

# Analiza uvjeta nastanka pukotina i model procjene vijeka trajanja konstrukcija

---

Kršćanski, Sanjin

Doctoral thesis / Disertacija

2013

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:188:535564>

*Rights / Prava:* [Attribution-ShareAlike 4.0 International/Imenovanje-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-22**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka Library - SVKRI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

Sanjin Krščanski

**ANALIZA UVJETA NASTANKA  
PUKOTINA I MODEL PROCJENE  
VIJEKA TRAJANJA KONSTRUKCIJA**

DOKTORSKI RAD

Rijeka, 2013.



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

Sanjin Krščanski

**ANALIZA UVJETA NASTANKA  
PUKOTINA I MODEL PROCJENE  
VIJEKA TRAJANJA KONSTRUKCIJA**

DOKTORSKI RAD

Mentor: prof. dr. sc. Josip Brnić

Rijeka, 2013.

UNIVERSITY OF RIJEKA  
FACULTY OF ENGINEERING

Sanjin Krščanski

**ANALYSIS OF THE CONDITIONS OF  
CRACK INITIATION AND MODEL OF  
CONSTRUCTION LIFETIME  
ASSESSMENT**

DOCTORAL THESIS

Rijeka, 2013.

Mentor rada: prof. dr. sc. Josip Brnić

Doktorski rad obranjen je dana 14.10.2013. u/na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci, pred povjerenstvom u sastavu:

1. prof. dr. sc. Goran Turkalj, dipl. ing., predsjednik
2. prof. dr. sc. Josip Brnić, dipl. ing., mentor, član
3. prof. dr. sc. Željko Lozina, dipl. ing., član,  
(Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Splitu)

# Predgovor

---

Na početku, želio bih zahvaliti svom mentoru prof. dr. sc. Josipu Brniću što me je primio na projekt Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta u kojem je on glavni istraživač. Hvala mu na podršci i vodstvu tijekom cijelog mog doktorskog studija i istraživanja koje je prethodilo ovom radu. Njegovo iskustvo i sugestije na predloženi rukopis ove disertacije bili su od neprocjenjive pomoći.

Također, želio bih zahvaliti i svim ostalim profesorima na Zavodu za tehničku mehaniku koji su mi svih ovih godina istraživanja bili izvor neprocjenjivog znanja. Posebnu zahvalnost dugujem i kolegama asistentima, koji su preuzeli sve moje nastavne obaveze tijekom boravka i istraživačkog rada na Fakulteta strojniho inženýrství, Vysoké učeni Technické u Brnu, kao i u mnogim drugim prilikama kada sam zbog svojeg znanstvenog usavršavanja i istraživanja bio spriječen obavljati svoje nastavne obaveze. Među njima, posebno bih želio istaknuti ljudsku i profesionalnu podršku kolega iz ureda, Igora, Edina i Nevena, koji su uvijek vjerovali u mene i u uspjeh izrade ovog rada, čak i u trenucima kada sam nisam bio siguran u to. Svojim entuzijazmom i vedrim duhom stvorili su pozitivnu atmosferu i time mi uvelike olakšali rad i znanstveno istraživanje.

Hvala i mojim roditeljima koji su mi bili velika podrška tijekom cijelog mog školovanja i time mi uvelike olakšali put do izrade ovog rada.

I na kraju, veliko hvala mojoj Rini što je vjerovala u mene i imala strpljenja i razumijevanja u svim onim trenucima kada sam morao sve podrediti ovom istraživanju i pisanju ovog rada.

## Sažetak

---

U ovom su radu, u sažetu obliku, prikazani uvjeti nastanka pukotina i identificirani neki od faktora koji utječu na njihov nastanak i rast. Dan je kratki pregled osnova mehanike loma i određenih parametara (ponekad nazvanih parametrima loma ili parametrima žilavosti). Prikazan je kratki pregled osnovnih modela izračuna brzine propagacije pukotine i izračuna nekih od kritičnih parametara. Kratko je izložena metoda konačnih elemenata i njezina primjena u izračunu faktora intenziteta naprezanja. Pojašnjena je metoda virtualnog zatvaranja pukotine kao glavna metoda koja je korištena za izračun faktora intenziteta naprezanja u izrađenom računalnom programu. Izrađen je program koji računa faktor intenziteta naprezanja  $K$  pomoću metode virtualnog zatvaranja pukotine, a na osnovu čvornih sila i pomaka dobivenih analizom MKE modela, a kasnije te rezultate koristi za izračun propagacije pukotine. Za izračun brzine propagacije pukotine korišten je Formanov model. Vrijednosti faktora intenziteta naprezanja dobivene izrađenim programom uspoređene su s teorijskim rješenjima, te je analiziran utjecaj tipa i veličine konačnih elemenata na dobivene rezultate. Dobiveni rezultati faktora intenziteta naprezanja pokazali su dobru podudarnost s teorijskim rješenjima. Numeričkom simulacijom propagacije pukotine dobiveni su rezultati predviđene trajnosti elementa, odnosno broja ciklusa potrebnih da pukotina naraste do kritične duljine i izazove puknuće, te su isti uspoređeni s eksperimentalnim rezultatima. Izračunata trajnost pokazala je relativno dobru podudarnost s dostupnim eksperimentalnim rezultatima.



# Abstract

---

This work, in summary form, presents some of the conditions and influential factors that affect cracks initiation and their propagation. A brief overview of the basis of fracture mechanics and certain parameters (sometimes called fracture parameters) is given. Also, some basic models for calculation of crack growth rate are presented, alongside with expressions for the calculation of some of the critical parameters. Finite element method and its application in the calculation of stress intensity factor are briefly explained. Virtual crack closure method is explained, as the main method used to calculate the stress intensity factor in the developed computer program. Computer program that calculates the stress intensity factor  $K$  on the basis of nodal forces and displacements obtained by FEM analysis model is developed. The program uses calculated stress intensity factors to calculate crack growth rate. For the calculation of crack growth rate Forman model is used. Stress intensity factor range used in Forman model is derived from the results of the FEM model. Stress intensity factor values calculated by the program were compared with theoretical solutions, and influence of the type and size of the finite element is analyzed. Calculated stress intensity factors showed good agreement with theoretical solutions. Results for crack growth and number of cycles to failure were calculated by numerical simulation of crack propagation and obtained results were compared to experimental results. Calculated fatigue life showed relatively good correlation to experimental data.

# Ključne riječi

---

Ključne riječi:

- pukotina,
- mehanika loma,
- faktor intenziteta naprežanja,
- zamor,
- metoda virtualnog zatvaranja pukotine,
- procjena vijeka trajanja konstrukcija

Key words:

- crack
- fracture mechanics
- stress intensity factor
- fatigue
- virtual crack closure method
- life assessment of structural elements

# Sadržaj

---

---

<b>PREDGOVOR</b> .....	<b>I</b>
<b>SAŽETAK</b> .....	<b>II</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>III</b>
<b>KLJUČNE RIJEČI</b> .....	<b>IV</b>
<b>SADRŽAJ</b> .....	<b>V</b>
<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2. NASTANAK I RAST PUKOTINA</b> .....	<b>5</b>
2.1 INICIJACIJA PUKOTINE KLIZANJEM REŠETKE .....	6
2.1.1 <i>Vrijeme inicijacije pukotine</i> .....	7
2.2 INICIJACIJA PUKOTINA NA MJESTIMA UKLJUČAKA .....	8
2.3 POJAVA NEPROPAGIRAJUĆIH PUKOTINA.....	9
2.4 FAKTORI KOJI UTJEČU NA INICIJACIJU I PROPAGACIJU PUKOTINE .....	10
2.4.1 <i>Utjecaj slobodne površine materijala</i> .....	11
2.4.2 <i>Utjecaj okolišnih uvjeta</i> .....	11
<b>3. MEHANIKA LOMA</b> .....	<b>13</b>
3.1 DOSADAŠNJE SPOZNAJE.....	13
3.2 LINEARNO-ELASTIČNA MEHANIKA LOMA .....	17
3.2.1 <i>Oblici rasta i otvaranja pukotina</i> .....	17
3.2.2 <i>Promjena energije deformiranja</i> .....	19

3.2.3	<i>Polje naprezanja u vrhu pukotine i faktor intenziteta naprezanja</i> .....	19
3.2.4	<i>Izračun faktora intenziteta naprezanja za određene konfiguracije</i> .....	22
3.2.5	<i>Faktor intenziteta naprezanja za kombinirana opterećenja</i> .....	23
3.2.6	<i>Veza između promjene energije deformiranja i faktora intenziteta naprezanja</i> ...	24
3.3	PLASTIFIKACIJA VRHA PUKOTINE .....	25
3.4	KRITIČNI FAKTOR INTENZITETA NAPREZANJA.....	27
3.5	ELASTO-PLASTIČNA MEHANIKA LOMA.....	30
3.5.1	<i>J-integral</i> .....	30
3.5.2	<i>Veza J-integrala i faktora intenziteta naprezanja K</i> .....	33
<b>4.</b>	<b>ZAMORNI LOM</b> .....	<b>34</b>
4.1	DOSADAŠNJE SPOZNAJE .....	34
4.2	CIKLIČKI PROMJENJIVO OPTEREĆENJE .....	38
4.2.1	<i>Osnovne veličine koje karakteriziraju ciklički promjenjivo opterećenje</i> .....	38
4.3	RAST PUKOTINE ZAMOROM .....	39
4.3.1	<i>Krivulja brzine rasta pukotine</i> .....	41
4.3.2	<i>Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja</i> .....	41
4.4	MODELI PROPAGACIJE PUKOTINE UZROKOVANE PROMJENJIVIM OPTEREĆENJEM .....	44
4.4.1	<i>Osnovni model propagacije pukotine za konstantnu amplitudu opterećenja</i> .....	44
4.4.2	<i>Drugi modeli propagacije pukotine</i> .....	45
4.5	PLASTIFIKACIJA VRHA PUKOTINE PRI DINAMIČKOM OPTEREĆENJU .....	48
4.6	EFEKT ZATVARANJA PUKOTINE PRI DINAMIČKOM OPTEREĆENJU .....	49
<b>5.</b>	<b>RAČUNALNA MEHANIKA LOMA</b> .....	<b>51</b>
5.1	METODA KONAČNIH ELEMENATA (MKE).....	51
5.1.1	<i>Čvorni pomaci</i> .....	52
5.1.2	<i>Deformacije</i> .....	52
5.1.3	<i>Naprezanja</i> .....	53
5.1.4	<i>Matrica krutosti konačnog elementa</i> .....	53
5.2	ODREĐIVANJE FAKTORA INTENZITETA NAPREZANJA <i>K</i> TEMELJEM MKE ANALIZE .....	54
5.2.1	<i>Određivanje faktora intenziteta naprezanja pomoću metode virtualnog zatvaranja pukotine</i> .....	56
5.2.2	<i>Metoda zatvaranja pukotine</i> .....	57

5.2.3	<i>Dvodimenzijska formulacija metode virtualnog zatvaranja pukotine (VCCT) i njena primjena na MKE analizi .....</i>	58
<b>6.</b>	<b>RAČUNALNA SIMULACIJA RASTA PUKOTINE.....</b>	<b>62</b>
6.1	OPIS PROGRAMA VC-CGROW I POMOĆNE <i>APDL</i> SKRIPTE.....	62
6.1.1	<i>Opis glavnog programa.....</i>	62
6.1.2	<i>Pomoćna APDL skripta.....</i>	66
<b>7.</b>	<b>REZULTATI .....</b>	<b>68</b>
7.1	RJEŠENJA FAKTORA INTENZITETA NAPREZANJA <i>K</i> POMOĆU METODE VIRTUALNOG ZATVARANJA PUKOTINE.....	68
7.1.1	<i>Vlačno opterećena ploča s pukotinom na jednom rubu .....</i>	68
7.1.2	<i>Vlačno opterećena ploča s centralnom pukotinom .....</i>	72
7.1.3	<i>Ekscentrično opterećenje - C(T) uzorak.....</i>	76
7.2	PROCJENA TRAJNOSTI KONSTRUKCIJSKOG ELEMENTA TEMELJEM PRAĆENJA PROPAGACIJE PUKOTINE – PODACI I PRIMJERI .....	79
7.2.1	<i>Podaci.....</i>	79
7.2.2	<i>Primjeri .....</i>	83
<b>8.</b>	<b>ZAKLJUČAK.....</b>	<b>100</b>
	<b>LITERATURA .....</b>	<b>102</b>
	<b>POPIS OZNAKA I SIMBOLA .....</b>	<b>110</b>
	<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>114</b>
	<b>POPIS TABLICA.....</b>	<b>119</b>
	<b>ŽIVOTOPIS.....</b>	<b>120</b>

# 1. Uvod

---

U današnjoj se inženjerskoj praksi zamorni lom smatra jednim od najčešćih uzroka gubitka nosivosti konstrukcije. Slijedom te činjenice jasno je da je izračun otpornosti konstrukcije na zamor od presudne važnosti i sa sigurnosnog i sa ekonomskog aspekta, često čak i važniji od samoga klasičnog izračuna čvrstoće u elastičnom i/ili plastičnom području.

Proizvođači danas žele biti sigurni da će njihova konstrukcija izdržati određeno vremensko razdoblje u zadanim uvjetima eksploatacije te da oni kupcima i/ili korisnicima mogu sa velikom vjerojatnošću jamčiti ispravnost i sigurnost konstrukcije u tom razdoblju. Konvencionalne metode izračuna trajnosti, kao što su  $\sigma-N$  i  $\varepsilon-N$  metode, iako najčešće pouzdane, nisu dovoljne da bi se vijek konstrukcije iskoristio do njezinih krajnjih granica te se pokazalo da se iz upotrebe često povlače još uvijek ispravne konstrukcije koje su se mogle sigurno koristiti još neko vrijeme.

Često se u elementima konstrukcija tijekom eksploatacije pojavljuju pukotine ili su kao pogreške unutar materijala prisutne već nakon same proizvodnje. Te pukotine često nisu dovoljno velike da bi izazvale trenutačni gubitak nosivosti elementa, ali se tijekom eksploatacije mogu proširiti i uzrokovati lom i tako značajno skratiti vijek konstrukcije u odnosu na predviđeni. Stoga su u zadnjih pedesetak godina razvijene metode procjene vijeka trajanja konstrukcija temeljene na mehanici loma, koje pretpostavljaju prisutnost takvih pogrešaka unutar konstrukcije. Tim se metodama predviđa trajnost konstrukcije, odnosno vrijeme potrebno da takve pukotine dosegnu kritičnu veličinu koja ugrožava nosivost i sigurnost konstrukcije. U skladu s tim izračunima utvrđuju se inspeksijski intervali u kojima se obavlja kontrola oštećenja konstrukcije, a da istodobno, unatoč prisutnosti pukotina, nisu

ugrožene njezina funkcija i sigurnost. Ako se prilikom redovitih inspeksijskih pregleda ustanove prevelika oštećenja konstrukcije, ista se, ako je to moguće, popravlja ili doraduje dodatnim ojačanjima i/ili se zamjenjuju kritični elementi konstrukcije, odnosno obavlja se remont konstrukcije. Ako popravak nije moguć, konstrukcija se otpisuje kao neispravna i neremontabilna. Na taj se način pokušava omogućiti maksimalno iskorištenje životnog vijeka konstrukcije do njezinih krajnjih granica vremenske iskoristivosti. Ovakav način eksploatacije danas je posebno raširen u zrakoplovnoj, energetske i „*off-shore*“ industriji, ali se tijekom godina proširio i na područja drugih industrija.

Vidljivo je stoga, da je mogućnost izračuna brzine rasta pukotine od iznimne važnosti da bismo mogli znati stvarno stanje i trajnost konstrukcije. Međutim, unatoč donesenim standardima i preporukama u njima, mnoge parametre loma ni danas nije jednostavno izračunati, pogotovo u složenijim konstrukcijama. Stoga se za izračune parametara loma kao što su, primjerice, faktor intenziteta naprezanja  $K$  (*eng. stress intensity factor, SIF*),  $J$  – integral ili otvaranje vrha pukotine CTOD (*eng. crack tip opening displacement*) koristi računalna mehanika, odnosno izračun polja naprezanja i deformacija metodom konačnih elemenata (MKE) iz čega se onda raznim tehnikama određuju spomenuti parametri loma. Tako dobiveni parametri loma zatim se koriste u raznim dostupnim modelima koji opisuju rast pukotine zamorom, te se izračunava brzina napredovanja pukotine. Na osnovu izračuna brzine napredovanja pukotine izračunava se broj ciklusa opterećenja potrebnih za povećanje pukotine do određene veličine ili do konačnog loma konstrukcije, tj. do kritičnog stanja pukotine pri kojemu pukotina počinje nekontrolirano propagirati te time nastupa trenutačni gubitak nosivosti.

Unatoč poznatim metodama za izračunavanje spomenutih parametara loma iz polja naprezanja i deformacija dobivenih uz pomoć MKE, većina komercijalnih softvera, koji koriste tu metodu, još uvijek nema ugrađene algoritme za izračun tih parametara. Kod onih softvera koji nude mogućnost izračuna parametara loma, najčešće je to samo kupnjom skupog posebnog modula. S druge strane, izračun trajnosti konstrukcije koja u sebi sadrži pukotinu, osim što zahtijeva mogućnosti izračuna parametara loma, zahtijeva i mogućnosti izračuna brzine propagacije pukotine pomoću nekog od mnogobrojnih dostupnih modela. Ta je mogućnost dostupna još rjeđe kao dio osnovnog paketa MKE softvera.

Zbog spomenutih razloga, mnogim se korisnicima kao jedina opcija nameće razvijanje programa koji bi izračunao neki od parametara loma i na osnovu njega brzinu rasta pukotine za zadane uvjete opterećenja. Upravo je ta činjenica bila glavni motiv za ovaj rad.

U sklopu ovog rada, pomoću programskog paketa MATLAB, razvijen je program VC-CGrow za izračun trajnosti konstrukcijskih elemenata koji u sebi sadrže pukotinu. Program izračunava faktor intenziteta naprezanja metodom virtualnog zatvaranja pukotine (eng. *virtual crack closure technique, VCCT*) na osnovu podataka dobivenih MKE analizom, te taj parametar koristi za izračunavanje brzine napredovanja pukotine pri zadanom dinamičkom opterećenju.

Za izračunavanje potrebnih podataka u MKE analizi korišten je program ANSYS R13 te je za njega napisan program u skriptnom jeziku *APDL*. Pomoću tog programa automatski se izračunavaju potrebni podaci za određeno opterećenje i duljinu pukotine, te se tijekom izračuna zapisuju u posebno formatiranu datoteku koja se kasnije koristi kao jedna od ulaznih datoteka pri izračunu trajnosti programom VC-CGrow.

Rad je podijeljen u osam poglavlja. U drugom je poglavlju kratko dan pregled uzroka i mehanizama nastanka pukotina, mjesta na kojima one nastaju te faktora koji utječu na njihovo stvaranje i rast. Ovaj je dio samo kratko spomenut, jer izučavanje ove materije više pripada području materijala.

U trećem je poglavlju prikazan nastanak i razvoj mehanike loma. U samom uvodu poglavlja dan je pregled dosadašnjeg razvoja te grane mehanike, a kasnije su ukratko objašnjene osnove linearno-elastične mehanike loma (eng. *linear-elastic fracture mechanics, LEFM*), pojma faktora intenziteta naprezanja, te načini za njegovo izračunavanje za neke osnovne konfiguracije konstrukcija koje sadrže pukotinu. Obrađena je pojava plastifikacije vrha pukotine, kritičnog intenziteta naprezanja te je na kraju ukratko dan prikaz elasto-plastične mehanike loma (eng. *elasto-plastic fracture mechanics, EPFM*).

U četvrtom je poglavlju dan pregled izračuna vijeka trajanja konstrukcijskih elemenata podvrgnutih dinamički promjenjivom opterećenju, odnosno loma konstrukcijskih elemenata zamorom materijala. Ukratko je prikazan kratki povijesni pregled razvoja teorije zamornog loma uz poseban naglasak na rast pukotine zbog zamora materijala. Objašnjen je pojam minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta naprezanja te su dane neke relacije za njegov izračun s obzirom na faktor asimetrije ciklusa opterećenja. Obrađeni su i osnovni modeli propagacije pukotine zbog dinamičkog opterećenja. Obrađena je i tema plastifikacije vrha pukotine pri dinamičkom opterećenju, te usporedba sa istom kod statičkog opterećenja. Na kraju je pojašnjen koncept efektivnog raspona faktora intenziteta naprezanja te su dane neke relacije za njegovo određivanje.



U petom je poglavlju obrađena računalna mehanika loma. Dano je kratko objašnjenje metode konačnih elemenata i klasičnih metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja kod pukotina modeliranih pomoću MKE. Posebno je obrađena metoda virtualnog zatvaranja pukotine koja je ujedno i metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja korištena pri izradi ovog rada, odnosno metoda korištena u izrađenom programu VC-CGrow. Prikazane su formulacije te metode za dvodimenzijske elemente s četiri i osam čvorova.

U šestom poglavlju opisani su izrađeni program za simulaciju rasta pukotine pri dinamičkom opterećenju VC-CGrow, te *APDL* skripta za ANSYS, korištena za automatsko generiranje i pohranjivanje rezultata dobivenih iz MKE analiza.

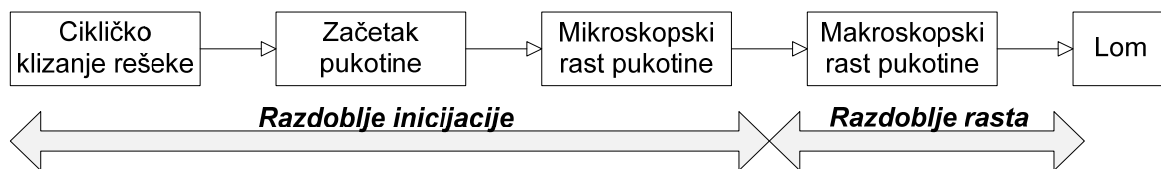
Rezultati dobiveni *APDL* skriptom i programom VC-CGrow prikazani su u sedmom poglavlju te su iznesena zapažanja i komentari na te rezultate.

U osmom poglavlju dan je osvrt na dobivene rezultate, mogućnosti te smjer daljnjeg istraživanja i razvoja programa.

Na kraju rada priložen je popis literature, korištenih oznaka, slika i tablica.

## 2. Nastanak i rast pukotina

Prva istraživanja ponašanja materijala pri dinamičkom opterećenju konstrukcije obavljena su početkom 20. stoljeća. Rezultati tih istraživanja pokazali su da na mikroskopskoj razini pukotine u materijalu nastaju kao rezultat klizanja kristalografske rešetke materijala. Proces inicijacije pukotina odvija se već od prvog ciklusa opterećenja ako to opterećenje izaziva naprezanja veća od trajne dinamičke čvrstoće [79].



Slika 2.1 Faze životnog vijeka konstrukcije

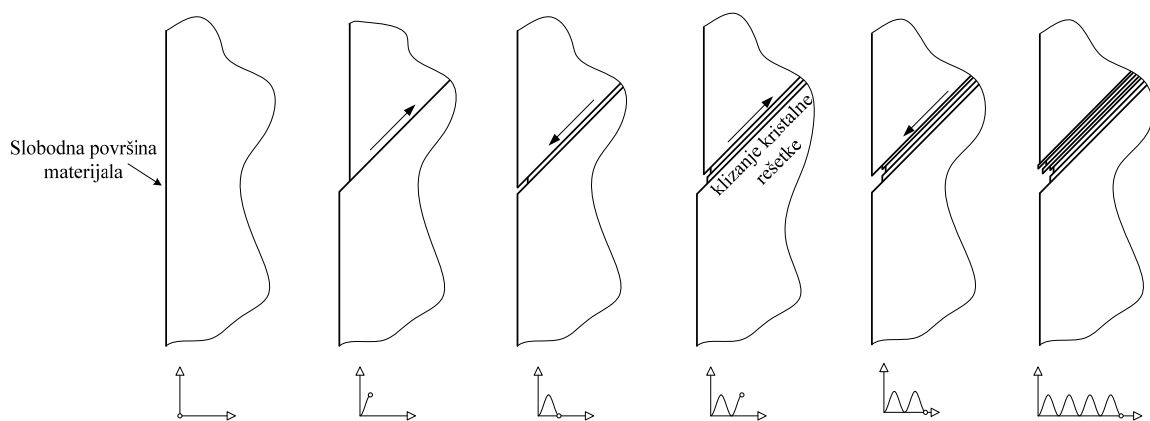
Unatoč tome što se mikro pukotine pojavljuju u samim počecima eksploatacije konstrukcije, one su dovoljno malene da ih možemo otkriti samo mikroskopskom analizom. Standardnim ispitivanjem metodama bez razaranja nije ih moguće otkriti i materijal ne izgleda kao da je pretrpio ikakva oštećenja. Tijekom dugotrajne eksploatacije konstrukcije, kada veličina pukotina pređe mikro razinu, pukotine postaju vidljive i u tom trenutku počinje makroskopsko povećanje pukotine.

Istraživanja na laboratorijskim uzorcima pokazala su da je preostali životni vijek uzorka nakon što pukotine postanu vidljive vrlo malen [79]. Međutim, to preostalo razdoblje rasta makroskopske pukotine u realnim konstrukcijama ipak je nekoliko puta veće od onoga kod laboratorijskih uzoraka jer je sama konstrukcija većih dimenzija i pojava pukotine u manjoj

mjeri utječe na njezinu nosivost. Iz te činjenice vidljiva je važnost razumijevanja procesa nastanka i rasta pukotina na mikroskopskoj razini, ali isto tako i važnost razumijevanja procesa rasta pukotina kada one postanu vidljive, odnosno kada prijeđu na makroskopsku razinu (Slika 2.1).

## 2.1 Inicijacija pukotine klizanjem rešetke

Inicijacija se pukotina zamorom i njihov mikroskopski rast javljaju zbog cikličke promjene opterećenja konstrukcije. Odvijanje tog procesa jasno pokazuje postojanje lokalizirane plastične deformacije koja se odvija na razini kristalografskih zrna, pri naprezanjima mnogo manjima od granice tečenja materijala. Cijeli taj proces odvija se na slobodnim površinama materijala, budući da na tom mjestu lakše dolazi do klizanja osnovne rešetke materijala jer deformacija na površini nije ograničena susjednim zrnima. Osim toga, na slobodnoj površini i mnogi drugi faktori pridonose lakšem stvaranju pukotina nego u dubini materijala. Tako tome pridonosi sama geometrija konstrukcije, odnosno postojanje utora na površini, gruba završna obrada površine, korozija na površini materijala i slično.



Slika 2.2 Mehaniizam inicijacije mikro pukotine

Na mikroskopskoj razini, posmično naprezanje nije jednoliko raspoređeno i njegova raspodjela ovisi o nizu metalurških faktora, kao što su veličina i oblik zrna, kristalografska orijentacija zrna i anizotropija materijala.

Budući da se klizanje odvija na površini materijala, pri prvom opterećenju kod kojega dolazi do klizanja, novi dio materijala bit će izložen okolišu i, kod većine metala, na njemu će se odmah stvoriti sloj oksida. Sloj oksidiranog materijala ima značajno drugačija svojstva od

osnovnog materijala te će u sljedećoj promjeni opterećenja pružati dodatni otpor deformiranju na tom mjestu, odnosno taj otpor će izazvati pojavu koncentracije naprezanja na mikroskopskoj razini te će se zbog toga novo klizanje događati na istom mjestu. Ako materijal pokazuje očvršćujuća svojstva pri plastičnoj deformaciji, lokalno će doći do očvršćivanja materijala te će i to stvoriti dodatni otpor, odnosno povećana posmična naprezanja i tako pogodovati daljnjem klizanju rešetke i stvaranju novih linija klizanja na istom mjestu (Slika 2.2).

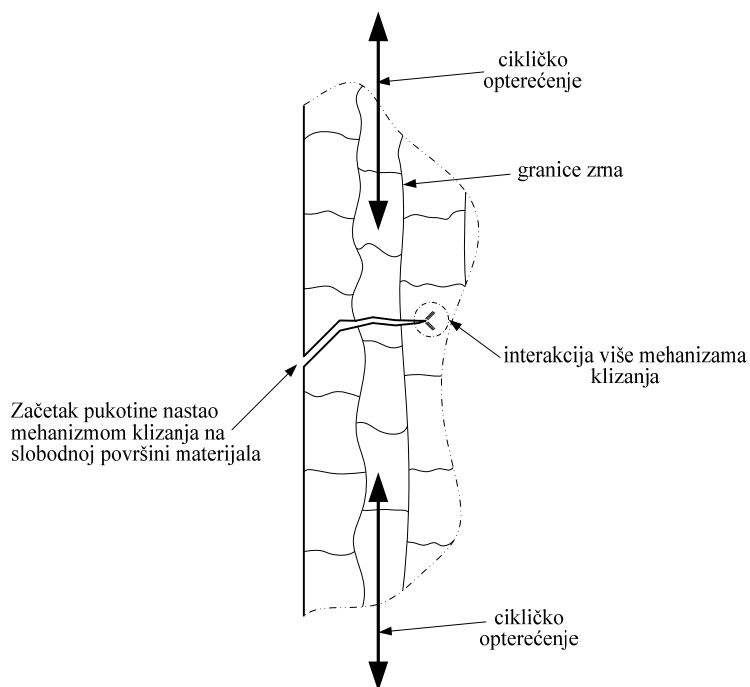
### 2.1.1 Vrijeme inicijacije pukotine

Bez obzira na vrstu materijala i oblik konstrukcije, budući da je brzina rasta mikro pukotina u području inicijacije uvijek vrlo malena, vrijeme inicijacije pukotine čini značajan dio ukupnog životnog vijeka konstrukcije.

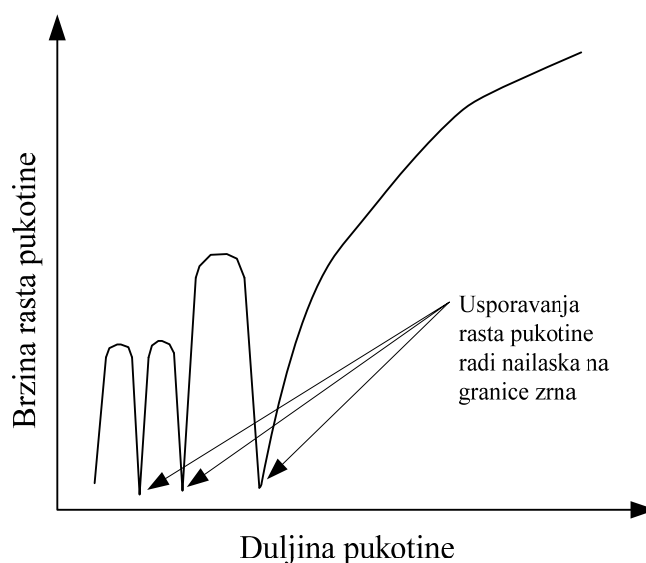
Kada je mikro pukotina dovoljno malena da se još uvijek nalazi unutar područja jednog zrna odnosno unutar homogenog elastičnog materijala, primarni je mehanizam njezina rasta klizanje po kristalografskim ravninama. Kako pukotina raste i ulazi dublje u materijal, njezin rast sve više ograničavaju okolni materijal tog zrna te susjedna zrna. Zbog toga se povećava vjerojatnost aktiviranja nekoliko kliznih ravnina, odnosno vjerojatnost početka klizanja materijala u više od jedne ravnine. Zbog te pojave, nakon početnog rasta mikro pukotine, propagacija se pukotine više ne odvija u smjeru početnog klizanja već dominantan postaje smjer propagacije pukotine okomit na pravac djelovanja glavnog opterećenja (Slika 2.3), a pukotina pokazuje tendenciju propagacije kroz zrna materijala, a ne okolo njih.

Pri rastu mikroskopskih pukotina, rast pukotine nije konstantan nego najprije ubrzava, a zatim, kada naiđe na granicu zrna, uspori te je vidljivo da granice zrna predstavljaju barijere za daljnju propagaciju mikro pukotine [52]. Kada pukotina "dovoljno" naraste, tj. kada se proteže kroz dovoljan broj zrna, brzina rasta pukotine prestane oscilirati te počne kontinuirano rasti (Slika 2.4). To se događa u trenutku kada otpornost materijala na cikličko klizanje i efekti površine prestaju biti kontrolirajući faktori za propagaciju pukotine, te se to smatra krajem faze inicijacije mikro pukotine i početkom faze njezina rasta [79].

Iz takve definicije vremena inicijacije pukotine jasno je vidljivo da vrijeme inicijacije može značajno varirati i ovisi o mikrostrukturi materijala. Ako materijal u sebi sadrži veći broj barijera koje pukotina mora svladati, vrijeme će inicijacije biti različito od onoga kada je broj tih barijera manji.



Slika 2.3 Rast mikro pukotine



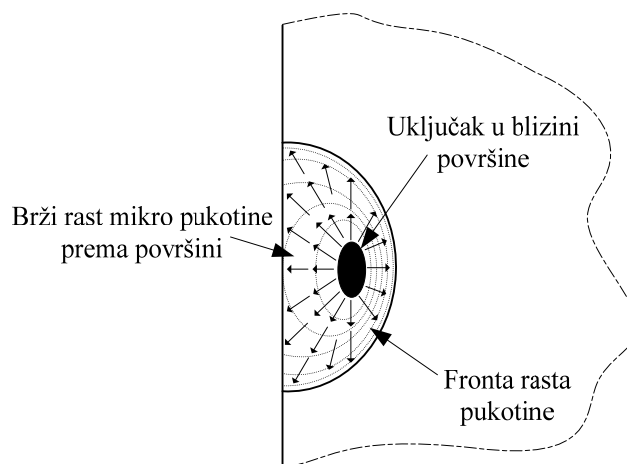
Slika 2.4 Osciliranje brzine rasta mikro pukotine

## 2.2 Inicijacija pukotina na mjestima uključaka

U strukturi većine metalnih legura koje se rabe u tehnici nalaze se razni ukljucci. Makroskopski ukljucci, kao npr. razne pogreške u materijalu zavara, izuzetno su nepoželjni,

utječu na statičku čvrstoću konstrukcije i moguće ih je otkriti standardnim metodama ispitivanja. Zbog toga se smatraju defektima i, budući da ih je moguće otkriti, otklanjaju se odmah pri njihovu otkrivanju ili se taj dio konstrukcije otpisuje kao škart, ako je to moguće. S druge strane, mikroskopski uključci su zbog svoje veličine teški za detektirati i ne utječu neposredno na statičku čvrstoću konstrukcije te se zbog toga ne smatraju štetnima [79].

Uključci su strana tijela unutar osnovnog materijala te pri cikličkom klizanju ulaze u razne interakcije s klizanjem rešetke. Mikro uključci pridonose drugačijoj raspodjeli naprezanja na mikro razini te se na njihovim pozicijama pojavljuju koncentracije naprezanja koja pogoduju formiranju mikro pukotina.



Slika 2.5 Inicijacija mikro pukotine na uključku pod površinom

Inicijacija mikro pukotine obično počinje kod uključaka koji se nalaze uza samu površinu materijala (Slika 2.5), budući da je utjecaj slobodne površine i dalje bitan za mehanizam nastajanja mikro pukotina [79]. Inicijacija pukotine duboko ispod površine materijala rjeđa je pojava zbog toga što su tamo ograničenja okolne strukture veća nego na površini. Međutim, u određenim slučajevima može se dogoditi i takav slučaj, ako je uključak dovoljno velik ili ako je prisutno zaostalo naprezanje u materijalu.

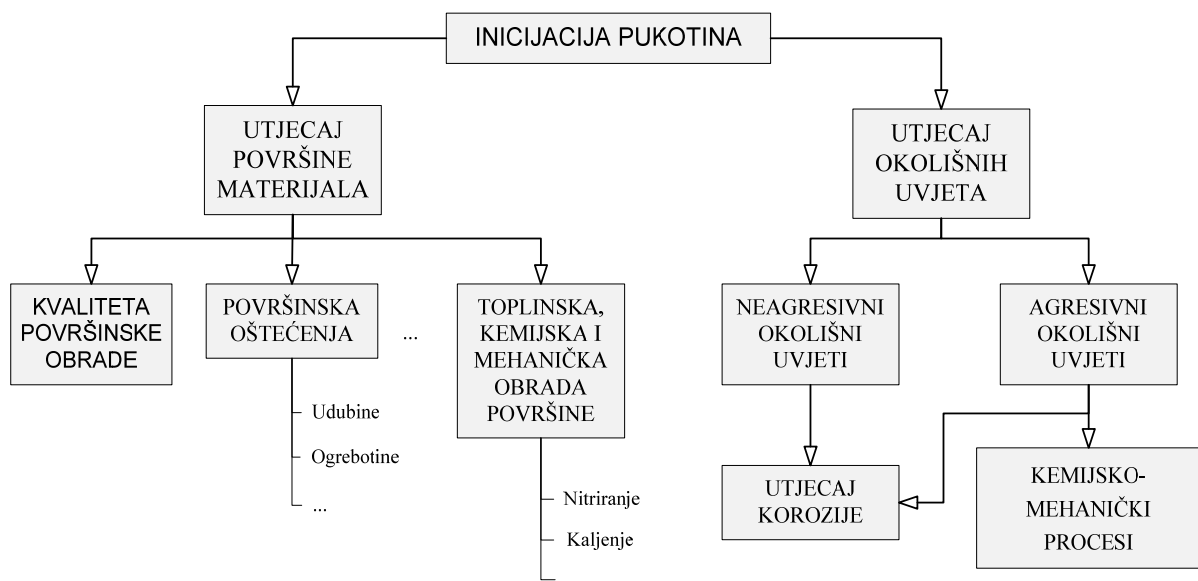
### 2.3 Pojava nepropagirajućih pukotina

Godine 1956. Frost [29] je proučavao uzorke s utorima te, unatoč tome što je naprezanje bilo niže od trajne dinamičke čvrstoće, primijetio stvaranje malenih površinskih pukotina koje

su nakon nekog vremena prestale rasti. Tu je pojavu objasnio time da nakon određenog vremena rasta pukotine u uvjetima cikličkog naprezanja, polje naprezanja u dubini materijala pri vrhu pukotine prelazi iz ravninskog stanja naprezanja u ravninsko stanje deformacije te time dodatno ograničava mehanizme plastične deformacije što potencijalno može dovesti do potpunog zaustavljanja rasta pukotine (eng. *crack arrest*). Kasnije je ustanovljeno da se takve tzv. nepropagirajuće pukotine mogu pojaviti i kod uzoraka bez utora, a inicijacija pukotina može se odvijati i unutar samog materijala. Zaustavljanje rasta pukotine tada se može dogoditi i zbog nemogućnosti prelaska pukotine na susjedno zrno te time mikro pukotina trajno prestane rasti unutar materijala [52, 79].

## 2.4 Faktori koji utječu na inicijaciju i propagaciju pukotine

Budući da inicijacija pukotine čini dio raspoloživog vremena eksploatacije konstrukcije, razni faktori koji utječu na sam proces inicijacije od presudnog su značenja za trajnost konstrukcije. Također, različiti kombinirani kemijsko-mehanički procesi koji se odvijaju tijekom faze rasta pukotine mogu značajno utjecati na brzinu rasta, te tako skratiti vrijeme potrebno da pukotina dosegne kritičnu vrijednost i izazove lom. Iz rečenoga, imajući u vidu činjenice iznesene u početku ovog poglavlja, može se zaključiti da na inicijaciju i rast pukotine značajan utjecaj imaju, između ostalog, faktori povezani s kvalitetom površine materijala te okolišni uvjeti (Slika 2.6).



Slika 2.6 Neki od faktora koji utječu na vrijeme inicijacije i brzinu propagacije pukotine

### 2.4.1 Utjecaj slobodne površine materijala

Inicijacija se pukotina odvija u većini slučajeva na površini materijala te zbog toga znatan utjecaj na trajnost konstrukcije imaju razni faktori povezani s kvalitetom i tretmanom slobodne površine materijala. Ovo dovodi do zaključka da svaki takav faktor koji pospješuje i ubrzava inicijaciju pukotina nije poželjan.

Faktori koji utječu na kvalitetu površine prvenstveno ovise o procesu proizvodnje. Utjecaj procesa proizvodnje na kvalitetu površine očit je kod proizvodnje dijelova obradom skidanjem strugotine, ali isto vrijedi i za dijelove dobivene izvlačenjem, kovanjem, lijevanjem itd.

