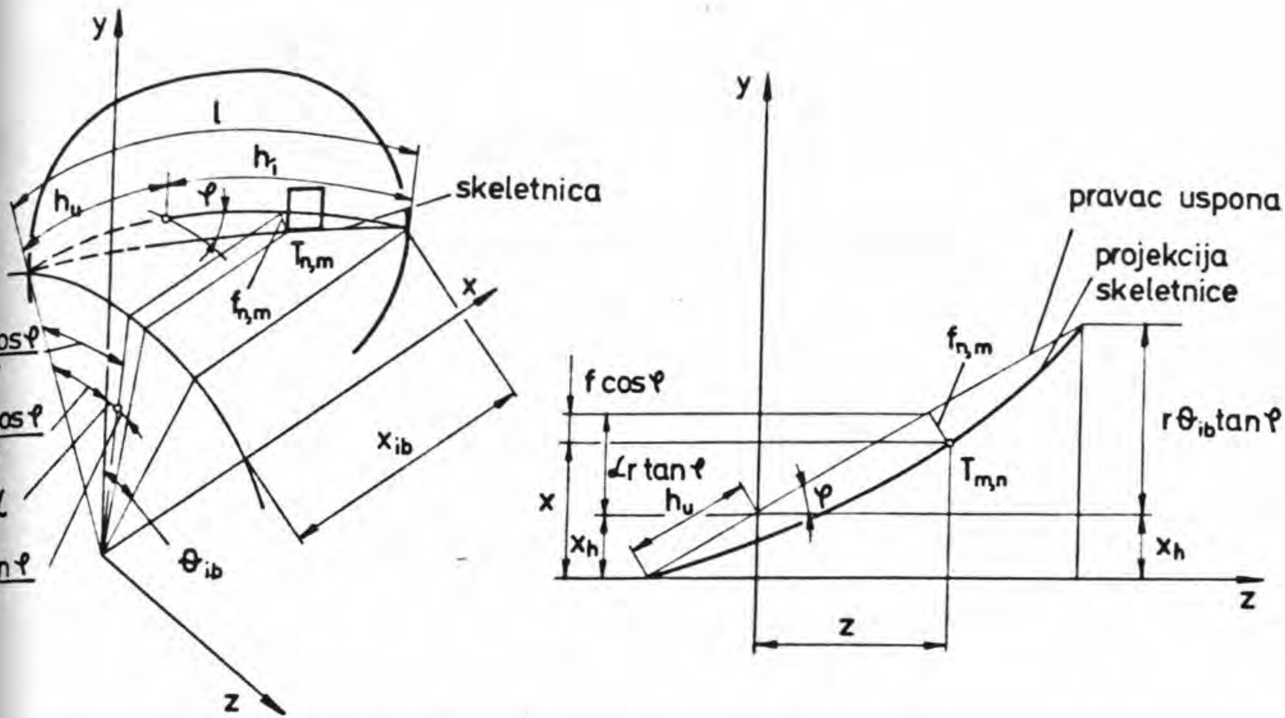
$$h_{u_i} \rightarrow h_{u_m}$$
$$h_{i_i} \rightarrow h_{i_m} \qquad m = 1, M+1$$
$$x_{h_i} \rightarrow x_{h_m}$$
$$\varphi_i \rightarrow \varphi_m$$

- odredjivanje koordinata izlaznog brida

$$\theta_{ib_m} = \frac{h_{i_m} \cos \varphi_m}{r_m}$$
$$r_{ib_m} = r_m \qquad m = 1, M+1$$
$$x_{ib_m} = x_{h_m} + \theta_{ib_m} r_m \operatorname{tg} \varphi_m$$

- odredjivanje razlike obodnih koordinata susjednih vrhova panela na krilu i u prijelaznom području traga

$$\Delta\theta_{K_m} = \frac{\ell_m \cos \varphi_m}{r_m N}$$
$$\Delta\theta_{T_m} = \frac{\theta_{KT} - \theta_{ib_m}}{N_T} \qquad m = 1, M+1$$
$$\ell_m = h_{ib_m} - h_{ub_m}$$



Sl. 46 Koordinate vrhova panela

- odredjivanje koordinata vrhova panela osnovnog krila

$$\theta_{n,m} = \alpha_{n,m} + f_{n,m}\,\frac{\sin\varphi_m}{r_m}$$

$$\alpha_{n,m} = \frac{s_n l_m \cos\varphi_m}{r_m} + \frac{h_{u_m}\cos\varphi_m}{r_m}$$

$$x_{n,m} = \alpha_{n,m}\, r_m \,\mathrm{tg}\,\varphi_m + x_{h_m} - f_{n,m}\cos\varphi_m \qquad m = 1, M+1$$

$$n = 1, N+1$$

$$y_{n,m} = r_m \cos\theta_{n,m}$$

$$z_{n,m} = r_m \sin\theta_{n,m}$$

Linearna radijalna kontrakcija prvih dvaju slobodnih vrtloga traga

Prvi vrtlog traga udaljen je za četvrtinu duljine panela traga od izlaznog brida.

- odredjivanje dužine panela

$$\Delta X_m = \frac{X_{KT} - X_{ib_m}}{N_T} \qquad m = 1, M+1$$

$$\Delta r_m = \frac{r_p - r_{ib_m}}{N_T}$$

- koordinate vrhova prvih vezanih vrtloga traga

$$r_{T_{1,m}} = r_{ib_m} + \frac{1}{4} \Delta r_m$$

$$\theta_{T_{1,m}} = \theta_{ib_m} + \frac{1}{4} \Delta \theta_m$$

$$X_{T_{1,m}} = X_{ib_m} + \frac{1}{4} \Delta X_m \qquad m = 1, M+1$$

$$Y_{T_{1,m}} = r_{T_{1,m}} \cos \theta_{T_{1,m}}$$

$$Z_{T_{1,m}} = r_{T_{1,m}} \sin \theta_{T_{1,m}}$$

Odredjivanje koordinata separiranih vršnih vrtloga

- kut uspona početnog vršnog separiranog vrtloga

$$\bar{\beta} = \frac{1}{2} (\beta + \beta_{\pi}) \qquad \beta = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{J}{\pi}\right)$$

- maksimalna udaljenost početnog vršnog separiranog vrtloga od krila

$$\bar{\Delta} = e_M \operatorname{tg} (\varphi_M - \bar{\beta})$$

- udaljenost ostalih separiranih vrtloga od krila

$$\Delta_{ne} = \bar{\Delta} \, \frac{S_e - S_n}{S_N - S_n} \qquad \begin{array}{l} e = n N \\ n = 1, N \end{array}$$

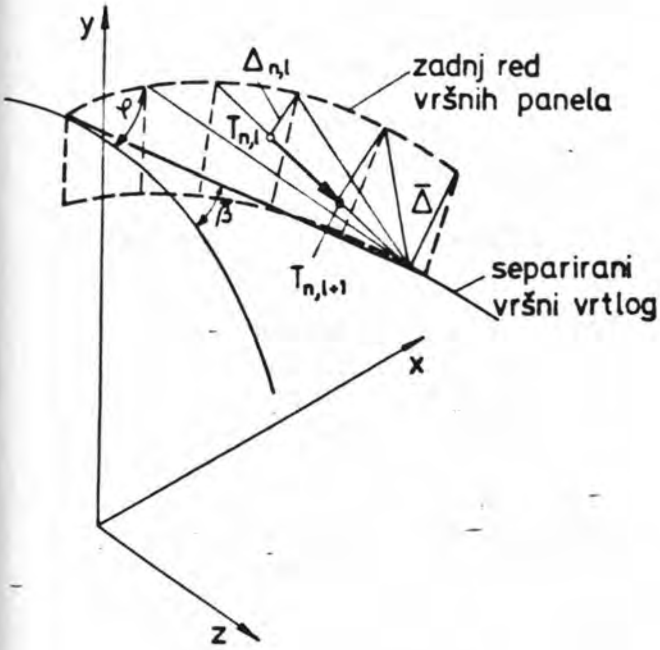
- komponente normale na vršne panele

$$\vec{S}_n = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{n+1,M+1} - \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{n,M+1}$$

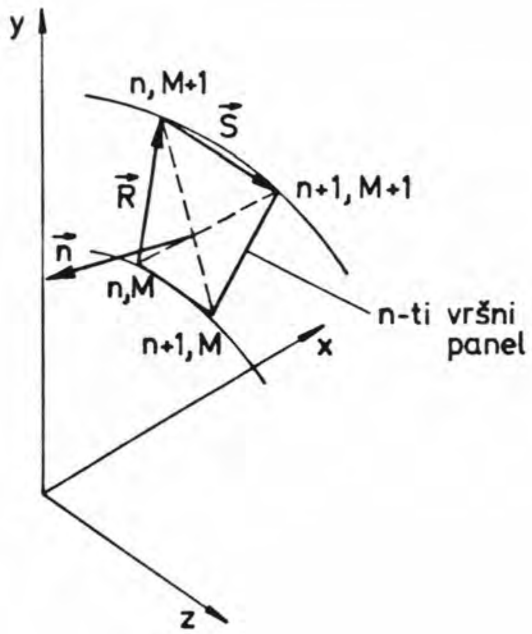
$$\vec{R}_n = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix}_n = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{n,M+1} - \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{n,M} \qquad n = 1,N$$

$$\vec{n}_m = \vec{S}_n \times \vec{R}_n$$

$$\vec{n}_{N+1} = \vec{n}_n$$



Sl. 47 Separirani vršni vrtlog



Sl. 48 Normala na vršni panel

- korekcija položaja prvog slobodnog vrtloga zbog separacije vršnih vrtloga

$$X_{T_{1,m}} = X_{T_{1,m}} + \bar{\Delta} n_{1,N+1}$$
$$Y_{T_{1,m}} = Y_{T_{1,m}} + \bar{\Delta} n_{2,N+1}$$
$$Z_{T_{1,m}} = Z_{T_{1,m}} + \bar{\Delta} n_{3,N+1}$$
$$r_{T_{1,m}} = \sqrt{Y_{T_{1,m}}^2 + Z_{T_{1,m}}^2} \qquad m = 1, M+1$$
$$\theta_{T_{1,m}} = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{Z_{T_{1,m}}}{Y_{T_{1,m}}}\right)$$

- koordinate segmenata separiranih vršnih vrtloga

$$X_{V_{n,e}} = X_{n+e-1,M+1} + \Delta_{n,e}\, n_{1,n}$$
$$Y_{V_{n,e}} = y_{n+e-1,M+1} + \Delta_{n,e}\, n_{2,n} \qquad n = 1, N \quad e = 1, N-n+1$$
$$Z_{V_{n,e}} = Z_{n+e-1,M+1} + \Delta_{n,e}\, n_{3,n}$$

Zadnji vršni vrtlog i početni vrtlog traga spajaju se u istoj točki

$$X_{V_{n,N-n+2}} = X_{T_{1,M+1}}$$
$$y_{V_{n,N-n+2}} = y_{T_{1,M+1}} \qquad n = 1, N$$
$$Z_{V_{n,N-n+2}} = Z_{T_{1,M+1}}$$

Odredjivanje vrhova panela prijelaznog područja traga

- komponente duljine drugog segmenta vrtloga prijelaznog područja traga

$$\Delta X_{T_{2,M+1}} = \frac{X_{KT} - X_{T_{1,M+1}}}{N_T - 0{,}25}$$

$$\Delta r_{T_{2,M+1}} = \frac{r_{KT} - r_{T_{1,M+1}}}{N_T - 0{,}25}$$

$$\Delta \theta_{T_{2,M+1}} = \frac{\theta_{KT} - \theta_{T_{1,M+1}}}{N_T - 0{,}25}$$

- koordinate vrhova drugog segmenta vrtloga prijelaznog područja

$$r_{T_{2,m}} = r_{T_{1,m}} + \Delta r_m$$
$$\theta_{T_{2,m}} = \theta_{T_{1,m}} + \Delta\theta_m \qquad m = 1, M+1$$
$$X_{T_{2,m}} = X_{T_{1,m}} + \Delta X_m$$
$$Y_{T_{2,m}} = r_{T_{2,m}} \cos \theta_{T_{2,m}}$$
$$Z_{T_{2,m}} = r_{T_{3,m}} \sin \theta_{T_{2,m}}$$