Kvaliteta površinske obrade ima značajan utjecaj na proces inicijacije pukotine, s tim da grublja površina uglavnom ima povoljan utjecaj na taj proces. Grublja, mikroskopski nepravilna površina nije potpuno ravna te se zbog toga pojavljuju površinske koncentracije naprezanja na mikroskopskoj razini koje pospješuju cikličko klizanje rešetke materijala i stvaranje površinskih pukotina. Budući da proces inicijacije pukotine pri visokocikličkom zamoru (eng. *high-cycle fatigue*) čini većinu životnog vijeka konstrukcije, kvaliteta površinske obrade posebno je značajna u konstrukcijama od kojih se zahtijeva dugi životni vijek.

Budući da se grublja površina u proizvodnji ponekad ne može izbjeći, površina materijala se u takvim slučajevima često dodatno kemijski, mehanički i/ili toplinski obrađuje. Takve se dodatne obrade koje zahvaćaju površinski sloj materijala izvode zbog različitih razloga, od kojih su najčešći zaštita od korozije, smanjenje trošenja površine u eksploataciji te povećanje otpornosti konstrukcije na zamor. Takva poboljšanja otpornosti na zamor mogu se obavljati zbog povećanja otpornosti površinskog sloja na trošenje i inicijaciju pukotina, povećanja ili smanjenja zaostalih naprezanja u svrhu smanjenja ukupnog naprezanja na površini materijala prilikom eksploatacije, ispravljanje mikroskopskih nepravilnosti radi smanjenja mikroskopskih koncentracija naprezanja i sl.

### 2.4.2 Utjecaj okolišnih uvjeta

Utjecaj okolišnih uvjeta na inicijaciju i propagaciju mikroskopskih pukotina zahtjevan je i težak proces za objasniti budući da uključuje razne elektrokemijske i fizičke procese te njihovu međusobnu interakciju. Budući da detaljnija analiza utjecaja okoline na trajnost



nadilazi okvire ovog rada, spomenut će se samo najčešći aspekti utjecaja okoliša na pojavu i rast pukotina.

Utjecaj okolišnih uvjeta na inicijaciju i propagaciju mikroskopskih pukotina nije jednostavno pojasniti budući da isti uključuje razne elektrokemijske i fizičke procese te njihovu međusobnu interakciju. Budući da detaljnija analiza utjecaja okoline na trajnost nadilazi okvire ovog rada, spomenut će se samo najčešći aspekti utjecaja okoliša na pojavu i propagaciju pukotina.

U kontekstu interakcije s inicijacijom pukotina pri zamoru, najčešće se spominje utjecaj korozije koja kao takva, bilo da se radi o kemijski agresivnom ili neagresivnom okolišu, pridonosi stvaranju nepravilnosti na površini koje onda izazivaju mikroskopske nepravilnosti i koncentracije naprezanja što pogoduje iniciranju pukotina [79, 89]. Također, korozija u sprezi sa procesom zamora materijala i rasta pukotine pridonosi "lakšem" i bržem rastu pukotine. Taj efekt posebno je naglašen ako se konstrukcija nalazi u agresivnim okolišnim uvjetima kao što su zrak visoke vlažnosti, povišena temperatura, slana voda i slično.

U sinergiji s korozivnim uvjetima, značajan je i utjecaj frekvencije i oblika funkcije promjene opterećenja [79]. Utjecaj korozivnih uvjeta bit će veći što je vrijeme otvorenosti pukotine dulje i obrnuto. Kod dulje otvorenosti pukotine, korozivni okoliš može svojim djelovanjem oslabiti materijal i tako ubrzati rast pukotine.

## 3. Mehanika loma

---

Postojanje pukotine u konstrukciji značajno utječe na njezino ponašanje u eksploataciji, a pogotovo na njezinu trajnost. Grana znanosti koja proučava ponašanje konstrukcija što sadrže pukotine, naziva se mehanika loma.

### 3.1 Dosadašnje spoznaje

Zapaženiji razvoj mehanike loma počinje nakon II. svjetskog rata, posebice istraživanjima u Mornaričkom istraživačkom laboratoriju Sjedinjenih Američkih Država (SAD), odnosno radovima G.R. Irwina [40], C.E. Inglisa [37], A.A. Griffitha [31] i nešto kasnije H.M. Westergaarda [95].

Inglis [37] je proučavanjem mjesta nastanka pukotina zaključio da su već postojeće pogreške u materijalu mjesta inicijacije pukotina, odnosno mjesta od kojih pukotine počinju rasti. Zaključak je izveo iz spoznaje da su te pogreške i nepravilnosti mjesta koncentracije naprezanja u materijalu što je uzrok pojave i rasta pukotina. Griffith [31] je, pak, proučavao krhki lom stakla u kojemu je pretpostavio da već postoje pukotine, tj. defekti te je došao do zaključka da postoji kritična veličina pukotine koja uzrokuje trenutačni krhki lom. Svoju je teoriju temeljio na pretpostavci o promjeni energije pri lomu konstrukcije, te je dokazano da njegova teorija za krhke materijale daje točnu relaciju između kritične veličine pukotine i naprezanja pri lomu.

Godine 1939. Westergaard [95] je učinio novi pomak u proučavanju rasta pukotina, te dokazao da se u elastičnim tijelima naprezanja pri vrhu pukotine mijenjaju u funkciji

udaljenosti ( $r$ ) od vrha pukotine i to u obliku  $1/\sqrt{r}$ . Njegova je teorija kasnije potvrđena radovima Muskhelishvili [58] i Williamsa [96].

Gotovo 30 godina nakon objave Griffithova rada, Irwin [40] i Orowan [61] su povezali energiju deformiranja sa stvaranjem novih površina pukotine i plastičnom deformacijom što je omogućilo primjenu teorije na pukotine u metalnim materijalima.



Slika 3.1 *Havarija broda klase Liberty na moru*

Daljnji poticaj razvoju mehanike loma dali su radovi Irwina, nastali kao rezultat proučavanja havarija trgovačkih brodova klase Liberty koji su predstavljali okosnicu trgovačke flote SAD-a sredinom 20. stoljeća (Slika 3.1). Bili su proizvedeni tehnikom zavarivanja umjesto spajanjem zakovicama, što je bilo smatrano velikim uspjehom sve do 1943. kada je jedan od brodova tijekom plovidbe Tihim oceanom iznenada puknuo na dva dijela. Nakon tog prvog broda, slične havarije doživjele su stotine brodova iz iste serije. Istraga je pokazala da su se havarije dogodile zbog promjene lomne čvrstoće čelika pri temperaturama kojima je brod bio izložen tijekom eksploatacije odnosno prijelaza u krhko ponašanje pri lomu. Utvrđeno je također da su pukotine počele rasti od kvadratno oblikovanih otvora u pregradama broda koji su inicirali stvaranje pukotina zbog koncentracije naprezanja koja se pojavljivala u njihovim uglovima.

U drugoj polovici 50-ih godina prošlog stoljeća Irwin je razvio koncept promjene energije deformiranja (eng. *strain energy release rate*) [42] da bi godinu kasnije objavio članak [39] u kojemu promjenu naprezanja i pomaka pri vrhu pukotine opisuje relacijom koja

sadrži novo uvedeni pojam faktora intenziteta naprežanja  $K$  (eng. *stress intensity factor, SIF*), te je taj pojam uspio na jednostavan način povezati s prije spomenutom promjenom energije deformiranja.

Godine 1961. Wells [94] je razvio parametar otvaranja pukotine CTOD (od eng. *crack tip opening displacement*) koji je pri linearno elastičnom ponašanju materijala jednostavno povezati s faktorom intenziteta naprežanja, ali je osim toga sposoban opisati rast pukotine i kod značajnijeg plastičnog ponašanja materijala konstrukcije.

Razvojem prije spomenutih teorija počela je era intenzivnog razvoja mehanike loma, a nakon što su se njezina načela pokazala ispravnima pri vještačenju teških nesreća nekoliko mlaznih zrakoplova De Havilland Comet iz prve serije [7, 18]. Budući da su ti zrakoplovi uveli mnoge novine u zrakoplovnu industriju, konstrukcija trupa je praktički bila eksperimentalni proces, u proizvodnji i održavanju [18]. Stoga je trup u prvim serijama bio podložan mnogim problemima, pa čak i lomovima koji su za posljedicu imali prije spomenute nesreće. Naknadne analize mehanike loma pokazale su da problemi s pojavom i rastom pukotina počinju od četvrtastih prozora [33, 89, 93] (Slika 3.2). U skladu s tim nalazima isti su kasnije redizajnirani te se nakon toga takvi problemi više nisu pojavljivali.



Slika 3.2 Prototip zrakoplova De Havilland Comet (s četvrtastim prozorima)

Spomenuti Irwinovi radovi čine osnovu linearno-elastične mehanike loma (eng. *linear-elastic fracture mechanics*), a da bi ta teorija bolje korelirala sa stvarnim podacima, Irwin [41] i Dugdale [23] su rad potreban za plastičnu deformaciju povezali s veličinom plastične zone pri vrhu pukotine. Irwin je pretpostavio kružni oblik plastične zone, dok je Dugdale pretpostavio oblik tanke plastificirane trake u produžetku vrha pukotine. Oba autora su za

izračunavanje faktora intenziteta naprezanja koristila duljinu pukotine modificiranu s obzirom na veličinu plastične zone.

Nagli tehnološki razvoj 1960-ih, sa snažnim razvojem aeronautike i nuklearne energetike, povećao je svijest o potrebnom stupnju sigurnosti novih konstrukcija. Zbog neadekvatnosti dotadašnjih teorija mehanike loma za probleme pukotina pri velikoj plastifikaciji materijala, pojavila se potreba za točnijim opisom ponašanja pukotina u konstrukcijama koje radni vijek provode u uvjetima povišenih temperatura i uz naglašenije plastično ponašanje materijala. Stoga je Rice [73] 1968. koncept promjene energije deformiranja prilagodio na elasto-plastično ponašanje materijala te je izveo relaciju promjene energije deformiranja u obliku integrala neovisnog o konturi integriranja (eng. *path-independent contour integral*), odnosno relaciju danas poznatu kao  $J$ -integral. Daljnje dorade teorije  $J$ -integrala učinili su Rice i Rosengarten [74], a kasnije i mnogi drugi [20, 22, 36, 82, 91].

Sa sve češćom upotrebom metode konačnih elemenata u analizi naprezanja i deformacija čvrstih tijela, pojavila se i potreba za određivanjem poznatih parametara loma iz rezultata dobivenih na računalnim modelima. Budianski i Rice [15] te Carpenter et. al. [16] razvili su izraze za numeričku integraciju  $J$ -integrala. Godine 1986. Shih i Moran [57, 83] izveli su metodu koja za numerički izračun  $J$ -integrala koristi integral energijske domene, a prikladna je za širok raspon statičkih i dinamičkih problema, kao i za razne oblike ponašanja materijala.

Godine 1999. Belytschenko i Black [11] postavili su tzv. produženu metodu konačnih elemenata (eng. *extended finite element method, XFEM*) [68], koja je u njihovim kasnijim radovima [54, 55, 88, 100], zajedno s Moësom, Sukumarom et. al. dalje razvijena i primijenjena na probleme modelirane metodom konačnih elemenata. Tom metodom je omogućeno modeliranje vrha pukotine neovisno od ostatka konačno elementne mreže.

Paralelno s razvojem pristupa problemu pukotina preko  $J$ -integrala, „u sjeni“ se razvijala i metoda virtualnog zatvaranja pukotine (eng. *Virtual Crack Closure Technique, VCCT*). Godine 1975. Hellen [34] i Parks [66] postavili su temeljne teorije, dok su prvu primjenu metode virtualnog zatvaranja pukotine uz uporabu konačno-elementne analize godina kasnije prikazali u svojim radovima Rybicki i Kanninen [75] te Rybicki et. al. [76]. Oni su izveli osnovne izraze koji su davali vezu relativnih pomaka čvorova na površini pukotine, čvornih strukturalnih sila i veličine novo stvorene površine pukotine s promjenom energije deformiranja kod dvodimenzijske analize s jednostavnim dvodimenzijskim konačnim

elementima s četiri čvora. Godine 1987. Raju [69] je formulirao metodu virtualnog zatvaranja pukotine za elemente višeg reda i elemente sa simuliranom singularnošću naprezanja pri vrhu pukotine, a 1988. je dalje razrađuje Buchholz [14]. 1990-ih Buchholz [13] i Narayana et. al. [59] daju daljnju razradu i primjenu metode virtualnog zatvaranja pukotine.

Iako je metoda virtualnog zatvaranja pukotine bila poznata četvrtinu stoljeća, bila je gotovo potpuno nekorisćena u komercijalnim softverima za analizu metodom konačnih elemenata, a korisćena je samo ograničeno u akademskim krugovima [46]. Do prije nekoliko godina, gotovo jedini dostupan softver za *VCCT* analizu bio je FRANC2D/3D koji je također rezultat akademskog rada na Sveučilištu Cornell [38, 85]. Velika većina radova s početka 2000.-ih, a u kojima se koristi *VCCT* metoda, bavila se analizom delaminacije kompozitnih materijala [17, 45], dok je puno rjeđa njena primjena na metalnim materijalima. Značajnija uporaba *VCCT* metode kod metalnih materijala započela je tek u zadnjih nekoliko godina [47, 48].

## 3.2 Linearno-elastična mehanika loma

Linearno-elastična mehanika loma koristi se za određivanje rasta pukotine u materijalu uz osnovnu pretpostavku da je naprezanje u materijalu većinom linearno-elastično prilikom rasta, odnosno propagacije pukotine te da je plastičnost u vrhu pukotine lokalizirana tijekom cijelog procesa.

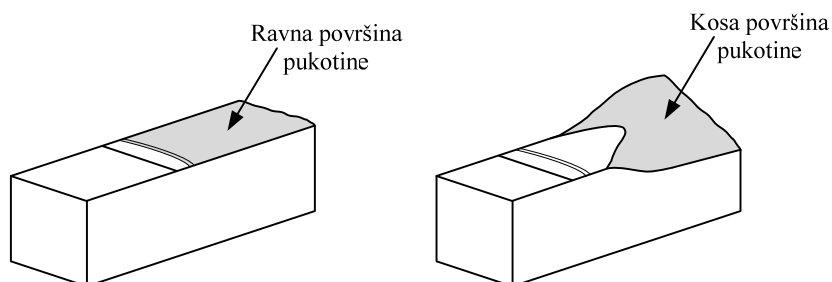
### 3.2.1 Oblici rasta i otvaranja pukotina

Moguće je razlikovati dva glavna oblika rasta pukotine [79]:

- rasta pukotine po ravnoj površini,
- rasta pukotine po površini nagnutoj pod kutom.

Rast pukotine po ravnoj površini odgovara slučaju gdje je površina pukotine uglavnom okomita na pravac glavnog naprezanja dok se kod rasta pukotine po površini nagnutoj pod kutom, kut površine pukotine pojavljuje u ravnini okomitoj na pravac napredovanja pukotine (Slika 3.3) te je obično u tom slučaju rasta pukotine praćeno većim deformacijama.

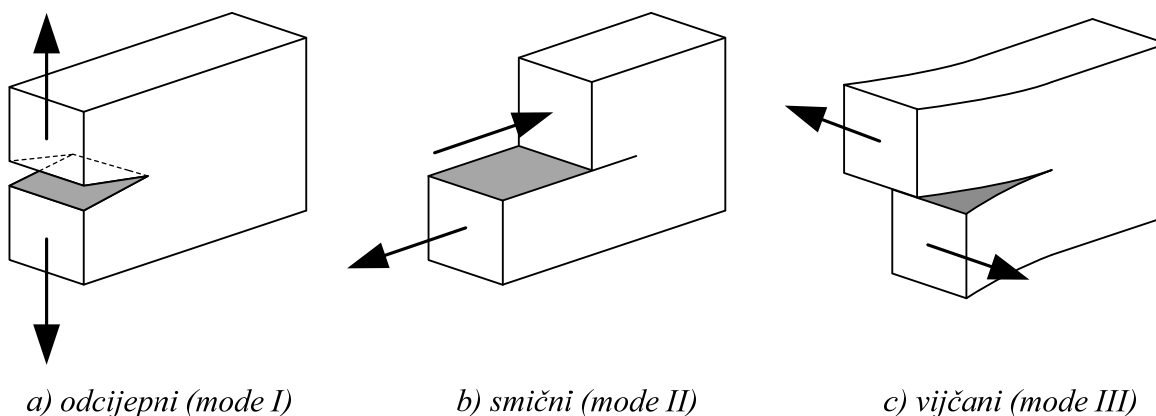
Ispitivanjem površine pukotina mogu se primijetiti glatka područja površine pukotine koja odgovaraju zamornom lomu i stabilnom rastu pukotine te zrnata područja površine pukotine koja odgovaraju naglom krhkom lomu.



Slika 3.3 Oblici površine nastali pri rastu pukotine odcijepnim oblikom otvaranja pukotine

Bez obzira kakav je lom i kakva je površina pukotine, moguće je spomenuti tri osnovna oblika otvaranja pukotine [12, 26, 27, 87, 89] (Slika 3.4):

- odcijepni oblik otvaranja (eng. *Mode I, opening mode*),
- smični oblik otvaranja (eng. *Mode II, in-plane shear mode*),
- vijčani oblik otvaranja (eng. *Mode III, out-of-plane shear mode, tearing mode*).



Slika 3.4 Oblici otvaranja pukotina

U odcijepnom obliku otvaranja pukotine sila djeluje okomito na ravninu i razdvaja površine pukotine, dok kod smičnog i vijčanog oblika otvaranja površine pukotine klize jedna po drugoj. Kod smičnog oblika površine pukotine klize uzdužno, a kod vijčanog poprečno u odnosu na smjer napredovanja pukotine.

### 3.2.2 Promjena energije deformiranja

Prilikom stvaranja nove pukotine u tijelu, energija ireverzibilno utrošena na stvaranje nove površine pukotine je [68]:

$$dE^{\text{puk}} = G_c \cdot dA. \quad (3.1)$$

pri čemu je  $G_c$  kritična promjena energije potrebna za stvaranje nove površine pukotine, dok je  $dA$  novostvorena površina pukotine za dvodimenzijско tijelo definirana kao

$$dA = B \cdot da \quad (3.2)$$

gdje je  $B$  debljina dvodimenzijskog tijela, a  $da$  prirast duljine pukotine.

Da bi došlo do propagacije pukotine, potrebna promjena energije za stvaranje nove površine pukotine  $dA$  je

$$G = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} \geq G_c \quad (3.3)$$

pri čemu je  $\Pi$  ukupna energija sustava. Izraz (3.3) rezultat je jednadžbe očuvanja energije sustava [68]:

$$d\Pi + dE^{\text{puk}} = 0 \quad (3.4)$$

gdje je promjena ukupne energije sustava

$$d\Pi = dU + dK + dW \quad (3.5)$$

pri čemu su navedene promjene kako slijedi

- $d\Pi$  – promjena ukupne energije sustava,
- $dE^{\text{puk}}$  – energija za stvaranje nove površine pukotine,
- $dU$  – energija elastičnog deformiranja,
- $dK$  – kinetička energija sustava, i
- $dW$  – rad vanjskih sila.

Ako je tijelo izloženo konstantnoj deformaciji, rad vanjskih sila je jednak nuli te tada:

$$d\Pi + dE^{\text{puk}} = dU + dK + dE^{\text{puk}} \quad (3.6)$$

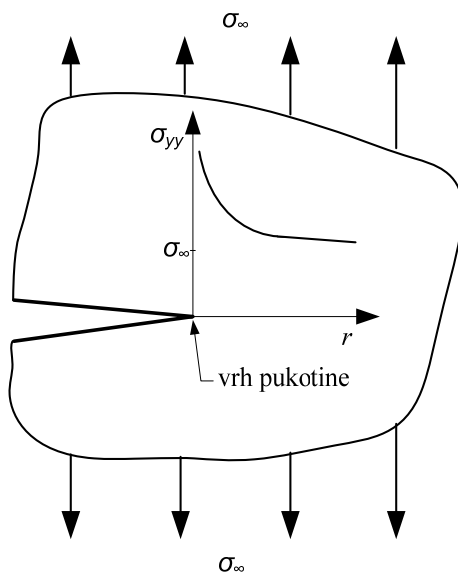
Rast pukotine potroši svu raspoloživu energiju sustava te rast pukotine prestaje (eng. *crack arrest*) ili dolazi do potpunog loma promatranog tijela.

### 3.2.3 Polje naprezanja u vrhu pukotine i faktor intenziteta naprezanja

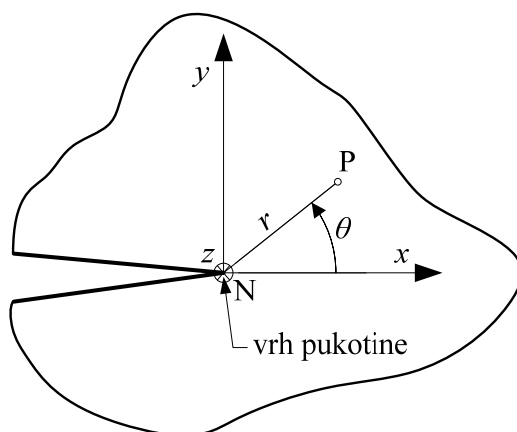
U linearno-elastičnoj mehanici loma, vrijednosti naprezanja i deformacije pri vrhu pukotine teže u beskonačnost kada udaljenost  $r$  između točke P i točke N teži nuli, odnosno



kada se točka u kojoj promatramo vrijednost napreznja ili deformacije približava točki vrha pukotine (Slika 3.5 i Slika 3.6).



Slika 3.5 Raspodjela napreznja pri vrhu pukotine



Slika 3.6 Polarni koordinatni sustav vrha pukotine

Napreznja se u blizini vrha pukotine mogu prikazati u obliku [33]:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum \frac{K_i}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad (3.7)$$

pri čemu su  $\sigma_{ij}$  komponente tenzora napreznja,  $K$  je faktor intenziteta napreznja,  $f_{ij}$  je funkcija ovisna o kutu  $\theta$ , dok je  $r$  udaljenost promatrane točke od ishodišta.

Izrazi za napreznje poznati su kao Westergaardova asimptotska rješenja [95] i daju rješenja za točku P u polarnom koordinatnom sustavu  $(r, \theta)$  (Slika 3.6) u ravnini okomitoj na frontu pukotine.

Pri tome su naprezanja linearna kombinacija triju rješenja koja odgovaraju svakom načinu otvaranja pukotine [72]:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{Iij}(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{IIij}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{IIIij}(\theta) \quad (3.8)$$

gdje je svaki način otvaranja karakteriziran pripadajućim vrijednostima  $K_I$ ,  $K_{II}$  i  $K_{III}$ .

Postoji singularnost naprezanja u ovisnosti o  $1/\sqrt{r}$ , odnosno vrijedi:

$$r \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma(r, \theta) \rightarrow \infty. \quad (3.9)$$

tj. krivulja se naprezanja „ponaša“ asimptotski.

U izrazu (3.8) navedene su vrijednosti  $K_I$ ,  $K_{II}$  i  $K_{III}$  koje predstavljaju faktore intenziteta naprezanja za odgovarajući oblik otvaranja pukotine. Pri razmatranju rješenja za elastično polje naprezanja uz vrh pukotine, pojam faktora intenziteta naprezanja prvi je uveo Irwin [39, 40] proučavajući problem otvaranja pukotine za odcijepni oblik njezina otvaranja. Tako za odcijepni oblik otvaranja beskonačne ploče s pukotinom u sredini, naprezanja možemo izraziti kao [2, 78]:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.10)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.11)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.12)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0 \quad (3.13)$$

te za ravninsko stanje deformacije

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.14)$$

ili za ravninsko stanje naprezanja

$$\sigma_z = 0. \quad (3.15)$$

Pri tome je faktor intenziteta naprezanja [2,78,87]

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}. \quad (3.16)$$

### 3.2.4 Izračun faktora intenziteta naprezanja za određene konfiguracije

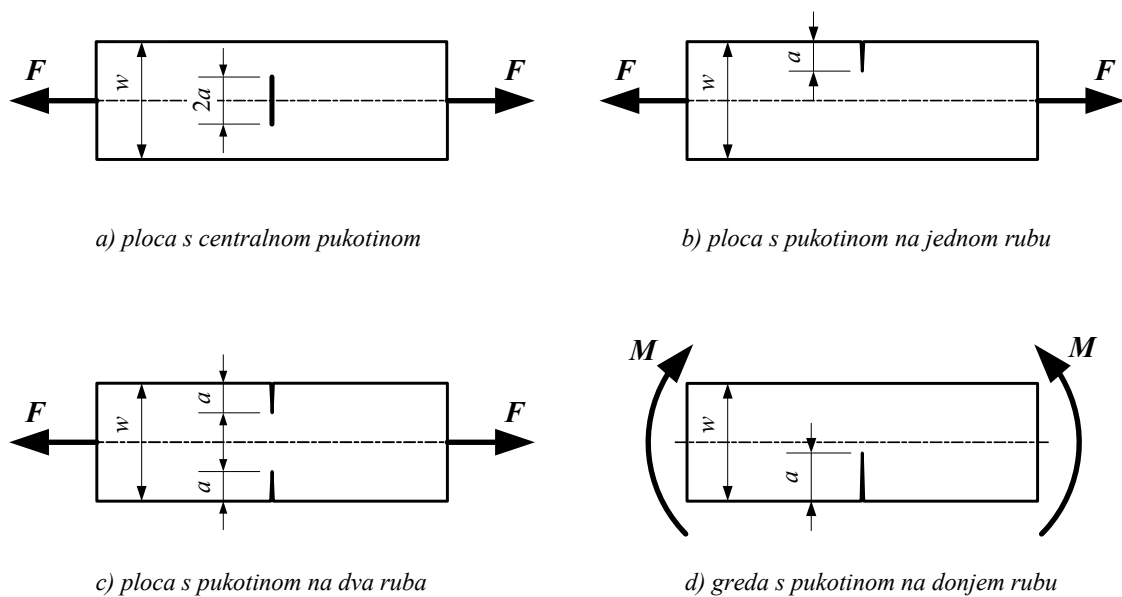
Radi uporabe faktora intenziteta naprezanja  $K$ , potrebno je odrediti njegovu vrijednost ovisno o faktorima kao što su geometrija i opterećenje. Do sada su izvedeni neki izrazi za njegovo definiranje. Ti se izrazi odnose na uobičajene i dosta jednostavne oblike konstrukcijskih elemenata. Primjer takvog oblika je [87]:

$$K_I = \beta\sigma\sqrt{\pi a} = Y\left(\frac{a}{w}\right) \cdot \sigma\sqrt{a} \quad (3.17)$$

pri čemu je  $Y\left(\frac{a}{w}\right)$  funkcija koja ovisi o geometriji konstrukcije te tipu i vrsti opterećenja.

Izrazi su izvedeni analitički, a neki od njih (Slika 3.7) prikazani su u tablici ispod (Tablica 3.1).

Analitičko određivanje faktora intenziteta naprezanja kod složenijih geometrija i opterećenja često nije moguće te se za njihovo određivanje koriste numeričke i/ili eksperimentalne metode.



Slika 3.7 Nekoliko osnovnih konfiguracija elemenata s pukotinom

Tablica 3.1 Izrazi za izračun faktora intenziteta naprezanja za konfiguracije prikazane na slici 3.7, [87]

Vlačno opterećena ploča s centralnom pukotinom ( $0 < 2a/w < 0,95$ )	
$\left. \begin{aligned} \text{Fedderson: } K_I &= \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[ \sec\left(\frac{\pi a}{w}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \text{Irwin: } K_I &= \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[ \frac{w}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{w}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \sigma = \frac{F}{Bw}$	
Vlačno opterećena ploča s pukotinom na jednom rubu ( $0 < a/w < 0,95$ )	
$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[ 1,99 - 0,41\left(\frac{a}{w}\right) + 18,7\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 38,48\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 53,85\left(\frac{a}{w}\right)^4 \right]; \quad \sigma = \frac{F}{Bw}$	
Vlačno opterećena ploča s pukotinom na dva ruba ( $0 < 2a/w < 0,95$ )	
$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[ 1,98 + 0,36\left(\frac{2a}{w}\right) - 2,12\left(\frac{2a}{w}\right)^2 + 3,42\left(\frac{2a}{w}\right)^3 \right]; \quad \sigma = \frac{F}{Bw}$	
Greda s pukotinom na donjem rubu opterećena čistim savijanjem ( $0 < a/w < 1$ )	
$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot \left[ 1,98 + 0,36\left(\frac{2a}{w}\right) - 2,12\left(\frac{2a}{w}\right)^2 + 3,42\left(\frac{2a}{w}\right)^3 \right]$	

### 3.2.5 Faktor intenziteta naprezanja za kombinirana opterećenja

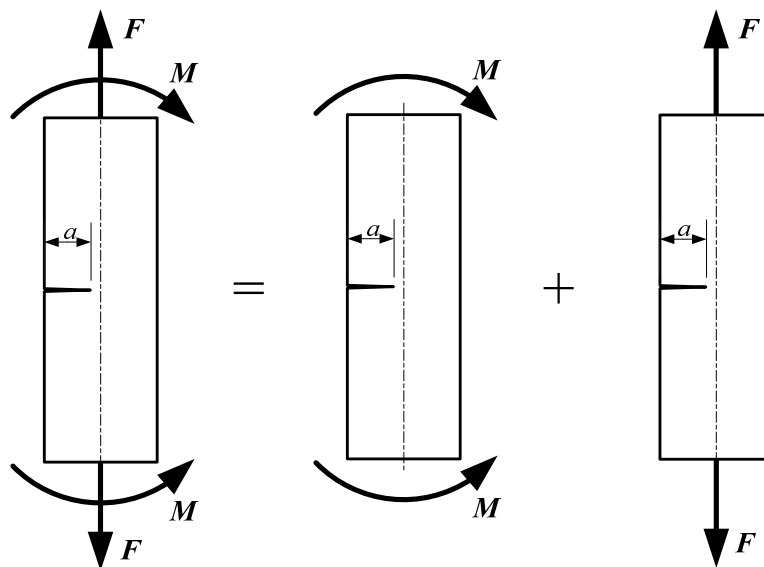
Ako je konstrukcija (konstrukcijski element) koja sadrži pukotinu izložena istovremenom djelovanju različitih tipova opterećenja, tada se ukupni faktor intenziteta naprezanja  $K^{\text{tot}}$  može odrediti superpozicijom, odnosno zbrajanjem faktora intenziteta naprezanja za slučajeve koji sačinjavaju opterećenje u cjelini. Na taj je način, sukladno prikazanom na slici 3.8, moguće pisati [87]:

$$K^{\text{tot}} = K_I^{\text{tot}} = K_I^{\text{vlak}} + K_{II}^{\text{savijanje}} \quad (3.18)$$

odnosno

$$K^{\text{tot}} = \left[ Y\left(\frac{a}{w}\right)^{\text{vlak}} \cdot \sigma^{\text{vlak}} + Y\left(\frac{a}{w}\right)^{\text{savijanje}} \cdot \sigma^{\text{savijanje}} \right] \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3.19)$$

Faktori intenziteta naprezanja za različite oblike otvaranja pukotine, kao npr. kod konstrukcije istovremeno izložene savijanju i torziji, ne mogu međusobno zbrajati. Za takve se slučajeve koriste posebno izvedeni izrazi [87].

Slika 3.8 *Kombinirano opterećenje elementa koji sadrži pukotinu*

### 3.2.6 Veza između promjene energije deformiranja i faktora intenziteta napreznja

Za izotropno linearno - elastično tijelo koje sadrži pukotinu, pomoću faktora intenziteta napreznja može se izračunati i promjena energije deformiranja sustava [2, 68]:

$$G = \frac{1}{E^*} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2 \quad (3.20)$$

pri čemu je  $\mu$  Laméova konstanta, odnosno modul smicanja:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (3.21)$$

U slučaju ravninskog stanja napreznja vrijedi [68]

$$E^* = E \quad (3.22)$$

te onda jednačba (3.20) ima oblik:

$$G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2). \quad (3.23)$$

U slučaju ravninskog stanja deformacije vrijedi izraz [68]

$$E^* = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (3.24)$$

te se tada jednadžba (3.20) može pisati kao

$$G = \frac{(1-\nu^2)K_I^2 + (1-\nu^2)K_{II}^2 + (1+\nu)K_{III}^2}{E}. \quad (3.25)$$

### 3.3 Plastifikacija vrha pukotine

U teoriji linearno-elastične mehanike loma zanemaruje se činjenica postojanja plastične deformacije (vrh pukotine) pri rastu pukotine, odnosno smatra da je veličina plastične zone u vrhu pukotine dovoljno mala s obzirom na duljinu pukotine i debljinu ploče u kojoj se pukotina nalazi. Pretpostavka je bila da plastična deformacija ne utječe značajno na proces rasta pukotine. Međutim, pokazalo se da pojava plastifikacije vrha pukotine najčešće ne može biti zanemarena, te da je, bez obzira da li je krhki ili duktilni lom, pojava plastifikacije pri vrhu pukotine pojava koja utječe na lom.

Veličinu i oblik plastične zone moguće je izračunati koristeći jednadžbe (3.10) do (3.16) uz uvrštavanje raznih kriterija tečenja. Tako npr. za von Misesov kriterij tečenja [12]

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_{ekv}^2 = 2\sigma_T^2 \quad (3.26)$$

izraz za polumjer plastične zone kao funkcije kuta  $\theta$  za stanje ravninskog naprezanja glasi [27]

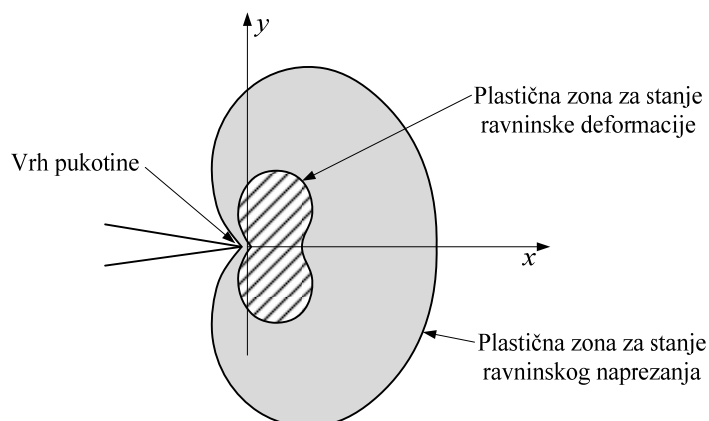
$$[r_p(\theta)]^{r.n.} = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_T^2} \left( 1 + \cos\theta + \frac{3}{2}\sin^2\theta \right) \quad (3.27)$$

odnosno za stanje ravninske deformacije

$$[r_p(\theta)]^{r.d.} = \frac{K_I^2}{4\pi\sigma_T^2} \left[ (1-2\nu)^2(1 + \cos\theta) + \frac{3}{2}\sin^2\theta \right]. \quad (3.28)$$

Ucrta li se tako definirana plastična zona, vidljivo je da je plastična zona za stanje ravninskog naprezanja značajno veća od plastične zone za stanje ravninske deformacije (Slika 3.9).

Stvarnu raspodjelu naprezanja i deformacije unutar zone plastičnosti često je teško točno definirati, a budući da sama raspodjela nije od presudne važnosti za primjenu na linearno-elastičnu mehaniku loma, u praksi se koriste pojednostavljeni modeli veličine plastične zone oko vrha pukotine. Najpoznatiji i najrašireniji su Irwinov [39, 51] i Dugdaleov [23] model.



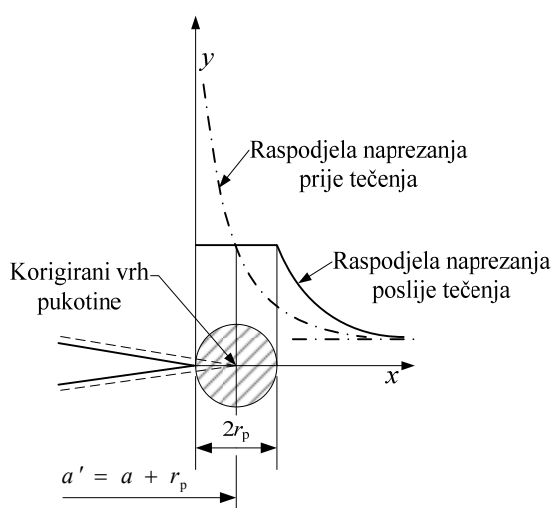
Slika 3.9 Oblik plastične zone oko vrha pukotine prema teoriji von Misesa

Irwinova prva procjena za veličinu plastične zone, za pretpostavljeni kružni oblik plastične zone i uz ravninsko stanje napreznja, daje veličinu promjera plastične zone [87]:

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2 \quad (3.29)$$

dok je za stanje ravninske deformacije procjena da je promjer plastične zone 3 puta manji odnosno

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2 \quad (3.30)$$



Slika 3.10 Irwinova korekcija duljine pukotine [12]

Kasnija Irwinova istraživanja [43] pokazala su da je stvarna zona plastičnosti dva puta veća od prvotno procijenjene, odnosno [87]

$$2r_p = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2. \quad (3.31)$$

te je Irwin tako formiranu plastičnu zonu u vrhu pukotine smatrao produljenjem stvarne duljine pukotine  $a$  (Slika 3.10) i uveo termin teorijska pukotina (eng. *notional crack*) čija duljina iznosi [87]

$$a' = a + r_p. \quad (3.32)$$

Veličina plastične zone određuje primjenjivost linearno-elastične mehanike loma. Opće je prihvaćeno da se faktor intenziteta napreznja može koristiti kao mjera loma bez narušavanja načela linearno-elastične mehanike loma sve dok vrijedi  $r_p \geq a/8$ , uz napomenu da se kod dinamičkih opterećenja taj zahtjev može ublažiti na  $r_p \geq a/4$  [87] (objašnjenje – poglavlje 4.5)

### 3.4 Kritični faktor intenziteta napreznja

Kritični faktor intenziteta napreznja jest ona vrijednost faktora intenziteta napreznja pri kojoj dolazi do nestabilnog rasta pukotine, a bez povećanja opterećenja. Prema (3.17) možemo pisati [87]

$$K_c = Y \left( \frac{a_c}{w} \right) \cdot \sigma_c \sqrt{a_c} \quad (3.33)$$

pri čemu je

$K_c$  – kritični faktor intenziteta napreznja,

$\sigma_c$  – nominalno napreznje pri nestabilnom rastu pukotine i

$a_c$  – kritična duljina pukotine za nominalno napreznje  $\sigma_c$ .

Treba napomenuti da kritični intenzitet napreznja ovisi o vrsti materijala, okolišnim uvjetima, debljini ploče, a u krajnjem slučaju i o duljini pukotine.

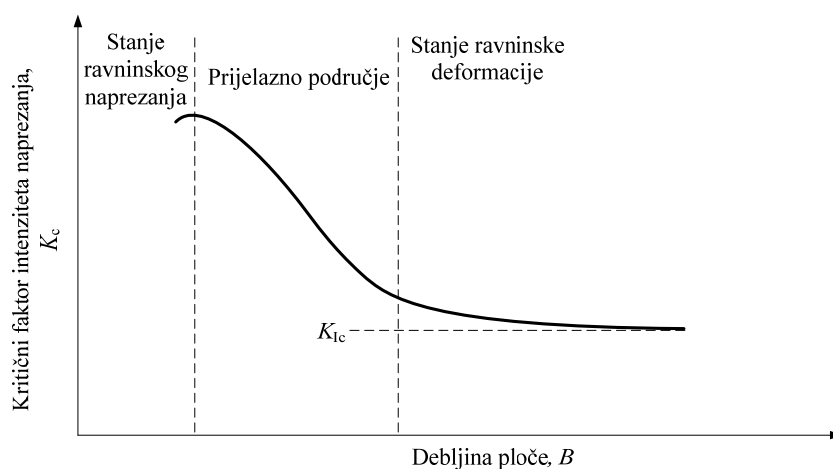
Budući da se kritični faktor intenziteta napreznja mijenja s debljinom ploče, tj. ovisi o njoj, podatak kada ta vrijednost postaje konstantna (Slika 3.11) veoma je važan. To se događa kada stanje napreznja pri vrhu pukotine prijeđe u stanje ravninske deformacije, odnosno kada je debljina ploče dovoljno velika i ne dolazi do promjene faktora. Ta vrijednost predstavlja minimalnu vrijednost  $K_c$  te se naziva lomna žilavost (eng. *plane-strain fracture toughness*), označava se s  $K_{Ic}$  i kao takva pripada prvom i, u tehničkoj praksi, najčešće rabljenom modu otvaranja pukotine. Lomna žilavost (pukotinska žilavost) važno je mehaničko svojstvo



materijala koje definira njegovu otpornost prema nestabilnom rastu pukotine u njemu, a pod određenim uvjetima. Ispitivanja se lomne žilavosti provode laboratorijski na točno definiranim epruvetama i postupcima, a što je primjerice definirano ASTM standardima [4, 5, 6]. Valja napomenuti da se ovakvim ispitivanjima može dobiti pojedinačna vrijednost lomne žilavosti ili krivulja rezistencije  $K-R$ , gdje se bilježi parametar  $K$  spram otvaranja pukotine.

Lomna se žilavost za druga dva oblika otvaranja pukotine razlikuje od one te pri odcjepnom obliku otvaranja, odnosno njihova vrijednost nije jednaka:

$$K_{Ic} \neq K_{IIc} \neq K_{IIIc} \quad (3.34)$$



Slika 3.11 Utjecaj debljine ploče na stanje naprezanja i kritični faktor intenziteta naprezanja

Prema ASTM standardu, dimenzije epruvete za određivanje ispravne vrijednosti  $K_{Ic}$  moraju zadovoljavati uvjet [5]

$$a, B, (w - a) \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2 \quad (3.35)$$

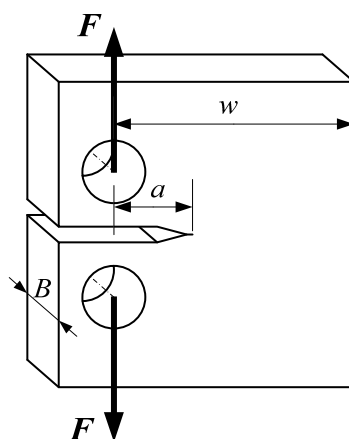
pri čemu su  $a$ ,  $B$  i  $w$  dimenzije epruvete (Slika 3.12), a  $\sigma_T$  je granica tečenja materijala epruvete. Neki od oblika epruveta za ispitivanje lomne žilavosti prikazani su na slici 3.12, (Compact Tension, Single Edge Notch Bend).

Budući da je u praksi često potreban kritični faktor intenziteta naprezanja  $K_c$  za određenu debljinu lima u kojem se pukotina nalazi, a koji je redovito puno manje debljine od onog potrebnog za ravninsko stanje deformacije u vrhu pukotine, izvedeni su razni empirijski modeli koji daju vrijednost kritičnog faktora intenziteta naprezanja  $K_c$  ovisno o lomnoj žilavosti  $K_{Ic}$  i debljini ploče  $B$ . Ovdje možemo spomenuti dva izraza, i to Irwinovu relaciju [27]

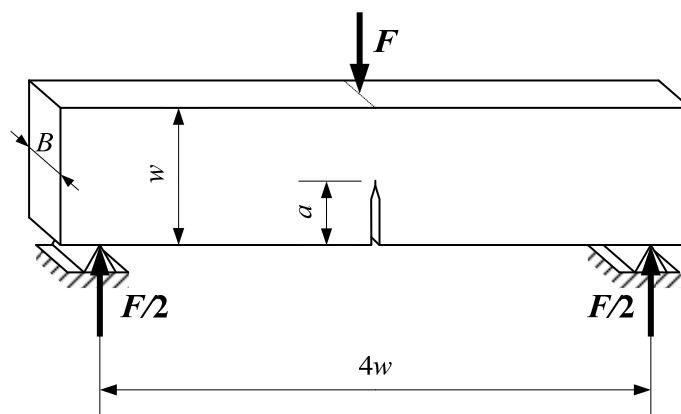
$$K_c = K_{Ic} \left[ 1 + \frac{1,4}{B} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^2 \right] \quad (3.36)$$

i izraz dan u [84]

$$K_c = K_{Ic} \sqrt{1 + \frac{1,4}{B^2} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_T} \right)^4} \quad (3.37)$$

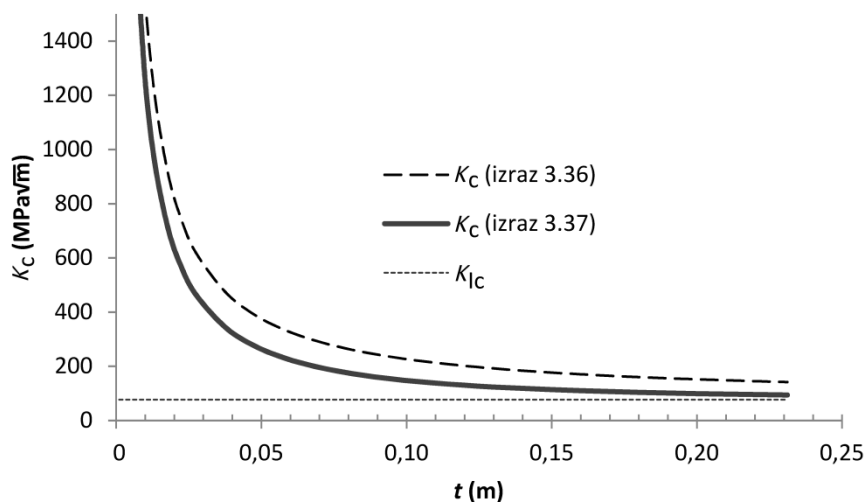


a) C(T) epruveta



b) SEN(B) epruveta

Slika 3.12 Oznake dimenzija epruveta



Slika 3.13 Modeli izračuna kritičnog faktora intenziteta naprežanja  $K_C$

Izraz (3.37) daje nešto konzervativnije vrijednosti faktora intenziteta naprežanja od Irwinova izraza (3.36) (Slika 3.13).

### 3.5 Elasto-plastična mehanika loma

Kada plastična zona u vrhu pukotine postane dovoljno velika u usporedbi s dimenzijama pukotine i/ili tijela u kojemu se pukotina nalazi, te kada materijal počne pokazivati značajno nelinearno ponašanje, načela su linearno-elastične mehanike loma narušena, te se ona više ne može uspješno koristiti. U tim slučajevima primjenjuje se elasto-plastična mehanika loma.

Takvi se slučajevi pojavljuju kod materijala koji u uvjetima eksploatacije pokazuju značajno sniženu granicu tečenja  $\sigma_T$  i visoku lomnu žilavost  $K_{Ic}$ . To je, primjerice, slučaj u kemijskoj i energetske industriji gdje su materijali često izloženi visokim temperaturama i agresivnim okolišnim uvjetima.

Za karakterizaciju rasta pukotine u takvim uvjetima raširena je upotreba parametra nazvanog  $J$ -integral koji je prvi uveo Rice [73].

#### 3.5.1 $J$ -integral

Rice je 1968. predložio upotrebu integrala neovisnog o konturi (oko vrha pukotine) za karakterizaciju rasta pukotine u nelinearno elastičnom ponašanju materijala te je predložio formulaciju tog integrala za takav materijal. Taj integral nazvao je  $J$ -integral.

Za svako ravninsko nelinearno elastično tijelo izrađeno od homogenog izotropnog materijala takav integral duž zatvorene konture ima vrijednost 0. Ako je takvo ravninsko tijelo  $A$ , prikazano u Kartezijevu koordinatnom sustavu s koordinatama  $x_1$  i  $x_2$ , onda se za  $J$ -integral po proizvoljnoj konturi  $\Gamma$  unutar tijela  $A$  (Slika 3.14) može pisati [78]:

$$J_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \left( U_0 n_1 - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} \right) ds \quad (3.38)$$

gdje je  $U_0$  gustoća potencijalne energije deformiranja

$$U_0 = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (3.39)$$

$\mathbf{n}$  vektor normale na konturi  $\Gamma$ ,  $\mathbf{u}$  vektor pomaka definiran kao

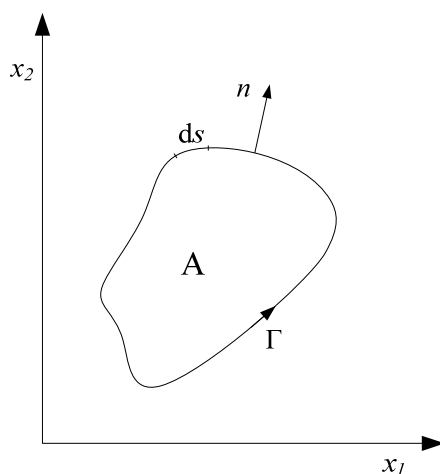
$$\mathbf{u} = u_1 \mathbf{i} + u_2 \mathbf{j}, \quad (3.40)$$

$\mathbf{T}$  vektor (naprezanja) definiran prema normali  $\mathbf{n}$  i vektoru pomaka  $\mathbf{u}$  kao

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (3.41)$$

i  $ds$  prirast po konturi  $\Gamma$ . Pri tome je u izrazu (3.39) tenzor naprezanja definiran kao

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U_0}{\partial \varepsilon_{ij}}. \quad (3.42)$$



Slika 3.14 Zatvorena kontura

Tada je jednadžbu  $J$ -integrala moguće zapisati u obliku

$$J_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \left[ U_0 n_1 - (\sigma_{ij} n_j) \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right] ds. \quad (3.43)$$

Uz primjenu Greenova teorema također se može pisati [59]:

$$J_{\Gamma} = \int_A \left[ \frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) \right] dx_1 dx_2. \quad (3.44)$$

Uz zanemarivanje unutarnjih sila i uz pretpostavku malih deformacija, je:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad (3.45)$$

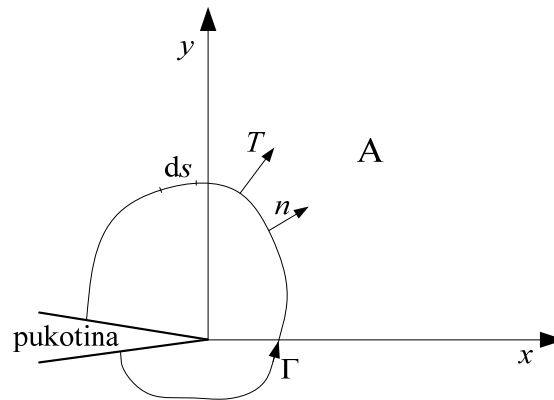
$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.46)$$

i

$$\frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial x_1} = \sigma_{ij} \frac{\varepsilon_{ij}}{\partial x_1} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right). \quad (3.47)$$

Uvrštavajući jednadžbu (3.45) u (3.47), slijedi:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right). \quad (3.48)$$



Slika 3.15 Kontura  $\Gamma$  za određivanje  $J$ -integrala – vrh pukotine

Uvrštavanjem (3.48) u (3.44) slijedi

$$J_{\Gamma} = \int_A \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) \right] dx_1 dx_2 \quad (3.49)$$

$$J_{\Gamma} = 0.$$

Za „napuknuto“ tijelo prikazano u Kartezijevu koordinatnom sustavu s koordinatama  $x$  i  $y$  Rice je definirao  $J$ -integral po konturi  $\Gamma$  u smjeru obrnutom od kazaljke na satu kao [78]

$$J_{\Gamma} = \oint_{\Gamma} \mathbf{U}_0 dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds. \quad (3.50)$$

Pri tome kontura  $\Gamma$  počinje na donjoj površini pukotine, obilazi vrh pukotine i završava na gornjoj površini (Slika 3.15).

### 3.5.2 Veza $J$ -integrala i faktora intenziteta napreznja $K$

Za slučaj elastičnog deformiranja tijela, odnosno u uvjetima u kojima vrijedi linearno-elastična mehanika loma,  $J$ -integral je jednak promjeni energije  $G$  te se preko te veličine može povezati s faktorom intenziteta napreznja  $K$  [78]. Prema (3.23) i (3.25) tada se može pisati za ravninsko stanje napreznja

$$J = G = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2), \quad (3.51)$$

odnosno za ravninsko stanje deformacije

$$J = G = \frac{(1-\nu^2)K_I^2 + (1-\nu^2)K_{II}^2 + (1+\nu)K_{III}^2}{E}. \quad (3.52)$$

## 4. Zamorni lom

---

Do sada se izložene osnove mehanike loma zasnivaju na kvazi-statičkom opterećenju konstrukcija, odnosno na konstantnom opterećenju s beskonačno dugim vremenom uvođenja opterećenja na sustav. Iako je to prikladno za primjenu i teorijska izučavanja u nekim područjima, u primjeni na strojarske konstrukcije to najčešće nije slučaj. Strojarske su konstrukcije vrlo često izložene dinamičkim opterećenjima, odnosno raznim oblicima opterećenja i promjenama njihovih intenziteta, te je stoga vrlo važno poznavati ponašanje konstrukcija u takvim uvjetima. Kada takve konstrukcije pri tome u svojoj strukturi sadrže pukotinu, fizika se problema dodatno komplicira.

Zbog toga su se mnogi znanstvenici tijekom povijesti bavili izučavanjem zamora materijala konstrukcija, te postavili mnogobrojne teorije i metode za predviđanje trajnosti konstrukcije, od jednostavne  $\sigma - N$  metode, preko nešto složenije  $\varepsilon - N$  metode, pa sve do  $da/dN - \Delta K$  metode, odnosno metode propagacije pukotine zamorom.

### 4.1 Dosadašnje spoznaje

Počeci proučavanja lomova izazvanih cikličkim opterećenjima sežu još u 19. stoljeće kada su zabilježena prva istraživanja lomova željezničkih osovina [67]. Već i tada je prepoznato da su lomovi tih osovina značajno različiti od tada dobro poznatih lomova uzrokovanih prevelikim statičkim opterećenjem. Oko 1850.-ih prvi je put korištena riječ zamor (eng. *fatigue*) za opisivanje loma uzrokovanog cikličkom promjenom opterećenja.

Začetnikom se proučavanja zamornog loma smatra August Wöhler [97] koji je sredinom 19. stoljeća obavljao eksperimente na željezničkim osovinama. Pokazao je da je trajnost s obzirom na zamor veća što je manja amplituda naprezanja kojoj je osovina izložena. Pokazao je također da ispod određenog raspona naprezanja ne dolazi do pucanja osovine i prvi put uveo pojam trajne dinamičke čvrstoće. Wöhlerova istraživanja postala su temelj za razvoj  $\sigma - N$  analize trajnosti (eng. *S-N analysis, stress-life analysis*) te se  $\sigma - N$  dijagrame često naziva Wöhlerovim dijagramima (Wöhlerovim krivuljama). Na osnovama Wöhlerova rada Gerber je počeo istraživati utjecaj srednjeg naprezanja na trajnost, a Goodman je kasnije njegovu teoriju pojednostavnio za lakšu primjenu.

Godine 1886. Bauschinger je prvi puta dokazao da se naprezanje tečenja smanjuje kod nekih materijala ako su oni bili podvrgnuti promjenjivom opterećenju suprotnog predznaka, a koje je svojim intenzitetom prelazilo prvotnu granicu tečenja materijala. Time je postavio temelje za kasnije razjašnjavanje pojava kinematičkog omekšavanja i očvršćivanja materijala.

Početkom 20. stoljeća Ewing i Humfrey [25] promatrali su materijal koji je bio podvrgnut dinamičkim promjenama opterećenja, te su prvi uočili formiranje linija klizanja i stvaranja mikroskopskih pukotina njihovom interakcijom. Godine 1920. Basquin [9] je prvi prikazao  $\sigma - N$  dijagrame u logaritamskom mjerilu, u kojemu se i danas koriste. Godine 1924. Palmgern [62] je u svojem istraživanju kugličnih ležajeva prvi formulirao linearni model sumiranja cikličkog oštećenja materijala.

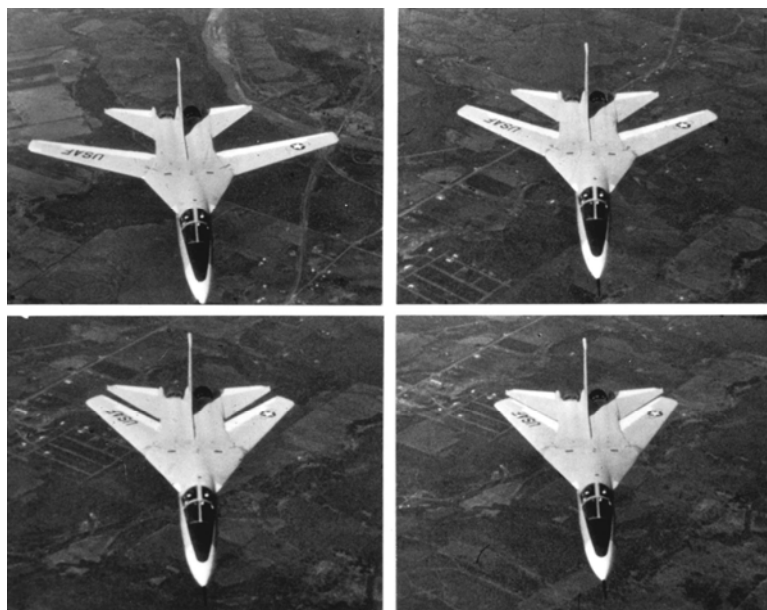
1930-ih došlo je do značajne praktične spoznaje da se dinamička trajnost osovine može značajno poboljšati određenim tretmanom površine osovine čeličnim kuglicama, a to je prvi kroz pojavu zaostalih naprezanja objasnio Almen [1].

Interes za istraživanja zamora materijala bio je smanjen do vremena pojave havarija već spomenutih brodova klase Liberty. Te havarije, osim što su potaknule razvoj mehanike loma, dale su zamah i novim istraživanjima iz područja zamora materijala, ali sada s pretpostavkom da u strukturi već postoje nepravilnosti zbog kojih dolazi do loma.

Godine 1945. Miner [53] je formulirao model oštećenja koji je prije predložio Palmgren, a taj model je i danas jedan od važnijih alata za izračun zamora konstrukcija.

Početkom 1960-ih razvija se  $\varepsilon - N$  metoda izračuna niskocikličkog zamora, čijem razvoju najviše pridonose Neuber [60], Manson [49] i Coffin [92]. Doprinos metodi izračuna ovom metodom dali su i Matsuishi i Endo [50] razvojem metode brojanja ciklusa opterećenja nazvanom metodom „toka kiše“ (eng. *rainflow cycle counting*).





Slika 4.1 Prototip zrakoplova F-111 sa različito postavljenim napadnim kutom krila

Nadalje, u zrakoplovnoj industriji sve je više prevladavao dizajn na zamor koji je u svojim pretpostavkama uključivao postojanje pukotine u strukturi te njezina rasta u eksploataciji do kritične veličine pri kojoj postoji opasnost od naglog i nestabilnog loma. Temelje za takav pristup problemu postavio je Paris [64] radom koji je bio vezan uz razvoj vojnog zrakoplova F-111, prvog operativnog zrakoplova s promjenjivim napadnim kutom glavnog krila (Slika 4.1). U spomenutom radu Paris je dao model izračuna propagacije pukotine zamorom koji je za izračun brzine propagacije pukotine koristio parametar mehanike loma, raspon intenziteta naprezanja  $\Delta K$ .

Pristup konstruiranju zrakoplova koji je dopuštao pogreške u materijalu konstrukcije (eng. *damage-tolerant design*) za sobom je povukao i veći naglasak na održavanje i inspekciju zrakoplova tijekom njihove eksploatacije [87] koja je zahtijevala daljnje usavršavanje Parisova modela. Shjive [80] je istraživao utjecaj preopterećenja na rast pukotina u konstrukciji zrakoplova te je došao do zaključka da vlačna preopterećenja konstrukcije mogu dovesti do značajnog usporavanja rasta postojeće pukotine. Forman [28], Walker i mnogi drugi predložili su zasebne modele koji su bili modifikacija Parisova modela, ali su uključivali razne efekte s obzirom na dinamičko opterećenje. Tako je Formanov model uključivao efekte srednjeg naprezanja te je modelirao ubranu propagaciju pukotine kada se raspon faktora intenziteta naprezanja približio kritičnoj vrijednosti. Godine 1970. Elber [24] je uveo pojam efektivnog raspona faktora intenziteta naprezanja  $\Delta K_{\text{eff}}$  (eng. *effective stress intensity factor range*). On je prvi pojasnio efekt zatvaranja pukotine. Prije njegovog

zapažanja spram ponašanja zatvaranja pukotine i njegova efekta na rast pukotine, postojalo je vjerovanje da dvije površine pukotine djeluju jedna na drugu i zatvaraju pukotinu pri nultom ili određenom pritisku. Tvrdio je da nakon aplikacije cikličnog opterećenja konstantne amplitude, tijekom porasta vlačnog opterećenja se formira plastična zona. Prema njegovu pojašnjenju, u svakom se slučaju formira plastična zona koja je veća od one prethodne pri kojoj je duljina pukotine bila manja. Svaka nova stvorena plastična zona koja je veća, vezana je i s duljinom pukotine i s faktorom intenziteta naprezanja. Sve ovako stvorene plastične zone formiraju ovojniju koja ih sadrži, a njezina prisutnost uzrokom je ponašanja zatvaranja pukotine. Također, u radovima s početka 1970-ih, Paris [63, 81] je primijetio postojanje minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta naprezanja,  $\Delta K_{th}$ , pri kojemu dolazi do zaustavljanja rasta pukotine.

Nakon otkrića postojanja minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta naprezanja,  $\Delta K_{th}$ , mnogi su znanstvenici izveli modele koji su modelirali ponašanje pukotine u području neposredno uz vrijednost  $\Delta K_{th}$ . Tako su 1970. Hartman i Schijve [32] dali modifikaciju Formanovog modela kojom su model prilagodili opisivanju ponašanja rasta pukotine i u području uz vrijednost minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta naprezanja. 1971. godine Frost i Pook [30] su dali model kojim su pokušali modelu dati fizičko značenje te su postavili model koji je povezivao brzinu propagacije pukotine sa modulom elastičnosti tvrdeći da je moguće povezati promjenu brzine propagacije pukotine sa plastičnom deformacijom odnosno promjenom oblika vrha pukotine. Mnogi su znanstvenici dali svoje modele koji su povezivali rast pukotine sa statičkim karakteristikama materijala, a jedan od uspješnijih je bio model kojeg je 1983. postavio Zheng [98]. Međutim, svi ovi modeli su pretpostavljali opterećenje s konstantnom amplitudom, koje se u praksi rijetko pojavljuje. Zato su mnogi istraživači razvili način primjene postojećih modela na probleme promjenjivog opterećenja i simulacije pojava asociranih s njim. Među prvima koji su izučavali usporavanje (retardaciju) brzine rasta pukotine zbog promjenjivog opterećenja bio je Wheeler koji je 1972. uveo parametar retardacije u standardne modele propagacije pukotine. Na taj je način omogućio modeliranje efekta retardacije brzine rasta pukotine zbog promjenjive amplitude opterećenja. Do danas su razvijeni i razni drugi modeli koji predviđaju trajnost konstrukcije podvrgnute promjenjivom opterećenju, a mogu se generalno podijeliti na one koji se baziraju na izračunu zone tečenja ispred vrha pukotine i one koji se baziraju na pojavi zatvaranja pukotine zbog plastičnosti materijala i interakciji površina pukotine. U prvu grupu od novijih modela možemo spomenuti model kojeg su 2003. razvili Taheri et al. [90] ,

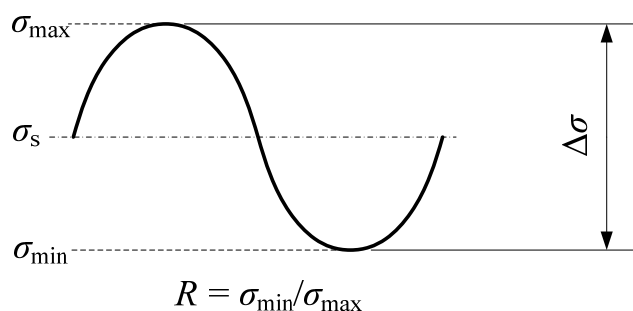
a u drugoj grupi je jedan od novijih modela kojeg su 2001. razvili Ray i Patanker [71]. Neki od novijih radova daju „hibridne“ modele kao što je onaj kojeg su 2005. predložili Huang et al. [35].

Na osnovu svih spomenutih istraživanja, upotreba mehanike loma pri proračunu zamora materijala konstrukcije postala je raširena pojava u mnogim industrijama. Sa sve većom dostupnošću računala te implementacijom spomenutih metoda izračuna brzine propagacije pukotine u kombinaciji s izračunom faktora intenziteta naprežanja pomoću metode konačnih elemenata, mehanika loma i dinamički rast pukotina zamorom, postali su gotovo neizostavni alati u procesu konstruiranja novih proizvoda.

## 4.2 Ciklički promjenjivo opterećenje

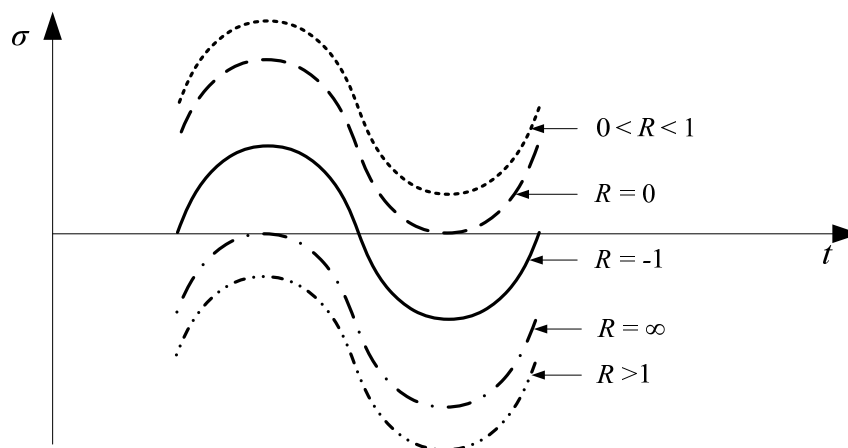
U praksi su konstrukcije vrlo često izložene raznim dinamičkim opterećenjima koja prema svom obliku mogu biti jednostavna i ponavljati se u očitim ciklusima, ali mogu biti i nasumična bez očitog uzorka po kojemu se ponavljaju. Međutim, čak i u slučajevima nasumičnog opterećenja, povijest opterećenja može se razložiti na određene cikluse opterećenja koji se ponavljaju. Zbog toga su mnogi segmenti takvih opterećenja standardizirani i kao takvi se koriste za izračun trajnosti [79, 87].

### 4.2.1 Osnovne veličine koje karakteriziraju ciklički promjenjivo opterećenje



Slika 4.2 Karakteristične veličine dinamičkog ciklusa opterećenja

Osnovne veličine koje karakteriziraju ciklički promjenjivo dinamičko opterećenje izvedene su iz najjednostavnijeg slučaja dinamičkog opterećenja s konstantnom amplitudom (Slika 4.2).



Slika 4.3 Karakteristične vrijednosti faktora asimetrije ciklusa s obzirom na predznak opterećenja

$\sigma_{\min}$  i  $\sigma_{\max}$  predstavljaju minimalno odnosno maksimalno napreznja,  $\sigma_s$  njihovu srednju vrijednost, a  $\Delta\sigma$  raspon napreznja. Njihove međusobne relacije dane su jednadžbama [87]:

$$\sigma_s = \frac{\Delta\sigma}{2}, \quad (4.1)$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (4.2)$$

Iz tih je veličina važno izvesti koeficijent asimetričnosti ciklusa kao često korištenu veličinu koja karakterizira ciklički promjenjivo opterećenje [87]:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (4.3)$$

Karakteristične vrijednosti koeficijenta asimetričnosti ciklusa  $R$  s obzirom na predznak i veličinu opterećenja vidljive su na slici (Slika 4.3).

### 4.3 Rast pukotine zamorom

Pri proizvodnji, moguće je da konstrukcija u sebi sadrži pogreške i nepravilnosti. To mogu biti razni uključci, poroznosti i/ili mikro pukotine u materijalu nastale tijekom obrade, i sl. Takve su nepravilnosti svojom veličinom vrlo malene u odnosu na dio u kojemu se nalaze, a najčešće ih je nemoguće otkriti ispitivanjem različitim tehnikama bez razaranja. Unatoč tome, činjenica je da te nepravilnosti izazivaju koncentracije napreznja te su to mjesta na kojima se stvaraju veće pukotine.

Kod dijelova konstrukcija, poput trupa i/ili krila zrakoplova, kod kojih je sigurnost od presudne važnosti, potrebno je pristupiti proračunu na način da se ta sigurnost osigura i u slučaju kada konstrukcija nije u neoštećenom stanju. Stoga je kod proračuna zamora pretpostavljeno postojanje inicijalne pukotine, a zamor konstrukcije i njezino puknuće posljedica su rasta te pukotine.

Radi određivanja brzine rasta pukotine  $da/dN$  potrebno je povezati tu veličinu s rasponom intenziteta naprežanja  $\Delta K$ . Raspon faktora intenziteta naprežanja koji djeluje na konstrukciju može se odrediti kao [87]:

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (4.4)$$

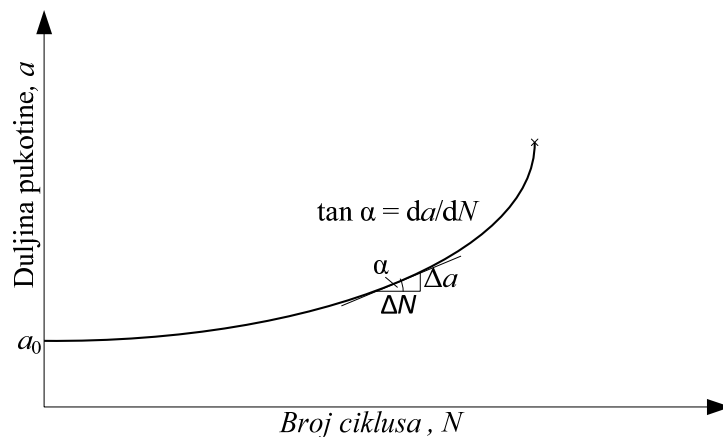
$$\Delta K = \sigma_{\max} Y\left(\frac{a}{w}\right)\sqrt{a} - \sigma_{\min} Y\left(\frac{a}{w}\right)\sqrt{a} = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) Y\left(\frac{a}{w}\right)\sqrt{a} \quad (4.5)$$

$$\Delta K = \Delta\sigma \cdot Y\left(\frac{a}{w}\right)\sqrt{a}. \quad (4.6)$$

Brzina rasta pukotine predstavlja nagib krivulje rasta pukotine za određeni broj ciklusa (Slika 4.4) te se njezina vrijednost može odrediti iz eksperimentalnih podataka prirasta duljine pukotine za određeni broj ciklusa.

Budući da  $\Delta K$  prvenstveno ovisi o  $\Delta\sigma$ , duljini pukotine  $a$  te o funkciji geometrije i opterećenja  $Y(a/w)$ , postoje mnogi predloženi modeli oblika

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) = f\left(\Delta\sigma, a, Y\left(\frac{a}{w}\right)\right). \quad (4.7)$$

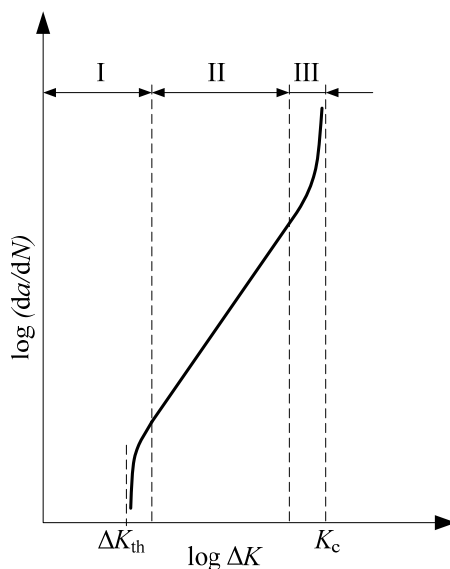


Slika 4.4 Porast duljine pukotine s obzirom na broj ciklusa promjene opterećenja

Jednadžbe takvog oblika daju prirast duljine pukotine s brojem promjena opterećenja, te ih nazivamo jednadžbama dinamičkog rasta pukotine.

### 4.3.1 Krivulja brzine rasta pukotine

Tipičan se prikaz jednadžbi dinamičkog rasta pukotine daje u logaritamskom mjerilu s vrijednostima  $\log(da/dN)$  i  $\log(\Delta K)$  na osima. Tada krivulja poprima odgovarajući oblik na kojem se mogu razlikovati tri glavna područja (Slika 4.5).



Slika 4.5 Oblik krivulje dinamičkog rasta pukotine

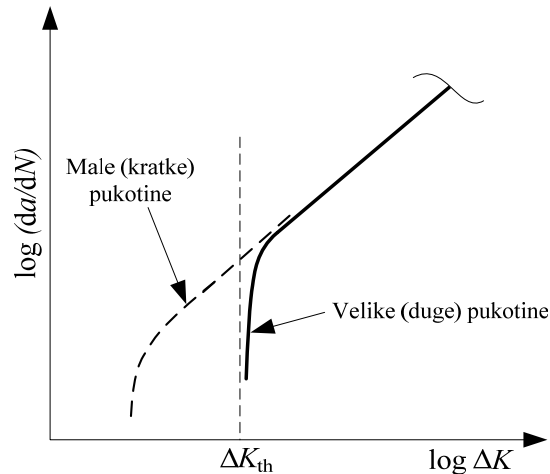
Područje I je područje u kojemu pukotina vrlo sporo raste, a na njegovoj se donjoj granici taj rast potpuno zaustavlja. U tom području krivulja se asimptotski približava minimalnom propagacijskom rasponu intenziteta naprežanja  $\Delta K_{th}$ . Područje II je područje stabilnog rasta pukotine, a naziva se još i Parisovo područje (eng. *Paris region*) prema Parisu [64] koji je prvi postavio model koji opisuje ponašanje pukotine pri dinamičkoj promjeni opterećenja. Područje III je područje nestabilnog rasta pukotine gdje se krivulja asimptotski približava kritičnoj vrijednosti intenziteta naprežanja  $K_c$ .

### 4.3.2 Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprežanja

U praksi, prestankom propagacije pukotine prema ASTM E647 [6] smatra se veličina od  $da/dN = 4 \cdot 10^{-10}$  m / ciklus. Do te pojave dolazi u području I krivulje. Pri određenom rasponu intenziteta naprežanja vrijednost brzine propagacije pukotine počinje naglo padati te propagacija pukotine potpuno prestaje, odnosno postaje nemjerljiva. Ta vrijednost raspona faktora intenziteta naprežanja naziva se minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta

naprezanja (eng. *threshold stress intensity factor range*) i označava se s  $\Delta K_{th}$ . Postojanje minimalne vrijednosti raspona faktora intenziteta naprezanja pri kojoj prestaje rast pukotine prvi je uočio Paris [63, 81].

Tipične vrijednosti  $\Delta K_{th}$  za čelike manje su od  $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , dok su za aluminijske legure te vrijednosti većinom manje od  $4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  (Tablica 4.1).



Slika 4.6 Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za kratke pukotine

Vrijednosti minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta naprezanja dane u gornjoj tablici vrijednosti su za koeficijent asimetričnosti ciklusa  $R = 0$  i za duge pukotine ne ovise o njihovoj duljini [6, 27] (Slika 4.6).

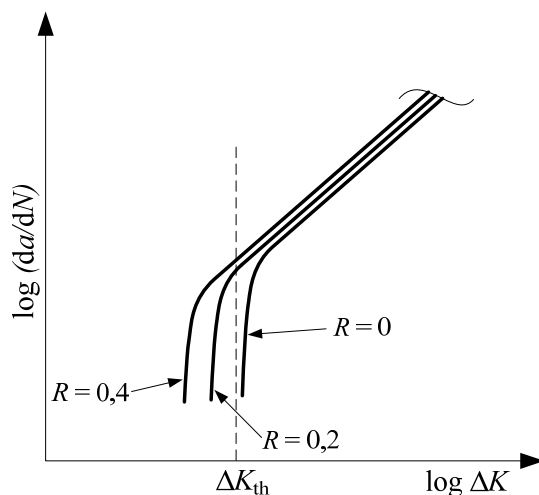
Tablica 4.1 Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za  $R = 0$  za neke materijale [27]

Materijal	Čelik			Aluminijska slitina				
	AISI 304 / 304L	AISI 316 / 316L	AISI 4340	2024-T3	2014-T6	2024-T81	6061-T6	7075-T6
$\Delta K_{th}$ ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	3,85–8,8	3,3–8,8	3,85–6,6	3,19	2,97	3,08	3,85–4,85	2,2

Međutim, dokazano je da krivulja rasta (propagacije) pukotine ovisi o koeficijentu asimetričnosti ciklusa  $R$ , a zajedno s njom i minimalni propagacijski raspon faktora intenzivnosti naprezanja  $\Delta K_{th}$  (Slika 4.7). Općenito gledano, može se reći da vrijednost  $\Delta K_{th}$

pada s povećanjem koeficijenta asimetričnosti ciklusa, dok su vrijednosti  $\Delta K_{th}$  za faktor asimetričnosti ciklusa  $R < 0$  gotovo nepromijenjene u odnosu na vrijednosti za  $R = 0$ .

Budući da je gotovo nemoguće eksperimentalno izmjeriti sve vrijednosti  $\Delta K_{th}$  za sve moguće kombinacije materijala i faktora asimetričnosti ciklusa  $R$ , mnogi su autori dali empirijske izraze kojima se može dovoljno točno dobiti te vrijednosti na osnovu poznavanja minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta napreznja za  $R = 0$  (Slika 4.8).



Slika 4.7 Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta napreznja za  $R > 0$

Empirijski izraz [27]

$$\Delta K_{thR} = (1 - C_0 R)^d \cdot \Delta K_{th0} \quad (4.8)$$

daje vezu između minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta napreznja za faktor asimetričnosti  $R$ ,  $\Delta K_{thR}$ , i minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta napreznja za faktor asimetričnosti 0,  $\Delta K_{th0}$ , povezujući ih empirijskim konstantama  $C_0$  i  $d$  koje se određuju nakon prilagođavanja eksperimentalnim podacima. Kada je konstanta  $C_0 = 1$  [90], dobiva se

$$\Delta K_{thR} = (1 - R)^d \cdot \Delta K_{th0} \quad (4.9)$$

U slučaju kada empirijske konstante nisu dostupne te je  $C_0 = d = 1$  dobiva se Barsomova jednadžba [8]

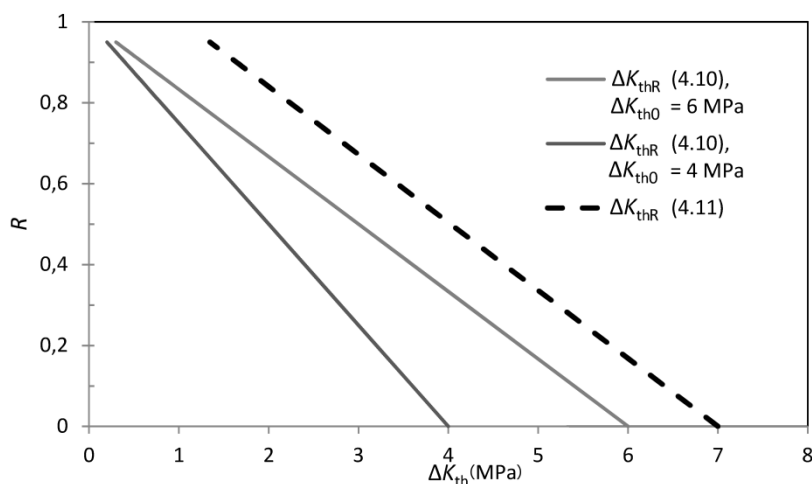
$$\Delta K_{thR} = (1 - R) \cdot \Delta K_{th0} \quad (4.10)$$

koja je primjenjiva za  $R > 0$  i daje konzervativne rezultate.

Ako nisu dostupni nikakvi empirijski podaci vezani za materijal, kao ni vrijednost  $\Delta K_{th0}$ , razumnu aproksimaciju  $\Delta K_{thR}$  za široki raspon metalnih materijala [21] daje izraz

$$\Delta K_{thR} = 7,0 \cdot (1 - 0,85 \cdot R) \quad (4.11)$$





Slika 4.8 Modeli promjene minimalnog propagacijskog raspona faktora napreznja zavisno o faktoru asimertije ciklusa  $R$ , prema jednadžbama (4.10) i (4.11)

#### 4.4 Modeli propagacije pukotine uzrokovane promjenjivim opterećenjem

Kao što je već rečeno u poglavlju 4.2, postoje mnogi modeli propagacije pukotine koji opisuju krivulju propagacije u log-log prikazu. Neki od tih modela bit će prikazani u daljnjem dijelu.