- komponente duljine preostalih segmenata vrtloga prijelaznog di-

$$\Delta\theta_{T_m} = \frac{\theta_{KT} - \theta_{T_2,m}}{N_T - 1{,}25}$$

$$\Delta x_{T_m} = \frac{x_{KT} - x_{T_2,m}}{N_T - 1{,}25} \qquad m = 1, M+1$$

$$\Delta r_{T_m} = \frac{r_{KT} - r_{T_2,m}}{N_T - 1{,}25}$$

- koordinate vrhova preostalih segmenata vrtloga prijelaznog područja traga

$$x_{T_{n,m}} = x_{T_{n-1,m}} + \Delta x_{T_m} \qquad \begin{array}{l} n = 3, N_T \\ m = 1, M+1 \end{array}$$

$$\theta_{T_{n,m}} = \theta_{T_{n-1,m}} + \Delta\theta_{T_m}$$

$$r_{T_{n,m}} = r_{T_{n-1,m}} + \Delta r_{T_m}$$

$$Y_{T_{n,m}} = r_{T_{n,m}} \sin\theta_{T_{n,m}}$$

$$Z_{T_{n,m}} = r_{T_{n,m}} \cos\theta_{T_{n,m}}$$

Koeficijenti razvoja intenziteta (N,m)-tog vezanog vrtloga krila u red intenziteta preostalih vrtloga (vidi dodatak III)

- obodne udaljenosti predzadnjeg i zadnjeg vezanog vrtloga krila, te prvog i drugog vezanog vrtloga traga od izlaznog brida

$$\delta_{N-1,m} = \frac{1}{2}\left(\theta_{ib_m} + \theta_{ib_{m-1}}\right) - \frac{1}{2}\left(\theta_{N-1,m} + \theta_{N-1,m-1}\right)$$

$$\delta_{2,m} = \frac{1}{2}\left(\theta_{T_{2,m}} + \theta_{T_{2,m-1}}\right) - \frac{1}{2}\left(\theta_{ib_m} + \theta_{ib_{m-1}}\right)$$

$$\delta_{1,m} = \frac{1}{2}\left(\theta_{T_{1,m}} + \theta_{T_{1,m-1}}\right) - \frac{1}{2}\left(\theta_{ib_m} + \theta_{ib_{m-1}}\right) \qquad m = 2, M$$

$$\delta_{N,m} = \frac{1}{2}\left(\theta_{ib_m} + \theta_{ib_{m-1}}\right) - \frac{1}{2}\left(\theta_{N,m} + \theta_{N,m-1}\right)$$

$$\Delta_m = \left(\frac{\Delta\theta_{K_m} + \Delta\theta_{K_{m-1}}}{\Delta\theta_{T_m} + \Delta\theta_{T_{m-1}}}\right)^2$$

- koeficijenti Kutta-uvjeta

$$C_{1,m-1} = -\frac{\delta_{2,m}\Delta_m}{1+\delta_{2,m}\Delta_m}$$

$$C_{2,m-1} = \frac{\delta_{N,m}}{1+\delta_{2,m}\Delta_m} \qquad m = 2,M$$

$$C_{3,m-1} = -\frac{\delta_{1,m}\Delta_m}{1+\delta_{2,m}\Delta_m}$$

DODATAK X POTPROGRAM OBL

Potprogram OBL odredjuje koordinate vrhova segmenata konačnog traga krila, vrhova panela ostalih krila i njihovih tragova, koordinate kontrolnih točaka u središtima panela osnovnog krila i komponente normala na panele u kontrolnim točkama (vidi glave 3 i 4 i dodatak II).

Geometrija konačnog traga

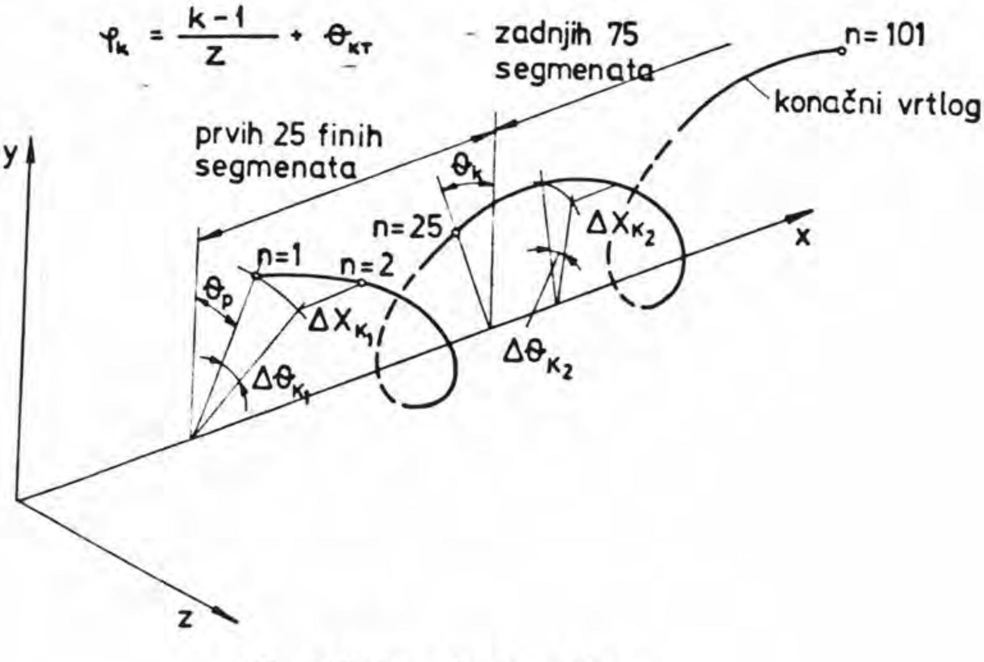
- koordinate početne točke prvog segmenta konačnog vrtloga

$$x_{K_{1,k}} = x_{KT}$$

$$y_{K_{1,k}} = r_{KT}\cos\varphi_k \qquad k = 1,Z$$

$$z_{K_{1,k}} = r_{KT}\sin\varphi_k$$

$$\varphi_k = \frac{k-1}{Z} + \theta_{KT}$$



Sl. 49 Konačni vrtlog

- aksijalna i obodna duljina prvih 25 segmenta konačnog vrtloga

$$\Delta x_{K_1} = \frac{P_{PT}}{24}\,\frac{\theta_P - \theta_{KT}}{\theta_{KT}}$$

$$\Delta\theta_{K_1} = \frac{\theta_K - \theta_P}{24}$$

- koordinate krajnjih točaka prvih 25 segmenta konačnog vrtloga

$$\begin{aligned} x_{K_{n,k}} &= x_{K_{n-1,k}} + \Delta x_{K_1} \\ r_{K_{n,k}} &= r_{KT} \\ y_{K_{n,k}} &= r_{KT}\cos(n\Delta\theta_{K_1}) \\ z_{K_{n,k}} &= r_{KT}\sin(n\Delta\theta_{K_1}) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} n &= 2,25 \\ k &= 1,z \end{aligned}$$

- aksijalna i obodna duljina zadnjih 75 segmenata konačnog vrtloga

$$\Delta x_{K_2} = \frac{P_{KT}}{20} \qquad \Delta\theta_{K_2} = \frac{\pi}{10}$$

- koordinate krajnjih točaka zadnjih 75 segmenata konačnog vrtloga

$$\begin{aligned} x_{K_{n,k}} &= x_{K_{n-1,k}} + \Delta x_{K_2} \\ y_{K_{n,k}} &= r_{KT}\cos\theta_{K_{n,k}} \\ z_{K_{n,k}} &= r_{KT}\sin\theta_{K_{n,k}} \\ \theta_{K_{n,k}} &= 25\Delta\theta_{K_1} + (n-25)\Delta\theta_{K_2} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} n &= 26,101 \\ k &= 1,z \end{aligned}$$

Proračun vrhova panela ostalih krila i njihovih tragova

- kutna razlika izmedju izvodnica k-tog krila i osnovnog krila

$$\delta_k = \frac{2\pi k}{z} \qquad k = 1,z-1$$

- koordinate vrhova panela ostalih krila

$$\begin{aligned} \theta O_{n,m,k} &= \delta_k + \theta_{n,m} \\ XO_{n,m,k} &= x_{n,m} \\ YO_{n,m,k} &= r_m\cos\theta O_{n,m,k} \\ ZO_{n,m,k} &= r_m\sin\theta O_{n,m,k} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} k &= 1,z-1 \\ m &= 1,(3),M+1 \\ n &= 1,(2),N \end{aligned}$$

- koordinate vrhova zadnjeg reda panela ostalih krila

$$\begin{aligned} \theta O_{\frac{N}{2}+1,m,k} &= \theta_{T_{1,m}} \\ XO_{\frac{N}{2}+1,m,k} &= x_{T_{1,m}} \\ YO_{\frac{N}{2}+1,m,k} &= r_{T_{1,m}}\cos\theta O_{\frac{N}{2}+1,m,k} \\ ZO_{\frac{N}{2}+1,m,k} &= r_{T_{1,m}}\sin\theta O_{\frac{N}{2}+1,m,k} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} k &= 1,z-1 \\ m &= 1,(3),M+1 \end{aligned}$$

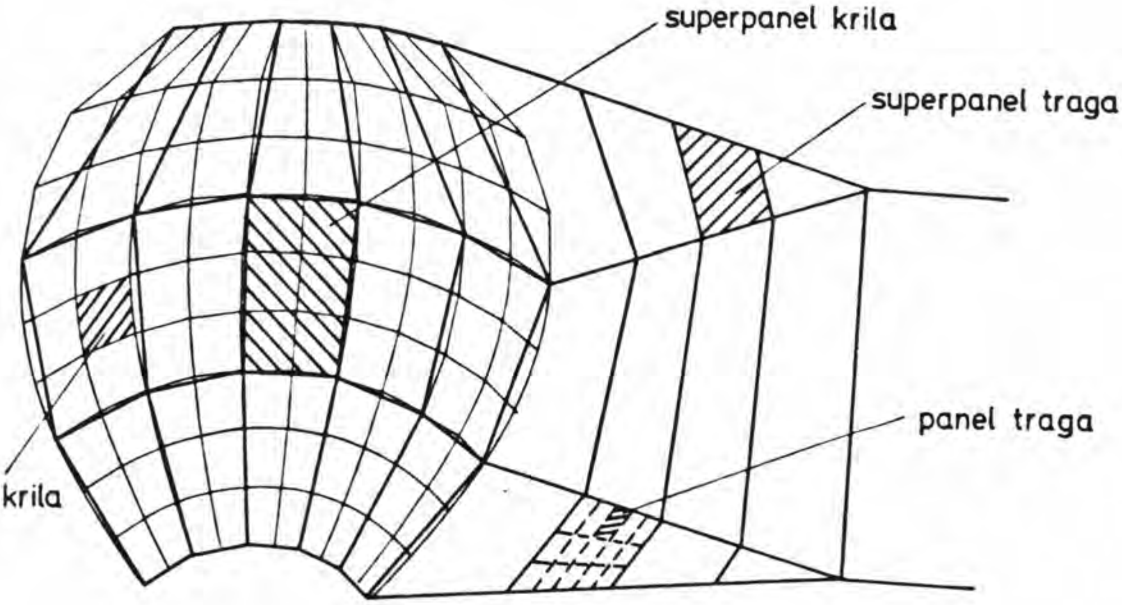
- koordinate vrhova panela tragova ostalih krila

$$\Theta O_{T_{n,m,k}} = \delta_R + \Theta_{T_{n,m}}$$

$$XO_{T_{n,m,k}} = X_{T_{n,m}} \qquad k = 1,z-1$$

$$YO_{T_{n,m,k}} = r_{T_{n,m}} \cos \Theta O_{T_{n,m,k}} \qquad m = 1,(3),M+1$$

$$ZO_{T_{n,m,k}} = r_{T_{n,m}} \sin \Theta O_{T_{n,m,k}} \qquad n = 1,(5),N_T$$



Sl. 50 Odnos panela i super-panela krila i traga

- koordinate vrhova zadnjeg panela prijelaznog područja traga ostalih krila

$$\Theta O_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}} = \delta_k + \Theta_{KT} \qquad k = 1,z-1$$

$$XO_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}} = X_{KT} \qquad m = 1,(3),M+1$$

$$YO_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}} = r_{T_{NT+1,m}} \cos \Theta O_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}} \qquad n = 1,(5),N_T$$

$$ZO_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}} = r_{T_{NT+1,m}} \sin \Theta O_{T_{\frac{NT}{5}+1,m,k}}$$

Proračun koordinata i komponenata normala kontrolnih točaka

- uspon, kut uspona i duljina tetive presjeka krila na radijusima kontrolnih točaka

$$P_{KT_m} = \frac{1}{2}\left(P_m + P_{m+1}\right)$$

$$\varphi_{KT_m} = \mathrm{arctg}\,\frac{P_m}{r_{KT_m}} \qquad m = 1,M$$

$$\ell_{KT_m} = \frac{1}{2}\left(\ell_m + \ell_{m+1}\right)$$

- linijski indeks kontrolne točke

$$i = (j-1)(N-1) + \ell \qquad \begin{aligned} j &= 1,M \\ \ell &= 1,N-1 \end{aligned}$$

- koordinate kontrolnih točaka

$$XP_i = \frac{1}{4}\left(x_{\ell,j} + x_{\ell+1,j} + x_{\ell,j+1} + x_{\ell+1,j+1}\right) \qquad \begin{aligned} j &= 1,M \\ \ell &= 1,N-1 \\ i &= 1,M(N-1) \end{aligned}$$

$$YP_i = \frac{1}{4}\left(y_{\ell,j} + y_{\ell+1,j} + y_{\ell,j+1} + y_{\ell+1,j+1}\right)$$

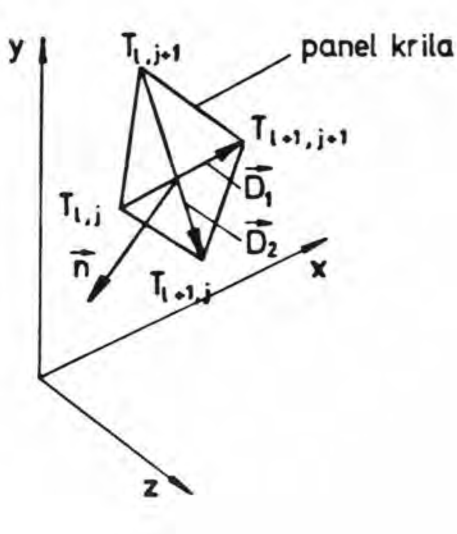
$$ZP_i = \frac{1}{4}\left(z_{\ell,j} + z_{\ell+1,j} + z_{\ell,j+1} + z_{\ell+1,j+1}\right)$$

$$\Theta P_i = \mathrm{arctg}\left(\frac{ZP_i}{YP_i}\right)$$

- x,y,z komponente normala na panele u kontrolnim točkama

$$\vec{D}_1 = \begin{Bmatrix} D1X \\ D2Y \\ D1Z \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{\ell+1,j-1} - \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{\ell,j}$$

$$\vec{D}_2 = \begin{Bmatrix} D2X \\ D2Y \\ D2Z \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{\ell+1,j+1} - \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_{\ell,j+1}$$



$$XON_i = D1Y_i\,D2Z_i - D1Z_i\,D2Y_i$$

$$YON_i = D1Z_i\,D2X_i - D1X_i\,D2Z_i$$

$$ZON_i = D1X_i\,D2Y_i - D$$

$$|N|_i = \sqrt{XON_i^2 + YON_i^2 + ZON_i^2}$$

$$XN_i = \frac{XON_i}{|N|_i}$$

$$YN_i = \frac{YON_i}{|N|_i} \qquad \vec{N} = \frac{\vec{D1} \times \vec{D2}}{|\vec{D1} \times \vec{D2}|}$$

$$ZN_i = \frac{ZON_i}{|N|_i} \qquad \vec{N} = XN_i\,\vec{i} + YN_i\,\vec{j} + ZN_i\,\vec{k}$$

- x, r, ϑ komponente normale na panele u kontrolnim točkama

$$XNX_i = XN_i$$

$$YNR_i = YN_i \cos\Theta P_i + ZN_i \sin\Theta P_i \qquad i = 1, M(N-1)$$

$$ZNT_i = -YN_i \sin\Theta P_i + ZN_i \cos\Theta P_i$$

Proračun kuta nagiba vezanih vrtloga

$$\Delta\varphi_{n,m} = \Theta_{n,m+1} - \Theta_{n,m} \qquad n = 1,N \quad m = 1,M$$

$$\alpha_{n,m} = \frac{1}{2}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta\varphi_{n,m}}{r_m}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{\Delta\varphi_{n,m}}{r_{m+1}}\right)\right]$$

Proračun bezdimenzionalnog intenziteta izvora $q = \frac{Q}{2\pi R U_R}$

$$\bar{q}_{n,m} = \frac{1}{2}\left(x_{uA_m} + x_{uA_{m+1}}\right)t_n' \cdot \cos\alpha_{n,m} \qquad \begin{matrix} n = 1, N \\ m = 1, M \end{matrix}$$

Korekcija intenziteta izvora zbog nultog odtoka fluida iz profila krila

- duljina segmenta izvora

$$\ell_{n,m} = \sqrt{(x_{n,m+1} - x_{n,m})^2 + (y_{n,m+1} - y_{n,m})^2 + (z_{n,m+1} - z_{n,m})^2}$$

- korigirani intenziteti izvora $\qquad \begin{matrix} n = 1, N \\ m = 1, M \end{matrix}$

$$q_{n,m} = \bar{q}_{n,m} - \frac{1}{N\ell_{n,m}} \sum_{n=1}^{N} \bar{q}_{n,m}\,\ell_{n,m}$$

Korekcija je izvršena tako da je svakom izvoru dodan dodatni intenzitet, proporcionalan duljini segmenta izvora, potreban da bi ukupan intenzitet izvora (i ponora)na promatranom radijusu bio jednak nuli.

Ukoliko je suma nekorigiranih izvora

$$\sum_{n=1}^{N} \bar{q}_{n,m}\,\ell_{n,m} \qquad m = 1, M$$

različita od nule, tada je $N\ell_{n,m}$-ti dio te sume dodan svakom izvoru, te je sada nova suma jednaka nuli (tj. nema istjecanja tekućine iz krila u vanjsku struju)

$$\sum_{n=1}^{N} q_{n,m}\,\ell_{n,m} = 0$$

Intenziteti izvora ostalih krila

$$qO_{n,m} = q_{s,t} + q_{s+1,t} \qquad \begin{matrix} n = 1, S \\ m = 2, (3), 8 \end{matrix}$$

$$s = (n-1)\,2 + 1$$

$$t = (m-1)\,3 + 2$$

DODATAK XI PROGRAM MAIN1

Program MAIN1 računa normalnu komponentu neometane obodne brzine pritjecanja vode na radijusima kontrolnih točaka, induciranu brzinu konačnog vrtloga glavine, te poziva potprograme HRSHOE i HRJUMP za proračun brzina induciranih pojedinim potkovičastim vrtlogom koji počinje (n,m)-tim vezanim vrtlogom krila (vidi dodatak I).

- normalna komponenta obodne neometane brzine

$$v^{I}_{oi} = \omega r_{KTi} \cdot ZNT_i \qquad i = 1, M(N-1)$$

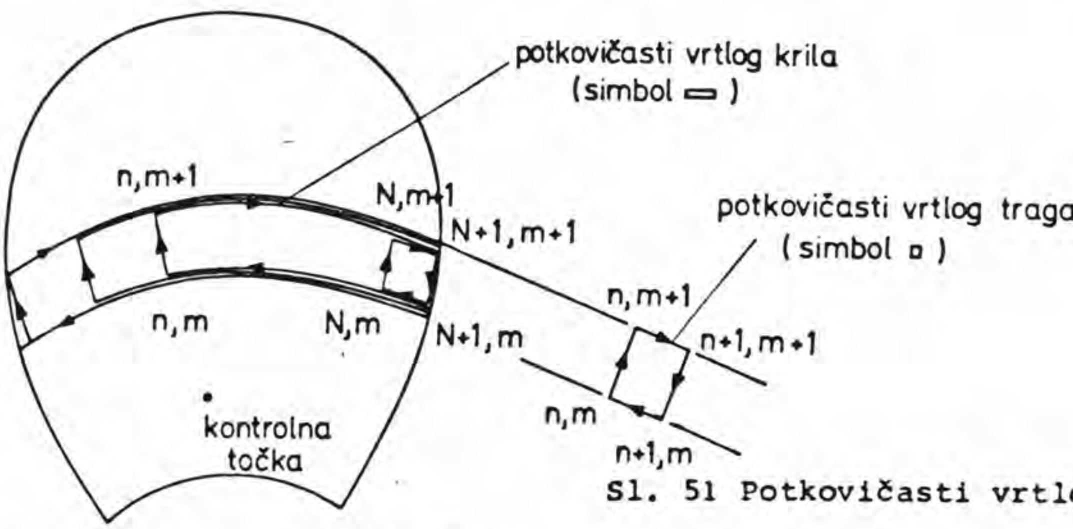
- brzina inducirana konačnim vrtlogom glavine

$$v_{gi} = -\sum_{k=1}^{Z} v_{gi}\left[(x_{K_{1,k}}, 0, 0), (x_{K_{101,k}}, 0, 0)\right] \qquad i = 1, M(N-1)$$

Simbolički pisano $v_i[(x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)]$ predstavlja proračun brzine inducirane linijskim vrtlogom jediničnog intenziteta početne točke (x_1,y_1,z_1) i krajnje točke (x_2,y_2,z_2) u kontrolnoj točki $(x_{KTi},y_{KTi},z_{KTi})$, okomito na panel pozivom potprograma VORSGN (vidi dodatak XIX).

DODATAK XII POTPROGRAM HRSHOE

Potprogram HRSHOE odredjuje brzine inducirane zatvorenim potkovičastim vrtlogom jediničnog intenziteta smještenog na rubovima panela osnovnog krila i njegovog traga, te formira koeficijente osnovne matrice sistema linearnih algebarskih jednadžbi za odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga (vidi dodatak I)



Sl. 51 Potkovičasti vrtlozi

- proračun brzine inducirane (n,m)-tim vezanim vrtlogom osnovnog krila u i-toj kontrolnoj točki

$$\bar{v}_{vk_{n,mi}} = v_{vk_{n,mi}}\left[(x_{n,m}, y_{n,m}, z_{n,m}), (x_{n,m+1}, y_{n,m+1}, z_{n,m+1})\right] \qquad \begin{array}{l} n = 1, N+1 \\ m = 1, M \\ i = 1, M(N-1) \end{array}$$

- proračun brzine inducirane (n,m)-tim slobodnim vrtlogom osnovnog krila

$$\bar{v}_{sk_{n,mi}} = v_{sk_{n,mi}}\left[(\bar{x}_{n,m}, y_{n,m}, z_{n,m}), (x_{n+1,m}, y_{n+1,m}, z_{n+1,m})\right] \qquad \begin{array}{l} n = 1, N+1 \\ m = 1, M \\ i = 1, M(N-1) \end{array}$$

$$v_{sk_{n,M+1i}} = \sum_{e=1}^{N-n+1} v_{sk_{n,M+1i}}\left[(x_{v_{n,e+1}}, y_{v_{n,e+1}}, z_{v_{n,e+1}}), (x_{v_{n,e}}, y_{v_{n,e}}, z_{v_{n,e}})\right] \qquad \begin{array}{l} n = 1, N \\ i = 1, M(N-1) \end{array}$$

- proračun brzine inducirane zatvorenim vrtlogom kojeg čine (n,m)-ti i (N+1,m)-ti vezani vrtlozi krila i slobodni vrtlozi krila koji ih povezuju (vidi sl.51)

$$v^{\square}_{n,mi} = v_{vk_{n,mi}} + \sum_{e=n}^{N}\left(v_{sk_{e,m+1i}} - v_{sk_{e,mi}}\right) - v_{vk_{N+1,mi}} \qquad \begin{array}{l} n = 1, N \\ m = 1, M \\ i = 1, M(N-1) \end{array}$$

- proračun koeficijenata osnovne matrice sistema jednadžbi za odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga (vidi dodatak I)

$$A_{ij} = \overline{\overline{v}}_{n,mi} + C_{1m} \overline{\overline{v}}_{N,mi} \qquad i = 1,M(N-1)$$
$$j = (m-1)(N-1) + n \qquad n = 1,N-1 \qquad m = 1,M$$

odnosno za stacionarno optjecanje $C^s_{1m} = 0$

$$A^s_{ij} = \overline{\overline{v}}_{n,mi} \qquad i = 1,M(N-1)$$
$$A_{i,m(N-1)} = \overline{\overline{v}}_{N-1,mi} + \frac{3}{7} \overline{\overline{v}}_{N,mi} \qquad n = 1,N-1 \qquad m = 1,M \qquad j = (m-1)(N-1) + m$$

- brzina inducirana konačnim vrtlogom traga osnovnog krila

$$v_{KT_i} = \sum_{n=1}^{100} v_{KT_i}\left[(x_{K_{n,1}}, y_{K_{n,1}}, z_{K_{n,1}}), (x_{K_{n+1,1}}, y_{K_{n+1,1}}, z_{K_{n+1,1}})\right] \qquad n = 1,N_T \quad m = 1,M$$