##### 4.4.1 Osnovni model propagacije pukotine za konstantnu amplitudu opterećenja

Osnovni model za propagaciju pukotine pri dinamičkom opterećenju postavio je Paris i taj model daje linearnu vezu u log-log dijagramu. Parisov model dan je izrazom [87]

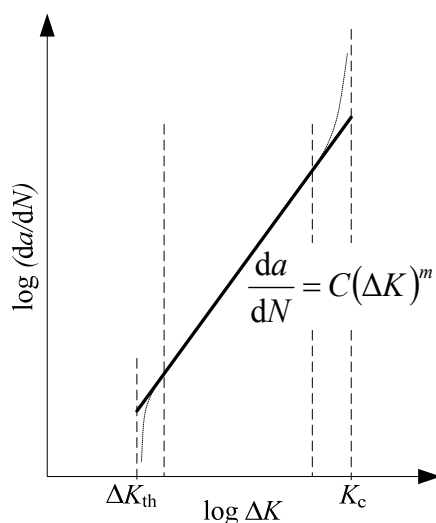
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m. \quad (4.12)$$

kod kojega su  $C$  i  $m$  empirijske konstante dobivene prilagođavanjem Parisove jednadžbe na eksperimentalne podatke. Linearna veza u log–log dijagramu dana je izrazom

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = \log C + m \cdot \log(\Delta K). \quad (4.13)$$

Model točno opisuje područje II, odnosno točno opisuje samo područje stabilnog rasta pukotine. U tom području rast pukotine primarno ovisi o vrsti materijala, okolišnim uvjetima te o rasponu faktora intenziteta napreznja  $\Delta K$ . Zbog linearne log-log veze, rast u područjima I i III nije točno modeliran, odnosno model linearno ekstrapolira krivulju za ta područja (Slika 4.9). To ima za posljedicu da u području I model precjenjuje brzinu rasta pukotine, a u području III je podcjenjuje. Međutim, budući da pukotina u području III najčešće "provodi"

relativno malo vremena u odnosu na vrijeme njezina razvoja u području II, utjecaj takvog modeliranja područja III na ukupni rezultat najčešće nije značajan te su rezultati dobiveni ovim modelom zadovoljavajući.



Slika 4.9 *Parisov model*

#### 4.4.2 Drugi modeli propagacije pukotine

Parisov osnovni model često daje dovoljno dobre rezultate, no ne modelira efekte koji su posljedica srednjeg napreznja niti opisuje ponašanje pukotine u područjima I i III. Zato su razvijeni mnogi modeli koji modeliraju propagaciju pukotine s obzirom na faktor asimetričnosti ciklusa napreznja  $R$  od kojih je prvog postavio Walker koji je dao jednostavno proširenje Parisova modela. Njegov model i dalje daje linearnu ovisnost u log–log dijagramu za sva tri područja, ali modificira Parisovu jednadžbu tako da u izrazu uzima faktor asimetričnosti opterećenja te na taj način daje modifikaciju koja uključuje efekt srednjeg napreznja.

Walkerov model ima oblik [10]

$$\frac{da}{dN} = C_w \left[ \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\lambda_w}} \right]^{m_w} \quad (4.14)$$

pri čemu su  $C_w$ ,  $m_w$  i  $\lambda_w$  Walkerove empirijske konstante. Uz

$$\overline{\Delta K} = \frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\lambda_w}} \quad (4.15)$$

Walkerova jednadžba poprima oblik

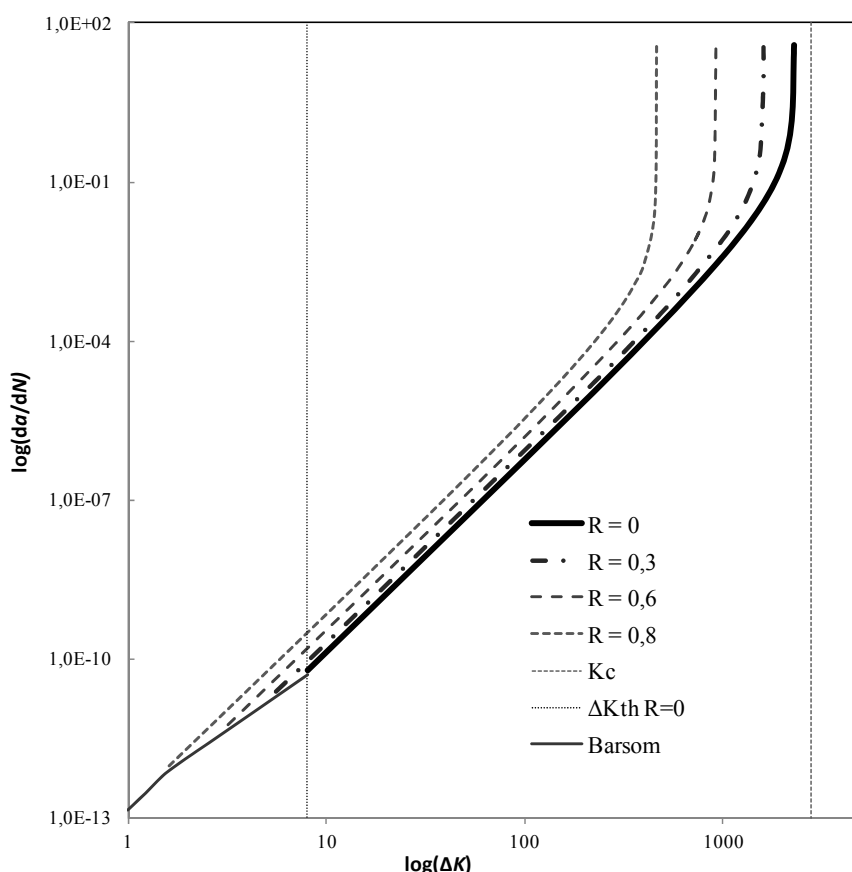
$$\frac{da}{dN} = C_w [\overline{\Delta K}]^{m_w} \quad (4.16)$$

čime dobivamo isti oblik kao i kod Parisove jednadžbe. Dodatna Walkerova konstanta  $\lambda_w$  služi prilagođavanju krivulje na podatke za određeni faktor asimetričnosti ciklusa napreznja  $R$ . Ako je vrijednost konstante  $\lambda_w = 1$  tada Walkerova jednadžba postaje istovjetna Parisovoj jednadžbi.

Osim efekta srednjeg napreznja, mnogi su autori izveli i modele koji uz taj efekt modeliraju i ponašanje pukotine u područjima I i III. Tako je Forman [28] koristio model koji osim efekta srednjeg napreznja i područja II, opisuje i područje III odnosno nestabilnu propagaciju pukotine. Njegov je model prikazan u obliku [10]

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_F (\Delta K)^{m_F}}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (4.17)$$

gdje su  $C_F$  i  $m_F$  Formanove empirijske konstante, a  $K_c$  kritični faktor intenziteta napreznja za određeni materijal i debljinu ploče. Potrebno je posebno naglasiti da konstante  $C_F$  i  $m_F$  nisu istovjetne konstantama iz Parisove jednadžbe. Primjer krivulja dobivenih za razne faktore asimetričnosti ciklusa opterećenja dan je na slikama (Slika 4.10).



Slika 4.10 Formanov model uz donju granicu definiranu prema Barsomu (4.10)

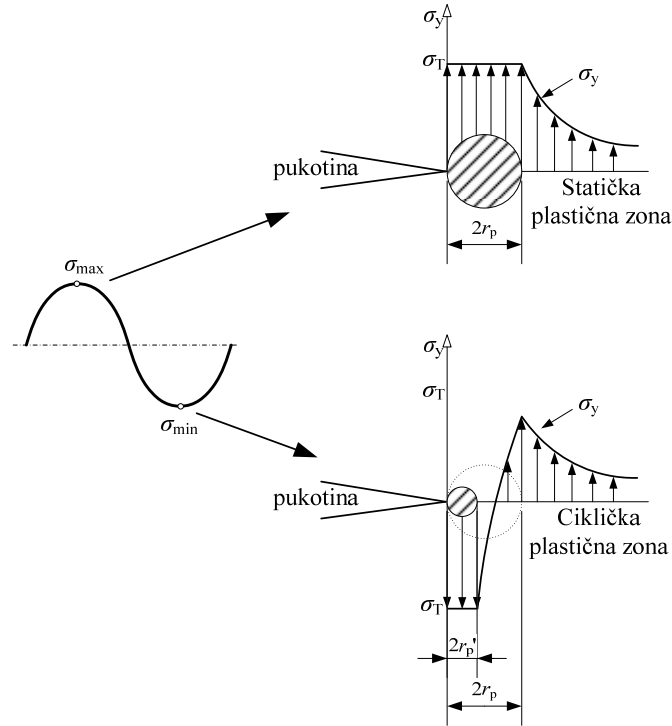
Formanov model korišten je za izračunavanje brzine propagacije pukotine u programu VC-CGrow izrađenom u sastavu ovog rada.

Osim spomenutih modela, postoje i mnogi drugi manje ili više komplicirani modeli raznih autora od kojih su neki navedeni u daljnjem dijelu rada (Tablica 4.2).

Tablica 4.2 *Neki modeli za modeliranje propagacije pukotine [10]*

MODELI PROPAGACIJE PUKOTINE	
Istraživač	Izraz
Collipriest	$\frac{da}{dN} = C(K_c \Delta K)^{m/2} \text{EXP} \left\{ \ln \left( \frac{K_c}{\Delta K_o} \right)^{m/2} \operatorname{arctanh} \left[ \frac{\ln \left[ \frac{\Delta K^2}{(1-R)K_c \Delta K_o} \right]}{\ln \left[ \frac{(1-R)K_c}{\Delta K_o} \right]} \right] \right\}$
McEvily	$\frac{da}{dN} = \frac{4A}{\pi \sigma_T E} \left[ \Delta K^2 - \frac{1,2 \Delta K_{th0}}{1 + 0,2 \left( \frac{1-R}{1+R} \right)} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta K}{K_c - K_{max}} \right]$
Zheng	$\frac{da}{dN} = \frac{1}{2\pi E \sigma_f \varepsilon_f} \left[ \Delta K - \Delta K_{th0} (1-R)^d \right]$
Wang	$\frac{da}{dN} = \alpha \frac{K_{max}^4}{\sigma_T^2} \left[ \frac{1}{1-\xi^2} - \frac{1}{1-(R\xi)^2} \right] \left[ \frac{1}{1-\xi^2} - \frac{1}{1-(R\xi)^2} \right]$ $\xi^2 = \frac{K_{max}^2}{2K_{eff}}; \quad K_{eff} = \sigma_T \sqrt{\pi a}$
Frost i Pook	$\frac{da}{dN} = \frac{9}{\pi} \left( \frac{\Delta K}{E} \right)^2 \quad \text{za ravninsko stanje napreznja}$ $\frac{da}{dN} = \frac{7}{\pi} \left( \frac{\Delta K}{E} \right)^2 \quad \text{za ravninsko stanje deformacije}$
Dowling i Begley	$\frac{da}{dN} = C_{DB} (\Delta J)^{m_{DB}}$

#### 4.5 Plastifikacija vrha pukotine pri dinamičkom opterećenju



Slika 4.11 *Plastična zona za dinamičko cikličko opterećenje*

Uz pretpostavku elastično-idealno plastičnog materijala, kada tijelo opteretimo maksimalnim vlačnim opterećenjem sukladno ciklusu, formira se plastična zona (za statičko opterećenje) čija se veličina može odrediti jednadžbama (3.29) i (3.30), ovisno o stanju naprezanja i deformacije koji vladaju u tijelu. Međutim, kada tijelo rasteretimo i opteretimo opterećenjem suprotnog predznaka, u vrhu pukotine vlada stanje naprezanja koje je suma zaostalih naprezanja i elastičnih naprezanja nastalih zbog opterećenja konstrukcije opterećenjem suprotnog predznaka. Zona plastičnosti koja se formira u takvim uvjetima nekoliko je puta manja od one koja nastaje pri statičkom opterećenju (Slika 4.11).

Veličina tako nastale cikličke zone plastičnosti može se procijeniti uvrštavanjem dvostruke vrijednosti granice tečenja u jednadžbe  $i$  te tada dobijemo [87]

$$2r_p' = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2 \quad (\text{ravninsko stanje naprezanja}) \quad (4.18)$$

odnosno

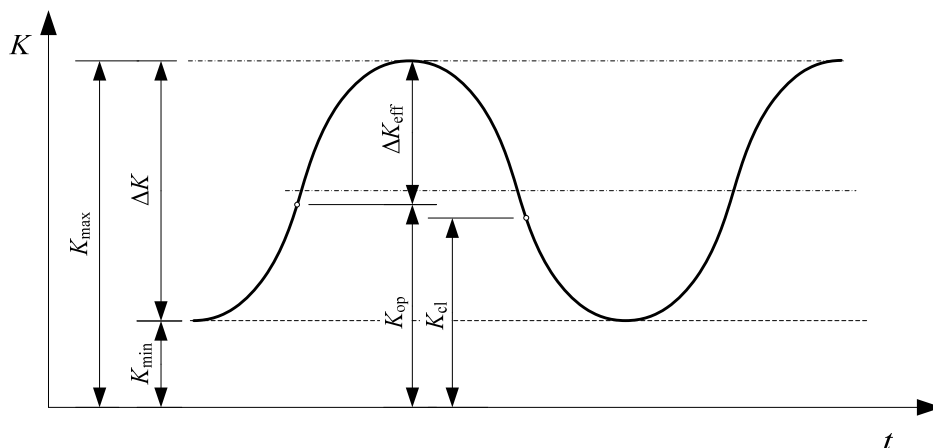
$$2r_p' = \frac{1}{12\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2 \quad (\text{ravninsko stanje deformacije}). \quad (4.19)$$

Dobivena ciklička zona plastičnosti manja je od one koja je uzrokovana statičkim opterećenjem.

Slijedom navedenih činjenica, linearno-elastična mehanika loma može se primijeniti i na probleme loma zamorom pri rastu pukotine kada materijal pokazuje sklonost određenoj plastifikaciji odnosno plastičnoj deformaciji.

#### 4.6 Efekt zatvaranja pukotine pri dinamičkom opterećenju

Pojavu i važnost zatvaranja pukotine pri dinamičkom opterećenju prvi je uočio Elber [24], kako je ranije napomenuto. Smanjenje efektivnog raspona faktora intenziteta naprezanja  $\Delta K_{\text{eff}}$  (Slika 4.12) objasnio je kao posljedicu zaostalih naprezanja nastalih zbog pojave zone plastične deformacije pri vrhu pukotine i ta se pojava može karakterizirati kao zatvaranje pukotine zbog plastičnosti (eng. *plasticity-induced crack closure*), [79, 87].



Slika 4.12 Efektivni raspon faktora intenziteta naprezanja

To otkriće imalo je značajan utjecaj na daljnji razvoj modela rasta pukotine pri dinamičkom opterećenju. Od tada do danas, mnogi su autori istraživali tu pojavu te su upotrijebili različite izraze za izračun efektivnog raspona faktora intenziteta naprezanja koji ovisi o raznim utjecajnim faktorima (Tablica 4.3).  $\Delta K_{\text{eff}}$  je definiran kao razlika maksimalnog faktora intenziteta naprezanja  $K_{\text{max}}$  i faktora intenziteta otvaranja pukotine  $K_{\text{op}}$  [87]:

$$\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{op}} . \quad (4.20)$$

Budući da je  $K_{\text{op}}$  veći od  $K_{\text{min}}$ , a kao posljedica toga i  $\Delta K_{\text{eff}}$  manji od  $\Delta K$ , tada je omjer zatvaranja pukotine (eng. *crack closure ratio*)

$$\Omega = \frac{\Delta K_{\text{eff}}}{\Delta K} = \frac{K_{\text{max}} - K_{\text{op}}}{K_{\text{max}} - K_{\text{min}}} = \frac{1 - K_{\text{op}}/K_{\text{max}}}{1 - R} . \quad (4.21)$$

te predstavlja postotak raspona faktora intenziteta naprezanja  $\Delta K$  za koji je pukotina otvorena. Izraz (4.21) pretpostavlja da je omjer zatvaranja pukotine  $\Omega$ , u slučaju cikličkog opterećenja s konstantnom amplitudom, ovisan samo o koeficijentu asimetričnosti ciklusa. Efektivni raspon faktora intenziteta naprezanja može se tada izraziti kao

$$\Delta K_{\text{eff}} = \Omega \cdot \Delta K . \quad (4.22)$$

Pri opterećenju s konstantnom amplitudom, efekt zatvaranja pukotine više je izražen za manje vrijednosti koeficijenta asimetričnosti ciklusa  $R$ , odnosno izraženiji je s povećanjem vrijednosti  $K_{\text{max}}$ .

Tablica 4.3 *Neki od modela omjera zatvaranja pukotine u zavisnosti od R [19]*

	MATERIJAL	MODEL
1.	2024-T3 Al	$\Omega = 0,5 + 0,4R$ ; $0,1 < R < 0,7$
2.		$\Omega = 0,55 + 0,35R + 0,1R^2$ ; $-1 < R < 1$
3.	6063-T6	$\Omega = \left( \frac{13,5R + 5,925}{1000} \right) \Delta K + 1,35R + 0,223$
4.	Titanij	$\Omega = \frac{1}{1 - R} \left( 1 - \frac{16,67R - 4,27}{K_{\text{max}}} \right)$
5.	Meki čelik	$\Omega = 0,7 + 0,15R(2 + R)$
6.	Čelik	$\Omega = 0,75 + 0,25R$

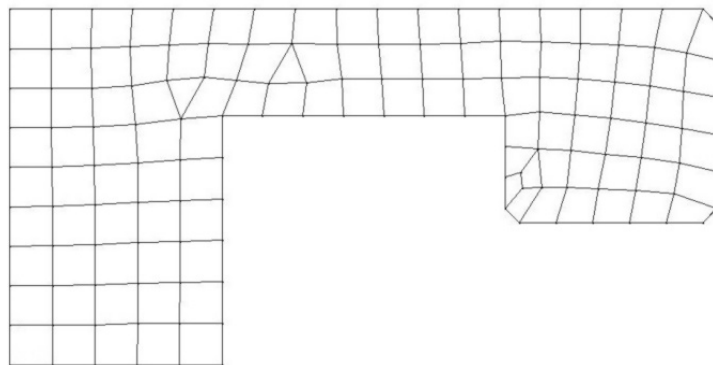
Osim o koeficijentu asimetričnosti ciklusa, efekt zatvaranja pukotine ovisi i o mnogobrojnim drugim faktorima kao što su debljina ploče, stvaranje oksida na površinama pukotine, grubost površine pukotine i slično [79], no te pojave nisu obuhvaćene ovim radom pa neće biti detaljnije opisane.

# 5. Računalna mehanika loma

---

## 5.1 Metoda konačnih elemenata (MKE)

Razvojem računala u drugoj polovici 20. stoljeća sve je češća uporaba računalnih metoda u analizi čvrstih tijela, od kojih je danas najraširenija metoda konačnih elemenata.



Slika 5.1 *Diskretizacija strukture konačnim elementima*

Pri rješavanju problema izračuna naprezanja i deformacija čvrstog tijela metodom konačnih elemenata, tijelo se dijeli na konačan broj volumena jednostavnih oblika koji su međusobno povezani u čvorovima (Slika 5.1). Ti se volumeni nazivaju konačni elementi. Tako diskretiziran sustav, uza zadane rubne uvjete, rješava se izračunavanjem pomaka i sila u čvorovima elemenata koristeći pretpostavke mehanike kontinuuma.

Osnovna jednačba konačnog elementa je [72]:

$$[f^e] = [k^e][u^e] \quad (5.1)$$



gdje je  $[f^e]$  vektor čvornih sila elementa,  $[u^e]$  vektor čvornih pomaka elementa i  $[k^e]$  matrica krutosti elementa u lokalnom koordinatnom sustavu.

Jednadžba konstrukcije je [72]:

$$[F] = [K][U] \quad (5.2)$$

pri čemu je  $[K]$  globalna matrica krutosti dobivena iz matrica krutosti konačnih elemenata prebačenih u globalni koordinatni sustav,  $F$  vektor čvornih sila i  $U$  vektor pomaka u čvorovima konstrukcije. Također je:

$$[K] = \sum [k^e] \quad (5.3)$$

Sustav linearnih jednadžbi koje se dobiju iz izraza (5.2) rješava se različitim numeričkim metodama.

### 5.1.1 Čvorni pomaci

Temelji li se metoda konačnih elemenata na pomacima, može se pisati [72]:

$$[u] = [P][\alpha] \quad (5.4)$$

gdje je  $[u]$  pomak u polju konačnog elementa,  $[\alpha]$  vektor konstanti (generaliziranih koordinata), a  $[P]$  matrica polja elementa.

Za čvorove elementa vrijedi :

$$[u^e] = [P^k][\alpha] \quad (5.5)$$

gdje je  $[P^k]$  matrica na konturi (ovisi samo o koordinatama čvorova). Polje pomaka u elementu sada je:

$$[u] = [N][u^e] \quad (5.6)$$

gdje je  $[N]$  interpolacijska matrica. Jednadžba (5.6) tada predstavlja izraz za polje pomaka elementa kao funkciju pomaka njegovih čvorova.

### 5.1.2 Deformacije

Polje deformacije je s poljem pomaka povezano kinematičkim jednadžbama. Može se pisati:

$$[\varepsilon] = [B][u^e] \quad (5.7)$$

gdje je  $[\varepsilon]$  vektor deformacije, a  $[B]$  matrica veze deformacija-pomak čiji su elementi derivacije matrice  $[N]$  po  $x, y$  i  $z$  koordinatama.

### 5.1.3 Naprezanja

Zakon linearno-elastičnog ponašanja materijala u tenzorskom zapisu možemo pisati kao

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] \quad (5.8)$$

gdje je  $[\sigma]$  matrica tenzora naprezanja, a  $[D]$  matrica koja sadrži članove ovisne o mehaničkim svojstvima materijala. Uvrštavanjem jednadžbe (5.7) u jednadžbu (5.8) dobivamo

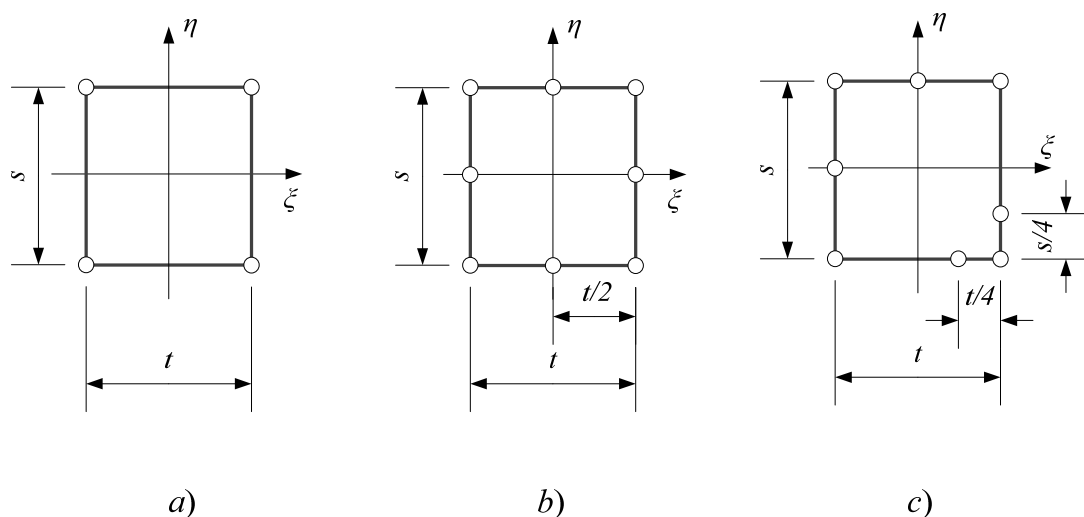
$$[\sigma] = [D][B][u^e] \quad [\sigma] = [D][B][u^e]. \quad (5.9)$$

### 5.1.4 Matrica krutosti konačnog elementa

Matrica krutosti konačnog elementa određena je izrazom:

$$[k^e] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (5.10)$$

pri čemu se sve vrijednosti navedene u izrazu (5.10) odnose na razmatrani konačni element.



Slika 5.2 Dvodimenzionalni konačni elementi korišteni u izradi ovog radu

- a) konačni element s 4 čvora
- b) konačni element s 8 čvorova
- c) konačni element s 8 čvorova i simuliranom singularnošću

Za potrebe ovog rada korištena je dvodimenzijska konačnoelementna analiza. Usporedba faktora intenziteta naprezanja izračunatih metodom virtualnog zatvaranja pukotine dana je za rezultate dobivene iz MKE modela s elementima s 4 čvora, 8 čvorova te za posebno modificirane elemente s 8 čvorova koji daju  $1/\sqrt{r}$  singularnost deformacije i naprezanja u vrhu pukotine (Slika 5.2).

## 5.2 Određivanje faktora intenziteta naprezanja $K$ temeljem MKE analize

Metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja koja je najčešće implementirana u moderne MKE softvere zasniva se na metodi koju su postavili Paris i Sih [65]. Faktor intenziteta naprezanja određuje se iz pomaka čvorova na površini oko vrha pukotine, gdje su pomaci čvorova u blizini vrha pukotine u linearno-elastičnom tijelu (stanju) [3]

$$u = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2\kappa + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] + O(r) \quad (5.11)$$

$$v = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2\kappa - 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[ (2\kappa + 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] + O(r) \quad (5.12)$$

$$w = \frac{K_{III}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} + O(r) \quad (5.13)$$

pri čemu su  $u$ ,  $v$  i  $w$  pomaci čvorova u lokalnom Kartezijevu sustavu,  $r$  i  $\theta$  koordinate u lokalnom polarnom sustavu,  $\mu$  modul smicanja (Laméova konstanta),  $\nu$  Poissonov koeficijent,  $O(r)$  članovi višeg reda, a  $\kappa$  koeficijent ovisan o stanju deformacije te za ravninsko stanje deformacije iznosi

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad (5.14)$$

a za ravninsko stanje naprezanja

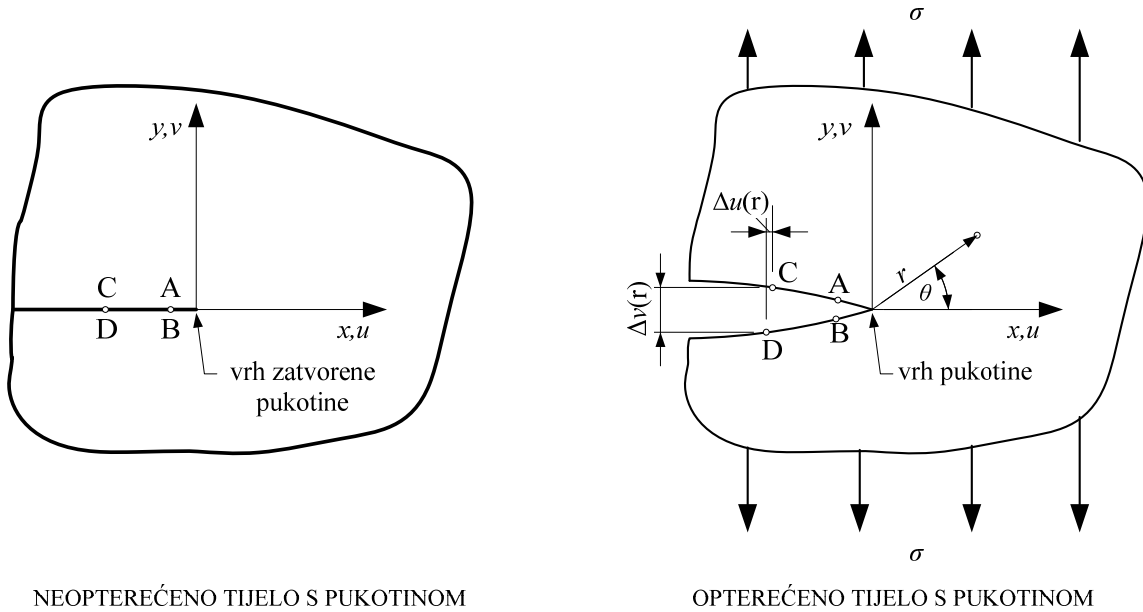
$$\kappa = \frac{3 - 4\nu}{1 + \nu} \quad (5.15)$$

Za  $\theta = \pm 180^\circ$  i bez članova višeg reda imamo [96]

$$u = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa), \quad (5.16)$$

$$v = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa), \quad (5.17)$$

$$w = \frac{2K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}. \quad (5.18)$$



Slika 5.3 Relativni pomaci površina pri otvaranju pukotine

Za dvodimenzijску MKE analizu imamo samo pomake u smjeru  $x$  i  $y$  osi (Slika 5.3) te izraze za faktore intenziteta naprezanja za I. i II. oblik otvaranja pukotine možemo dobiti iz izraza (5.16) i (5.17) kao

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{\mu}{1 + \kappa} \frac{|\Delta v|}{\sqrt{r}} \quad (5.19)$$

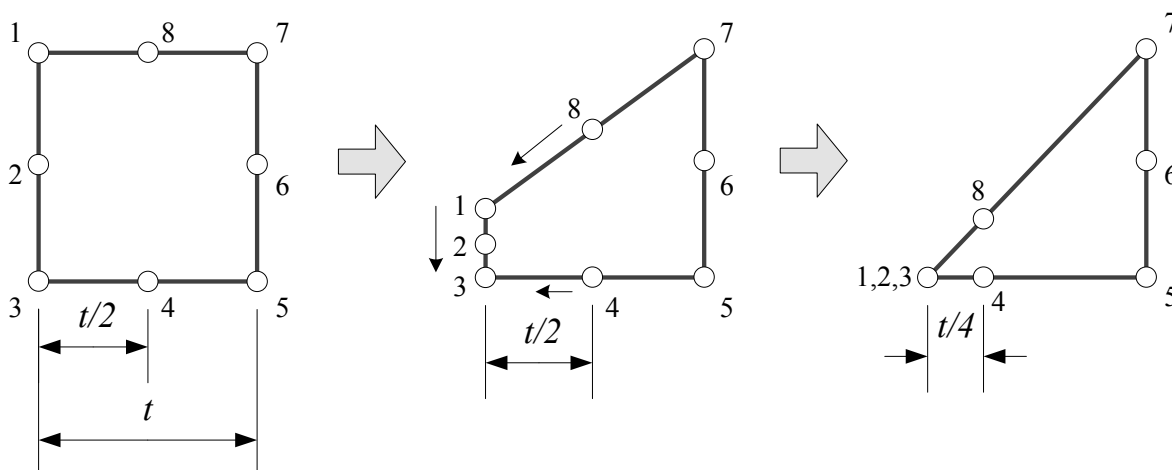
i

$$K_{II} = \sqrt{2\pi} \frac{\mu}{1 + \kappa} \frac{|\Delta u|}{\sqrt{r}}. \quad (5.20)$$

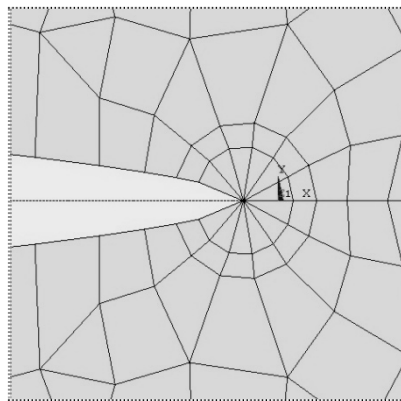
U izrazima (5.19) i (5.20) veličine  $\Delta u$  i  $\Delta v$  predstavljaju relativne pomake jedne površine pukotine u odnosu na drugu (Slika 5.3).

Problem s upravo opisanom metodom Parisa i Siha jest u tome, što, dobivanje točne vrijednosti faktora intenziteta naprezanja, zahtijeva uporabu posebnih konačnih elemenata s 8

čvorova posebno modificiranih da simuliraju singularnost naprezanja (Slika 5.4 i Slika 5.6). Takvi elementi nisu podržani u većini jeftinijih programa za MKE analizu, te je upravo ta činjenica bila jedna od glavnih motiva u izradi ovog rada, odnosno u izradi programa koji bi računao vrijednost parametra loma iz MKE modela koji ne uključuje posebne tipove elemenata.



Slika 5.4 Modificirani dvodimenzijски konačni element



Slika 5.5 Uporaba modificiranog konačnog elementa pri omrežavanju vrha pukotine

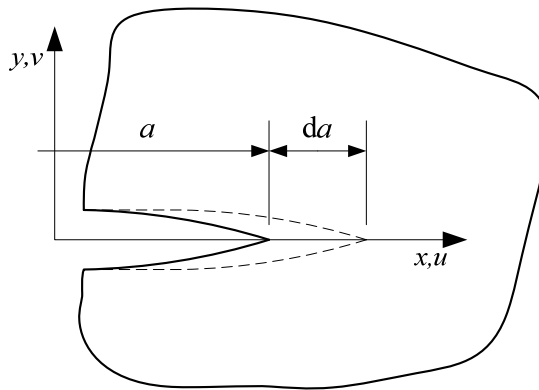
### 5.2.1 Određivanje faktora intenziteta naprezanja pomoću metode virtualnog zatvaranja pukotine

Prema (3.3) i (3.4) promjena energije prirastom pukotine za duljinu  $da$  (Slika 5.6) može se pisati kao

$$G = -\frac{\partial W_{\text{pot}}}{\partial A} = -\frac{\partial W_{\text{pot}}}{B \cdot \partial a} \quad (5.21)$$

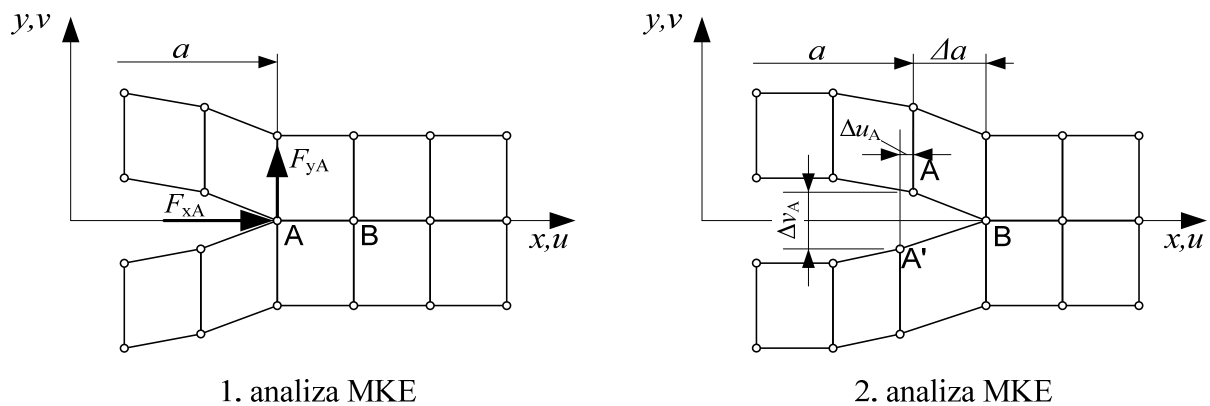
$$G = -\frac{1}{B \cdot \partial a} \partial W_{\text{pot}} \quad (5.22)$$

Za određivanje vrijednosti promjene energije deformiranja mogu se koristiti metode zasnovane na analizi metodom konačnih elemenata uz konačno produljenje pukotine za duljinu  $\Delta a$ .



Slika 5.6 Prirast pukotine za duljinu  $da$

### 5.2.2 Metoda zatvaranja pukotine



Slika 5.7 Metoda zatvaranja pukotine

Određivanje promjene energije deformiranja metodom zatvaranja pukotine (eng. *crack closure model*, CCM), a pri produljenju pukotine za konačnu veličinu  $\Delta a$ , obavlja se pomoću rezultata dviju MKE analiza. Prva MKE analiza obavlja se na modelu pukotine početne

duljine  $a$ , a druga MKE analiza na modelu te iste pukotine produljene za konačno produljenje  $\Delta a$  na duljinu  $a + \Delta a$ . (Slika 5.7).

Tada, za pukotinu modeliranu dvodimenzijским konačnim elementima s 4 čvora, energija, odnosno rad, potreban za zatvaranje pukotine između točaka A i B iznosi [46]

$$\Delta W = \frac{1}{2} [F_{xA} \cdot \Delta u_A + F_{yA} \cdot \Delta v_A] \quad (5.23)$$

gdje su  $F_{xA}$  i  $F_{yA}$  smična sila i sila otvaranja pukotine dobivene u vrhu pukotine A za prvu MKE analizu, a  $\Delta u_A$  i  $\Delta v_A$  odgovarajući pomaci novostvorene površine pukotine na poziciji točke A u drugoj analizi. Iz toga se promjena energije deformiranja prema jednadžbama (5.21) i (5.22) može izraziti kao

$$G = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{\Delta W}{B \cdot \Delta a} \quad (5.24)$$

pri čemu je  $\Delta A$  novostvorena površina pukotine,  $\Delta a$  konačno produljenje pukotine, a  $B$  debljina konačnog elementa.

Iz promjene energije deformiranja tada se jednadžbama (3.20) do (3.25) mogu dobiti vrijednosti pripadajućih faktora intenziteta naprezanja.

Nedostatak je te metode što su nam za izračun jednog parametra rasta pukotine potrebne dvije konačnoelementne analize te je zbog te činjenice metoda računalno zahtjevnija, posebno ako se uzme u obzir da za dobivanje točnih rezultata trebamo relativno gustu mrežu konačnih elemenata.

### 5.2.3 Dvodimenzijaska formulacija metode virtualnog zatvaranja pukotine (VCCT) i njena primjena na MKE analizi

Na osnovu prije spomenute pretpostavke da je energija koja se "potroši" na otvaranje pukotine između točaka A i B jednaka energiji potrebnoj da bi se ta ista pukotina zatvorila između te dvije pozicije i na osnovu sličnosti konačnoelementnih modela koji se koriste u oba koraka, potrebne čvorne sile i pomaci mogu se dobiti iz jedne MKE analize.

Možemo zaključiti da su pukotine u 1. i 2. analizi dovoljno slične da smična sila i sila otvaranja pukotine u točki A imaju vrijednosti istovjetne onima u točki B za drugu analizu, te da na taj način iz jedne analize možemo dobiti sve potrebne veličine (Slika 5.8).

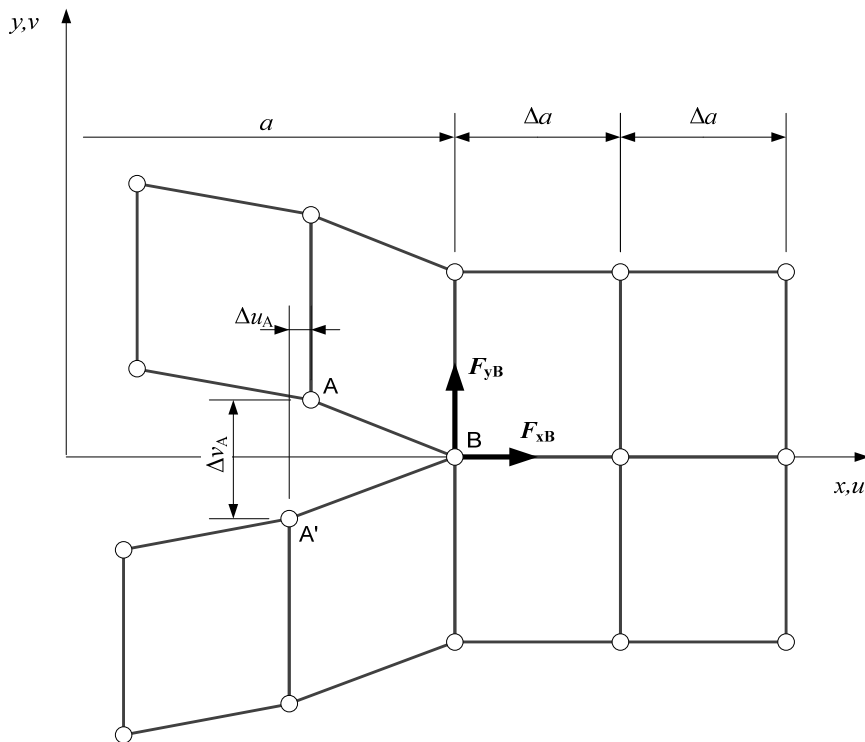
Prema Slici 5.8, komponente promjene energije deformiranja  $G_I$  i  $G_{II}$  za element s 4 čvora možemo izračunati iz izraza [45]

$$G_I = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} F_{yB} \cdot (v_A - v_{A'}) = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} F_{yB} \cdot \Delta v_A \quad (5.25)$$

i

$$G_{II} = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} F_{xB} \cdot (u_A - u_{A'}) = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} F_{xB} \cdot \Delta u_A \quad (5.26)$$

gdje je  $\Delta a$  veličina elementa na fronti pukotine,  $B$  debljina elementa,  $F_{xB}$  i  $F_{yB}$  čvorne sile u vrhu pukotine,  $u_A$  i  $v_A$  pomaci čvorova na gornjoj površini pukotine, a  $u_{A'}$  i  $v_{A'}$  pomaci čvorova na donjoj površini pukotine.