- brzina inducirana vezanim vrtlogom traga osnovnog krila

$$v_{VT_{n,mi}} = v_{VT_{n,mi}}\left[(x_{T_{n,m}}, y_{T_{n,m}}, z_{T_{n,m}}), (x_{T_{n,m+1}}, y_{T_{n,m+1}}, z_{T_{n,m+1}})\right] \qquad n = 1,N_T \quad m = 1,M$$

u stacionarnom slučaju jednaka je nuli, jer nema vezanih vrtloga traga

- proračun brzine inducirane slobodnim vrtlogom traga

$$v_{ST_{n,mi}} = v_{ST_{n,mi}}\left[(x_{T_{n,m}}, y_{T_{n,m}}, z_{T_{n,m}}), (x_{T_{n+1,m}}, y_{T_{n+1,m}}, z_{T_{n+1,m}})\right] \qquad n = 1,N_T \quad m = 1,M$$

- proračun brzine inducirane zatvorenim vrtlogom kojeg čine (n,m)-ti i $(n+1,m)$-ti vezani vrtlozi traga i slobodni vrtlozi traga koji ih spajaju

$$v^{\square}_{n,mi} = v_{VT_{n,mi}} + v_{ST_{n,m+1i}} - v_{ST_{n,mi}} - v_{VT_{n+1,mi}} \qquad n = 1,N_T-1 \quad m = 1,M$$

$$v^{\square}_{N_T,5i} = v_{VT_{N,5i}} + v_{ST_{N_T,6i}} - v_{ST_{N_T,5i}} + v_{KT_i}$$

- proračun brzine inducirane svim vrtlozima traga izmedju radijusa m i $m+1$

$$\overline{\overline{v}}^T_{mi} = \sum_{n=1}^{N_T} v^{\square}_{n,mi} \qquad m = 1,M$$

- proračun koeficijenata osnovne matrice sistema za stacionarno optjecanje (vidi dodatak I)

DODATAK XIII POTPROGRAM HRJUMP

Potprogram HRJUMP proračunava brzine inducirane zatvorenim vrtlogom jediničnog intenziteta kojeg čine (n,m)-ti vezani vrtlog i (N_o+1,m)-ti vezani vrtlog i slobodni vrtlozi koji ih spajaju na krilu u i-toj kontrolnoj točki.

- proračun brzine inducirane (n,m)-tim vezanim vrtlogom k-tog krila u i-toj kontrolnoj točki na osnovnom krilu

$$v^{o}_{VK_{n,m,ki}} = v^{o}_{VK_{n,m,ki}}\Big[(XO_{n,m,k}, YO_{n,m,k}, ZO_{n,m,k}), (XO_{n,m+1,k}, YO_{n,m+1,k}, ZO_{n,m+1,k})\Big]$$

$i = 1, N(N-1)$
$n = 1, N_o+1$
$m = 1, M_o$
$k = 1, z-1$
$N_o = N/2$
$M_o = M/3$

- proračun brzine inducirane (n,m)-tim slobodnim vrtlogom

$$v_{SK_{n,m,ki}} = v_{SK_{n,m,ki}}\Big[(XO_{n,m,k}, YO_{n,m,k}, ZO_{n,m,k}), (XO_{n+1,m,k}, YO_{n+1,m,k}, ZO_{n+1,m,k})\Big]$$

- proračun brzine inducirane zatvorenim vrtlogom kojeg čine (n,m)-ti vezani vrtlog i (N_o+1,m)-ti vezani vrtlog i slobodni vrtlozi koji ih spajaju

$$v^{o}_{\overline{n,m,ki}} = v^{o}_{VK,n,m,ki} + \sum_{s=n}^{N_o+1} \left(v^{o}_{SK_{s,m+1,ki}} - v^{o}_{SK_{s,m+1,ki}}\right) - v^{o}_{VK_{N_o+1,m,ki}}$$

- proračun brzine inducirane konačnim vrtlogom traga

$$v^{o}_{KT_{k,i}} = \sum_{n=1}^{100} v^{o}_{KT_{ki}}\Big[(X_{K_{n,m,k+1}}, Y_{K_{n,m,k+1}}, Z_{K_{n,m,k+1}}), (X_{K_{n+1,m,k+1}}, Y_{K_{n+1,m,k+1}}, Z_{K_{n+1,m,k+1}})\Big]$$

- proračun brzine inducirane vezanim (n,m)-tim vrtlogom traga

$$v^{o}_{VT_{n,m,ki}} = v^{o}_{VT_{n,m,ki}}\Big[(XO_{T_{n,m,k}}, YO_{T_{n,m,k}}, ZO_{T_{n,m,k}}), (XO_{T_{n,m+1,k}}, YO_{T_{n,m+1,k}}, ZO_{T_{n,m+1,k}})\Big]$$

u stacionarnom slučaju jednaka nuli jer nema vezanih vrtloga traga

- proračun brzina induciranih (n,m)-tim slobodnim vrtlogom traga

$$\upsilon^{o}_{ST_{n,m,ki}} = \upsilon^{o}_{ST_{n,m,ki}}\left[\left(XO_{T_{n,m,k}}, YO_{T_{n,m,k}}, ZO_{T_{n,m,k}}\right),\right.$$
$$\left.\left(XO_{T_{n+1,m,k}}, YO_{T_{n+1,m,k}}, ZO_{T_{n+1,m,k}}\right)\right]$$

- proračun brzine inducirane zatvorenim vrtlogom k-tog krila kojeg čine (n,m)-ti i (n+1,m)-ti vezani vrtlozi traga i slobodni vrtlozi koji ih spajaju

$$\upsilon^{o\Box}_{n,m,ki} = \upsilon^{o}_{VT_{n,m,ki}} + \upsilon^{o}_{ST_{n,m+1,ki}} - \upsilon^{o}_{ST_{n,m,ki}} - \upsilon^{o}_{VT_{n+1,m,ki}} \qquad \begin{array}{l} n = 1, N_{T_o} \\ m = 1, M_o \end{array}$$

$$\upsilon^{o\Box}_{N_{T_o},3,ki} = \upsilon^{o}_{VT_{N_{T_o},3,ki}} + \upsilon^{o}_{ST_{N_{T_o},4,ki}} - \upsilon^{o}_{ST_{N_{T_o},3,ki}} - \upsilon^{o}_{KT_{k,i}} \qquad \begin{array}{l} k = 1, z-1 \\ i = 1, M(N-1) \end{array}$$

- proračun brzina induciranih svim vrtlozima traga k-tog krila izmedju radijusa m i $m+1$

$$\upsilon^{o\,\overline{\Box}\,T}_{m,ki} = \sum_{n=1}^{N_{T_o}} \upsilon^{o\Box}_{n,m,ki} \qquad m = 1, M$$

Napomena: Ako za indeksiranu varijablu nije navedeno područje indeksa desno od formule tada je ono jednako području iz gornje formule

DODATAK XIV POTPROGRAM UPDAT

Potprogram UPDAT formira nehomogeni vektor θ_i^j osnovnog sistema jednadžbi modela propelera DI-16 odnosno DI-17 (vidi dodatak I), učitava koeficijente inverzne matrice osnovne matrice sistema, dobivene programom MIN (vidi dodatak XXII), riješava rubni problem odredjujući nepoznate intenzitete vezanih vrtloga osnovnog krila za 60 vremenskih koraka jednog okretaja iteracionim postupkom (u stacionarnom slučaju riješava samo jednom), množeći vektor θ_i^j s inverznom matricom sistema, te kao izlazne podatke računa sve potrebne intenzitete singulariteta: vezanih i slobodnih vrtloga osnovnog i preostalih krila i intenzitete ukupnih cirkulacija na pojedinim radijusima za 60 vremenskih koraka.

Odredjivanje komponenti neometane brzine nastrujavanja u kontrolnim točkama

- interpolacija Fourier-ovih koeficijenata aksijalne, radijalne i tangencijalne brzine nastrujavanja na radijusima kontrolnih točaka

$$
\begin{aligned}
AJ_{a_{m,j}} &\longmapsto AW_{a_{m,\ell}} \\
BJ_{a_{m,j}} &\longmapsto BW_{a_{m,\ell}} \\
AJ_{t_{m,j}} &\longmapsto AW_{t_{m,\ell}} \qquad\qquad m = 1,S \\
BJ_{t_{m,j}} &\longmapsto BW_{t_{m,\ell}} \qquad\qquad j = 1,M \\
AJ_{r_{m,j}} &\longmapsto AW_{r_{m,\ell}} \qquad\qquad \ell = 1,8 \\
BJ_{r_{m,j}} &\longmapsto BW_{r_{m,\ell}}
\end{aligned}
$$

gdje su $AW_{a_{m,\ell}}$, $BW_{a_{m,\ell}}$ ℓ-ti harmonik aksijalne brzine nastrujavanja na radijusu r_m, prikazane FOURIER-ovim redom oblika

$$W_{a_\ell} = AW_{a_{0,\ell}} + \sum_{m=1}^{S} AW_{a_{m,\ell}} \cos(m\theta) + BW_{a_{m,\ell}} \sin(m\theta) \qquad 0 \le \theta \le 2\pi$$

- broj obodnih pomaka od jednog krila do drugog $N_k = \frac{N_\theta}{z}$

- kutni pomak izmedju dva uzastopna nestacionarna riješenja, u radijanima

$$\Delta\Theta = \frac{2\pi}{N_\Theta}$$

- obodni položaj osnovnog krila nakon ℓ-tog vremenskog intervala

$$\Theta_\ell = (\ell - 1)\Delta\Theta \qquad \ell = 1, N_\Theta$$

- odredjivanje komponenti neometane brzine nastrujavanja

$$\begin{Bmatrix} W_a \\ W_r \\ W_t \end{Bmatrix}_{i,\ell} = \begin{Bmatrix} AJ_a \\ AJ_r \\ AJ_t \end{Bmatrix}_{1,j} + \sum_{m=2}^{5} \begin{Bmatrix} AJ_a \\ AJ_r \\ AJ_t \end{Bmatrix}_{m,j} \cdot \cos\left[(m-1)\alpha_{i,\ell}\right] + \begin{Bmatrix} BJ_a \\ BJ_r \\ BJ_t \end{Bmatrix}_{m,j} \cdot \sin\left[(m-1)\alpha_{i,\ell}\right]$$

$$i = 1, M(N-1) \quad \ell = 1, N_\Theta \quad j = 1, M \quad n = 1, N-1 \quad i = (j-1)(N-1) + n$$

$$\alpha_{i,\ell} = \Theta P_i - \Theta_\ell$$

Odredjivanje desne strane sistema jednadžbi $Ax = B$ za odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga (vidi dodatak I)

- uključena samo neometana brzina nastrujavanja

$$B_{i,\ell} = -v_{o_i}^{I} - XNX_i \cdot W_{a_{i,\ell}} - YNR \cdot W_{r_{i,\ell}} - ZNT_i \cdot W_{t_{i,\ell}} \qquad j = 1, N-1 \quad \ell = 1, N_\Theta \quad i = (j-1)(N-1) + n$$

- dodavanje brzina induciranih singularitetima preostalih krila

$$B_{i,\ell} = B_{i,\ell} - \sum_{k=1}^{z-1} \sum_{m=1}^{M_o} \sum_{n=1}^{N_o} \Gamma^{o}_{VK_{n,m,kb}} \cdot v^{o\,=}_{n,m,k_i}$$

gdje je kb broj vremenskih zaostajanja k-tog krila za osnovnim krilom

- dodavanje brzina induciranih singularitetima tragova preostalih krila

$$B_{i,\ell} = B_{i,\ell} - \sum_{k=1}^{z-1} \sum_{m=1}^{M_o} \sum_{n=1}^{N_o} \Gamma^{o}_{ST_{n,m,\ell}} \cdot v^{o\,\square}_{n,m,k_i}$$

ako je stacionarno nastrujavanje, ili prvi okretaj propelera

$$B_{i,\ell} = B_{i,\ell} - \sum_{k=1}^{z-1} \sum_{m=1}^{M_o} T^{o}_{T_{m,\ell}} \cdot v^{o\,=}_{m,k_i}$$