Slika 5.8 Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize MKE i metode virtualnog zatvaranje pukotine – elementi s 4 čvora

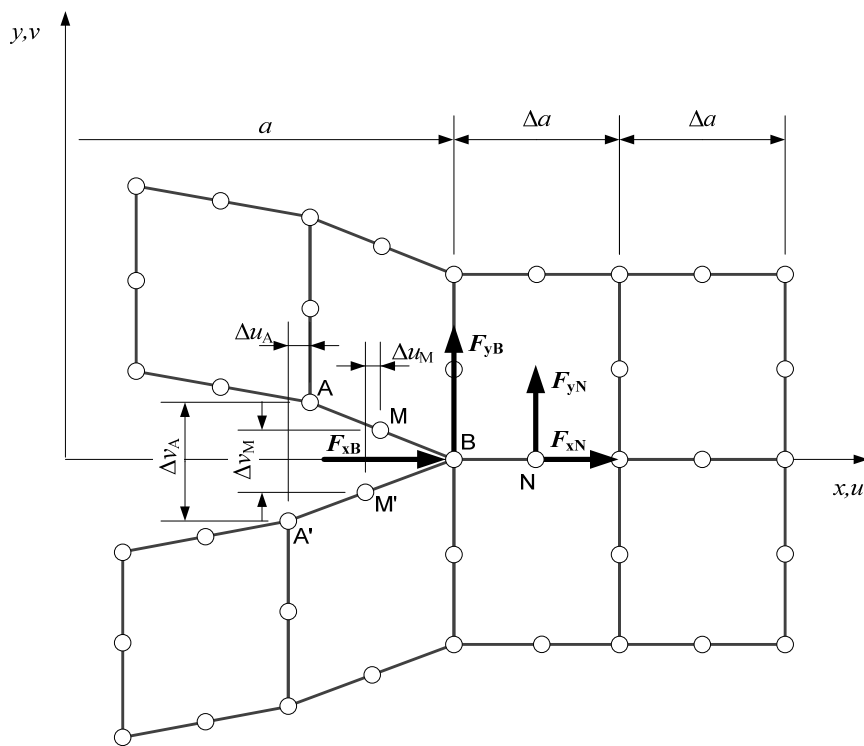
Metodu su prvi put u svom radu primijenili Rybicki i Kanninen [75], a Raju [69] je dodatno potvrdio teoriju. Jednadžbe (5.25) i (5.26) vrijede za ravninsko stanje naprezanja, dok za ravninsko stanje deformacije konačni elementi imaju širinu od  $B = 1$  te se spomenute jednadžbe tada mogu pisati kao

$$G_I = -\frac{1}{2 \cdot \Delta a} F_{yB} \cdot \Delta v_A \quad (5.27)$$

i



$$G_{II} = -\frac{1}{2 \cdot \Delta a} F_{xB} \cdot \Delta u_A \quad (5.28)$$



Slika 5.9 Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize MKE i metode virtualnog zatvaranje pukotine – elementi s 8 čvorova

Kod konačnih elemenata s 8 čvorova imamo dodatni čvor na površini pukotine odnosno na sredini stranice konačnog elementa (Slika 5.9) i promjenu energije deformiranja za takav model možemo dobiti iz jednadžbi [46]

$$G_I = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} [F_{yB} \cdot (v_A - v_{A'}) + F_{yN} \cdot (v_M - v_{M'})] = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} [F_{yB} \cdot \Delta v_A + F_{yN} \cdot \Delta v_M] \quad (5.29)$$

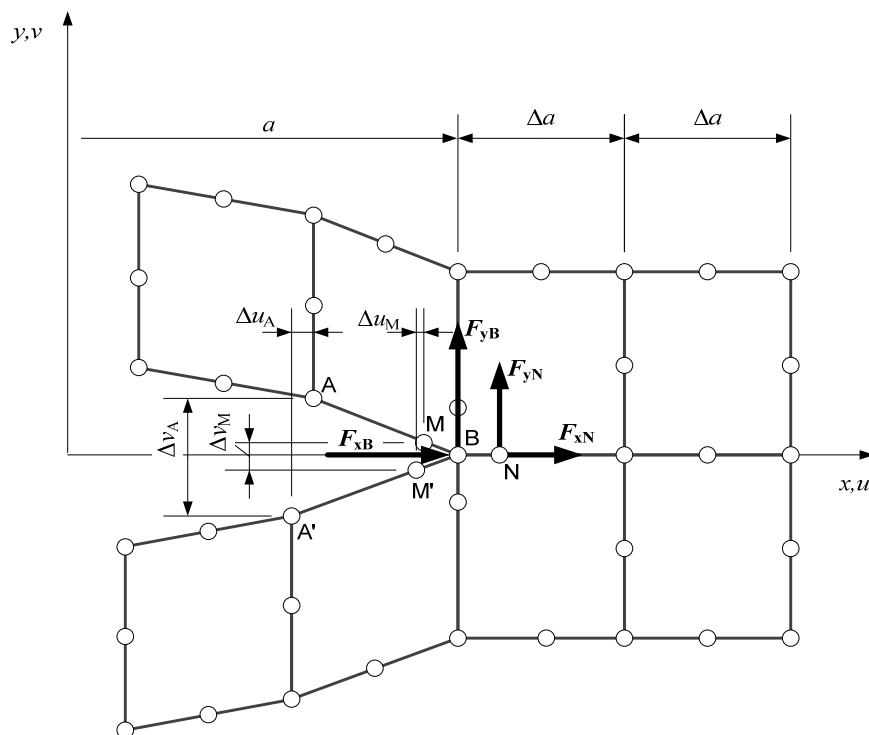
$$G_{II} = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} [F_{xB} \cdot (u_A - u_{A'}) + F_{xN} \cdot (u_M - u_{M'})] = -\frac{1}{2 \cdot B \cdot \Delta a} [F_{xB} \cdot \Delta u_A + F_{xN} \cdot \Delta u_M] \quad (5.30)$$

gdje su  $F_{xN}$  i  $F_{yN}$  sile u čvoru ispred vrha pukotine,  $v_M$  i  $u_M$  pomaci čvorova na gornjoj površini pukotine, a  $v_{M'}$  i  $u_{M'}$  pomaci čvorova na donjoj površini pukotine.

Ovdje izložena metoda izračuna promjene energije deformiranja ne zahtijeva nikakvu posebnu vrstu konačnih elemenata te se na osnovu ovih izračuna iz jednostavnih MKE modela može dobiti rješenje za faktor intenziteta naprežanja.

Iako posebni elementi nisu potrebni za točan izračun faktora intenziteta naprezanja, jednačbe (5.29) i (5.30) mogu se koristiti i s elementima s modeliranom singularnošću (Slika 5.2 c) i Slika 5.10) [70].

U ovom radu korišteni su svi ovdje spomenuti elementi te su uspoređena rješenja dobivena s raznim tipovima elemenata.



Slika 5.10 *Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize MKE i metode virtualnog zatvaranje pukotine – elementi s 8 čvorova, modelirana singularnost*

# 6. Računalna simulacija rasta pukotine

---

## 6.1 Opis programa VC-CGrow i pomoćne APDL skripte

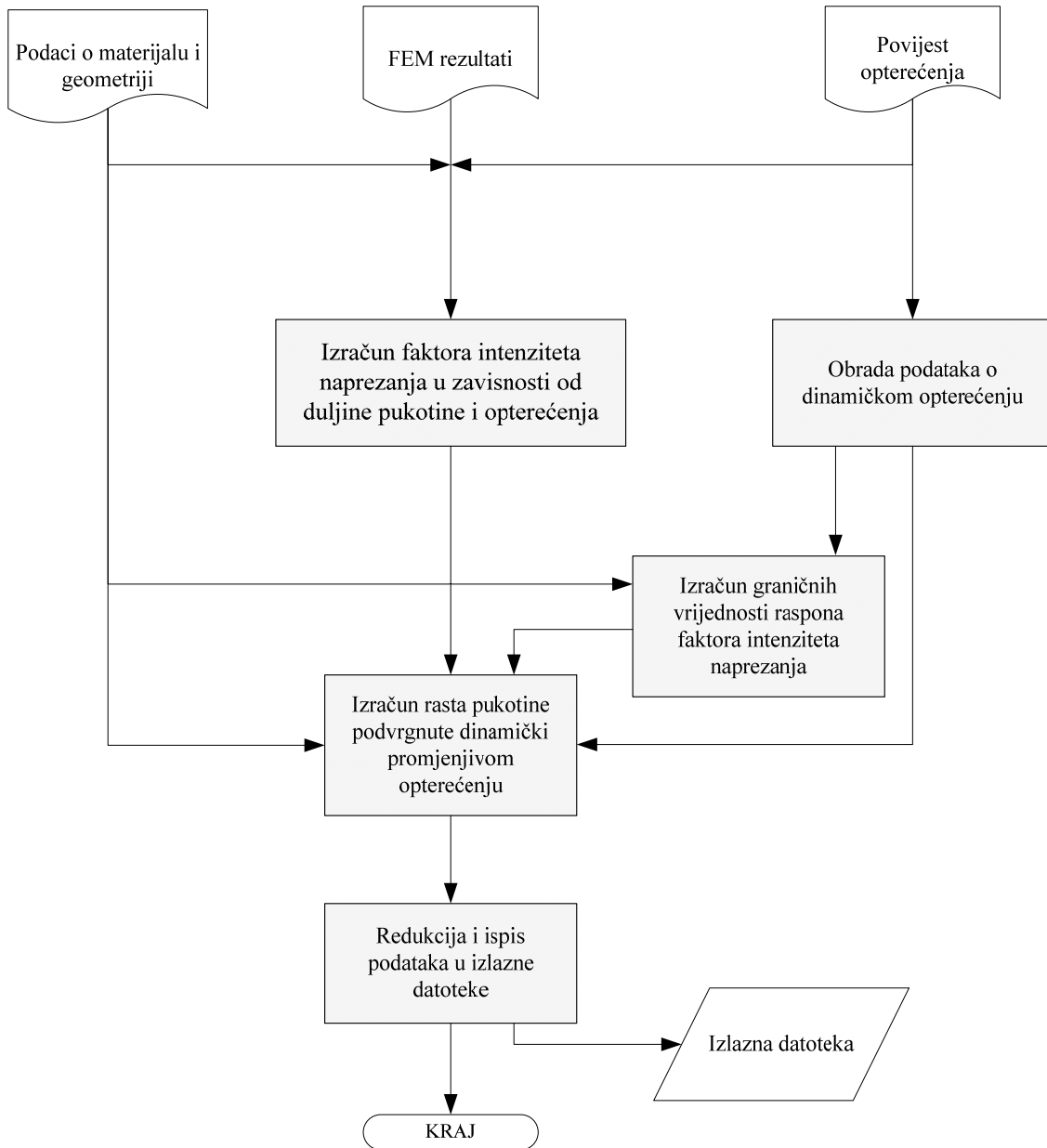
### 6.1.1 Opis glavnog programa

U ovom je radu izrađen program VC-CGrow (Slika 6.1) kojim se može vršiti izračun propagacije pukotine podvrgnute dinamički promjenjivom opterećenju rabeći pritom rezultate konačnoelementne analize za izračun faktora intenziteta naprezanja  $K$ . Program je izrađen u programskom paketu MATLAB.

Program za ulazne podatke uzima rezultate čvornih sila i pomaka dobivenih linearno-elastičnom MKE analizom, iz kojih metodom virtualnog zatvaranja pukotine (eng. *Virtual crack closure technique, VCCT*) računa faktore intenziteta naprezanja  $K$  za određene kombinacije duljine pukotine i nominalnog opterećenja te formira matricu rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  u ovisnosti o duljini pukotine i nominalnog opterećenja. Ta matrica se prilikom izračuna propagacije pukotine koristi za dobivanje rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  za opterećenje u trenutnom ciklusu, odnosno pripadajućeg raspona faktora intenziteta naprezanja  $\Delta K$ . Program u ovisnosti o tome je li MKE analiza obavljena za ravninsko stanje naprezanja ili ravninsko stanje deformacije, sam odabire način izračuna faktora intenziteta naprezanja  $K$ , a prema izrazima (3.23) i (3.25) (Slika 6.2).

Program je u mogućnosti koristiti složenu povijest opterećenja sa različitim rasponima opterećenja i faktorima asimetrije ciklusa. Pri učitavanju podataka o povijesti opterećenja program filtrira samo relevantne vrhove i dolove opterećenja, odnosno odbacuje suvišne podatke o malim fluktuacijama opterećenja i u obzir uzima samo globalne fluktuacije

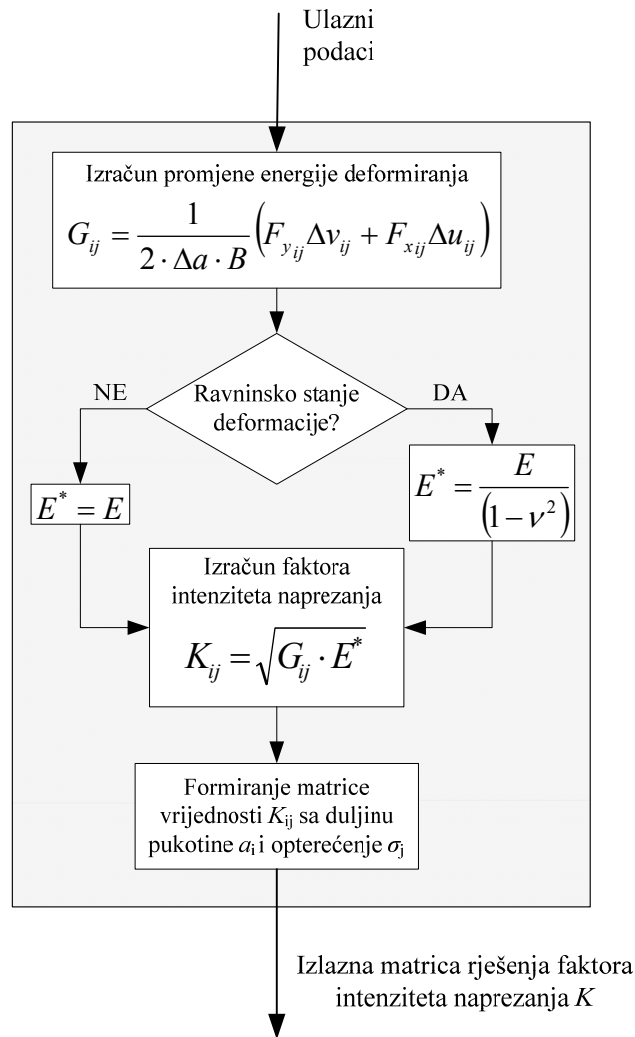
opterećenja koje imaju značajan utjecaj na trajnost elementa. Na osnovu tako dobivene povijesti opterećenja program računa amplitudu i srednju vrijednost opterećenja, te na osnovi tih vrijednosti dobiva minimalno i maksimalno opterećenje za svaki ciklus pojedinačno, kao i pripadajuću vrijednost faktora asimetrije ciklusa  $R$ .



Slika 6.1 Glavni blok dijagram programa VC-CGrow

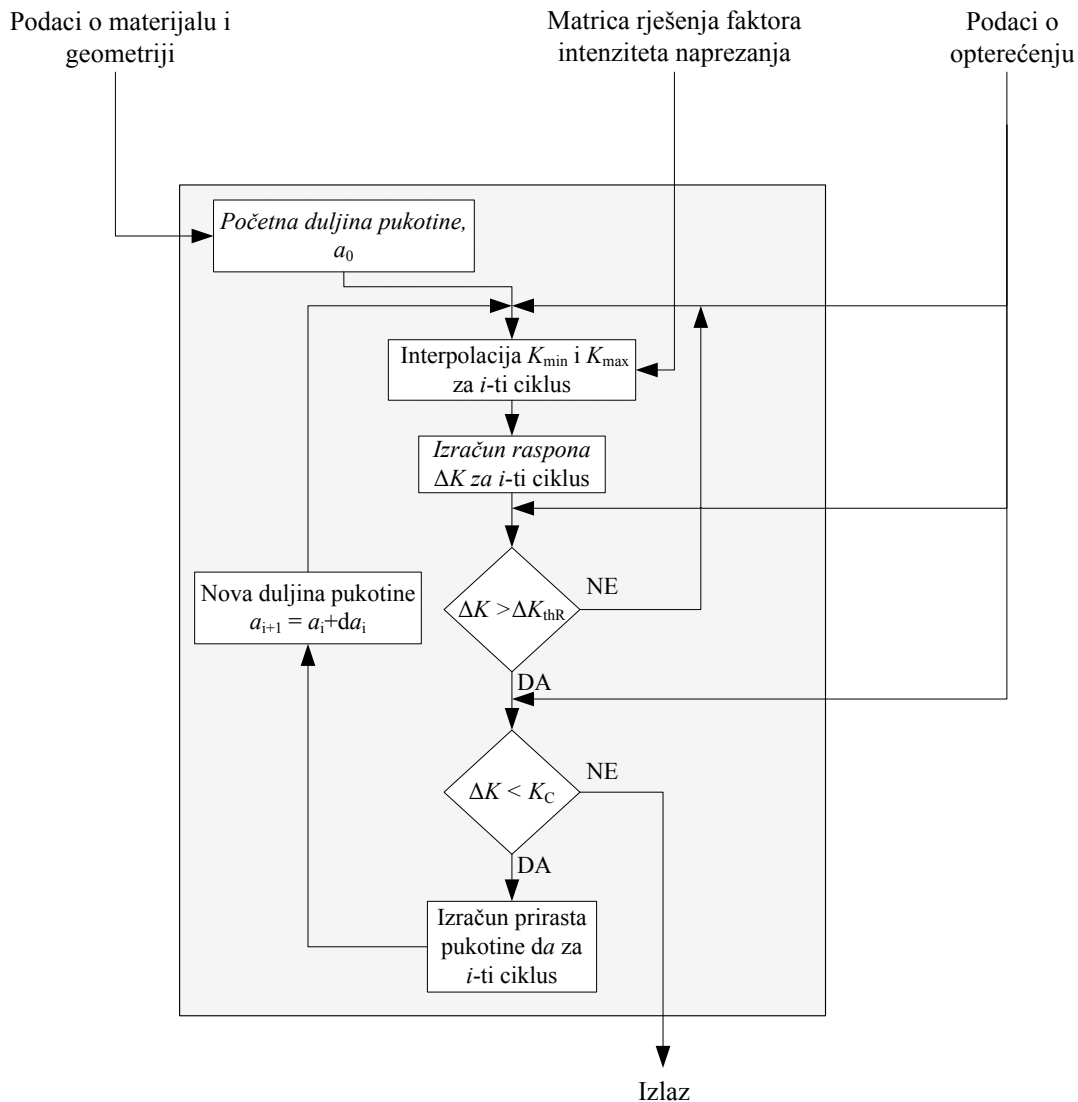
Pri izračunu brzine propagacije pukotine, program na osnovi podataka o minimalnom i maksimalnom opterećenju u trenutnom ciklusu izračunava minimalnu i maksimalnu vrijednost faktora intenziteta naprezanja  $K$  na osnovi rješenja dobivenih iz MKE analize, te iz tih rješenja izračunava raspon faktora intenziteta naprezanja  $\Delta K$ . Tako izračunati raspon

faktora intenziteta napreznja  $\Delta K$  program koristi u Formanovoj formulaciji za izračun trenutne brzine propagacije pukotine te na osnovi toga računa prirast pukotine za trenutni ciklus. Na osnovi tog prirasta, metodom direktnog sumiranja, izračunava se duljina pukotine u sljedećem ciklusu opterećenja te se cijeli proces ponavlja do pojave nestabilnog rasta pukotine (Slika 6.3).



Slika 6.2 Subrutina za izračun faktora intenziteta napreznja u ovisnosti o duljini pukotine i opterećenju

Program simulira i efekt srednjeg napreznja, kako kod rasta pukotine tako i kod promjene vrijednosti minimalnog propagacijskog raspona faktora intenziteta napreznja  $\Delta K_{thR}$ , kojeg računa prema jednadžbi (4.10). Za izračun minimalnog propagacijskog faktora intenziteta napreznja  $\Delta K_{thR}$  za trenutnu vrijednost faktora asimetrije ciklusa  $R$ , program mora imati dostupnu vrijednost istog za  $R = 0$ .



Slika 6.3 Subrutina za izračun rasta (propagacije) pukotine

Također, u program su ugrađena ograničenja koja služe za provjeru da li će uopće doći do propagacije pukotine u pojedinom ciklusu, u slučaju da je raspon faktora intenziteta naprežanja  $\Delta K$  manji od minimalnog propagacijskog faktora intenziteta naprežanja  $\Delta K_{thR}$  za trenutnu vrijednost faktora asimetrije ciklusa  $R$ , ili će možda doći do nestabilnog rasta pukotine već u prvom ciklusu, u slučaju da je raspon faktora intenziteta naprežanja  $\Delta K$  za zadano opterećenje veći od kritičnog faktora intenziteta naprežanja  $K_c$ .

Ukoliko kritični faktor intenziteta naprežanja za stanje ravninskog naprežanja  $K_c$  za simulirani primjer elementa s pukotinom nije dostupan, program isti izračunava u zavisnosti o debljini stjenke i vrijednosti lomne žilavosti  $K_{Ic}$ , a na osnovi izraza (3.36) ili (3.37).

Dobivene rezultate rasta pukotine u zavisnosti od broja ciklusa, prirast pukotine za svaki ciklus, kao i sve korištene ulazne i ostale izračunate vrijednosti program snima u tekstualne datoteke, te izravno u uređenu Excel datoteku radi lakše daljnje obrade dobivenih rezultata.

### 6.1.2 Pomoćna *APDL* skripta

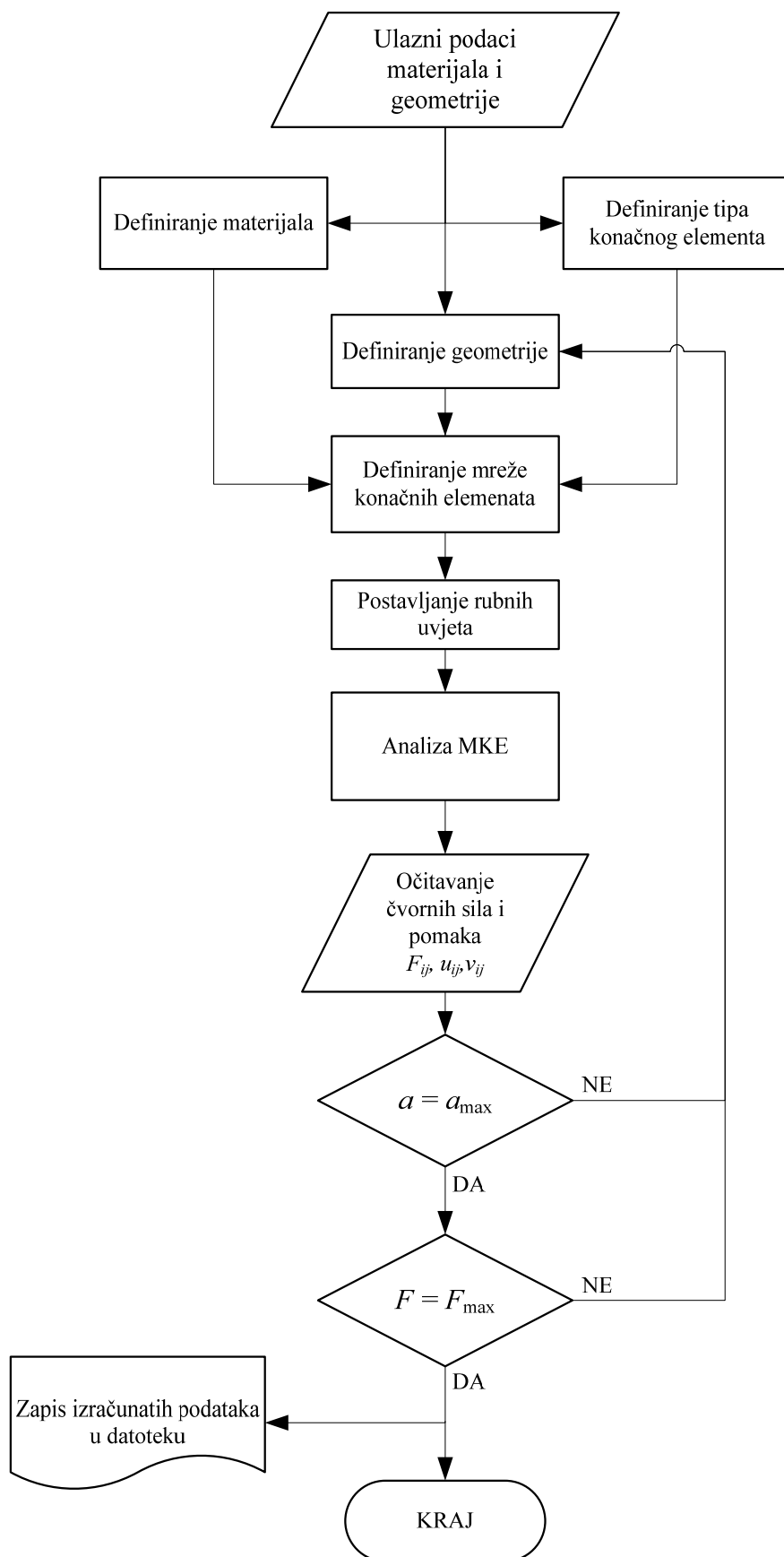
Kao pomoćni potprogram izrađena je *APDL* skripta za program ANSYS (Slika 6.4) zbog lakšeg i bržeg dobivanja rezultata MKE analiza te lakšeg formiranja ulazne datoteke za program VC-CGrow.

Skripta je u mogućnosti obavljati automatizirane izračune većeg broja MKE modela, uz promjene ključnih parametara kao što su opterećenje i duljina pukotine. Skripta automatski vrši izračune za definirane kombinacije duljine pukotine i opterećenja, počevši od početne duljine pukotine  $a_0$  i početnog opterećenja, pa do njihovih maksimalnih vrijednosti koje definira korisnik.

Skripta je napisana na takav način da omogućava jednostavnu promjenu tipa konačnog elementa koji će se koristiti u konačnoelementnoj analizi. Također, promjenom jednog parametra moguće je uključivanje automatske modifikacije konačnog elementa uz vrh pukotine u konačni element sa simulacijom singularnosti polja deformacije i naprezanja (Slika 5.10). Osim promjene tipa elementa i analiziranog stanja naprezanja, na jednostavan je način moguće promijeniti i veličinu konačnog elementa, odnosno veličinu koraka pukotine rasta pukotine, uz pomoć koje se onda kasnije automatski generira konačnoelementna mreža modela. Od ulaznih parametara skripte, treba još spomenuti mogućnost promjene podataka o materijalu, kao što su Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent, te promjenu podataka o osnovnim geometrijskim parametrima analizirane geometrije modela, kao što je npr. debljina i širina ploče i sl.

Na kraju svake pojedinačne MKE analize skripta očitava podatke o čvornim silama i čvornim pomacima relevantnih čvorova pukotine za trenutnu kombinaciju duljine pukotine i opterećenja te ih sprema u posebno formiranu matricu rješenja i pokreće sljedeću analizu u petlji.

Nakon što se izvrše sve MKE analize, matrica s rješenjima čvornih sila i pomaka se zapisuje u posebno formatiranu datoteku s rezultatima koja kasnije služi kao jedna od ulaznih datoteka za program VC-CGrow. Program u datoteku zapisuje i sve postavke analiza te karakteristike korištenog materijala i konačnih elemenata.



Slika 6.4 Blok dijagram APDL skripte



# 7. Rezultati

---

---

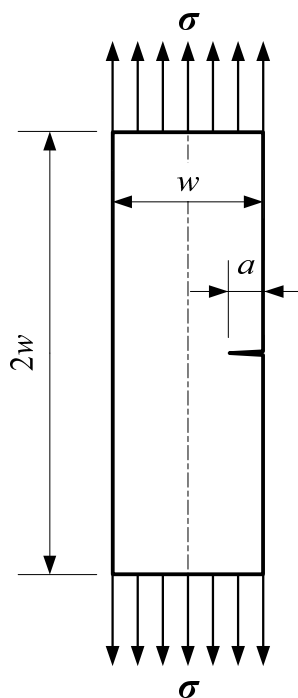
## 7.1 Rješenja faktora intenziteta naprezanja $K$ pomoću metode virtualnog zatvaranja pukotine

U ovom radu je za simuliranje rasta pukotine korištena vrijednost faktora intenziteta naprezanja  $K$  dobivena iz MKE analize metodom virtualnog zatvaranja pukotine. Da bi se procijenila točnost metode, izvršeno je nekoliko analiza točnosti dobivenih rješenja. Analize su provedene za sve tipove geometrije koja je korištena kasnije za predviđanje trajnosti konstrukcijskog elementa, a uključuju ploču s pukotinom na jednom rubu, ploču s centralnom pukotinom te standardni C(T) uzorak. Rezultati su uspoređeni s teorijskim rješenjima prema Irwinu i Feddersonu u slučaju ploče s pukotinom na jednom rubu i ploče s centralnom pukotinom (Tablica 3.1), odnosno s rješenjem danim u standardu ASTM E647 [6] u slučaju C(T) uzorka. Dobiveni rezultati su pokazali dobru podudarnost sa spomenutim teoretskim rješenjima.

### 7.1.1 Vlačno opterećena ploča s pukotinom na jednom rubu

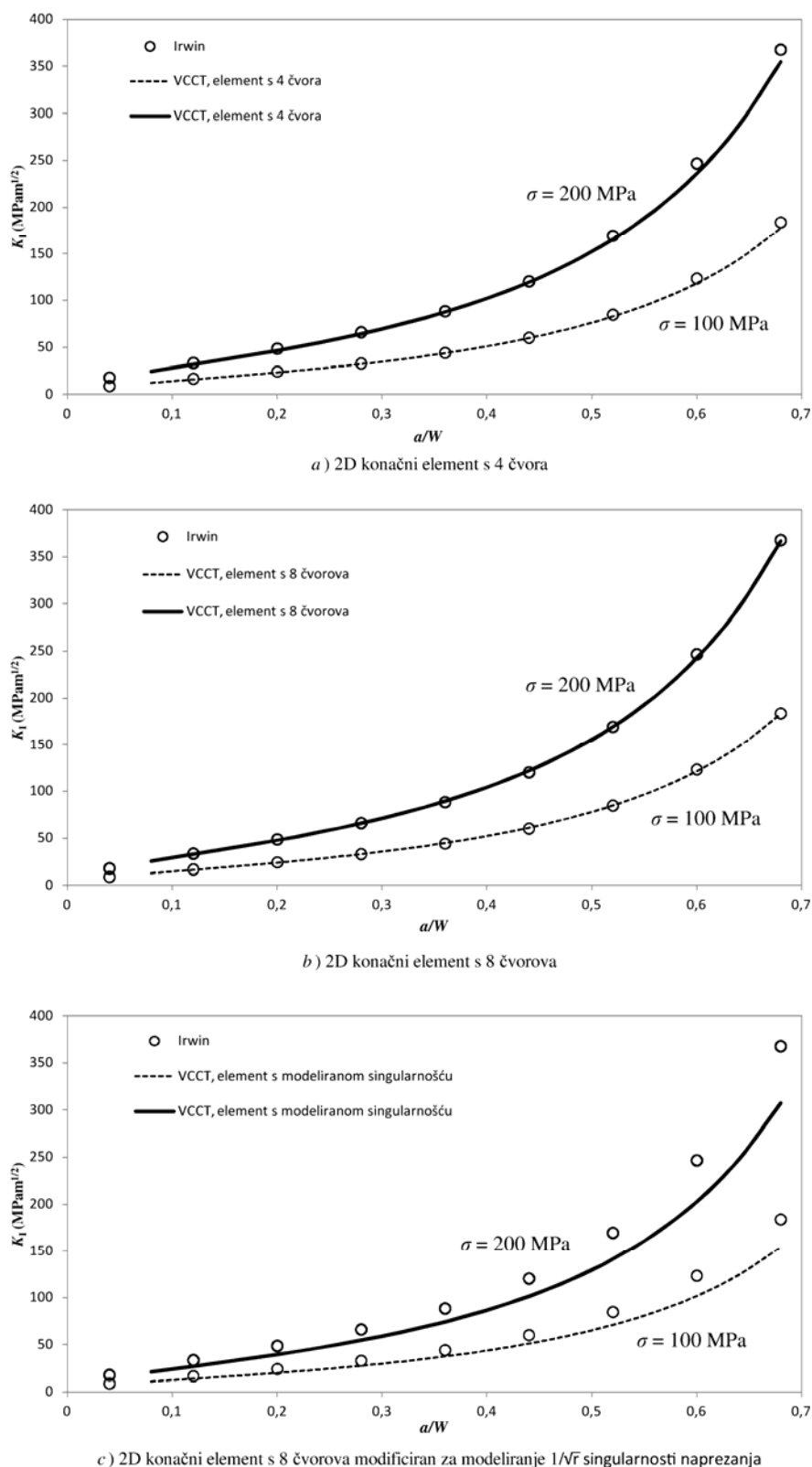
U svrhu procjene točnosti izračuna faktora intenziteta naprezanja  $K$  metodom virtualnog zatvaranja pukotine prvo je izvršena evaluacija na primjeru ploče s pukotinom na jednom rubu (Slika 7.1). Izvršena je evaluacija rezultata s obzirom na duljinu pukotine, razinu opterećenja, tip korištenog konačnog elementa te veličinu konačnog elementa.

Za prvu je evaluaciju uzet primjer čelične ploče, debljine  $B = 3$  mm, širine  $w = 50$  mm i početne duljine pukotine  $a_0 = 4$  mm. U MKE analizi su korišteni podaci za čelik 18G2A (Tablica 7.2 i Tablica 7.4).

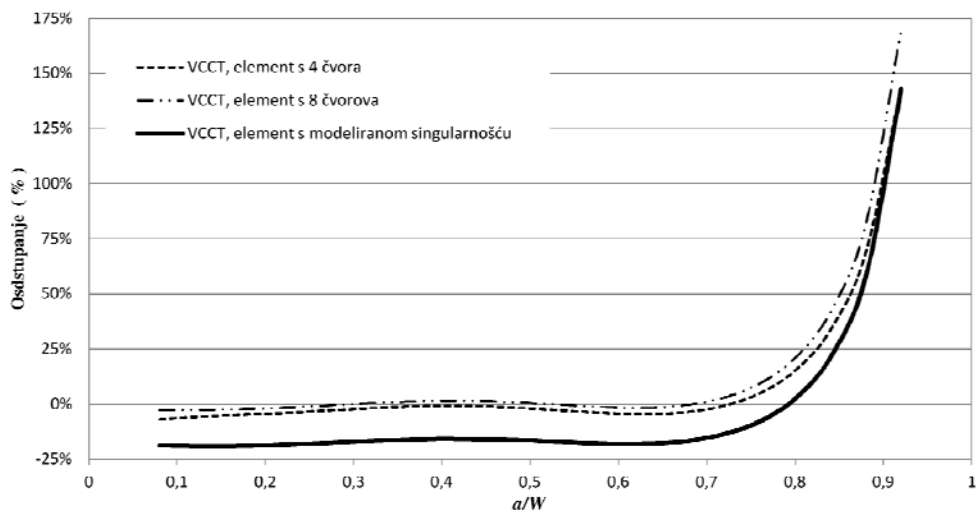


Slika 7.1 Vlačno opterećena ploča s pukotinom na jednom rubu

Prikazana su rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  za relativnu duljinu pukotine  $a/w$  od 0,08 do 0,68, za dvije razine nominalnog naprezanja od 100 i 200 MPa (Slika 7.2). *VCCT* metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja s primjenom konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova, pokazala je dobru podudarnost rješenja s teoretskim rješenjem dobivenih prema Irwinovoj relaciji. Modifikacija elemenata u vrhu pukotine radi simulacije singularnosti pokazala se kao nepotrebna, budući da je MKE analiza s tom vrstom elemenata davala čak i lošije rezultate od MKE analiza s običnim elementima s 4 i 8 čvorova. Primjena običnih dvodimenzijskih konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova pokazala se adekvatnom za primjenu pri izračunu faktora intenziteta naprezanja  $K$ , s tim da je model s elementima s 8 čvorova dao nešto točnije rezultate (Slika 7.3). Točnost rješenja, u području gdje je relativna duljina pukotine veća od približno 0,7, naglo opada zbog utjecaja ruba ploče na rješenja. Međutim, to je područje u kojemu i Parisova i Sihova metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja iz MKE modela često ne daje pouzdane rezultate zbog ograničenosti fizičkog smještaja specijalnih elemenata u preostali materijal ploče.

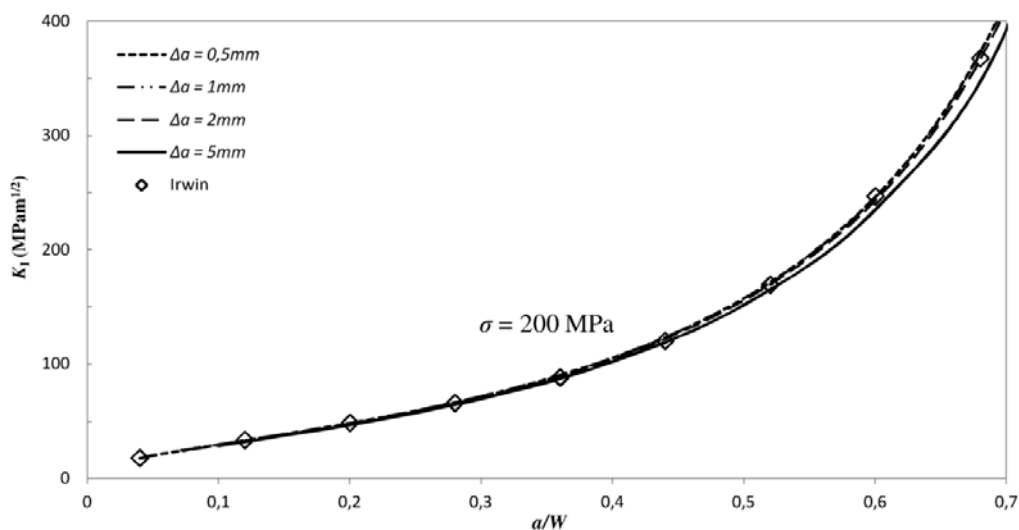


Slika 7.2 Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta naprezanja za ploču s pukotinom na jednom rubu



Slika 7.3 Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Irwinovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s pukotinom na jednom rubu

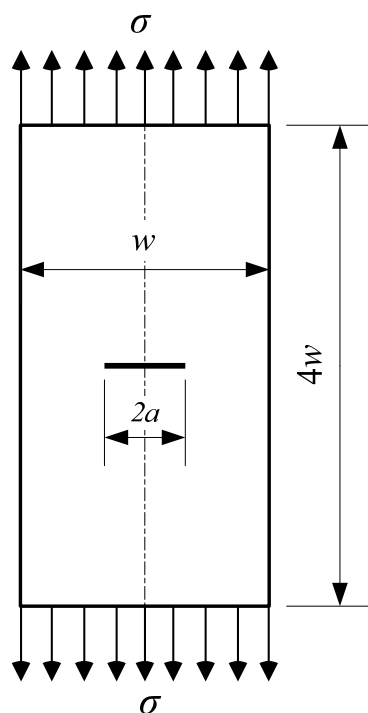
Utjecaj veličine konačnog elementa na točnost rješenja prikazan je na Slici 7.4. Čak i relativno gruba numerička mreža s konačnim elementima veličine 5x5 mm daje dovoljno dobra rješenja. Međutim, kao optimalno rješenje pokazalo se koristiti konačne elemente veličine 2 mm. Korištenje finije konačnoelementne mreže ne donosi značajno poboljšanje u rezultatima, a pridonosi značajnom povećanju potrebe za raspoloživim računalnim resursima, a time i značajno duljem vremenu izračuna.