- dodavanje brzine inducirane zatvorenim vrtlozima traga osnovnog krila u prethodnim vremenskim intervalima, te brzine inducirane drugim vezanim vrtlogom traga (vidi dodatak I jednadžbu DI-15)

$$B_{i,e} = B_{i,e} - \sum_{m=1}^{M} \left(c_{3m} \Gamma_{vT_{2,m,e}} \cdot c_{1m} T_{m,e-1} \right) v_{N,mi}^{=} - \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=2}^{N_T} v_{n,mi}^{\square} T_{m,e-n+1}$$

gdje je intenzitet drugog vezanog vrtloga traga izražen preko totalne cirkulacije na promatranom radijusu dva prethodna vremenska intervala

$$\Gamma_{vT_{2,m,e}} = T_{m,e-2} - T_{m,e-1} \qquad m = 1,M$$

$$T_{n,e} = \sum_{n=1}^{N} \Gamma_{vk_{n,m}} \qquad e = 1,N_*$$

Riješenje linearnog sistema algebarskih jednadžbi
- intenziteti vezanih vrtloga

$$\bar{X}_e = \left(x_{1e}, x_{2e}, \cdots\cdots, x_{M(N-1),e} \right)^T$$

$$\bar{\bar{A}} = \left[A_{ij} \right] \qquad i = 1,M(N-1)$$

$$\bar{\bar{A}}^s = \left[A_{ij}^s \right] \qquad j = 1,M(N-1)$$

$$\bar{B}_e = \left(B_{1,e}, B_{2,e} \cdots \quad B_{M(N-1),e} \right)^T$$

Riješenje se dobije množenjem nehomogenog vektora sistema $\bar{B}_e$ s inverznom matricom koeficijenata $\bar{\bar{A}}^{-1}$ (inverzna matrica se formira pozivom potprograma MIN, vidi dodatak XXII) u obliku

$$\bar{X}_e = \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot \bar{B}_e$$

ili za stacionarno nastrujavanje

$$\bar{X}_e^s = \bar{\bar{A}}^{s^{-1}} \cdot \bar{B}_e$$

- intenziteti vezanih vrtloga osnovnog krila

$$\Gamma_{vk_{n,m,e}} = x_{k,e} \qquad m = 1,M$$

$$\qquad n = 1,N-1$$

$$k = (N-1)(m-1) + n \qquad e = 1,N_*$$

Odredjivanje preostalih intenziteta singulariteta: slobodnih vrtloga krila, vezanih i slobodnih vrtloga ostalih krila, totalne cirkulacije na svim radijusima osnovnog i ostalih krila i totalne cirkulacije traga

- odredjivanje intenziteta vrtloga zadnjeg panela do izlaznog ruba krila

$$\Gamma_{vk_{N,m,\ell}} = C_{1m} \sum_{n=1}^{N-1} \Gamma_{vk_{n,m,\ell}} + C_{2m}\Gamma_{vk_{N-1,m,\ell}} - C_{1,m} T_{m,\ell-1} + C_{3m}\Gamma_{vr_{2,m,\ell}} \qquad \begin{array}{l} m = 1,M, \\ \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

ili za stacionarno nastrujavanje

$$\Gamma_{vk_{N,m,\ell}} = \frac{3}{7}\Gamma_{vk_{N-1,m,\ell}}$$

- odredjivanje ukupne cirkulacije osnovnog krila na pojedinim radijusima

$$T_{m,\ell} = \sum_{n=1}^{N-1} \Gamma_{vk_{n,m,\ell}} + \Gamma_{vk_{N,m,\ell}} \qquad \begin{array}{l} m = 1,M+1 \\ \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

- odredjivanje intenziteta slobodnih vrtloga osnovnog krila

$$\Gamma_{sk_{n,m,\ell}} = \sum_{n=1}^{N} \left(\Gamma_{vk_{n,m-1,\ell}} - \Gamma_{vk_{n,m,\ell}} \right) \qquad \begin{array}{l} n = 1,N \\ m = 1,M+1 \\ \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

- odredjivanje intenziteta vezanih vrtloga ostalih krila

$$\Gamma^{o}_{vk_{n,m,\ell}} = \frac{\sum_{js=1}^{3} \left(\Gamma_{vk_{s,t,\ell}} + \Gamma_{vk_{s+1,t,\ell}} \right) \frac{\Delta r_t}{\cos\alpha_{s,t}}}{\sum_{js=1}^{3} \frac{\Delta r_t}{\cos\alpha_{s,t}}}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta r_t = r_{t+1} - r_t & n = 1,N_o \\ s = 2(n-1) & m = 1,M_o \\ t = 3(m-1) + js & \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

Intenzitet (n,m)-tog vezanog vrtloga ostalih krila odredjen je kao srednja vagana vrijednost intenziteta 6 vezanih vrtloga osnovnog krila smještenih na panelima koji čine jedan super-panel ostalih krila. Pri tome je koeficijent kojim su vagani intenziteti pojedinih vrtloga osnovnog krila jednak njihovoj duljini podjeljenoj s kosinusom kuta nagiba vrtloga, jer je intenzitet složenog vrtloga proporcionalan duljini osnovnih vrtloga i obrnuto proporcionalan kutu nagiba osnovnih vrtloga.

- odredjivanje intenziteta slobodnih vrtloga ostalih krila

$$\Gamma^{o}_{sk_{n,m,\ell}} = \sum_{n=1}^{N_o} \left(\Gamma^{o}_{vk_{n,m-1,\ell}} - \Gamma^{o}_{vk_{n,m,\ell}} \right) \qquad \begin{array}{l} n = 1,N_o \\ m = 1,M_o+1 \\ \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

- odredjivanje totalne cirkulacije ostalih krila na pojedinom radijusu

$$T^{o}_{m,\ell} = \sum_{n=1}^{N_o} \Gamma^{o}_{vk,n,m,\ell} \qquad \begin{array}{l} m = 1,M \\ \ell = 1,N_{\oplus} \end{array}$$

- odredjivanje cirkulacije slobodnih vrtloga traga ostalih krila

$$\Gamma^{o}_{ST_{n,m,\ell}} = \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5} T^{o}_{m,\ell-s} \qquad \begin{array}{l} n = 1, N_o \\ m = 1, M_o \\ \ell = 1, N_* \end{array}$$

$$s = 5(n-1) + t$$

Cirkulacija (n,m)-tog slobodnih vrtloga traga ostalih krila računa se kao srednja vrijednost 5 vremenskih uzastopnih cirkulacija koje u vremenima $\ell-n, \ell-n+1, \ell-n+2, \dots, \ell-n+4$ napuštaju krilo.

DODATAK XV PROGRAM SIL

Program SIL računa nestacionarne sile reakcije optjecanja fluida oko sistema singulariteta kojima je modeliran propeler. Koristi intenzitete vrtloga i izvora pojedinih panela proračunate programom UPDAT. Računa za svaki segment vezanog i slobodnog vrtloga osnovnog krila, u njegovom središtu, rezultirajuću brzinu nastrujavanja jednaku neometanoj brzini nastrujavanja uvećanoj za brzinu induciranu svim preostalim vrtlozima i izvorima osnovnog i svih ostalih krila i njihovih tragova. Računa duljine pojedinih segmenata, te preko Kutta - Joukowsky formule i Lagally-eve formule, koje računaju sile reakcije optjecanja vrtloga odnosno izvora, računa elementarne sile svakog pojedinog segmenta. Sumirajući ih dobiva ukupnu silu i moment osnovnog krila. Pošto je povijest neometane brzine nastrujavanja poznata (dana je u obliku Fourier-ovog reda kao ulazni dodatak) i intenzitet vrtloga poznat, moguće je sile preostalih krila izjednačiti sa silom osnovnog krila u odgovarajućim prethodnim vremenskim trenucima (pomaknutim od sadašnjeg za $-\delta_k/\omega$) i sumirati ih sa silom osnovnog krila. U cijelom programu sile su svedene u bezdimenzioni oblik dijeljenjem sa $2\pi\rho R^2 U_R^2$.

- interpolacija Fourier-ovih koeficijenata aksijalne, radijalne i tangencijalne brzine nastrujavanja u središnjim točkama vezanih vrtloga krila

$$AJ_{a_{m,j}} \longleftarrow AW_{a_{m,\ell}}$$
$$BJ_{a_{m,j}} \longleftarrow BW_{a_{m,\ell}}$$
$$AJ_{t_{m,j}} \longleftarrow AW_{t_{m,\ell}} \qquad m = 1,5$$
$$BJ_{t_{m,j}} \longleftarrow BW_{t_{m,\ell}} \qquad j = 1,M$$
$$AJ_{r_{m,j}} \longleftarrow AW_{r_{m,\ell}} \qquad \ell = 1,8$$
$$BJ_{r_{m,j}} \longleftarrow BW_{r_{m,\ell}}$$

- koordinate središnje točke vezanog vrtloga krila

$$X_{FP_{i,\ell}} = \frac{1}{2}\left(X_{n,m+1} + X_{n,m} \right)$$

$$X_{FP_{i,\ell}} = \frac{1}{2}\left(Y_{n,m+1} + Y_{n,m} \right) \qquad \begin{aligned} m &= 1,M \\ n &= 1,N \\ \ell &= 1,N_{\theta} \\ i &= (m-1)N + m \end{aligned}$$

$$Z_{FP_{i,\ell}} = \frac{1}{2}\left(Z_{n,m+1} + Z_{n,m} \right)$$

$$r_{FP_{i,\ell}} = \sqrt{Y^2_{FP_{i,\ell}} + Z^2_{FP_{i,\ell}}}$$

$$\theta_{FP_{i,\ell}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Z_{FP_{i,\ell}}}{Y_{FP_{i,\ell}}} \right)$$

- aksijalna, radijalna i tangencijalna komponenta neometane brzine nastrujavanja u središnjim točkama vezanih vrtloga

$$\begin{Bmatrix} W_a \\ W_r \\ W_t \end{Bmatrix}_{i,\ell} = \begin{Bmatrix} AW_a \\ AW_r \\ AW_t \end{Bmatrix}_{1,j} + \sum_{m=2}^{5} \begin{Bmatrix} AW_a \\ AW_r \\ AW_t \end{Bmatrix}_{m,j} \cdot \cos\left[(m-1)\,\alpha_{i,\ell}\right] + \qquad \begin{aligned} i &= 1,MN \\ \ell &= 1,N_{\theta} \\ j &= 1,M \\ n &= 1,N \\ i &= (j-1)N+n \end{aligned}$$

$$+ \begin{Bmatrix} BW_a \\ BW_r \\ BW_t \end{Bmatrix}_{m,j} \cdot \sin\left[(m-1)\,\alpha_{i,\ell}\right]$$

gdje je $\alpha_{i,\ell} = \theta_{FP_{i,\ell}} - \theta$, $\theta_\ell = (\ell-1)\Delta\theta$

- komponente dužine vezanog vrtloga

$$L_{x_i} = X_{n,m+1} - X_{n,m}$$

$$L_{Y_i} = Y_{n,m+1} - Y_{n,m}$$

$$L_{z_i} = Z_{n,m+1} - Z_{n,m}$$

$$L_i = \sqrt{L^2_{x_i} + L^2_{y_i} + L^2_{z_i}}$$

- Poziv potprograma FPVEL i potprograma FPVEO za proračun brzina induciranih u središnjoj točki vezanog vrtloga od svih ostalih singulariteta osnovnog krila $(VXK, VYK, VZK)_{i,\ell}$ i preostalih krila $(VX_o, VY_o, VZ_o)_{i,\ell}$ (vidi dodatak XVI i XVII)

- komponente neometane brzine nastrujavanja na središnje točke vrtloga

$$VF_{a_{i,e}} = W_{a_{i,e}}$$
$$VF_{r_{i,e}} = W_{r_{i,e}}$$
$$VF_{t_{i,e}} = W_{t_{i,e}} + \omega r_i$$
$$VF_{x_{i,e}} = VF_{a_{i,e}}$$
$$VF_{y_{i,e}} = VF_{r_{i,e}} \cos\Theta_{FP_{i,e}} - VF_{t_{i,e}} \sin\Theta_{FP_{i,e}}$$
$$VF_{z_{i,e}} = VF_{r_{i,e}} \sin\Theta_{FP_{i,e}} + VF_{t_{i,e}} \cos\Theta_{FP_{i,e}}$$

- komponente rezultirajuće brzine nastrujavanja na središnju točku vezanog vrtloga krila sa uključenim induciranim brzinama od svih preostalih singulariteta

$$VX_{R_{i,e}} = VF_{x_{i,e}} + VX_{K_{i,e}} + VX_{O_{i,e}}$$
$$VY_{R_{i,e}} = VF_{y_{i,e}} + VY_{K_{i,e}} + VY_{O_{i,e}}$$
$$VZ_{R_{i,e}} = VF_{z_{i,e}} + VZ_{K_{i,e}} + VZ_{O_{i,e}}$$

- sila reakcije i moment usljed optjecanja (n,m)-tog vezanog vrtloga i izvora

$$\Delta FX_{i,e} = (VY_{R_{i,e}} L_{z_i} - VZ_{R_{i,e}} L_{y_i}) \Gamma_{VK_{j,i,e}} + VX_{R_{i,e}} L_i q_{j,i}$$
$$\Delta FY_{i,e} = (VZ_{R_{i,e}} L_{x_i} - VX_{R_{i,e}} L_{z_i}) \Gamma_{VK_{j,i,e}} + VY_{R_{i,e}} L_i q_{j,i}$$
$$\Delta FZ_{i,e} = (VX_{R_{i,e}} L_{y_i} - VY_{R_{i,e}} L_{x_i}) \Gamma_{VK_{j,i,e}} + VZ_{R_{i,e}} L_i q_{j,i}$$
$$\Delta M_{i,e} = (\Delta FZ_{i,e} \cos\Theta_{FP_{i,e}} - \Delta FY_{i,e} \sin\Theta_{FP_{i,e}}) \cdot r_{FP_{i,e}}$$

Ovdje je sila i moment u bezdimenzionom obliku.

$$\bar{\vec{F}} = \bar{\varrho}\, \overline{\Delta e} \left(\bar{\vec{v}} \times \bar{\vec{\Gamma}} + \bar{\vec{v}} \cdot \bar{\vec{Q}} \right)$$

Kako su u ovom proračunu sve veličine bezdimenzionalne:

$$\Delta e = \frac{\overline{\Delta e}}{\bar{R}} \;, \quad \vec{v} = \frac{\bar{\vec{v}}}{\bar{U}_R} \;, \quad \vec{\Gamma} = \frac{\bar{\vec{\Gamma}}}{2\pi \bar{R} \bar{U}_R} \;, \quad Q = \frac{\bar{Q}}{2\pi \bar{R} \bar{U}_R}$$

podijelimo li izraz za silu proračunatom gornjem postupkom još sa gustoćom fluida $\bar{\varrho}$ dobit ćemo bezdimenzionalnu silu i moment u slijedećem obliku

$$\vec{F} = \frac{\bar{\vec{F}}}{\bar{\varrho}\, 2\pi \bar{R}^2 \bar{U}_R^2} \qquad \vec{M} = \frac{\bar{\vec{M}}}{\bar{\varrho}\, 2\pi \bar{R}^3 \bar{U}_R^2}$$

- ukupna sila i moment usljed optjecanja vezanih vrtloga i izvora

$$\begin{Bmatrix} FX \\ FY \\ FZ \end{Bmatrix}_e = \sum_{i=1}^{MN} \begin{Bmatrix} \Delta FX \\ \Delta FY \\ \Delta FZ \end{Bmatrix}_{i,e} \quad , \quad M_e = \sum_{i=1}^{MN} \Delta M_{i,e}$$

Cijeli postupak treba ponoviti za sve slobodne vrtloge krila. Pri tome će se cijeli proračun odnositi na središnju točku slobodnog vrtloga danu koordinatama

$$X_{FP_{i,e}} = \frac{1}{2}\left(x_{n+1,m} + x_{n,m} \right)$$

$$Y_{FP_{i,e}} = \frac{1}{2}\left(y_{n+1,m} + y_{n,m} \right)$$

$$Z_{FP_{i,e}} = \frac{1}{2}\left(z_{n+1,m} + z_{n,m} \right)$$

a u izrazu za sile treba zamjeniti Γ_{VK} sa Γ_{SK} i izostaviti intenzitete izvora.

- pretvorba sila i momenata u bezdimenzioni oblik konstante sile poriva i konstante momenta

$$K_{T_{xe}} = FX_e \left(\frac{U_R}{N_D} \right)^2 \cdot 1800\,\pi$$

$$K_{Me} = M_e \left(\frac{U_R}{ND} \right)^2 \cdot 900\,\pi$$

DODATAK XVI POTPROGRAM FPVEL

Potprogram FPVEL računa brzinu induciranu osnovnim krilom u točki polja $T_i(x_i,y_i,z_i)$ u zadanom vremenu $t=^{eN_\phi}/_\omega$. Ulazni podaci programa su: koordinate točke polja,vremenski trenutak, koordinate vrhova panela osnovnog krila, prijelazanog područja traga, konačnog traga i segmenta vrtloga glavine,generirani programom MAIN i intenziteti vezanih i slobodnih vrtloga krila, intenziteti izvora i totalna cirkulacija pojedinih presjeka, proračunati programom UPDAT.

Proračunava se intenzitet konačnih vrtloga (odnosno vrtloga glavine). Slijedi proračun brzine inducirane svim vrtlozima krila, traga i glavine i izvorima jediničnih intenziteta. Množenjem tih brzina odgovarajućim intenzitetima i njihovim sumiranjem dobiva se konačno inducirana brzina, čije komponente čine izlazne podatke programa.

- odredjivanje intenziteta konačnog vrtloga

$$T_{KT}=\sum_{m=1}^{M+1} T_{m,\ell} \;\; | \;\; T_m > 0$$

intenzitet konačnog vrtloga jednak je sumi intenziteta slobodnih vrtloga traga radijusa većeg od $^R/_2$ koji se skupljaju u konačni vrtlog traga

- odredjivanje inducirane brzine konačnim vrtlogom osnovnog krila jediničnog intenziteta

$$v_{x,y,z_{KT}}=\sum_{n=1}^{101} v_{x,y,z_{KT}}\left[\left(x_{K_{n,1}},y_{K_{n,1}},z_{K_{n,1}}\right),\left(x_{K_{n+1,1}},y_{K_{n+1,1}},z_{K_{n+1,1}}\right)\right]_{xyz}$$

simbol $v_{x,y,z_i}=v_{x,y,z_i}\left[(x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2)\right]_{x,y,z}$ ćemo upotrebljavati kao oznaku komponenata brzine inducirane u točki $T_i(x_i,y_i,z_i)$ pravocrtnim vrtlogom i izvorom jediničnog intenziteta, koji se proteže od točke $T_1(x_1,y_1,z_1)$ do točke $T_2(x_2,y_2,z_2)$. Proračun inducirane brzine vrši se pozivom potprograma VORSEG (vidi dodatak XVIII).

- odredjivanje inducirane brzine vrtlogom glavine jediničnog intenziteta

$$v_{x,y,z_{i_Q}} = v_{x,y,z_Q}\left[(x_{K_{1,1}},0,0),(x_{K_{M+1,1}},0,0)\right]_{xyz}$$

- brzina inducirana konačnim vrtlogom i vrtlogom glavine

$$v_{x,y,z_{i_{KT,Q}}} = T_{KT}\left(v_{x,y,z_{i_{KT}}} - v_{x,y,z_{i_Q}}\right)$$

- brzina inducirana vezanim vrtlogom i izvorom (n,m)-tog panela osnovnog krila jediničnog intenziteta

$$v^{n,m}_{x,y,z_{i_{VK}}} = v_{x,y,z_{i_{VK}}}\left[(x_{n,m},y_{n,m},z_{n,m}),(x_{n,m+1},y_{n,m+1},z_{n,m+1})\right]_{xyz} \qquad n=1,N$$

$$v^{n,m}_{x,y,z_{i_Q}} = v_{x,y,z_{i_Q}}\left[(x_{n,m},y_{n,m},z_{n,m}),(x_{n,m+1},y_{n,m+1},z_{n,m+1})\right]_{xyz} \qquad m=1,M$$

- brzina inducirana (n,m)-tim slobodnim vrtlogom osnovnog krila jediničnog intenziteta

$$v^{n,m}_{x,y,z_{i_{SK}}} = v^{n,m}_{x,y,z_{i_{SK}}}\left[(x_{n,m},y_{n,m},z_{n,m}),(x_{n+1,m},y_{n+1,m},z_{n+1,m})\right]_{xyz} \qquad \begin{matrix} n=1,N_T \\ m=1,M \end{matrix}$$

- brzina inducirana svim vezanim i slobodnim vrtlozima osnovnog krila i izvorima

$$v_{x,y,z_{i_{VK,SK,Q}}} = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\left(\Gamma_{VK_{n,m,\ell}} v^{n,m}_{x,y,z_{i_{VK}}} + q_{n,m} v^{n,m}_{x,y,z_{i_Q}} + \Gamma_{SK_{n,m,\ell}} v^{n,m}_{x,y,z_{SK}}\right)$$

- brzina inducirana separiranim vršnim vrtlogom n-tog vršnog panela jediničnog intenziteta

$$v^{n}_{x,y,z_{i_V}} = \sum_{\ell=1}^{N-\ell+1} v_{x,y,z_V}\left[(x_{V_{n,\ell}},y_{V_{n,\ell}},z_{V_{n,\ell}}),(x_{V_{n,\ell+1}},y_{V_{n,\ell+1}},z_{V_{n,\ell+1}})\right]_{xyz} \qquad n=1$$

- brzina inducirana separiranim vršnim vrtlozima

$$v_{x,y,z_{i_V}} = \sum_{n=1}^{N}\Gamma_{VK_{n,M,\ell}} v^{n}_{x,y,z_{i_V}}$$

- brzina inducirana (n,m)-tim vezanim i slobodnim vrtlogom traga jediničnog intenziteta

$$\upsilon^{n,m}_{x,y,z_{VT}} = \upsilon^{n,m}_{x,y,z_{VT}}\left[\left(X_{T_{n,m}}, Y_{T_{n,m}}, Z_{T_{n,m}}\right), \left(X_{T_{n,m+1}}, Y_{T_{n,m+1}}, Z_{T_{n,m+1}}\right)\right]_{xyz}$$

$$\upsilon^{n,m}_{x,y,z_{i_{ST}}} = \upsilon^{n,m}_{x,y,z_{i_{ST}}}\left[\left(X_{T_{n,m}}, Y_{T_{n,m}}, Z_{T_{n,m}}\right), \left(X_{T_{n+1,m}}, Y_{T_{n+1,m}}, Z_{T_{n+1,m}}\right)\right]_{xyz}$$

- brzina inducirana prijelaznim područjem traga osnovnog krila

$$\upsilon_{x,y,z_{i_{VT,ST}}} = \sum_{n=1}^{N_T-1}\sum_{m=1}^{M}\Big[\left(T_{m,\ell-n} - T_{m,\ell-n+1}\right)\upsilon^{n,m}_{x,y,z_{i_{VT}}} +$$

$$+\left(T_{m-1,\ell-n} - T_{m,\ell-n}\right)\upsilon^{n,m}_{x,y,z_{i_{ST}}}\Big]$$

$$T_{m,\ell-n} - T_{m,\ell-n+1} = \Gamma_{VT_{n,m,\ell}}$$

$$T_{m-1,\ell-n} - T_{m,\ell-n} = \Gamma_{ST_{n,m,\ell}}$$

$$\upsilon^{S}_{x,y,z_{i_{VT,ST}}} = \sum_{n=1}^{N_T-1}\sum_{m=1}^{M} T_m\,\upsilon^{n,m}_{x,y,z_{i_{ST}}}$$

$$T_m = \sum_{n=1}^{N}\Gamma_{VK_{n,m}}$$

- ukupna brzina inducirana svim singularitetima osnovnog krila

$$\upsilon_{x,y,z_i} = \upsilon_{x,y,z_{i_{KT,G}}} + \upsilon_{x,y,z_{i_{VK,SK,Q}}} + \upsilon_{x,y,z_{i_V}} + \upsilon_{x,y,z_{i_{VT,ST}}}$$

DODATAK XVII POTPROGRAM FPVEO

Potprogram FPVEO računa brzinu induciranu ostalim krilima u točki polja $T_i(x_i, y_i, z_i)$ u zadanom vremenu $t = \varrho N_\theta / \omega$. Tok programa je gotovo isti kao kod potprograma FPVEO (vidi dodatak XVI), s tom razlikom što su u ovom programu upotrebljene svagdje koordinate panela krila i traga ostalih krila $(XO_{n,m,k}, YO_{n,m,k}, ZO_{n,m,k}), (x_{K_{n,k}}, y_{K_{n,k}}, z_{K_{n,k}}), (XO_{T_{n,m,k}}, YO_{T_{n,m,k}}, ZO_{T_{n,m,k}})$ umjesto koordinata osnovnog krila kao u potprogramu FPVEL $(X_{n,m}, Y_{n,m}, Z_{n,m}), (x_{K_{n,1}}, (y_{K_{n,1}}, z_{K_{n,1}})$ $(x_{T_{n,m}}, y_{T_{n,m}}, z_{T_{n,m}})$

Umjesto intenziteta vrtloga i totalnih cirkulacija osnovnog krila ovdje se koriste odgovarajuće veličine ostalih krila $\Gamma^o_{VK_{n,m}}, \Gamma^o_{SK_{n,m}}, T^o_m$. Indeksi se kreću u granicama: $m = 1, M_o$ za krila, odnosno $n = 1, N_{OT}$, $m = 1, M_o$ za trag. Osnovna je razlika izmedju ovog programa i programa FPVEL u tome što se ovdje cijeli program ponavlja za svako preostalo krilo, a brzine inducirane svakim krilom se zbrajaju u konačnu brzinu induciranu preostalim krilima, čije komponente čine izlaz programa.