Slika 7.4 Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta naprezanja kod 2D elementa s 8 čvorova za vlačno opterećenu ploču s pukotinom na jednom rubu

### 7.1.2 Vlačno opterećena ploča s centralnom pukotinom

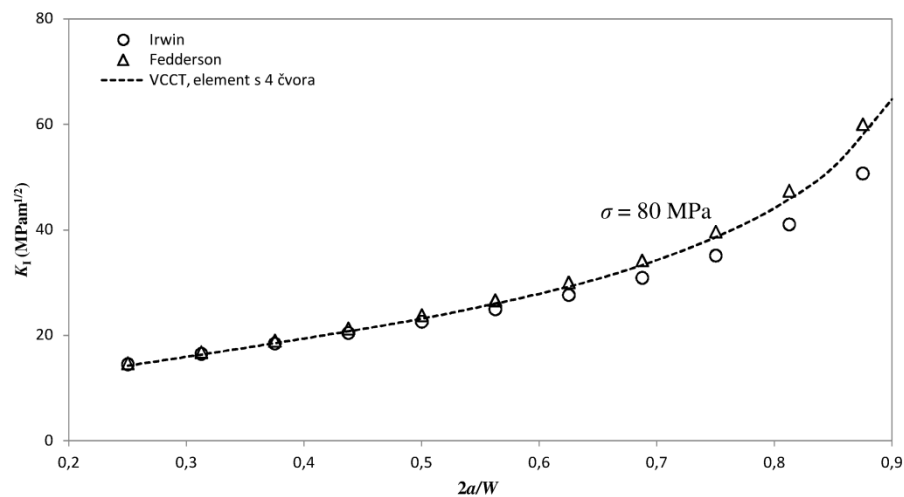
Za drugu evaluaciju točnosti izračuna faktora intenziteta naprezanja  $K$  metodom virtualnog zatvaranja pukotine korištena je geometrija ploče s centralnom pukotinom (Slika 7.5). Evaluacija dobivenih rezultata također je izvršena s obzirom na duljinu pukotine, razinu opterećenja, tip korištenog konačnog elementa te veličinu konačnog elementa. Korištena je geometrija čelične ploče debljine  $B = 4$  mm, širine  $w = 80$  mm i početne duljine pukotine  $2a_0 = 20$  mm. Korišteni materijal je također čelik 18G2A (Tablica 7.2 i Tablica 7.4).



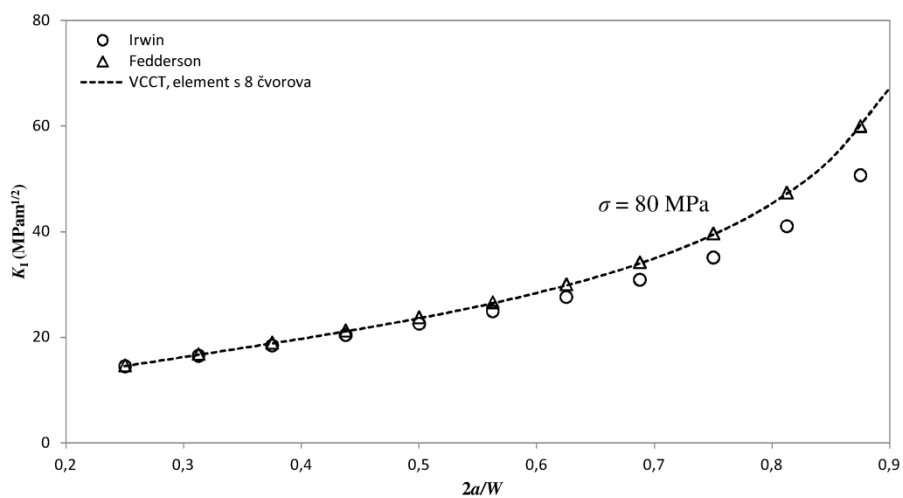
Slika 7.5 Vlačno opterećena ploča s centralnom pukotinom

Na Slici 7.6 prikazana su rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  za relativnu duljinu centralne pukotine  $2a/w$  od 0,25 do 0,9, za razinu nominalnog naprezanja od 80 MPa.

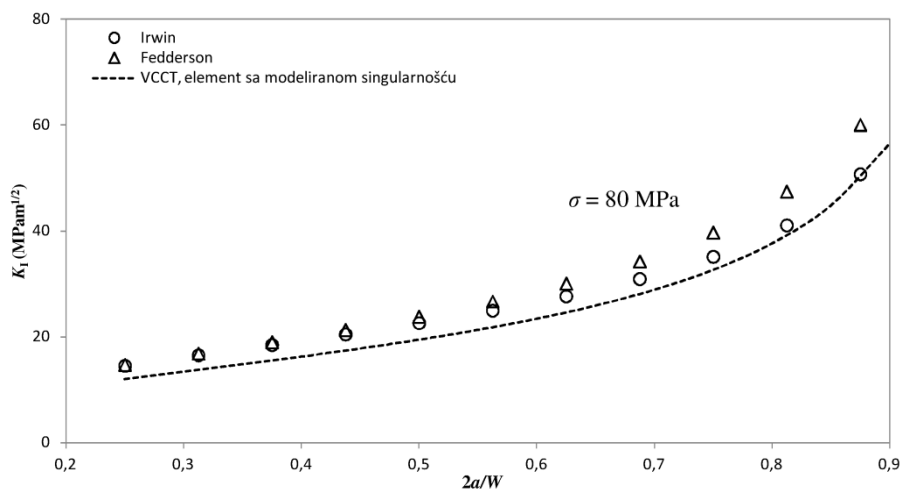
$VCCT$  metoda određivanja faktora intenziteta naprezanja s primjenom konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova, pokazala je dobru podudarnost rješenja s teoretskim rješenjem dobivenih prema Irwinovoj relaciji, a izvrsnu podudarnost s rješenjem dobivenim prema Feddersenovoj relaciji. Modifikacija elemenata u vrhu pukotine radi simulacije singularnosti i ovdje se pokazala kao nepotrebna, budući da je MKE analiza s tom vrstom elemenata davala lošije rezultate od MKE analiza s običnim elementima s 4 i 8 čvorova, uz znatno veće



a) 2D konačni element s 4 čvorova



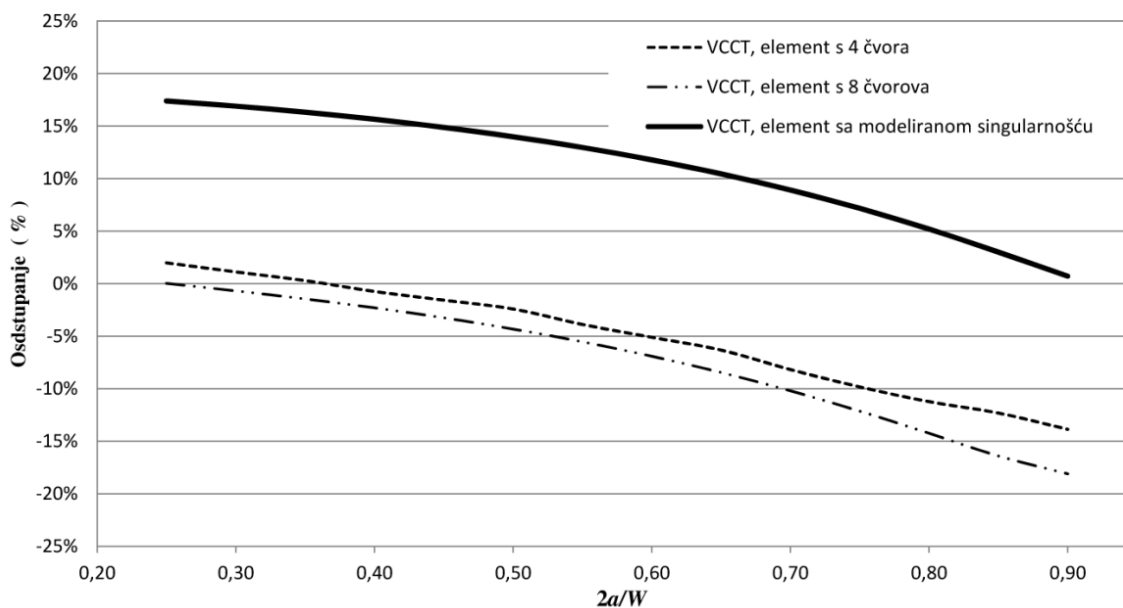
b) 2D konačni element s 8 čvorova



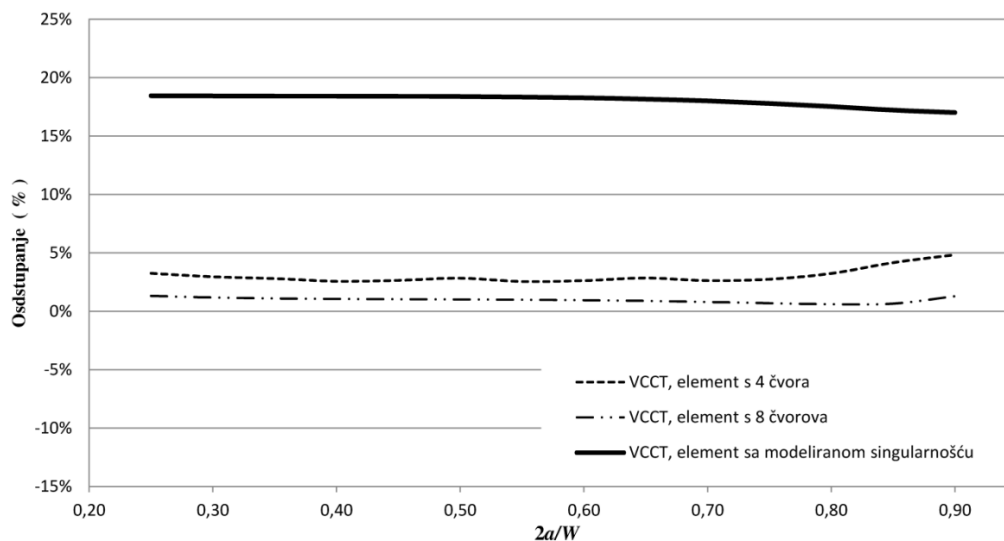
c) 2D konačni element s 8 čvorova modificiran za modeliranje  $1/r$  singularnosti napreznja

Slika 7.6 Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta napreznja za ploču s centralnom pukotinom

odstupanje od teorijskih rješenja (Slika 7.7 i Slika 7.8). Primjena običnih dvodimenzijskih konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova i na ovom se primjeru pokazala adekvatnom za primjenu pri izračunu faktora intenziteta naprezanja  $K$ , s time da su ovdje elementi s 4 čvorova dali bolje rezultate u usporedbi s rješenjem prema Irwinovoj teoriji (Slika 7.7), dok su u usporedbi s rješenjem prema Feddersonovoj teoriji bolje rezultate dali elementi s 8 čvorova (Slika 7.8). Točnost rješenja u usporedbi s rješenjem prema Irwinovoj teoriji i ovdje opada s povećanjem duljine pukotine, ali ne u tolikoj mjeri kao kod primjera s vlačno opterećenom pločom s pukotinom na jednom rubu. Ukoliko rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  dobivena metodom virtualnog zatvaranja pukotine usporedimo s rješenjem dobivenim prema Feddersonovoj teoriji, vidljivo je izvrsno poklapanje dobivenih rezultata s teoretskim rješenjima za cijeli promatrani raspon relativne duljine pukotine, uz odstupanje manje od 2% u slučaju uporabe elemenata s 8 čvorova.

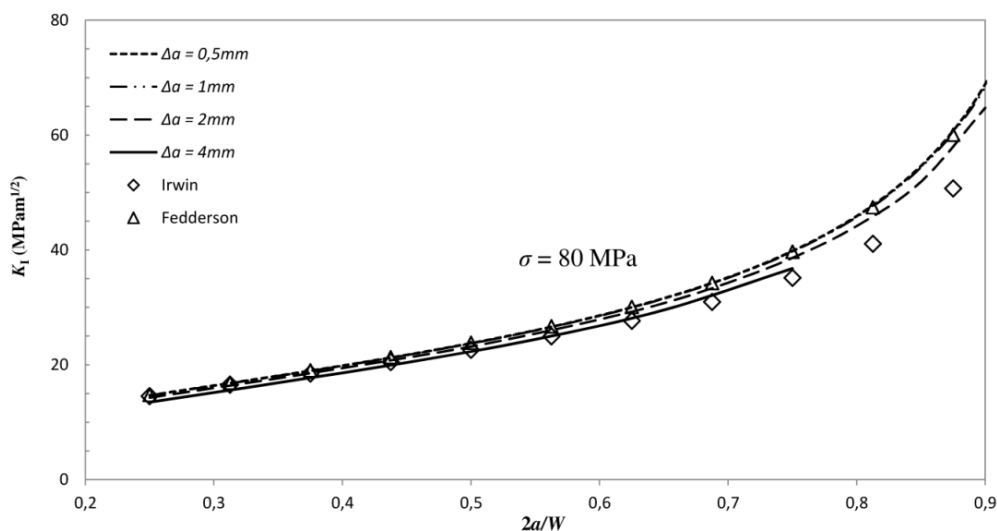


Slika 7.7 Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Irwinovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom



Slika 7.8 Odstupanje faktora intenziteta napreznja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Feddersonovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom

Utjecaj veličine konačnog elementa na točnost rješenja faktora intenziteta napreznja  $K$  kod vlačno opterećene ploče s centralnom pukotinom prikazan je na Slici 7.9. I ovdje čak i relativno gruba numerička mreža s konačnim elementima veličine  $4 \times 4$  mm daje dovoljno dobra rješenja. I ovdje se, kao i kod prošlog primjera, kao najbolje rješenje pokazalo koristiti konačne elemente veličine 1 ili 2 mm, dok finija konačnoelementna mreža ne daje bolje rezultate, a pridonosi značajnom povećanju potrebe za raspoloživim računalnim resursima.

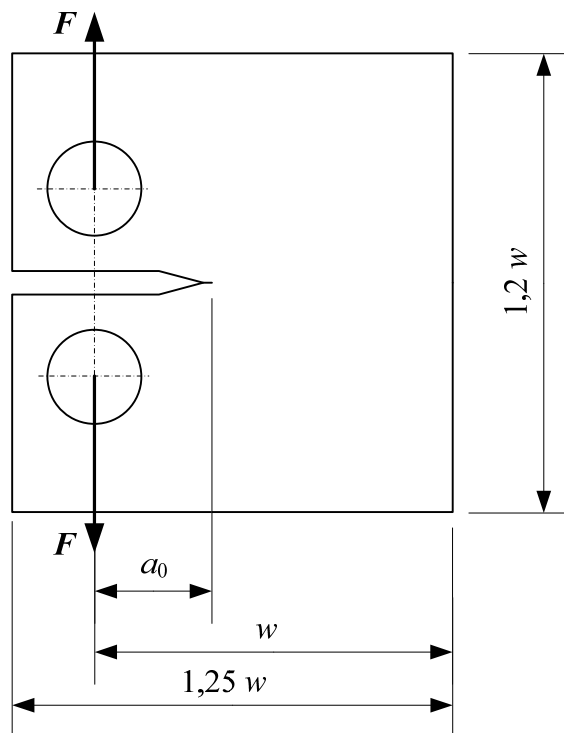


Slika 7.9 Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta napreznja kod 2D elementa s 8 čvorova za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom



### 7.1.3 Ekscentrično opterećenje - C(T) uzorak

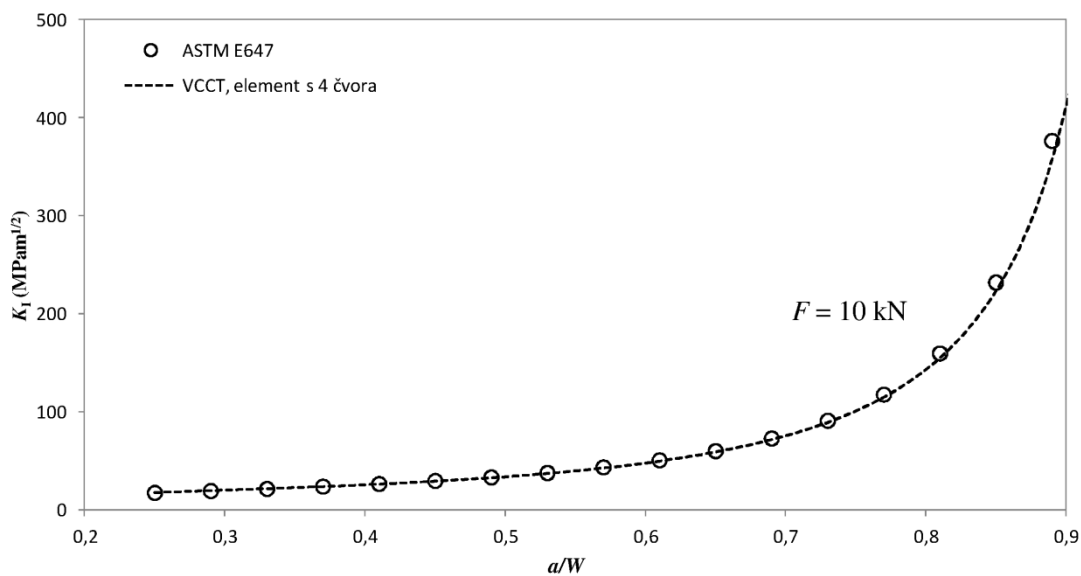
Za treću evaluaciju točnosti izračuna faktora intenziteta naprezanja  $K$  metodom virtualnog zatvaranja pukotine korištena je geometrija C(T) uzorka prema standardu ASTM E647–00 (Slika 7.10). Evaluacija dobivenih rezultata je, kao i u prethodna dva slučaja, izvršena s obzirom na duljinu pukotine, razinu opterećenja, tip korištenog konačnog elementa te veličinu konačnog elementa. Korištena je geometrija uzorka debljine  $B = 12,5$  mm, širine  $w = 50$  mm i početne duljine pukotine  $a_0 = 12,5$  mm. Korišteni materijal je čelik ASTM A516 Grade 70 s modulom elastičnosti  $E = 210$  GPa i Poissonovim koeficijentom  $\nu = 0,3$  (Tablica 7.5).



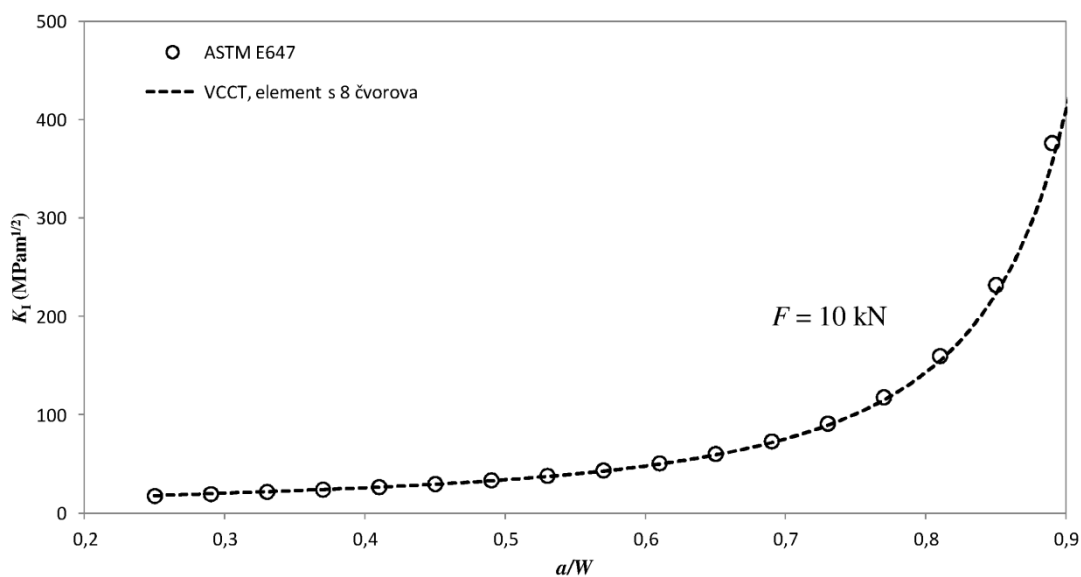
Slika 7.10 C(T) uzorak prema ASTM E647 [6] korišten za evaluaciju rezultata izračuna faktora intenziteta naprezanja

Na slici 7.11. prikazani su rezultati dobiveni primjenom 2D konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova. Prikazana su rješenja faktora intenziteta naprezanja  $K$  za relativnu duljinu pukotine  $a/w$  od 0,25 do 0,9 uz silu opterećenja od 10kN i uspoređena sa rješenjem dobivenim prema izrazu iz standarda ASTM E647–00 [6].

Budući da se primjena elemenata modificiranih za simulaciju singularnosti u prijašnjim primjerima pokazala nepotrebnom, u ovom primjeru nije izvršena analiza primjenom tih elemenata.



a) 2D konačni element s 4 čvora

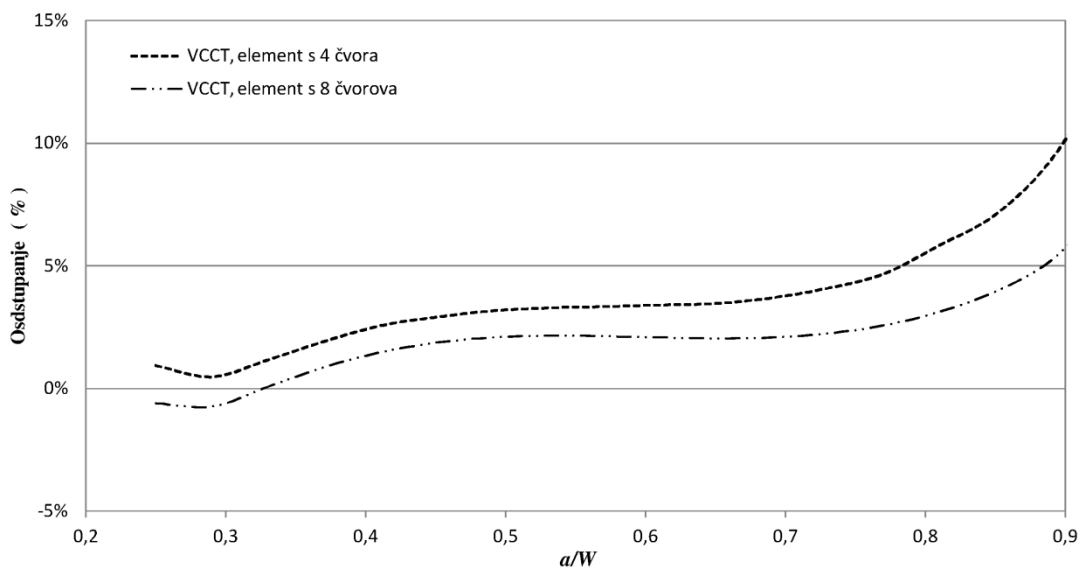


b) 2D konačni element s 8 čvorova

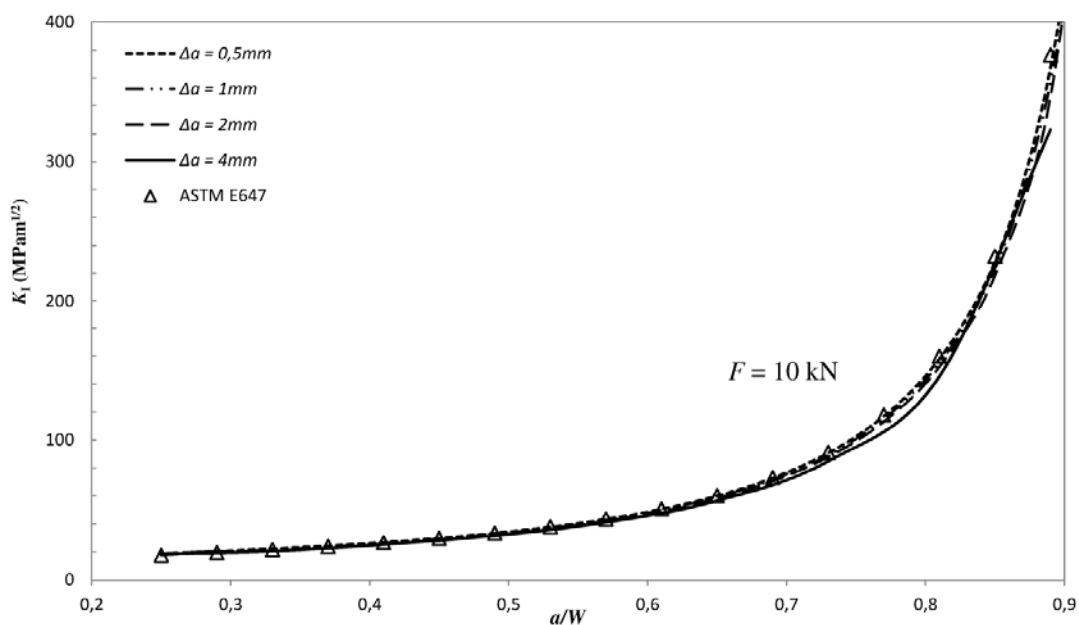
Slika 7.11 Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta naprezanja za C(T) uzorak

Dobivena rješenja pokazala su izvrsnu podudarnost s teoretskim rješenjem iz standarda. Primjena običnih dvodimenzijskih konačnih elemenata s 4 i 8 čvorova i ovdje se pokazala adekvatnom za primjenu pri izračunu faktora intenziteta naprezanja  $K$ . Za većinu raspona relativne duljine pukotine odstupanje rješenja dobivenog metodom virtualnog zatvaranja

pukotine od rješenja dobivenog izrazom iz standarda je ispod 4% za elemente s 4 čvora, odnosno ispod 3% za elemente s 8 čvorova (Slika 7.12).



Slika 7.12 Odstupanje faktora intenziteta naprežanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na standardno rješenje za C(T) uzorak prema ASTM E647



Slika 7.13 Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta naprežanja kod 2D elementa s 8 čvorova za standardni C(T) uzorak

Budući da je MKE model modeliran elementima s 8 čvorova dao rezultate koji manje odstupaju od rješenja iz standarda nego model modeliran elementima s 4 čvora, zaključak je da je pri izračunu faktora intenziteta napreznja  $K$  metodom virtualnog zatvaranja pukotine preporučljivo korištenje upravo takvih elemenata.

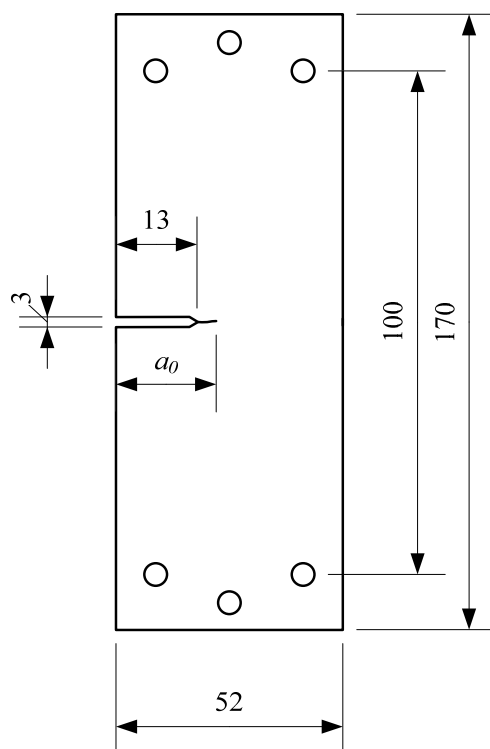
Utjecaj veličine konačnog elementa na točnost rješenja faktora intenziteta napreznja  $K$  kod kod C(T) uzorka prikazan je na Slici 7.13. I u ovom primjeru se pokazalo da čak i relativno gruba numerička mreža s konačnim elementima veličine  $4 \times 4$  mm daje relativno dobra rješenja, pogotovo za relativne duljine pukotina manje od 0,7. I ovdje se, kao i kod prošla dva primjera, kao najbolje rješenje pokazalo koristiti konačne elemente veličine 2 mm i manje. Preporučljiva je uporaba konačnih elemenata veličine ne manjih od  $1 \times 1$  mm budući da finija konačnoelementna mreža ne daje značajno bolje rezultate te samim time nepotrebno povećava potrebe za raspoloživim računalnim resursima.

## **7.2 Procjena trajnosti konstrukcijskog elementa temeljem praćenja propagacije pukotine – podaci i primjeri**

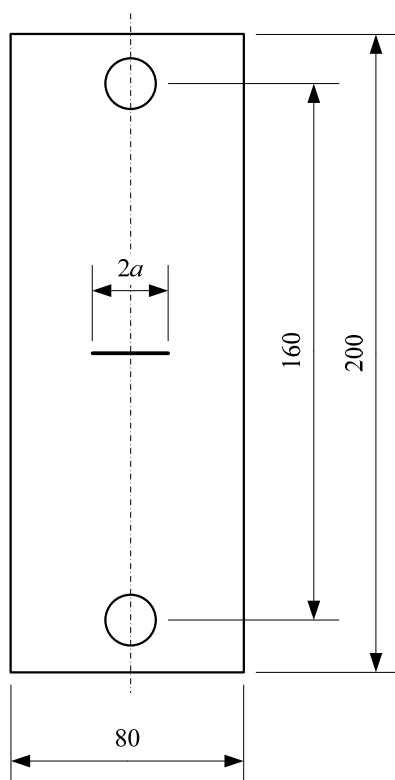
Trajnost se konstrukcijskog elementa prati, odnosno određuje, metodom virtualnog zatvaranja pukotine kojom se, uz uporabu konačnoelementne analize, dobiva vrijednost faktora intenziteta napreznja za opterećenja u trenutnom ciklusu, te se na osnovu tih vrijednosti izračunava raspon faktora intenziteta napreznja, uporabom kojega se izračunava trajnost elementa Formanovim modelom.

### **7.2.1 Podaci**

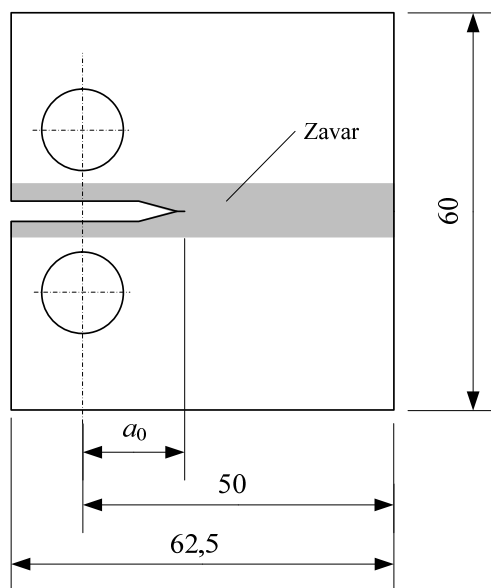
Za evaluaciju dobivenih rješenja trajnosti elementa s pukotinom korišteni su eksperimentalni podaci iz rada Mohanty, J.R. et al. [56], Skorupa, M. i Skorupa, A. [86] te Sarzosa, D.F.B. et al. [77]. Analizirana su dva slučaja ploče s pukotinom na jednom rubu [56], te standardni M(T) i C(T) uzorak prema ASTM E647-00 [6,86] (Slika 7.14, Slika 7.15 i Slika 7.16). Podaci za materijal, geometriju i opterećenje nalaze se u Tablicama 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 i 7.7.



Slika 7.14 Dimenzije uzorka s pukotinom za primjere 1 i 2 [56]



Slika 7.15 Dimenzije  $M(T)$  uzorka za primjer 3 i 5 [86]



Slika 7.16 Dimenzije C(T) epruvete korištene za primjer 4 [77]

Tablica 7.1 *Kemijski sastav korištenih aluminijskih legura* [21, 56]

MATERIJAL	Al (%)	Cu (%)	Mg (%)	Mn (%)	Fe (%)	Si (%)	Zn (%)	Cr (%)	Ostalo (%)
2024-T3	90,7-94,7	3,8-4,9	1,2-1,8	0,3-0,9	0,5	0,5	0,25	0,1	0,15
7020-T7	93,13	0,05	1,2	0,43	0,37	0,22	4,6	–	–

Tablica 7.2 *Kemijski sastav čelika u primjerima* [77, 86]

MATERIJAL	C (%)	Mn (%)	Si (%)	P (%)	S (%)	Cu (%)	Cr (%)	Ni (%)
18G2A	0,164	0,93	0,007	0,008	0,006	0,009	0,005	0,005
A516 Gr70	0,27-0,31	0,79-1,3	0,13-0,45	max. 0,035	max. 0,035	–	–	–
17-4PH (H1025)	max. 0,07	max. 1,0	max. 1,0	max. 0,04	max 0,03	3,0-5,0	15,0-17,5	3,0-5,0

Tablica 7.3 *Kemijski sastav legure Inconel 718 (ASTM B670)*

INCONEL 718 (ASTM B670)	Ni (%)	Cr (%)	Nb+Ta (%)	Mo (%)	Ti (%)	Al (%)	Co (%)	C (%)
	50-55	17-21	4,75-5,5	2,8-3,3	0,65-1,15	0,2-0,8	max. 1,0	max. 0,08
	Mn (%)	Si (%)	P (%)	S (%)	Cu (%)	B (%)	Fe (%)	Ostalo (%)
	max. 0,3	max. 0,35	max. 0,015	max. 0,015	max. 0,3	max. 0,006	ostatak	–

Tablica 7.4 *Karakteristike materijala korištenih za analizu propagacije pukotine u primjerima 1, 2 i 3 [56, 86]*

MATERIJAL		Vlačna čvrstoća, MPa	Granica tečenja, MPa	Modul elastičnosti, GPa	Poissonov koef.	Lomna žilavost, MPa√m	Konstante Formanove jednadžbe	
							$C_F$	$m_F$
Primjer 1	2024-T3	469	324	73,1	0,33	37	$1 \cdot 10^{-5}$	3,2094
Primjer 2	7020-T7	352,14	314,7	70	0,33	50,12	$1,33 \cdot 10^{-5}$	3,1954
Primjer 3	18G2A	540	398	210	0,3	68*	$2,23 \cdot 10^{-6}$ **	3,073 **

\*procijenjeno temeljem vrijednosti minimalnog udarnog rada loma za čelik S355(18G2A) kod 20°C, navedene u EN 10025-2:2004

\*\*iz eksperimentalnih podataka u [86]

Tablica 7.5 *Karakteristike materijala korištenih za analizu propagacije pukotine u primjerima 4 i 5 [21, 26, 77]*

MATERIJAL			Vlačna čvrstoća, MPa	Granica tečenja, MPa	Modul elastičnosti, GPa	Poissonov koef.	Lomna žilavost, MPa√m	Konstante Formanove jednadžbe	
								$C_F$	$m_F$
Primjer 4	A516 Gr 70	bez zavora	526	351	210	0,3	-	-	-
		sa zavarom	580	511			91*	$5,31 \cdot 10^{-7}$ **	3,256 **
Primjer 5	17-4PH (H1025)***	-	1145	196	0,272	60	$1,4 \cdot 10^{-6}$	2,65	
	Inconel 718***	-	1172	200	0,29	132	$4,29 \cdot 10^{-6}$	2,79	

\*približna vrijednost prema CVN za 20°C

\*\*iz eksperimentalnih podataka u [77]

\*\*\*podaci iz [21] i [26]

Tablica 7.6 *Geometrija i opterećenje ploče za primjere 1, 2 i 4 [56, 77]*

Primjer	$a_0$ , mm	$F_{max}$ , kN	$F_{min}$ , kN	$R$
1	17,75	7,2	0,72	0,1
2	18,3	8,89	0,89	0,1
4	12,7	7,061	0,7061	0,1

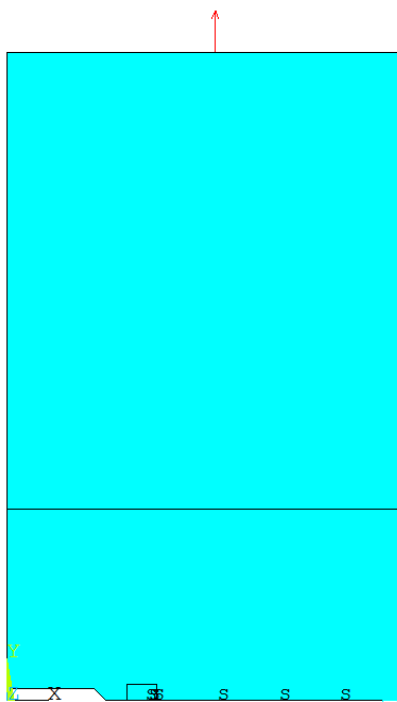
Tablica 7.7 *Geometrija i opterećenje ploče za primjere 3 i 5 [86]*

Primjer	$a_0$ , mm	$\sigma_{max}$ , MPa	$\sigma_{min}$ , MPa	$R$
3	10	94,12	14,12	0,15
		160	80	0,5
5	12,5	50	5	0,1

## 7.2.2 Primjeri

### Primjer 1.

Prvi primjer je ploča s pukotinom inicijalne duljine  $a_0 = 17,75$  mm (Slika 7.18 i Slika 7.21). MKE model je izrađen korištenjem simetrije da bi se smanjili potrebni računalni resursi za analizu (Slika 7.17). MKE model je mapirano omrežen elementima  $2 \times 2$  mm oko vrha pukotine, dok je ostatak geometrije omrežen numeričkom mrežom sa krupnijim elementima (Slika 7.18).

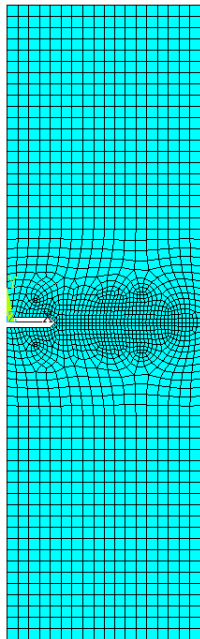


Slika 7.17 Geometrija MKE modela za primjer 1 i 2

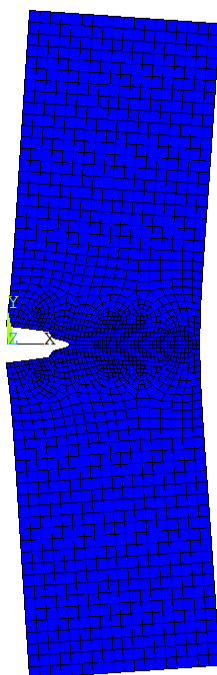
Prema eksperimentu, predviđena duljina pukotine pri pojavi nestabilnog loma je  $a_f = 34$  mm, a VC-CGrow je predvidio nastupanje nestabilnog loma pri duljini od 34,8 mm. Također, izračunato je da će do pucanja doći nakon 125626 ciklusa, dok je rezultat iz eksperimenta [56] 125088 ciklusa. Dakle, možemo zaključiti da je trajnost relativno dobro predviđena, kao i duljina pukotine pri kojoj će doći do katastrofalnog loma. Predviđeni rast pukotine odvija se u skladu sa eksperimentalnim podacima, osim u zadnjih par tisuća ciklusa kada je procijenjena brzina propagacije pukotine nešto manja nego u rezultatima eksperimenta (Slika 7.23). Prirast pukotine u odnosu na raspon intenziteta naprezanja očekivano prati vrijednosti Formanove jednadžbe (Slika 7.24). Valja napomenuti da su sva prikazana rješenja po Formanu ( $\diamond$ ) (Slika 7.24, Slika 7.25, Slika 7.29, Slika 7.30) dobivena analitičkim izrazom



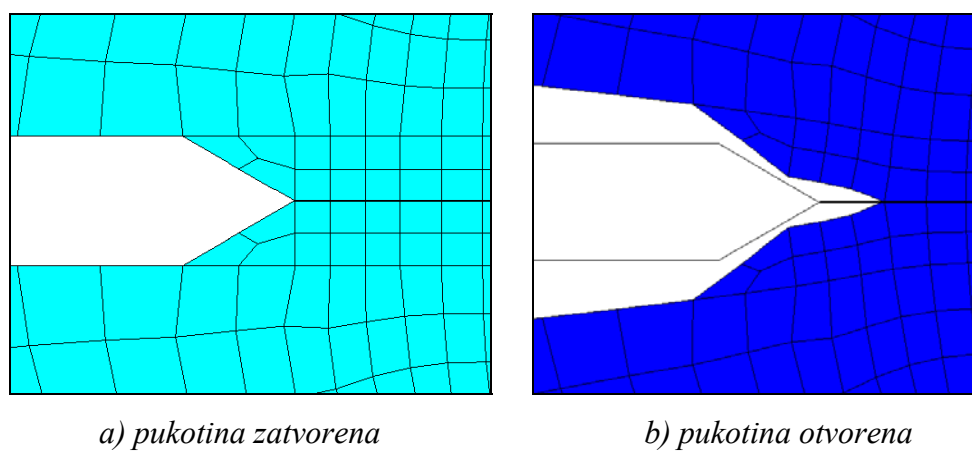
(4.17) uz uvrštene vrijednosti za  $\Delta K$  prema izrazu (4.6). Rješenja dobivena programom VC-CGrow također uključuju Formanovu formulaciju, s tim što je u tim slučajevima  $\Delta K$  dobiveno temeljem MKE analize.