DODATAK XVIII POTPROGRAM NES

Potprogram NES računa sile reakcije uslijed vremenskih promjenjivog potencijala prema Bernoulli-jevoj jednadžbi za nestacionarno strujanje (vidi glavu 6). Učitava sile reakcije optjecanja singulariteta iz programa SIL i sile otpora trenja iz programa DRAG. Sumira sile svih krila i razvija ih u Fourier-ov red trigonometrijskih funkcija kuta.

- proračun radijalne duljine m-tog reda panela

$$\Delta r_m = \rho_{m+1} - \rho_m \qquad m = 1, M$$

- proračun koordinata sredine (n,m)-tog vezanog vrtloga osnovnog krila

$$X_{FP_i} = \frac{1}{2}(x_{n,m+1} + x_{n,m})$$

$$Y_{FP_i} = \frac{1}{2}(y_{n,m+1} + y_{n,m}) \qquad \begin{aligned} n &= 1, N \\ m &= 1, M \\ i &= (m-1)N + m \end{aligned}$$

$$Z_{FP_i} = \frac{1}{2}(z_{n,m+1} + z_{n,m})$$

$$v_{FP_i} = \sqrt{Y_{FP_i}^2 + Z_{FP_i}^2}$$

$$\theta_{FP_i} = \mathrm{arc\,tg}\left(\frac{Z_{FP_i}}{Y_{FP_i}}\right)$$

- proračun derivacije krivulje cirkulacije oko m-tog reda panela od ulaznog brida do (n,m)-tog panela

$$\gamma_{n,m_t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\sum_{e=1}^{n} \Gamma_{e,m}\right) \qquad \begin{aligned} n &= 1, N \\ m &= 1, M \end{aligned}$$

Derivacija se vrši pozivom funkcije DERIV (za izvod vidi dodatak VIII)

- proračun elementarnih sila i momenata (n,m)-tog panela zbog nestacionarnosti cirkulacije

$$\Delta FXN_{i,\ell} = \gamma_{n,m_\ell} XNX_i \Delta r_m / \bar{U}_R \qquad i = 1, MN$$

$$\Delta FYN_{i,\ell} = \gamma_{n,m_\ell} YNX_i \Delta r_m / \bar{U}_R \qquad \ell = 1, N_\theta$$

$$\Delta FZN_{i,\ell} = \gamma_{n,m_\ell} ZNX_i \Delta r_m / \bar{U}_R$$

$$\Delta DMN_{i,\ell} = \left(\Delta FXN_{i,\ell} \cos\theta_{FP_i} - \Delta FYN_{i,\ell} \sin\theta_{FP_i}\right) r_{FP_i}$$

Dijeljenje sa $\bar{U}_R$ je izvršeno da bi sile preveli u bezdimenzioni oblik $F = \bar{F}/2\pi\bar{\rho} R^2 U_R^2$.

- rezultirajuće sile i moment osnovnog krila

$$F^N_{x_{\ell,1}} = \sum_{i=1}^{I} \Delta FXN_{i,\ell} + SX_\ell \qquad \ell = 1, N_\theta$$

$$F^N_{Y_{\ell,1}} = \sum_{i=1}^{I} \Delta FYN_{i,\ell} + SY_\ell$$

$$F^N_{z_{\ell,1}} = \sum_{i=1}^{I} \Delta FZN_{i,\ell} + SZ_\ell$$

$$M^N_{\ell,1} = \sum_{i=1}^{I} \Delta DMN_{i,\ell} + SM_\ell$$

gdje su $SX_\ell, SY_\ell, SZ_\ell, SM_\ell$ sile i moment reakcije usljed optjecanja singulariteta zbrojene sa silama otpora trenja

- rezultirajuće sile i moment svih sila

$$F^N_{x_\ell} = F^N_{x_{\ell,1}} + \sum_{k=1}^{Z-1} F^N_{x_{kb,1}}$$

$$F^N_{Y_\ell} = F^N_{y_{\ell,1}} + \sum_{k=1}^{Z-1} F^N_{y_{kb,1}}$$

$$F^N_{z_\ell} = F^N_{z_{\ell,1}} + \sum_{k=1}^{Z-1} F^N_{z_{kb,1}}$$

$$M^N_\ell = M^N_{\ell,1} + \sum_{k=1}^{Z-1} M^N_{kb,1}$$

gdje je kb vremenski korak koji odgovara kutnom zaostajanju pojedinog krila za osnovnim krilom δ_k .

- proračun Fourier-ovih koeficijenata razvoja u red trigonometrijskih funkcija kuta položaja krila sila i momenata pozivom potprograma FORIT iz matematičkog paketa računala PDP-11; konačni oblik reda sila i momenata je

$$F_x = AFX_0 + \sum_{i=1}^{10} \left[AFX_i \cos(i \cdot \theta) + BFX_i \sin(i \cdot \theta) \right]$$

$$F_y = AFY_0 + \sum_{i=1}^{10} \left[AFY_i \cos(i \cdot \theta) + BFY_i \sin(i \cdot \theta) \right]$$

$$F_z = AFZ_0 + \sum_{i=1}^{10} \left[AFZ_i \cos(i \cdot \theta) + BFZ_i \sin(i \cdot \theta) \right]$$

$$M = AFM + \sum_{i=1}^{10} \left[AFM_i \cos(i \cdot \theta) + BFM_i \sin(i \cdot \theta) \right]$$

DODATAK XIX POTPROGRAM DRAG

Potprogram DRAG računa sile i moment otpora trenja optjecanja viskoznog fluida oko krila propelera, računajući prvo neometanu brzinu nastrujavanja na pojedini panel, te množeči njen kinetički pritisak s koeficijentom otpora trenja C_D i površinom panela.

- proračun kvadrata intenziteta neometane brzine nastrujavanja na pojedinom radijusu

$$v_m^2 = V^2 + \omega r_m^2 \qquad m = 1, M$$

- proračun radijalne duljine panela na m-tom radijusu i kuta kojeg brzina čini sa ravninom rotacije

$$\Delta r_m = \varrho_{m+1} - \varrho_m \qquad m = 1, M$$

$$\beta_m = \operatorname{arctg}\left(\frac{V}{\omega r_m}\right)$$

- obodna dužina sredine (n,m)-tog panela

$$S_{n,m} = \sqrt{(x_{n+1,m} - x_{n,m})^2 + (y_{n+1,m} - y_{n,m})^2 + (z_{n+1,m} - z_{n,m})^2} + \sqrt{(x_{n+1,m+1} - x_{n,m+1})^2 + (y_{n+1,m+1} - y_{n,m+1})^2 + (z_{n+1,m+1} - z_{n,m+1})^2}$$

- proračun kuta kojeg središnjica u radijalnom smjeru (n,m)-tog panela čini s osi y

$$\theta_{n,m}^s = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_{n,m} + z_{n,m+1} + z_{n+1,m} + z_{n+1,m+1}}{y_{n,m} + y_{n,m+1} + y_{n+1,m} + y_{n+1,m+1}}\right) \qquad \begin{matrix} n = 1, N \\ m = 1, M \end{matrix}$$

- proračun sila i momenta otpora trenja na pojedinom panelu

$$DX_{n,m} = \frac{C_D}{4\pi} v_m^2 \Delta r_m S_{n,m} \sin\beta_m$$

$$DY_{n,m} = \frac{C_D}{4\pi} v_m^2 \Delta r_m S_{n,m} \cos\beta_m \sin\theta_{n,m}^s \qquad \begin{matrix} n = 1, N \\ m = 1, M \end{matrix}$$

$$DZ_{n,m} = \frac{C_D}{4\pi} v_m^2 \Delta r_m S_{n,m} \cos\beta_m \cos\theta_{n,m}^s$$

$$DM_{n,m} = \left(DZ_{n,m} \cos\theta_{n,m}^s - DY_{n,m} \sin\theta_{n,m}^s\right) r_m$$

- rezultirajuća sila i moment otpora jednog krila dobivena sumiranjem sila pojedinih panela

$$CDX = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} DX_{n,m}$$

$$CDY = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} DY_{n,m}$$

$$CDZ = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} DZ_{n,m}$$

$$CDM = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} DM_{n,m}$$

- konstanta sile poriva i momenta zbog otpora trenja

$$GKT = CDX\left(\frac{U_R}{ND}\right)^2 \cdot 1800\pi Z$$

$$GKM = CDM\left(\frac{U_R}{ND}\right)^2 \cdot 900\pi Z$$

DODATAK XX POTPROGRAM VORSEG

Potprogram VORSEG proračunava brzinu inducirane segmentom vrtloga i izvora jediničnog bezdimenzionalnog intenziteta, $(\bar{\Gamma}/2\pi\bar{R}\bar{U}_R = \bar{Q}/2\pi\bar{R}\bar{U}_R = 1)$, koji se proteže izmedju točaka (x_1,y_1,z_1) i (x_2,y_2,z_2) u točci polja (x,y,z) . Za izvod formula vidi dodatak II. Ulazne podatke programa čine koordinate točke polja, koordinate početne i konačne točke segmenta singulariteta i pomoćni indeks KO, koji definira da li će se računati brzine inducirane samo vrtlogom (KO=0) ili vrtlogom i izvorom (KO=1). Izlazne veličine potprograma su komponente brzine inducirane vrtlogom V_x, V_y i V_z i izvorom S_x, S_y i S_z

- proračun duljine segmenta singulariteta

$$\begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{Bmatrix} \qquad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- proračun dužina (vidi dodatak II) b, c, d i e

$$b = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2}$$

$$c = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}$$

$$e = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2a}$$

$$d = \sqrt{c^2 - e^2}$$

- proračun pomoćne veličine V_1

$$V_1 = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

- proračun pomoćne veličine V_2

ako je $e > 0$ i $e < a$

$$V_2 = \frac{1}{2d^2}\left(\frac{a - e}{b} + \frac{e}{c}\right)$$

ako je $e < 0$ ili $e > a$

ako je $d > 0{,}03e$

$$V_2 = \frac{1}{2d^2}\left(\frac{a - e}{b} + \frac{e}{c}\right)$$

ako je $d < 0{,}03e$

$$V_2 = \left| \frac{a(a - 2e)}{4e^2(a-e)^2} \right|$$

što je isto kao i

$$V_2 = \left| \frac{1}{e^2} - \frac{1}{(a - e)^2} \right|$$

- proračun koordinata ishodišta lokalnog koordinatnog sistema

$$\begin{Bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{Bmatrix} + \frac{e}{a} \begin{Bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{Bmatrix}$$

- proračun brzina induciranih vrtložnim segmentom jediničnog bezdimenzionog intenziteta

$$v_x = \left[(y_e - y)a_z - (z_e - z)a_y\right] \cdot \frac{V_2}{a}$$

$$v_y = \left[(z_e - z)a_x - (x_e - x)a_z\right] \cdot \frac{V_2}{a}$$

$$v_z = \left[(x_e - x)a_y - (y_e - y)a_x\right] \cdot \frac{V_2}{a}$$

- proračun brzina induciranih segmentom izvora jediničnog bezdimenzionog intenziteta

$$S_x = \frac{V_1 a_x}{2a} - V_2(x_e - x)$$

$$S_y = \frac{V_1 a_y}{2a} - V_2(y_e - y)$$

$$S_z = \frac{V_1 a_z}{2a} - V_2(z_e - z)$$

DODATAK XXI POTPROGRAM VORSGN

Tok proračuna potprograma VORSGN je isti kao i potprograma VORSEG, stom razlikom što su točke polja u kojima računamo induciranu brzinu kontrolne točke središta panela. Na kraju potprograma dodano je skalarno množenje vektora inducirane brzine i normale na panel u kontrolnoj točki polja.

$$v_n = \vec{v} \cdot \vec{n} = v_x n_x + v_y n_y + v_z n_z$$

$$s_n = \vec{s} \cdot \vec{n} = s_x n_x + s_y n_y + s_z n_z$$

Ulazne podatke čine, pored onih navedenih za potprogram VORSEG i komponente normale na segment (n_x, n_y, n_z) . Izlazni podaci potprograma su normalne komponente brzina induciranih vrtlogom v_n i izvorom s_n u kontrolnoj točki.

POPIS LITERATURE

1. Lerbs H.W. "Moderately Loaded Propellers with a Finite Number of Blades and an Arbitrary Distribution of Circulation", Trans. of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol. 60, 1952.

2. Kerwin J.E. "Machine Computation of Marine Propeller Characteristics", International Shipbuilding Progress, Vol. 6, No. 60, Aug. 1959.

3. Brown N.A. "Periodic Propeller Forces in Nonuniform Flow", MIT, Department of Naval Architecture Report 64-7. June 1964.