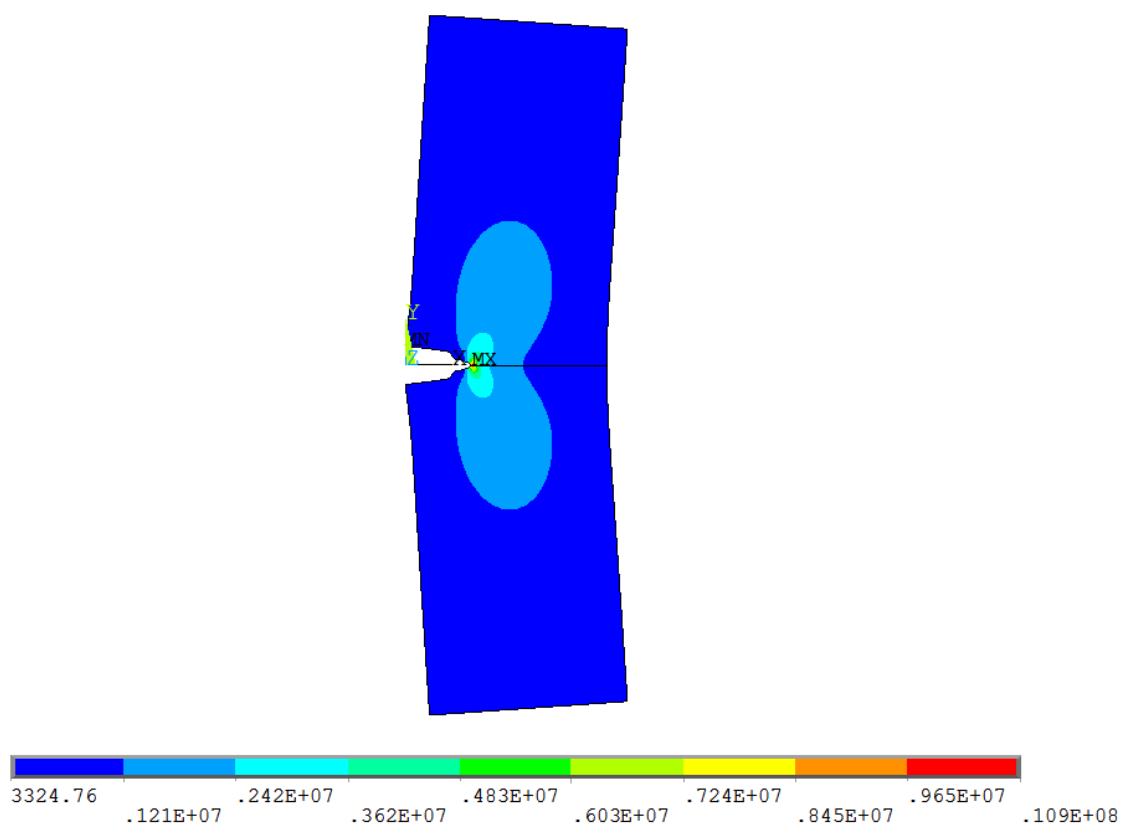
Slika 7.18 Mreža konačnih elemenata za MKE model za primjer 1 sa numeričkom mrežom zrcaljenom oko linije simetrije



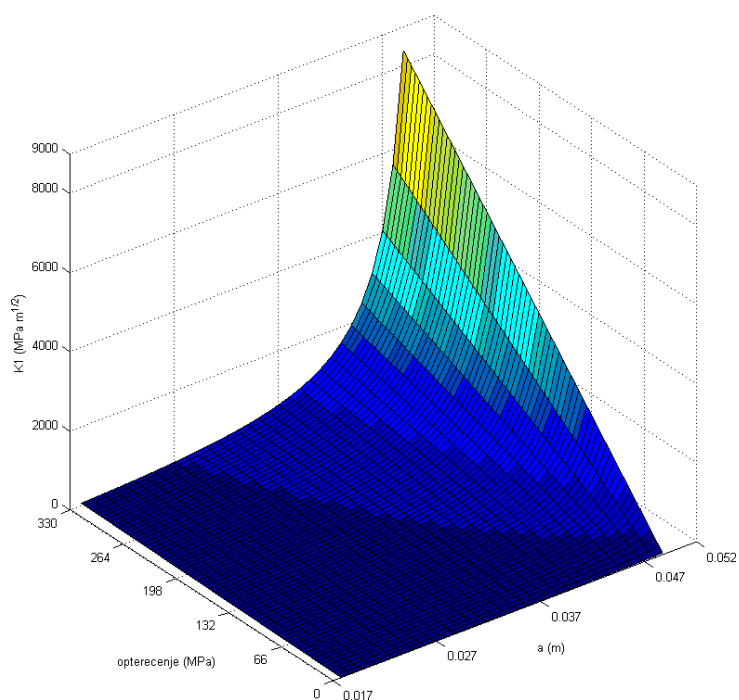
Slika 7.19 Deformirani MKE model za primjer 1



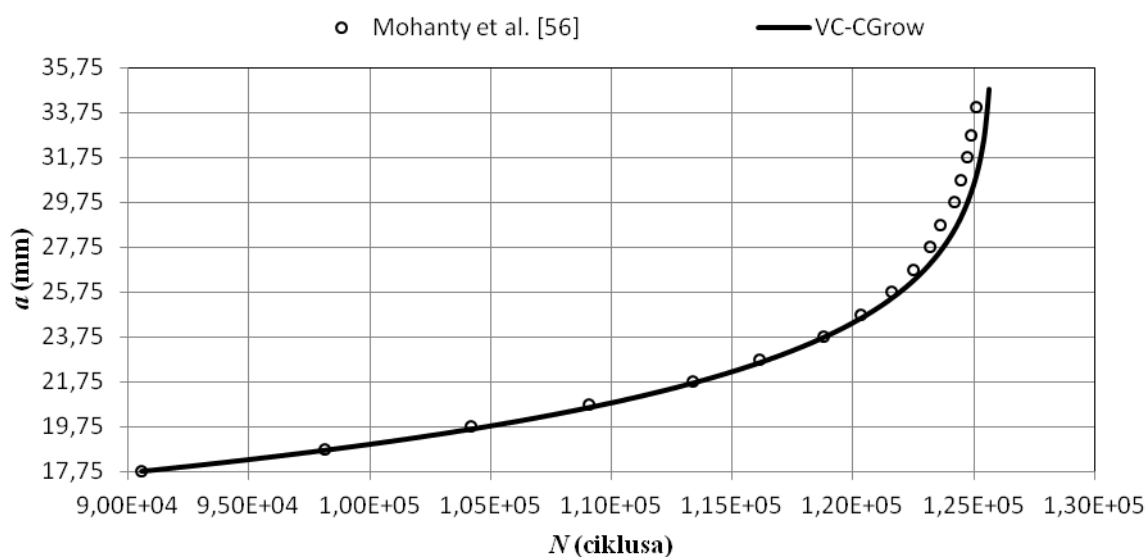
Slika 7.20 Nedeformirani i deformirani vrh pukotine za primjer 1



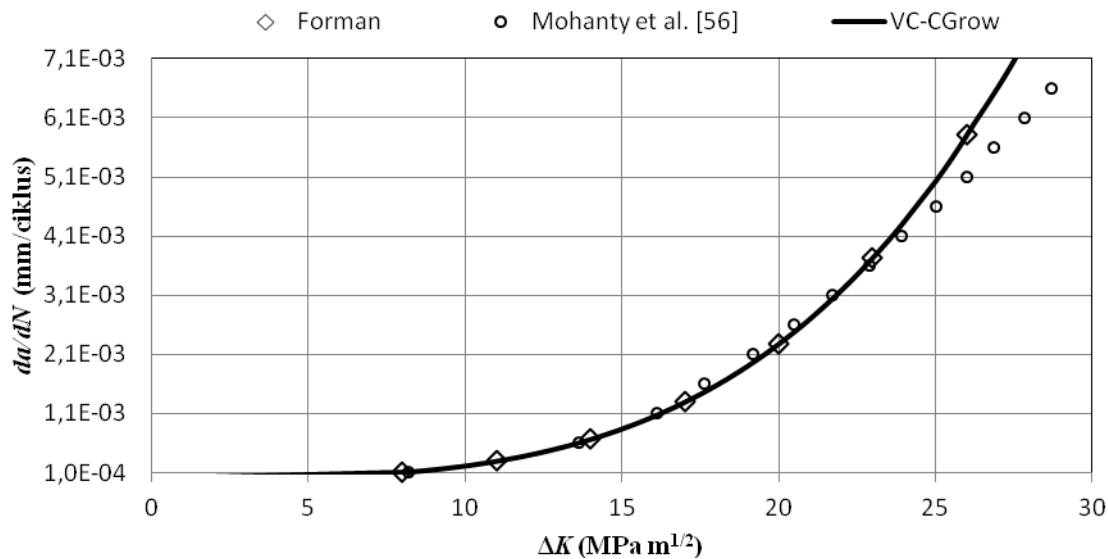
Slika 7.21 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 1



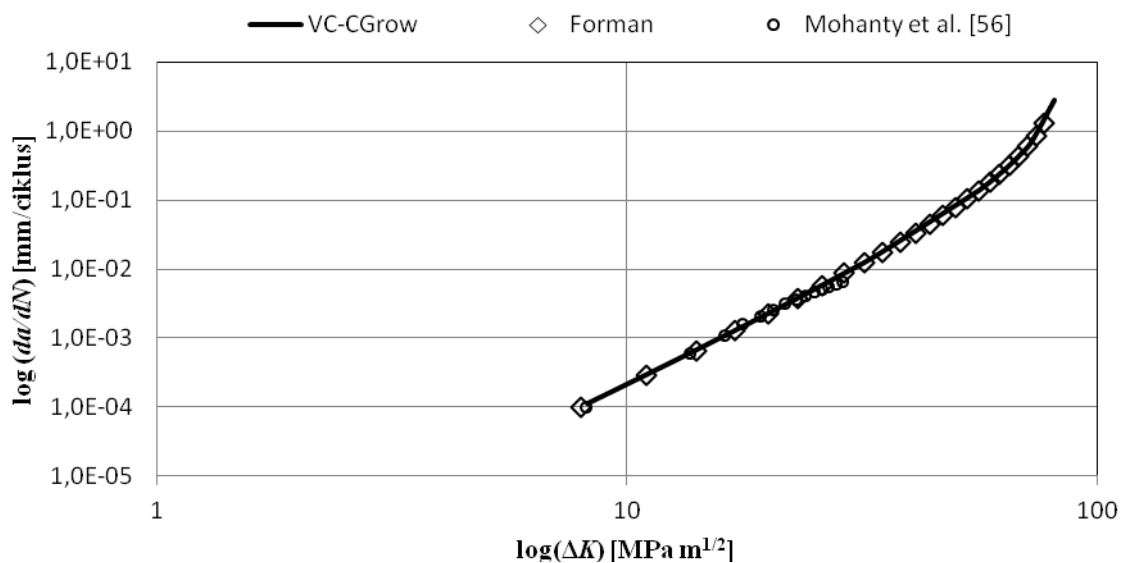
Slika 7.22 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 1



Slika 7.23 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 1

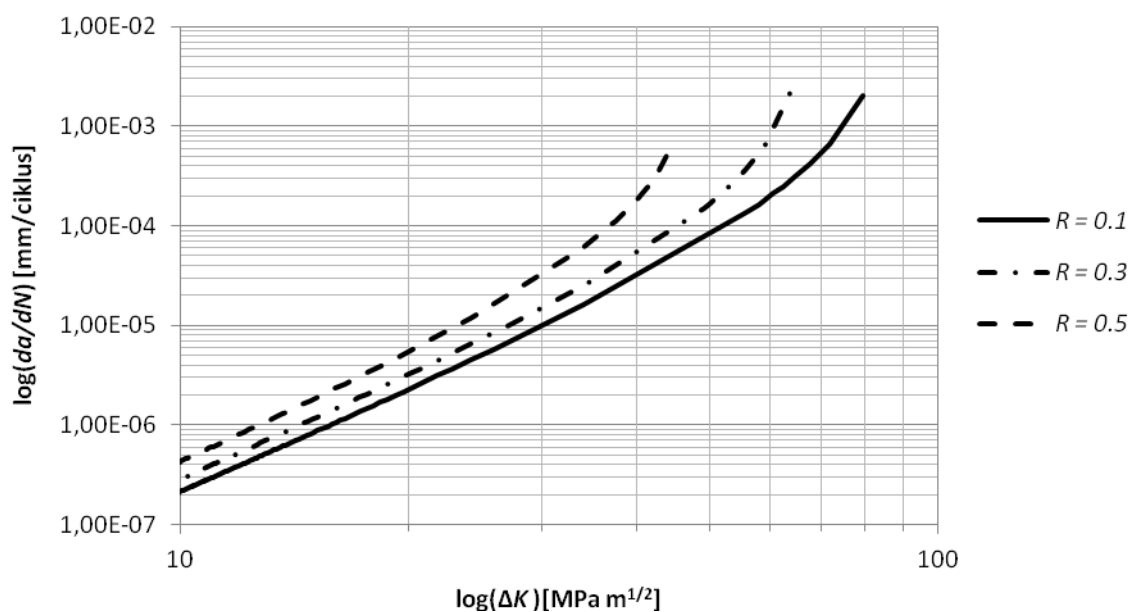


Slika 7.24 Zavisnost prirasta pukotine od raspona faktora intenziteta napreznja za primjer 1

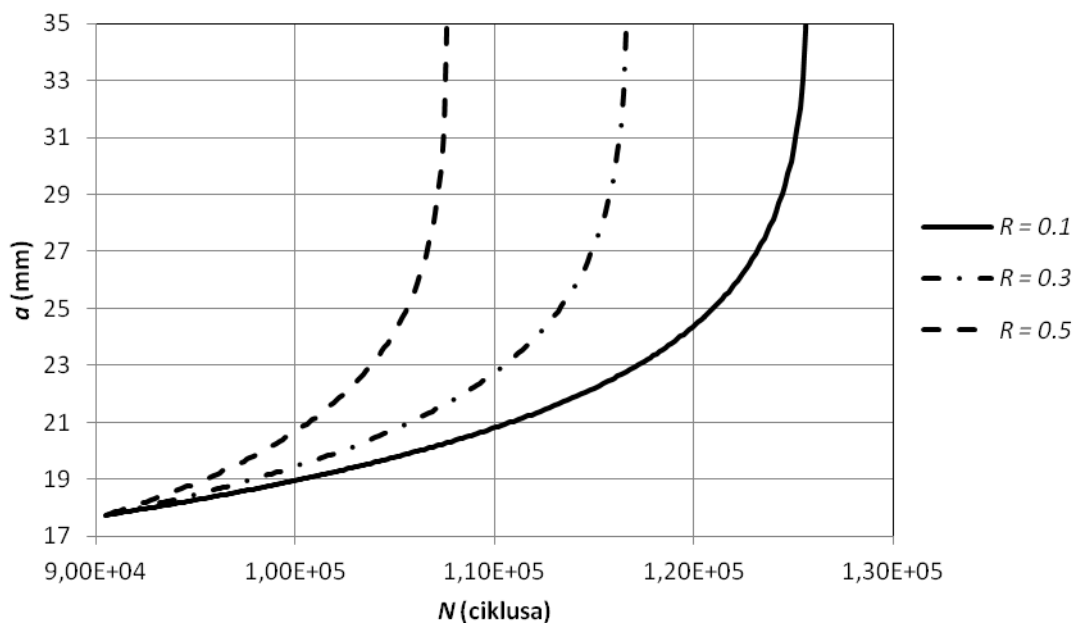


Slika 7.25 Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 1

Na ovom je primjeru ispitano i ponašanje programa pri promjeni faktora asimetrije ciklusa  $R$  uz konstantni raspon nominalnog napreznja  $\Delta\sigma = 19,172$  MPa. Dobiveni rezultati pokazuju da program za veće vrijednosti  $R$  pomiče krivulju brzine rasta pukotine ulijevo (Slika 7.26) i daje manju trajnost odnosno manji broj ciklusa do puknuća ploče (Slika 7.27).



Slika 7.26 Zavisnost krivulje brzine rasta pukotine o faktoru asimetrije ciklusa za primjer 1

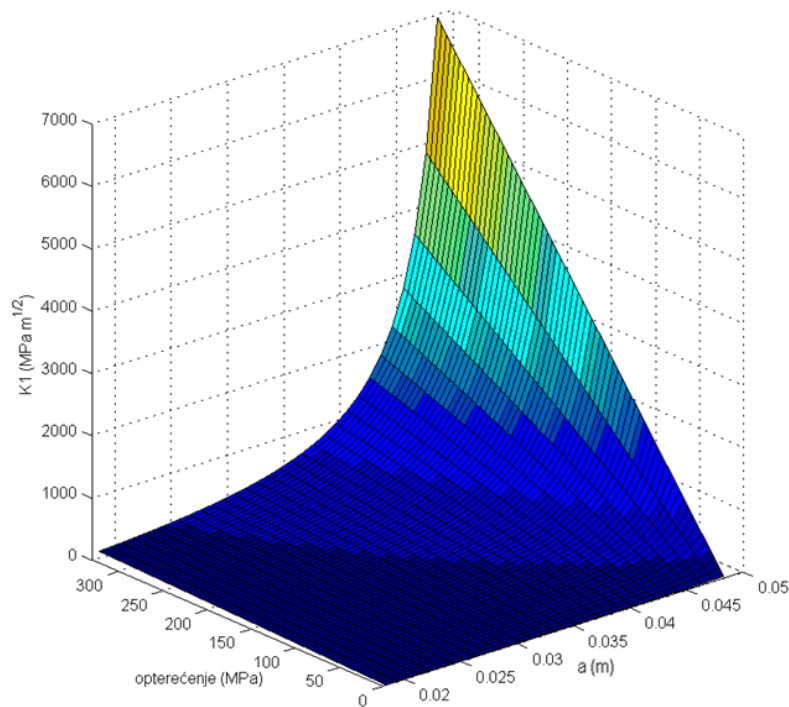


Slika 7.27 Zavisnost izračunate trajnosti elementa iz primjera 1 za različite faktore asimetrije ciklusa  $R$

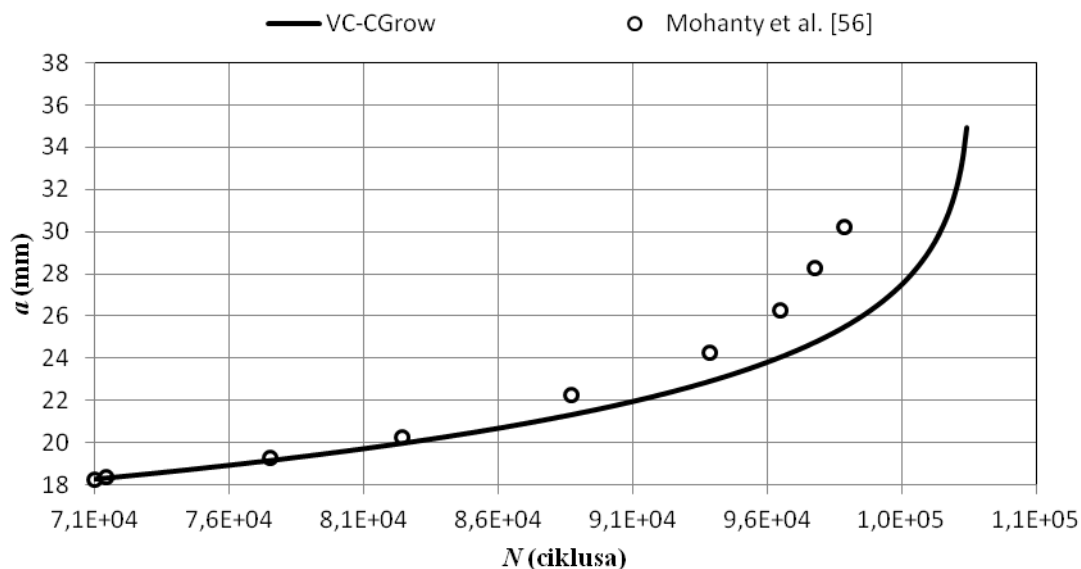
## Primjer 2.

Drugi primjer je ploča s pukotinom iste geometrije kao i u prvom primjeru, ali s pukotinom inicijalne duljine  $a_0 = 18,3$  mm. Razlika u odnosu na prvi primjer je i u materijalu ploče i opterećenju kojem je ista podvrgnuta. MKE model modeliran je na isti način tj. korištena je simetrija modela.

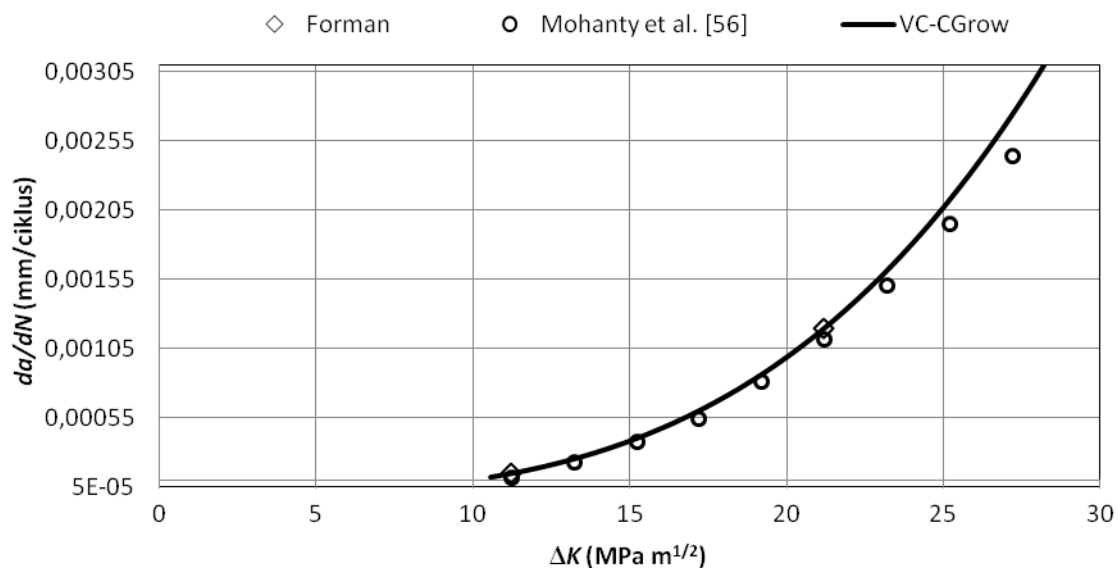
Prema eksperimentu, predviđena duljina pukotine pri pojavi nestabilnog loma je  $a_f = 30,24$  mm, a programom VC-CGrow je predviđeno nastupanje nestabilnog loma pri duljini od 34,9 mm. Također, izračunato je da će do pucanja doći nakon 103401 ciklusa, dok je rezultat iz eksperimenta [56] 98829 ciklusa. Dakle, možemo zaključiti da je u ovom primjeru trajnost relativno dobro predviđena, iako nešto lošije nego u primjeru 1. Predviđena duljina pukotine pri lomu pokazuje veće odstupanje, a trend rasta pukotine dobro prati eksperimentalne podatke, uz nešto veće odstupanje u području nakon 90 tisuća ciklusa (Slika 7.29). Prirast pukotine u odnosu na raspon intenziteta naprezanja i ovdje očekivano prati vrijednosti Formanove jednadžbe (Slika 7.30).



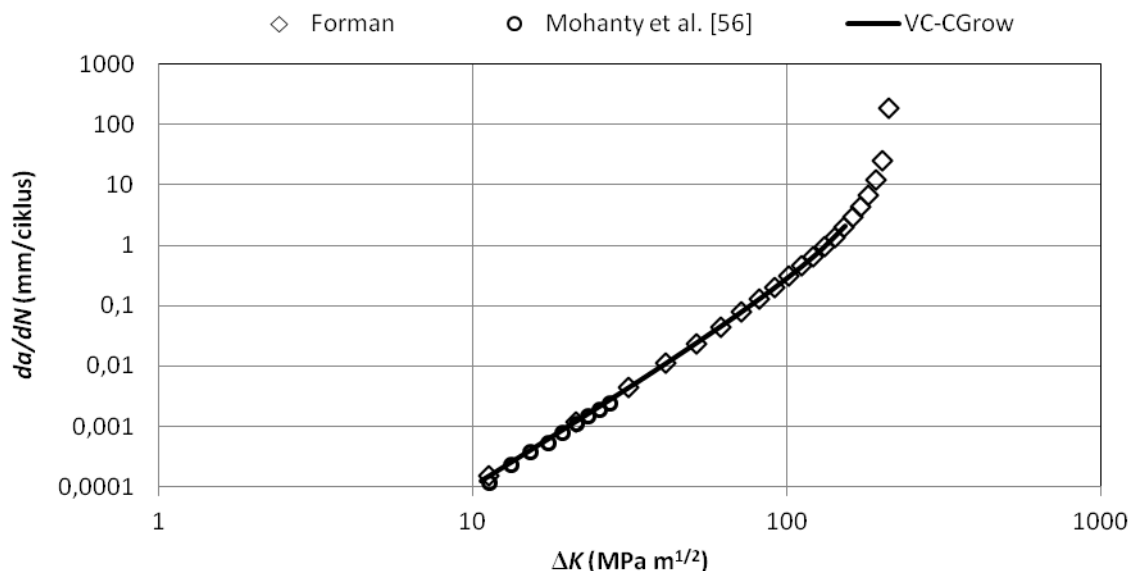
Slika 7.28 *Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 2*



Slika 7.29 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 2



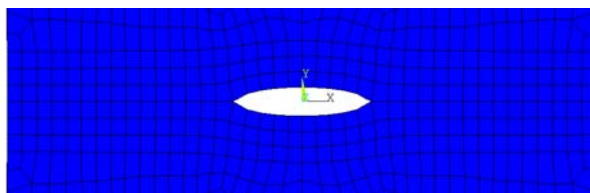
Slika 7.30 Zavisnost prirasta pukotine od raspona faktora intenziteta naprezanja za primjer 2



Slika 7.31 Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 2

**Primjer 3.**

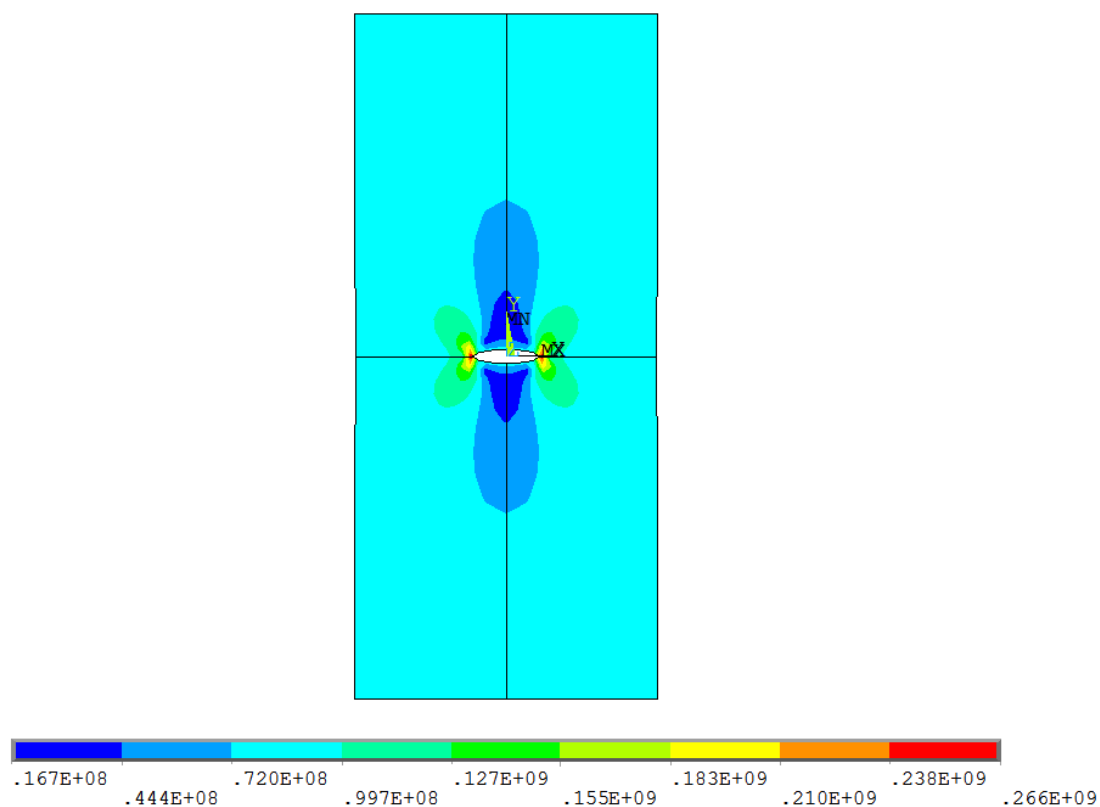
Treći primjer za usporedbu rezultata je M(T) uzorak (eng. *middle tension specimen*) prema [86] sa početnom duljinom pukotine  $a_0 = 10$  mm (Slika 7.15, Slika 7.33, Slika 7.34).



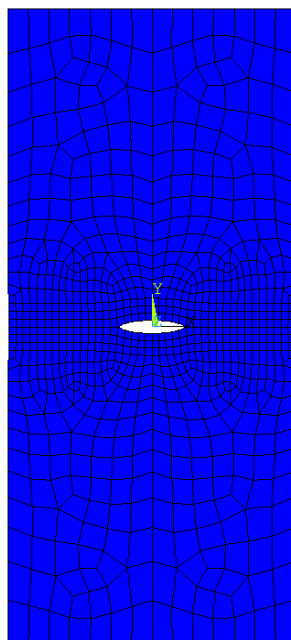
Slika 7.32 Detalj mreže konačnih elemenata na pravcu rasta pukotine za primjer 3

Da bi se smanjili potrebni računalni resursi za analizu, MKE model je izrađen korištenjem simetrije, odnosno modelirana je samo četvrtina geometrije. Rješenja ekvivalentnog napreznja prema von Misesovoj teoriji prikazana su na modelu zrcaljenom oko linija simetrije (Slika 7.33). MKE model je mapiran konačnim elementima dimenzija  $1 \times 1$  mm na pravcu rasta pukotine (Slika 7.32), dok je ostatak geometrije omrežen numeričkom mrežom s krupnijim konačnim elementima zbog racionalizacije računalnih zahtjeva modela (Slika 7.34). Na osnovi takvog modela, iz rezultata MKE analize dobivene su čvorne sile i pomaci potrebni za izračun potrebnih faktora intenziteta napreznja  $K$  u ovisnosti o duljini pukotine i nominalnom opterećenju (Slika 7.35).

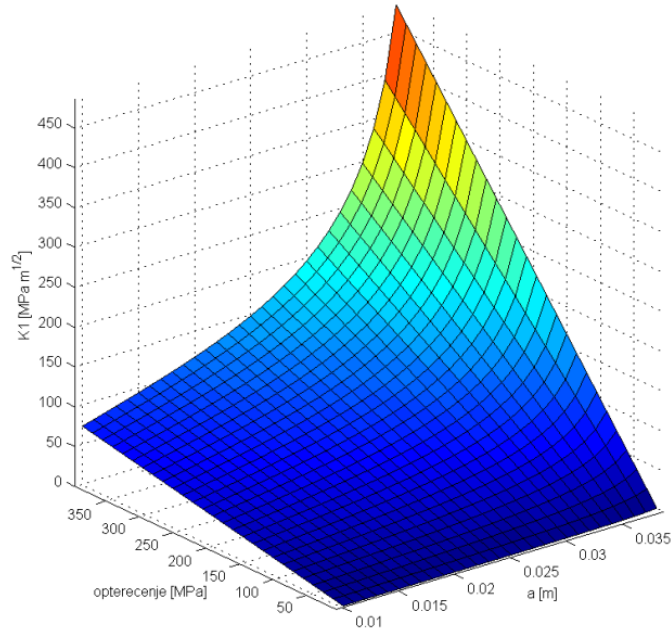




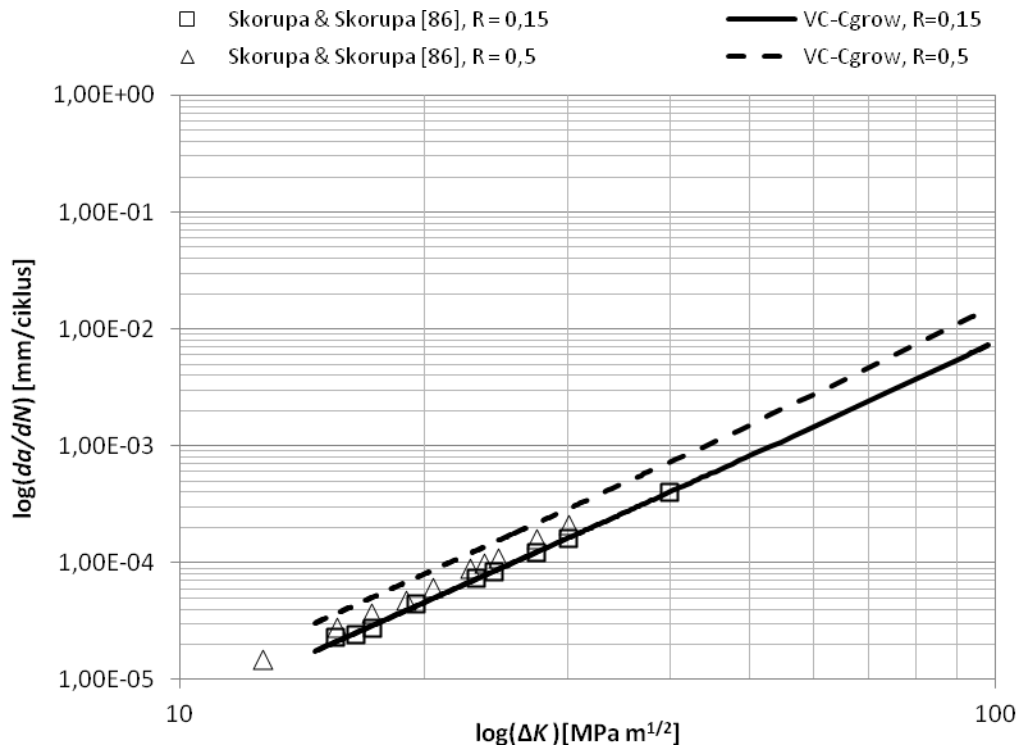
Slika 7.33 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 3



Slika 7.34 Deformirani MKE model  $M(T)$  uzorka za primjer 3



Slika 7.35 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 3



Slika 7.36 Krivulje brzine rasta pukotine za primjer 3

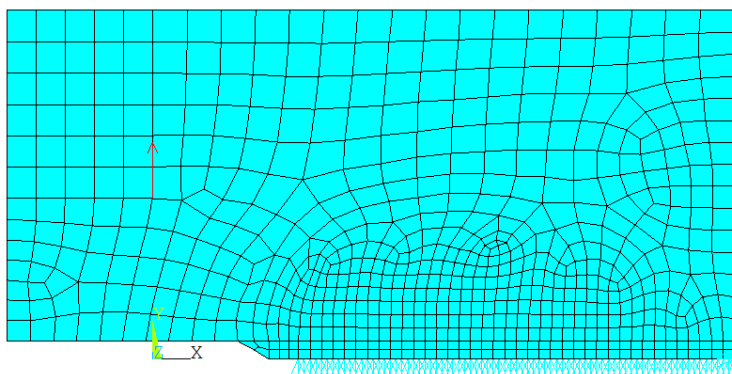
Budući da mnogi podaci za usporedbu nisu bili dostupni, na ovom primjeru je provjeren samo izračun brzine propagacije pukotine te je isti uspoređen sa eksperimentalnim rezultatima

iz rada [86]. Rezultati brzine propagacije pukotine dobiveni programom VC-CGrow su pokazali dobro poklapanje s dostupnim eksperimentalnim podacima (Slika 7.36).

#### Primjer 4.

Za četvrti korišteni primjer korišten je C(T) uzorak (eng. *compact tension specimen*) sa zavarom iz [77], s pukotinom inicijalne duljine  $a_0 = 12,7$  mm (Slika 7.16). Korištene su karakteristike materijala A516 Grade 70 sa zavarom [77] (Slika 7.5). Budući da vrijednost lomne žilavosti  $K_{Ic}$  za taj materijal sa zavarom nije pronađena u literaturi, njezina vrijednost je aproksimirana vrijednošću lomne žilavosti dobivene temeljem minimalne vrijednosti rada loma od  $CVN = 40J$  za  $20^\circ C$ . Usvojena vrijednost minimalne lomne žilavosti iznosi  $\sim 91 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , što odgovara vrijednosti za materijal ASTM A517 GrF.

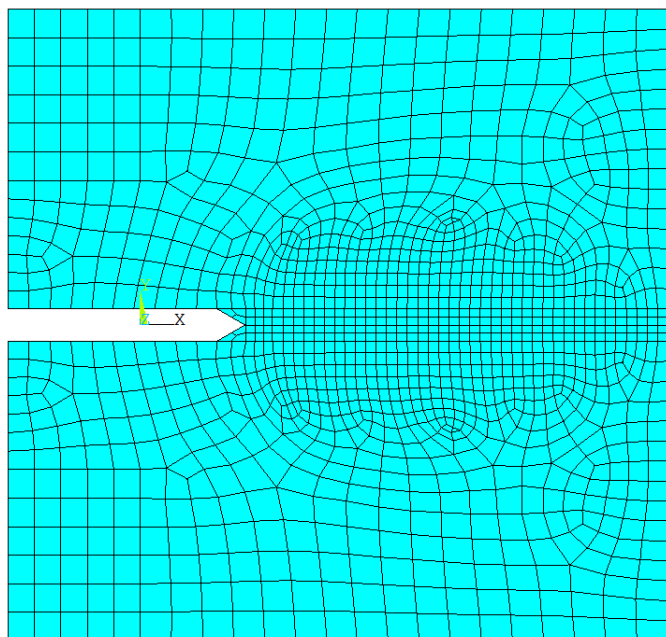
Potrebna geometrija za dobivanje faktora intenziteta naprezanja modelirana je pojednostavljeno, te je takva geometrija omrežena mrežom konačnih elemenata (Slika 7.37, Slika 7.38 i Slika 7.39). Na tako dobivenom modelu vršena je MKE analiza (raspodjela ekvivalentnog naprezanja za početnu duljinu pukotine prikazana je na Slici 7.40) na osnovi koje su dobivene čvorne sile i pomaci na površini pukotine potrebni za izračun potrebnih faktora intenziteta naprezanja  $K$  u ovisnosti o duljini pukotine i opterećenju (Slika 7.41).