4. Tsakonas S., Cheng C.Y., Jacobs W.T. "Unsteady Lifting Surface Theory for a Marine Propeller of Low Pitch Angle Distribution", Journal of Ship Research, Vol. 9, September 1965.

5. Tsakonas S., Jacobs W.R., Rank P. "Unsteady Propeller Lifting Surface Theory with Finite Number of Chordwise Modes", Yournal of Ship Research, Vol. 12, March 1968.

6. Tsakonas S. "An Exact Linear Lifting-Surface Theory for a Marine Propeller in a Non-Uniform Flow Field", Journal of Ship Research, Vol. 17, No. 4, Dec. 1973.

7. Sparenberg J.A. "Application of Lifting Surface Theory to Ship Screws", International Shipbuilding Progress, Vol. 7, No. 67. 1960.

8. Verbrugh P. "Unsteady Lifting Surface Theory for Ship Screws", Report No. 68-036-AH of the Netherlands Ship Model Basin, April 1968.

9. Kuiper G. "Some Preliminary Results of an Exact Treatment of the Linearized Lifting Surface Integral Equation", Netherlands Ship Model Basin, Report No. 69-108-SP, 1969.

10. Van Gent W. "Unsteady Lifting Surface Theory for Ship Screws. Derivation and Numerical Treatment of Integral Eqation", Journal of ship Research, Vol 19, No 4, Dec. 1975.

11. Kerwin J.E. "The Solution of Propeller Lifting Surface Problems by Vortex Lattice Methods", MIT, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, June 1961.

12. Johnsson C.A., Søntvendt T. "Propeller Excitation and Response of 230.000 TDW Tankers", Det Norske Veritas, Publication No. 79, November 1972.

13. Cheng H.M. "Hydrodynamic Aspect of Propeller Design Based on Lifting Surface Theory-Part I-Uniform Chordwise Load Distribution", David Taylor Model Basin Report 1802, 1964.

14. Cheng H.M. "Hydrodynamic Aspect of Propeller Design Based on Lifting Surface Theory - Part II - Arbitrary Chordwise Load Distribution", David Taylor Model Basin Report 1803, 1965.

15. Pien P., Strom-Tejsen "A General Theory for Marine Propellers" Seventh Symposium on Naval Hydrodynamics, Rome 1968, Italy.

16. Schwanecke H. "Comparative Calculations on Unsteady Propeller Blade Forces", Report of Propeller Committee, Fourteenth International Towing Tank Conference, 1975.

17. Kerwin J.E., Lee C.S. "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory", Trans. SNAME, Vol. 86, 1978.

18. Keh-Sik Min: "Numerical and Experimental Methods for the Prediction of Field Point Velocities Around Propeller Blades", M.I.T. Report No 78-12, June 1978.

19. James R.M. "On the Remarkable Accuracy of the Vortex Lattice Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 1. 1972.

20. Kandil O.A., Mook D.T., Nayteh A.H. "Nonlinear Prediction of Aerodynamic Loads on Lifting Surfaces", Yournal of Aircraft. Vol. 13, No. 1 Jan. 1976.

21. Johnson F.T., Lu P., Brune G.W., Weber J.A., Rubber P.E. "An Improved Method for the Prediction of Completely Three-dimensional Aerodynamic Load Distributions of Configurations with Leading Edge Vortex Separation", AIAA 9th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA Paper No. 76-417, July 1976.

22. Abbott I.H., Von Doenhoff A.E. "Theory of Wing Sections", Dover Publications, Inc. 1958.

23. Brockett T. "Minimum Pressure Envelopes for Modified NACA-66 Sections with NACA-a = 0,8 Camber and Buships Type I and Type II Sections", DTNSRDC Report 1780, Feb. 1966.

24. Boswell R.J., Miller M.I. "Unsteady Propeller Loading-Measurement, Correlation with Theory and Parametric Study",DTNSRDC Report 2625. Oct. 1968.

25. Mrša Z. "Analiza fundamentalnih postavki projektiranja optimalnih propelera po metodi uzgonske linije", magistarski rad, Zagreb 1977.

S A Ž E T A K

Ovaj rad predstavlja modeliranje nestacionarnog rada propele- u uvjetima nehomogenog nastrujavanja vode iza trupa broda sis- mom linijskih vrtloga i izvora smještenih radijalno i obodno ž bridova panela kojim je diskretizirana skeletnica krila i si- emom linijskih vrtloga smještenih na vrtložnoj peleni. Vrtložna lena nije pravilna helikoidalna ploha, već ima oblik stvarne vrt- žne pelene dobivene mjerenjem strujnog polja iza propelera.

Za zadano polje nastrujavanja problem modeliranja nestacionar- g rada propelera svodi se na odredjivanje konačnog broja intenzi- ta vrtloga panela osnovnog krila za odredjeni broj položaja krila kom jednog okretaja propelera. Pri tom se pretpostavlja da inten- teti izvora i ponora kojim se modelira debljina presjeka krila, ovise o vremenu. Odredivši cirkulaciju moguće je izračunati ne- acionarne sile i momente kojima je opterečen propeler.

U glavi 2 formuliran je problem modeliranja propelera sa svim raničenjima: idealan, nestlačiv, neograničen, homogen fluid i po- ncijalno strujanje. Dana je uobičajena metoda analitičkih rije- nja, koja kod propelera ne vodi do rješenja zbog nepravilnosti i poznavanja položaja vrtložne pelene. Slijedi kratki opis numeri- og riješenja.

U glavi 3 predočena je geometrija propelera odredjenim skupom rametara. Izvedene su jednadžbe koordinata točaka skeletnice pro- la u ovisnosti o nagibu, srpu, usponu, duljini i uzvoju pojedi- g presjeka.

Glava 4 definira diskretiziranu geometriju modela propelera panelima krila i vrtložne pelene. Počinje razmatranjem optimalnog rasporeda panela na krilu i daje koordinate vrhova panela krila i vrtložne pelene. Vrtložna pelena ili trag propelera zadana je skupom parametara: radijusom konačnog vrtloga, kutom izmedju izlaznog brida vrha krila i početka konačnog vrtloga, kutom uspona vršnog vrtloga u prelaznom području traga i kutom uspona konačnog vrtloga. Vrijednosti tih parametara odredjene su eksperimentalno. Područje vršnih vrtloga modelirano je tzv. separiranim vršnim vrtlogom. koji se odvaja na ulaznom bridu od skeletnice i odlazi nizvodno na odredjenoj udaljenosti od skeletnice, skupljajući sve slobodne vrtloge koje radijalno napuštaju vrh krila. Osnovno krilo diskretizirano je finije od preostalih (zbog brzog opadanja induciranih brzina vrtlozima i izvorima s udaljenošću), čime je znatno skraćeno vrijeme rada elektroničkog računala.

Riješenje hidrodinamičkog rada propelera - odredjivanje intenziteta vrtloga, dano je u glavi 5. Riješava se najprije stacionarno nastrujavanje iteracionom metodom, a zatim se,ponovo iteraciono, traži riješenje nestacionarnog optjecanja uključivanjem nestacionarnih komponenti brzine nastrujavanja.

Odredjivanje sila i momenta iz odredjenih intenziteta vrtloga i izvora opisano je u glavi 6.

Glava 7 daje opis programa za elektroničko računalo, sa pregledom svih potprograma, njihovom medjusobnom ovisnošću, ograničenjima primjene programa i mogućnostima različitih opcija.

Analiza rezultata na test propeleru broj 4118 DTNSRDC-a prečena je u glavi 8. Analiza daje usporedbu stacionarnog rada propelera s eksperimentalno dobivenim dijagramom slobodne vožnje, te prikaz nestacionarnog riješenja. Izvršena je varijacija srpa i nagiba i ustanovljeno je znatno smanjenje nestacionarnih oscilacija kod srpa od 72^{o}.

Slijede dodaci u kojima su izvedene složenije formule koje se koriste u radu i detaljan opis svih programa i potprograma. Na kraju je priložena izlazna lista programa.

Z A H V A L A

Na velikoj pomoći i podršci pri izradi ovog rada zahvaljujem se mentoru prof. dr Alici Vučinić. Rad na elektroničkom računalu najvećim dijelom obavljen je u Elektronskom računskom centru Riječke banke na DIGITAL-ovom računalu PDP-11. Zahvalan sam radnicima ERC-a na bezbrojnim savjetima bez čije bih pomoći teško završio ovaj rad, a posebno Jadranku Novaku, Ivanu Božiću i Draganu Kovačeviću, kao i rukovodstvu Riječke banke i direktoru ERC-a Sergiu Uranu koji su mi omogućili pristup u ERC i korištenje računala.

Za vrijeme mog boravka na Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Ma, U.S.A. od najveće pomoći bio mi je prof. Justin Kerwin, šef odjela za brodsku propulziju.

Veliku podršku mom radu i ugodan boravak u Americi, pružili su mi prijatelji Danijel Fernandez i njegova žena Pita, te Helga Westerthaler i Federico Ruiz Company, s kojima sam dijelio zajednički apartman.

Na kraju zahvaljujem se Nerini Čugelj koja je dala konačan oblik ovome radu.

Bazična dokumentaciona kartica na hrvatskom jeziku

DD- (TFR - Sveuč. Rijeka) UDK 532.5:629.12-253.65(043)

Doktorska disertacija

Hidrodinamičke karakteristike optjecanja kompleksa strujno tijelo i propeler (Utjecaj nagiba, srpa krila i kontrakcije mlaza)

Z. Mrša

Tehnički fakultet Rijeka, Hrvatska, Jugoslavija

Autor izradjuje hidrodinamički model nestacionarnog rada propelera u nehomogenom strujnom polju. Skeletnica i trag propelera diskretizirani su panelima. Upotrebljeni su površinski hidrodinamički singulariteti izvori i vrtlozi konstantne jačine na pojedinim panelima. Trag propelera modeliran je nelinearno tj. uzeti su u obzir kontrakcija mlaza i uvrtanje pelene. Nepoznati intenziteti singulariteta rješeni su iteracionim postupkom, metodom kolokacije. Izradjen je algoritam za proračun pomoću elektroničkog računala. Test algoritma pokazuje vrlo dobro podudaranje s eksperimentalnim podacima. Varijacija srpa krila pokazuje smanjenje poriva i momenta kod srpa od 72° na trećinu vrijednosti propelera bez srpa.

Rad do sada nije objavljen.

Voditelj rada: prof. dr Alice-Vučinić

Komisija za ocjenu i obranu rada: prof. dr A. Vučinić, prof. dr M. Fancev, prof. dr J. Obsieger, prof. dr R. Ruman

Datum obrane: Datum promocije:

Rad je pohranjen na Tehničkom fakultetu u Rijeci.

(162 stranice, 51 slika, 4 tabele, 25 bibliografskih podataka, original na hrvatskom ili srpskom jeziku).

Z. Mrša

DD- (TFR - Sveuč. Rijeka) UDK 532.5:629.12-253.65(043)

1. Hidrodinamičke karakteristike optjecanja kompleksa strujno tijelo i propeler (Utjecaj nagiba, srpa krila i kontrakcije mlaza)

I. Mrša, Z.

II. Tehnički fakultet Rijeka, Rijeka, Hrvatska, Jugoslavija

Hidrodinamika
Propeler
Nagib krila propelera
Srp krila propelera
Kontrakcija propelernog mlaza

Bazična dokumentaciona kartica na engleskom jeziku

DD- (TFR - Univ. Rijeka) UDC 532.5:629.12-253.65(043)

Doctor Thesis

Hydrodynamic characteristics of the flow past stream body and propeller (Rake, skew and contraction of the wake)

Z. Mrša

Technical faculty Rijeka, Croatia, Yugoslavia

The author builds the hydrodynamic model of the nonstationary propeller work in the nonhomogenous velocity field. The propeller mean surface is discretized by pannels. The surface hydrodynamic singularities sources and vortices of the constant strength over the pannel are used. The wake is modeled nonlinearly, the contraction and rolling of the wake is considered. Unknown singularity strengths are solved for iteratively, by colocation method.
The algorithm for computer aided design is worked out.
The test of the algorithm shows very good coincidation with the experimental results. The variation of the skew shows the decrease of the thrust and torque for 72° skew propeller to one third of the corresponding values for zero degree skew propeller.

The thesis was not published before.
Supervisor: prof. dr Alice Vučinić
Examiners: prof. dr A. Vučinić, prof. dr M. Fancev, prof. dr J. Obsieger, prof. dr R. Ruman

Oral examination: Degree conferred:

The thesis deposited at the Technical Faculty Rijeka, Rijeka.

(162 pages, 51 figures, 4 tables, 25 references, original in Croation or Serbian).

Z. Mrša