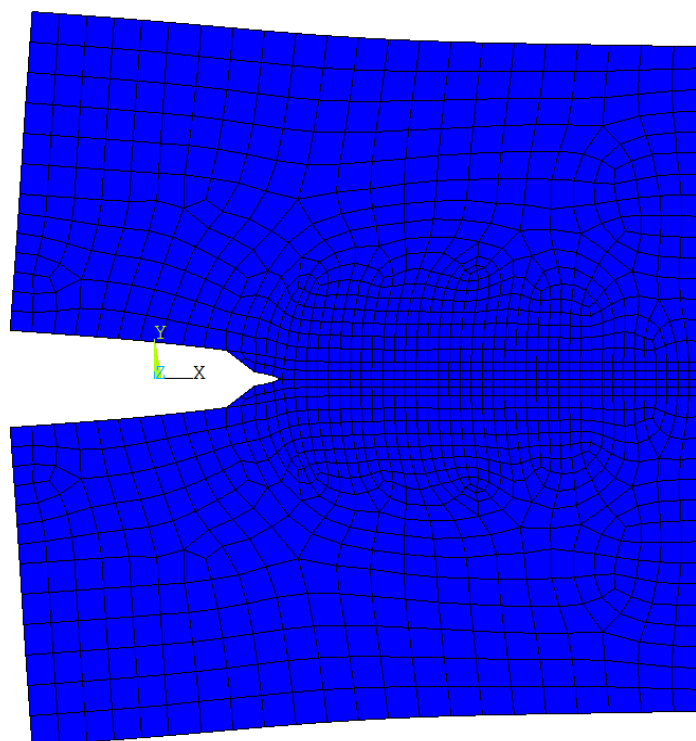
Slika 7.37 MKE model za primjer 4

Za prije opisani MKE model, programom VC-CGrow, izračunata je trajnost elementa od 1068031 ciklusa (Slika 7.42), dok je trajnost takvog C(T) uzorka prema eksperimentu 1044000 ciklusa [77]. Dakle, možemo zaključiti da je trajnost i u ovom slučaju dovoljno dobro predviđena. Predviđeni rast pukotine odvija se u skladu s eksperimentalnim podacima, a kroz povijest ciklusa opterećenja vidi se da je predviđena duljina pukotine za većinu ciklusa

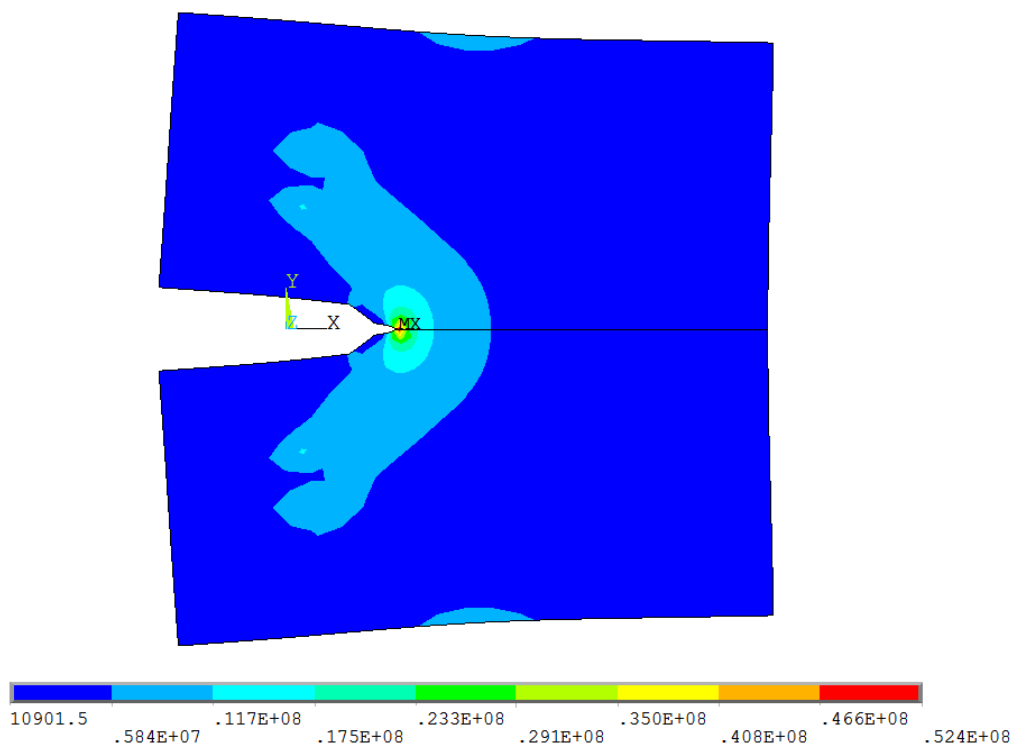
nešto veća nego u rezultatima eksperimenta (Slika 7.42). Prirast pukotine u odnosu na raspon intenziteta naprezanja dobro prati eksperimentalne vrijednosti (Slika 7.43).



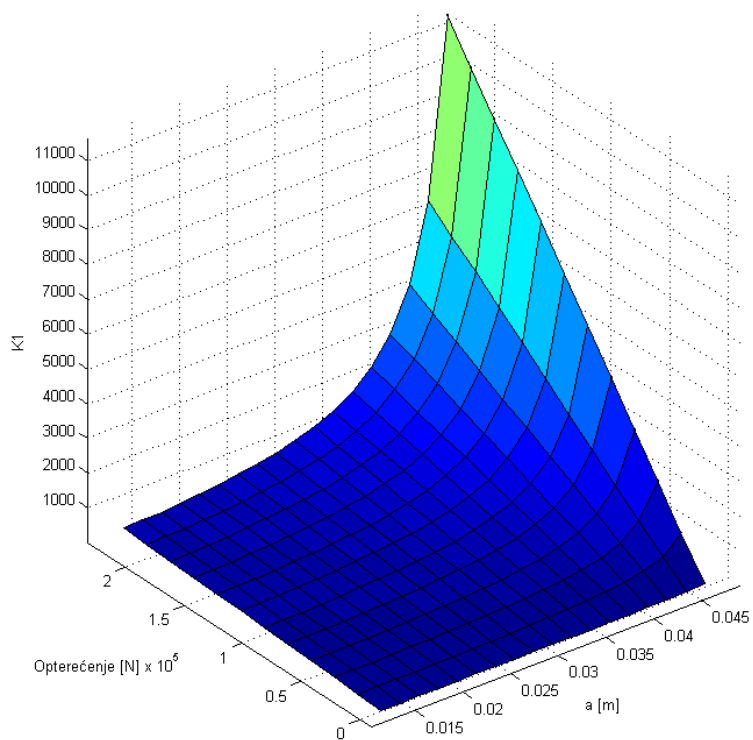
Slika 7.38 Mreža konačnih elemenata  $C(T)$  uzorka za primjer 4



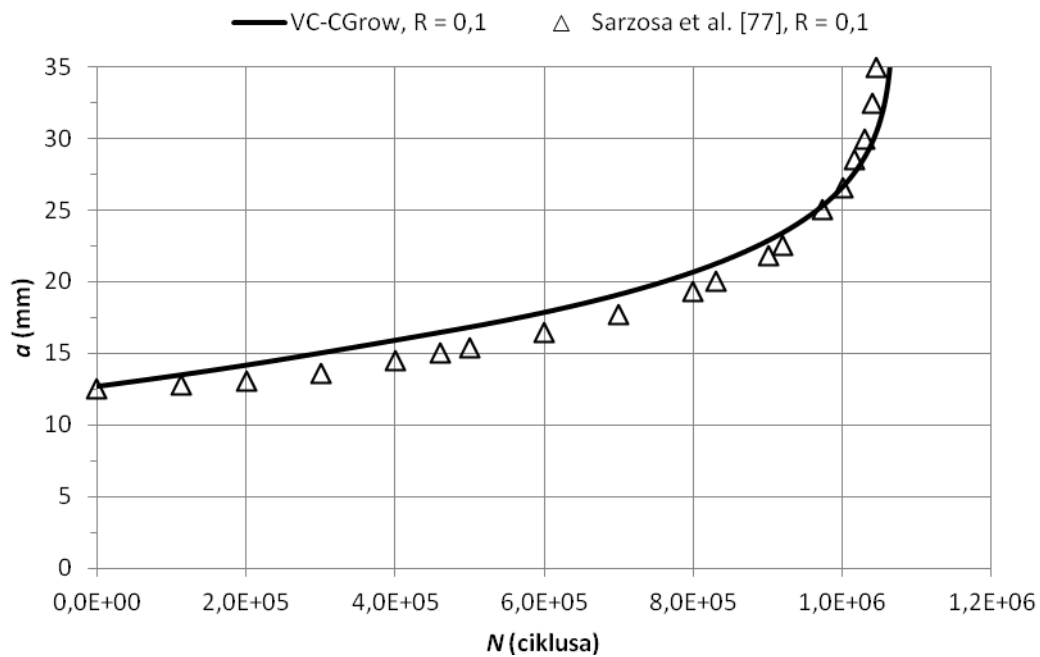
Slika 7.39 Deformirani MKE model  $C(T)$  uzorka za primjer 4



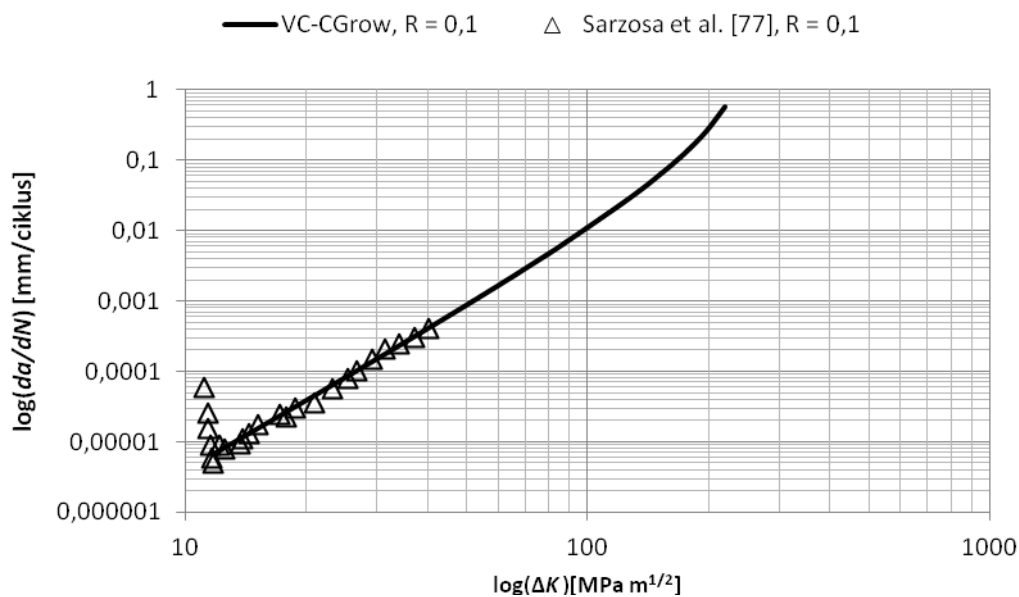
Slika 7.40 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 4



Slika 7.41 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o opterećenju i duljini pukotine za primjer 4



Slika 7.42 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 4



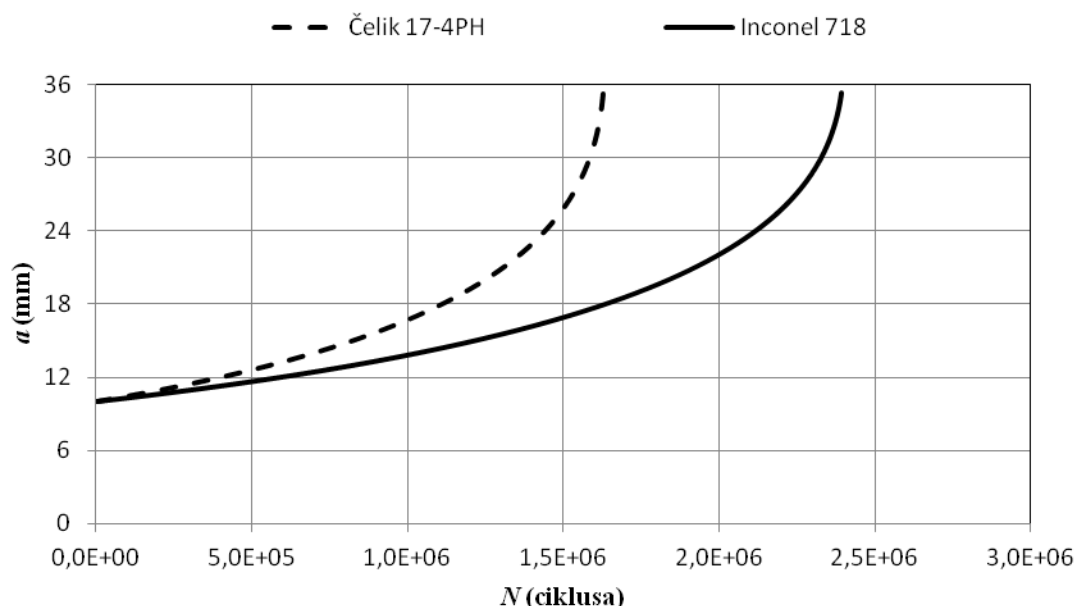
Slika 7.43 Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 4

### Primjer 5.

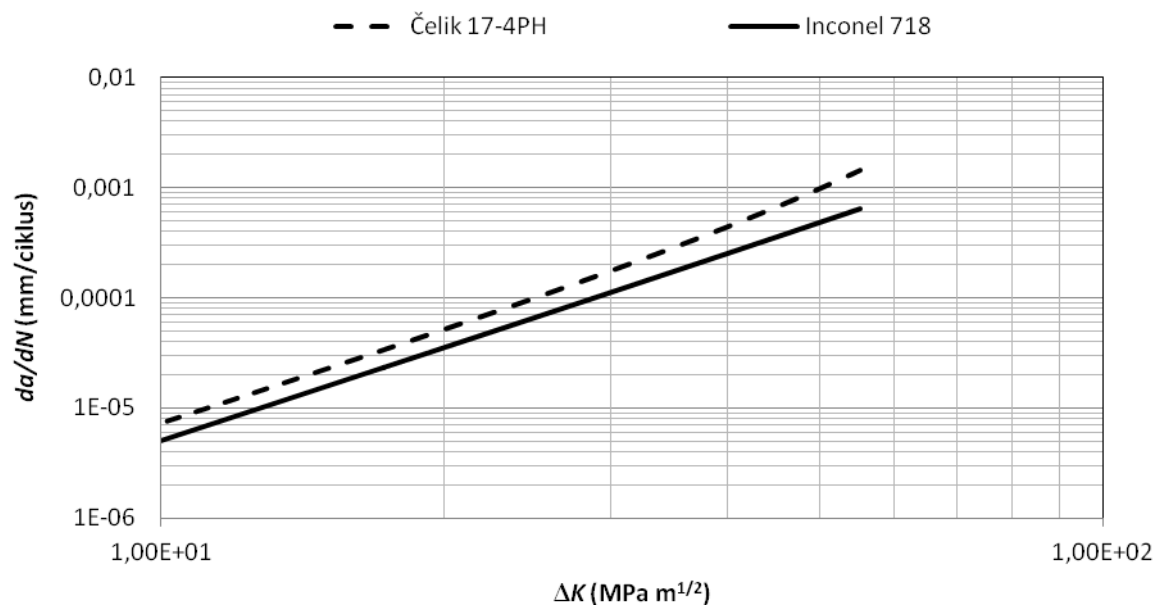
U petom primjeru korištena je ista geometrija C(T) uzorka kao i u primjeru 4, ali s inicijalnom duljinom pukotine  $a_0 = 12,5$  mm (Slika 7.16). U ovom primjeru je dana usporedba izračuna trajnosti za dva slučaja s jednakom geometrijom i opterećenjem (Tablica 7.7), ali s dva različita materijala, čelikom visoke čvrstoće oznake 17-4PH (Tablica 7.2) i legure nikla i kroma, INCONEL 718 (Tablica 7.3). Geometrija MKE modela korištenog za izračun podataka potrebnih za izračun faktora intenziteta naprežanja  $K$  modelirana je pojednostavljeno, kao i u prethodnom primjeru. Dobivene čvorne sile i pomaci na pukotini korišteni su u glavnom programu za izračun potrebnih faktora intenziteta naprežanja  $K$  u ovisnosti o duljini pukotine i opterećenju te su te vrijednosti dalje korištene u izračunu trajnosti.

Dobiveni rezultati jasno pokazuju povećanu trajnost uzorka izrađenog od legure INCONEL 718 u odnosu na čelik 17-4PH (Slika 7.44). Predviđena trajnost uzorka izrađenog od čelika 17-4PH je 1632940 ciklusa, dok je predviđena trajnost uzorka izrađenog od legura INCONEL 718 2400672 ciklusa.

Krivulje brzine rasta pukotine jasno pokazuju veću brzinu propagacije kod pukotine u čeliku 17-4PH (Slika 7.45) što rezultira spomenutom kraćom trajnošću uzorka izvedenog od tog materijala.



Slika 7.44 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za dva različita materijala



Slika 7.45 Krivulja brzine rasta pukotine za dva različita materijala



## 8. Zaključak

---

U ovom je radu dan kratki pregled uvjeta nastanka pukotine, mehanike loma i parametara loma te propagacije pukotine uzrokovane zamorom konstrukcijskog elementa. Identificirani su faktori koji utječu na inicijaciju i propagaciju pukotine te je na osnovu tih spoznaja napravljen program kojim se računa, odnosno prati propagaciju pukotine uzrokovane zamorom pri dinamičkom opterećenju i na taj se način zapravo procjenjuje trajnost konstrukcijskog elementa. Prvo se pomoću MKE analize određuju sile i pomaci u čvorovima konačnih elemenata oko vrha pukotine, a zatim se u daljnjem dijelu programa pomoću metode virtualnog zatvaranja pukotine (*VCCT*) izračunava faktor intenziteta naprezanja  $K$ , odnosno njegov raspon, te se, uz primjenu Formanovog modela, izračunava trajnost konstrukcijskog elementa.

Testiranje je programa provedeno putem dviju cjelina, pri čemu prva od njih jest testiranje točnosti izračuna faktora intenziteta naprezanja  $K$ , a druga jest testiranje točnosti izračuna trajnosti elementa konstrukcije. Ova druga faza, međutim, sada u operativnom smislu sadrži i prvu fazu.

Dobiveni rezultati za vrijednosti faktora intenziteta naprezanja  $K$  za konačnu ploču s pukotinom na jednom rubu pokazali su izvrsno poklapanje s vrijednostima dobivenima uobičajenom analitičkom relacijom za takvu konfiguraciju pukotine. Rezultati su nešto više odstupali za relativne vrijednosti duljine pukotine veće od  $a/w = 0,7$  što je donekle i bilo očekivano zbog utjecaja drugog ruba ploče na rješenja MKE modela. Rezultati faktora intenziteta naprezanja  $K$  dobiveni za vlačno opterećenu ploču sa centralnom pukotinom (M(T) uzorak), kao i rezultati dobiveni za C(T) uzorak, pokazali su još bolje podudaranje s

dostupnim teorijskim rješenjima, čak i kod MKE modela diskretiziranih elementima s 4 čvora.

Točnost izračuna trajnosti konstrukcijskog elementa, odnosno procjena trajnosti na temelju praćenja propagacije pukotine, testirana je na nekoliko različitih uzoraka, a rezultati su uspoređeni s dostupnim eksperimentalnim rezultatima drugih autora.

U ovom je smislu program testiran na geometriji ploče s pukotinom s jedne strane te na geometrijama M(T) i C(T) uzorka, s time da je na C(T) uzorku ispitivano modeliranje rasta pukotine kroz materijal zavara. Na M(T) uzorku je provjeravan samo izračun brzine propagacije pukotine, dok je kod ploče s pukotinom na jednom rubu i kod C(T) uzorka provjeren i rast pukotine u odnosu na broj ciklusa opterećenja kojima je element s pukotinom bio izložen. Dobiveni rezultati brzine propagacije pukotine pokazali su dobru podudarnost sa eksperimentalnim rezultatima. Predviđene trajnosti elemenata i brzine rasta pukotine kroz cikluse za primjere 1 i 4 dobro se poklapaju s eksperimentom, dok je kod primjera 2 odstupanje izračunate trajnosti u odnosu na eksperiment nešto veća, ali je rješenje ukupne trajnosti i dalje zadovoljavajuće.

Doprinos se ovog rada očituje u razvijanju programa koji uporabom konačno-elementnog modela, a bez potrebe za korištenjem "specijalnih" konačnih elemenata, izračunava parametre loma i koristi ih za simuliranje rasta pukotine. Unutar skripte, koja je sastavni dio cjelokupnog programa, temeljem ulaznih parametara (geometrija, materijal, tip i veličina konačnog elementa) automatski se generira tražena geometrija i pripadajući MKE model za sve sukcesivne promjene rasta pukotine. Razvijeni algoritam primjenjiv je na dvodimenzijske probleme, dok ga je u budućnosti, uz određene preinake, moguće prenamijeniti i na trodimenzijske probleme. Prednost je razvijenog algoritma u tome što je relativno nezavisan od toga koji se MKE softver koristi, budući da koristi osnovne konačne elemente dostupne u svakom MKE softveru koji može obavljati dvodimenzijske analize.

U budućnosti je u planu raditi na točnosti predviđanja brzine propagacije pukotine kao i implementirati razne druge efekte koji se mogu pojaviti prilikom dinamičkog opterećenja konstrukcija koje sadrže pukotine, a sada ih nije moguće simulirati ovim programom. Također, program je potrebno verificirati i raznovrsnijim rezultatima eksperimenata na složenijim konstrukcijama. U budućnosti sigurno postoji mogućnost i da se program prilagodi trodimenzijskim problemima.

# Literatura

---

---

- [1] Almen, J.O.; Black, P. H.: „*Residual Stresses and Fatigue of Metals*“, New York, McGraw-Hill, 1963.
- [2] Anderson, T.L.: „*Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*“, 2nd ed., Boca Raton: CRC Press LLC, 1995.
- [3] ANSYS Inc., „*ANSYS Mechanical APDL and Mechanical Applications Theory Reference*“, 2010.
- [4] ASTM: E1820-01, „*Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness*“, Baltimore: ASTM, 2005., 1036-1081.
- [5] ASTM: E399-90, „*Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness*“, Baltimore: ASTM, 2005., 462-495.
- [6] ASTM: E647, „*Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness*“, Baltimore: ASTM, 2005., 328-670.
- [7] "B.O.A.C. Comet Lost: Services Suspended", *Flight*, str. 58, 1954.
- [8] Barsom, J.M.: „Fatigue Behaviour of Pressure Vessels Steel“, Welding Research Council, New York, WRC Bulletin 194, 1964.
- [9] Basquin, O.H.: „The Experimental Lay of Endurance Tests“, *Proc. ASTM*, II, 10, str. 625, 1910.
- [10] Beden, S.M.; Abdulah, S.; Ariffin, A.K.: „Review of Fatigue Crack Propagation Models for Metallic Components“, *European Journal of Scientific Research*, 3, 28, 364-397, 2009.

- [11] Belytschenko, T.; Black T.: „Elastic Crack Growth in Finite Elements With Minimal Remeshing”, *International Journal of Fracture*, 45, 601-620, 1999.
- [12] Brnić, J.; Turkalj, G.: „*Nauka o čvrstoći II*“, Rijeka: Zigo Rijeka, 2006.
- [13] Buchholz, F.G.; Chergui, A.; Richard, H. A.: „Computational Fracture Analyses By Means of Virtual Crack Closure Integral Methods”, *MECOM99*, Mendoza, 1999., 307-324.
- [14] Buchholz, F.G.; Grebner, H.; Dreyer, K.H.; Krome, H.: „2D and 3D-applications of the Improved and Generalized Modified Crack Closure Integral Method”, *Computational Mechanics '88*, New York, 1988.
- [15] Budiansky, B.; Rice, J.R.: „Conservation Laws and Energy Release”, *Journal of Applied Mechanics*, 40, 201-203, 1973.
- [16] Carpenter, W.C.; Read, D.T.; Dodds, R.H.Jr.: „Comparison of Several Path Independent Integrals Including Plasticity Effects”, *International Journal of Fracture*, 31, 303-323, 1986.
- [17] Chow, W.T.; Atluri, S.N.: „Finite element calculation of stress intensity factors for interfacial crack using virtual crack closure integral”, 16, 417-425, 1995.
- [18] "COMET ENGINEERING: The Performance of Airframe, Engines and Equipment in Operational Service”, *Flight*, 1953.
- [19] Costa, J.D.M.; Ferreira, J.A.M.: „Effects of Stress Ratio and Specimen Thickness on Fatigue Crack Growth of CK45 Steel”, *Theoretical; Applied Fracture Mechanics*, 30, 65-73, 1998.
- [20] deLorenzi, H.G.: „On the Energy Release Rate and J integral of 3D Crack Configurations”, *International Journal of Fracture*, 19, 183-193, 1982.
- [21] Dowling, L.E.: „Mechanical Behavior of Materials“, 4th ed., New Jersey, Prentice Hall, 2012.
- [22] Dowling, N. E., Begley, J. A.: „Fatigue Crack Growth During Gross Plasticity and the J-integral”, *Fracture Mechanics and Crack Growth, ASTM STP 590*, 1976., 82-103.
- [23] Dugdale, D.S.: „Yielding of Steel Sheets Containing Slits”, *Journal of the Mechanics; Physics of Solids*, 8, str. 100, 1960.
- [24] Elber, W.: „Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension”, *Eng. Fract. Mech.*, 2, str. 37, 1970.

- [25] Ewing, J.A.; Humfrey, J.C.W.: “The Fracture of Metals Under Repeated Alterations of Stress”, *Phil. Trans. Roy. Society*, str. 241, 1903.
- [26] Farahmand, B.: „*Fracture Mechanics of Metals, Composites, Welds and Bolted Joints*“, Boston, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [27] Farahmand, B.; Bockrath, G.; Glassco, J.: „*Fatigue and Fracture Mechanics of High Risk Parts*“, New York, Chapman & Hall, 1997.
- [28] Forman, R.G.: „Numerical Analysis of Crack Growth Propagation in Cyclic-Loaded Structures”, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 89, 3, str. 459, 1967.
- [29] Frost, N.E.; Phillips, C.E.: „Studies in the formation and propagation of cracks in fatigue specimens”, *Proc. Int. Conference on Fatigue of Metals*, London, 1956., 520–526.
- [30] Frost, N.E.; Pook, L. P.; Denton, K.: „A Fracture Mechanics Analysis of Fatigue Crack Growth Data for Various Metals“, *Engineering Fracture Mechanics*, 2, 3, str. 109-126, 1971.
- [31] Griffith, A.A.: „The Phenomena of Rupture and Flow in Solids”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A, 221, 163-198, 1920.
- [32] Hartman, A.; Schijve, J.: „The Effects of Environment and Load Frequency on the Crack Propagation Law for Macro Fatigue Crack Growth in Aluminum Alloys“, *Engineering Fracture Mechanics*, 4, 1, str. 615-631, 1970.
- [33] Heald, L.: „The Comet Accidents: History of Events”, *Flight*, 652-654, Listopad 1954.
- [34] Hellen, T.K.: „On the Method of Virtual Crack Extension”, *Int. J. Numer. Methods*, 9, 187-207, 1975.
- [35] Huang, X.P.; Cui, W.C.; Leng, J.X.: „A Model of Fatigue Crack Growth Under Various Load Spectra“, *Proc of Sth GC, 7th International conference of MESO*, Montreal, 2005., str. 303-308.
- [36] Hutchinson, J.W.; Paris, P.C.: „Stability Analysis of J-controlled Crack Growth”, *Elastic-plastic Fracture, ASTM STP 668*, 1979., 37-64.
- [37] Inglis, C. E. : „Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners”, *Transactions of the Institute of Naval Architects*, 55, 219-241, 1913.

- [38] Ingraffea, A.; Wawrzynek, P.: „FRANC2D: A Case Study in Transfer od Software Technology”, *Research Transformed Into Practice: Implementations of NFS Research*, New York, 1995., 233-344.
- [39] Irwin, G.R.: „Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate”, *Journal of Applied Mechanics*, 24, 361-364, 1957.
- [40] Irwin, G. R. : „Fracture dynamics”, ASME, Cleveland, 1948.
- [41] Irwin, G.R.: „Fracture Handbuch der Physik“ Heidelberg: Springer-Verlag, 1958., ch. VI, 551-590.
- [42] Irwin, G.R.: „Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys”, *Sagamore Research Conference Proceedings*, 2, 1956., 289-385.
- [43] Irwin, G.R.: „Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness “, *Proc. of the 7th Sagamore Ordnance Materials Conference IV*, Syracuse University, 1960., 63-78.
- [44] Klesnil, M.; Lukas, P.: „Effect of Stress Cycle Assymetry on Fatigue Crack Growth”, *Mater. Sci. Engin.*, 9, 231-240, 1972.
- [45] Krueger, R.: „The Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications”, NASA, Hampton, USA, ICASE Report 2002-10, 2002.
- [46] Krueger, R.: „Virtual crack closure technique: History, approach and applications”, *Applied Mechanics Reviews*, 2, 57, 2004.
- [47] Leski, A.: „Implementation of the Virtual Crack Closure Technique in Engineering FE Calculations”, *Finite Elements in Analysis and Design*, 43, 261-268, 2007.
- [48] Leski, A.; Beres, W.: „Application of the Virtual Crack Closure Technique to Stress Intensity Factor Calculation”, NRC Canada, Ottawa, Structures; Materials Laboratory Report LTR-SMPL-2003-0158, 2003.
- [49] Manson, S.S.: „Discussion of Ref. 24”, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 84, 4, str. 537.
- [50] Matsuishi, M.; Endo, T.: „Fatigue of Metals Subjected to Varying Stress”, Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, 1968.
- [51] McClintock, F.A.; Irwin, G. R.: „Plasticity Aspects of Fracture Mechanics”, *ASTM STP 381*, 88-113, 1965.
- [52] McEvily, A. J. : „*Metal Failures*“, New York, John Wiley & Sons Inc., 2002.
- [53] Miner, M.A.: „Cumulative Damage in Fatigue”, *Trans. ASME, J. Appl. Mechanics*, 58, str. A159, 1945.

- [54] Moës, N.; Belytschko, T.: „XFEM: Extended Finite Element Method for Cohesive Crack Growth”, *Eng. Fract. Mech.*, 69, 813-833, 2002.
- [55] Moës, N.; Dolbow, J.; Belytschenko, T.: „A Finite Element Method for Crack Growth Without Remeshing”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46, 131-150, 1999.
- [56] Mohanty, J.R.; Verma, B.B.; Ray, P.K.: „Prediction of fatigue crack growth and residual life using an exponential model: Part I (constant amplitude loading)”, *International Journal of Fatigue*, 31, 418-424, 2009.
- [57] Moran, B.; Shih, C.F.: „A General Treatment of Crack Tip Contour Integrals”, *International Journal of Fracture*, 35, 295-310, 1987.
- [58] Muskhelishvili, N. : „Basic Boundary Value Problems of the Theory of Elasticity for a Plane With Rectilinear Cuts (na ruskom)”, *Bell. Acad. Sci. Georgian SSR*, 2, 3, 103-110, 1942.
- [59] Narayana, K.B.; Dattaguru B.; Ramamurthy, T.S.; Vijayakumar, K.: „Modified Crack Closure Integral Using Six-noded Isoparametric Quadrilateral Singular Elements”, *Eng. Fract. Mech.*, 6, 36, 945-955, 1990.
- [60] Neuber, H.: „Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatic Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Laws”, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 28, str. 544, 1961.
- [61] Orowan, E.: „Fracture and Strength of Solids”, *Rep. Prog. Physics*, 12, 185-232, 1949.
- [62] Palmgren, M.: „Die Lebensdauer von Kugellagern”, *ZDVI*, 68, 14, str. 339, 1924.
- [63] Paris, P.C.: „Testing for Very Slow Growth of Cracks”, *Closed Loop*, 2, 5, 1970.
- [64] Paris, P.C.; Gomez, M.P.; Anderson, W.E.: „A Rational Analytical Theory of Fatigue”, *Trend Eng.*, 13, 9, str. 9, 1961.
- [65] Paris, P.C.; Sih, G.C.: „Stress Analysis of Cracks”, *Fracture Toughness Testing and its Applications, ASTM*, STP 381, 65, 30-83, 1965.
- [66] Parks, D.M.: „Virtual Crack Extension: A General Finite Element Technique for J-integral Evaluation”, *Numerical Methods in Fracture Mechanics*. Swansea, Pineridge Press, 1978., 464-479.

- [67] Peterson, R.E.: „Discussion of a Century Ago Concerning the Nature of Fatigue, and Review of Some of the Subsequent Researches Concerning the Mechanism of Fatigue”, *ASTM Bulletin*, 164, 50, 1950.
- [68] Pommier, S.; Gravouil, A.; Combescure, A.; Moës, N.: „*Extended Finite Element Method for Crack Propagation*“, London, Hoboken, ISTE Ltd. / John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [69] Raju, I.S.: „Calculation of Strain-Energy Release Rates With Higher Order and Singular Finite Elements”, *Eng. Fract. Mech.*, 28, 251-274, 1987.
- [70] Ramamurthy, T.S.; Krishnamurthy, T.; Vijayakumar, K.; Dattaguru, B: „Modified Crack Closure Integral Method With Quarter Point Elements”, *Mechanics Research Communications*, 13, 179-186, 1986.
- [71] Ray, A.; Patanker, P.: „Fatigue Crack Growth Under Variable Amplitude Loading: Part 1 - Model Formulation in State Space Setting“, *Applied Mathematics Model*, 25, str.979-994, 2001.
- [72] Recho, N.: „*Fracture Mechanics and Crack Growth*“, Hoboken, John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [73] Rice, J.R.: „A Path-independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration as Notches and Cracks”, *Journal of Applied Mechanics*, 35, 379-386, 1968.
- [74] Rice, J.R.; Rosengarten, G.F.: „Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-law Hardening Material”, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 16, 1-12, 1968.
- [75] Rybicki, E.F.; Kanninen, M. F.: „A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral”, *Eng. Fract. Mech.*, 9, 931-938, 1977.
- [76] Rybicki, E.F.; Schmueser, D. W.; Fox, J.: „An Energy Release Rate Approach for Stable Crack Growth in the Free-Edge Delamination Problem”, *Journal of Composite Materials*, 11, 470-487, 1977.
- [77] Sarzosa, D.F.B.; Godefroid, L.B.; Ruggieri, C.: „Fatigue Crack Growth Assessments in Welded Components Including Crack Closure Effects: Experiments and 3-D Numerical Modeling“, *International Journal of Fatigue*, 47, 279-291, 2013.
- [78] Saxena, A.: „*Nonlinear Fracture Mechanics for Engineers*“, Boca Raton, CRC Press LLC, 1998.



- [79] Schijve, J. : „*Fatigue of Structures and Materials*“, 2nd ed., Houten, Springer, 2009.
- [80] Schijve, J.; Broek, D.: „Crack Propagation Tests Based on a Gust Spectrum with Variable Amplitude Loading“, *Aircraft Eng.*, 34, str. 314, 1962.
- [81] Schmidt, R.A.; Paris, P.C.: „Threshold for Fatigue Crack Propagation and the Effects of Load Ratio and Frequency“, 1973.
- [82] Shih, C.F.: „Relationship Between Crack Tip Opening Displacement for Stationary; Extending Cracks“, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 29, 305-326, 1981.
- [83] Shih, C.F.; Moran, B.; Nakamura, T.: „Energy Release Rate Along a Three-Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body“, *International Journal of Fracture*, 30, 79-102, 1986.
- [84] Shukla, A.: „*Practical Fracture Mechanics in Design*“, New York, Marcel Dekker, 2005.
- [85] Singh, R. ; Carter, B.J.; Wawrzynek, P.A.; Ingraffea, A. R.: „Universal Crack Closure Integral for SIF Estimation“, *Eng. Fract. Mech.*, 2, 60, 133-146, 1998.
- [86] Skorupa, M.; Skorupa, A.: „Experimental Results and Predictions on Fatigue Crack Growth in Structural Steel“, *International Journal of Fatigue*, 27, 1016-1028, 2005.
- [87] Stephens, R.I.; Fatemi, A.; Stephens, R.R.; Fuchs, H.O.: „*Metal Fatigue in Engineering*“, 2nd ed., New York, John Wiley & Sons Inc., 2001.
- [88] Sukumar, N.; Moës, N.; Moran, B.; Belytschenko, T.: „Extended Finite Element Method For Crack Growth Without Remeshing“, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48, 1549-1570, 2000.
- [89] Suresh, S.: „*Fatigue of Materials*“, 2nd ed., Cambridge, Cambridge University Press, 2003.
- [90] Taheri, F.; Trask, D.; Pegg N.: „Experimental and Analytical Investigation of Fatigue Characteristics of 350WT Steel Under Constant and Variable Amplitude Loading“, *Material Structure*, 16, str. 69-91, 2003.
- [91] Taira, S.; Ohtani, R.; Komatsu, T.: „Application of J-integral to High-Temperature Crack Propagation“, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 101, 163-167, 1979.
- [92] Tavernelli, J.F.; Coffin, L.F.: „Experimental Support for Generalized Equation Predicting Low Cycle Fatigue“, *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, 84, 4, str. 533, 1962.

- [93] "THE COMET INQUIRY: The First Week's Evidence: Pressure-cabin Fatigue Failure In G-ALYP", *Flight*, 638-639, 1954.
- [94] Wells, A.A.: „Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture”, *Proceeding of the Crack Propagation Symposium*, 1, Cranfield, 1961., str. 84.
- [95] Westergaard, H.M. : „Bearing Pressures and Cracks”, *Journal of Applied Mechanics*, 6, 49-53, 1939.
- [96] Williams, M.L.: „On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack”, *J. Appl. Mech.*, 1, 24, 109-114, 1957.
- [97] „Wöhler's Experiments on the Strength of Metals”, *Engineering*, str. 160, 1967.
- [98] Zheng, X.; Manfred, A.: „Fatigue Crack Propagation in Steels“, *Engineering Fracture Mechanics*, 3, 18, str. 965-973, 1983.
- [99] Zhu, X.K.; Joyce, J.A.: „Review of Fracture Toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization”, *Eng. Fract. Mech.*, 85, 1-46, 2012.
- [100] Zi, G.; Belytschko, T.: „New Crack Tip Elements for XFEM and Applications to Cohesive Cracks”, *Int. J for Num. Meth. in Eng.*, 57, 2221-2240, 2003.

## Popis oznaka i simbola

---

$a$	duljina pukotine (m)
$a'$	duljina teorijske pukotine (m)
$A$	površina (m <sup>2</sup> )
$a_c$	kritična duljina pukotine (m)
$[B]$	matrica veze deformacija–pomak
$B$	debljina ploče/epruvete/tijela (m)
$C, m$	empirijske konstante Parisove jednadžbe
$C_0, d$	empirijske konstante Barsomove jednadžbe
$C_F, m_F$	empirijske konstante Formanove jednadžbe
$C_w, m_w, \lambda_w$	empirijske konstante Walkerove jednadžbe
$d$	diferencijal
$dE^{\text{puk}}$	energija potrebna za stvaranje nove površine pukotine (J)
$\Pi$	ukupna energija tijela / sustava (J)
$[D]$	matrica materijalnih konstanti
$E$	Youngov modul elastičnosti (Pa)
$[F]$	vektor čvornih sila konstrukcije
$[f^e]$	vektor čvornih sila za konačni element u lokalnom koordinatnom sustavu
$F$	sila (N)
$G$	promjena energije deformiranja (J)
$G_c$	kritična promjena energije deformiranja (J)
$J$	$J$ – integral (J)

$[k^e]$	matrica krutosti za konačni element u lokalnom koordinatnom sustavu
$[K]$	matrica krutosti konstrukcije
$K$	faktor intenziteta naprezanja ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_c$	kritični faktor intenziteta naprezanja ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_I$	faktor intenziteta naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_{Ic}$	kritični faktor intenziteta naprezanja pri odcijepnom načinu otvaranja pukotine, lomna žilavost ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_{II}$	faktor intenziteta naprezanja za smični način otvaranja pukotine ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_{IIc}$	kritični faktor intenziteta naprezanja pri smičnom načinu otvaranja pukotine ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_{III}$	faktor intenziteta naprezanja za vijčani način otvaranja pukotine ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_{IIIc}$	kritični faktor intenziteta naprezanja pri vijčanom načinu otvaranja pukotine ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$K_I^{\text{tot}}, K^{\text{tot}}$	faktor intenziteta naprezanja za kombinirana opterećenja ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )
$\mathcal{K}$	promjena kinetičke energije sustava (J)
$[N]$	interpolacijska matrica
$N$	broj ciklusa
$\mathbf{n}$	vektor normale
$[P]$	matrica polja
$[P^k]$	matrica na konturi
$R$	koeficijent asimetričnosti ciklusa
$r$	radijalna koordinata u polarnom koordinatnom sustavu (rad, °)
$r_p$	veličina plastične zone (m)
$\mathbf{T}$	vektor naprezanja
$T$	vrijeme (s)
$[U]$	vektor čvornih pomaka konstrukcije
$[u]$	vektor pomaka u polju konačnog elementa
$[u^e]$	vektor čvornih pomaka za konačni element u lokalnom koordinatnom sustavu
$\mathbf{u}$	vektor pomaka

$u, v$	pomak čvora po $x$ i $y$ osi (m)
$U$	potencijalna energija deformiranja (J)
$U_0$	gustoća potencijalne energije deformiranja ( $J/m^3$ )
$W$	rad vanjskih sila (J)
$w$	širina ploče/epruvete (m)
$x, y, z$	koordinate u Kartezijevu koordinatnom sustavu (m)
$\{\alpha\}$	vektor konstanti (generaliziranih koordinata)
$\beta, Y$	funkcija za različite konfiguracije pukotine
$\Delta a$	konačan prirast duljine pukotine (m)
$\Delta K$	raspon faktora intenziteta naprezanja ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{\text{eff}}$	efektivni raspon faktora intenziteta naprezanja ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{\text{th}}$	minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{\text{thR}}$	minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za $R > 0$ ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta K_{\text{th0}}$	minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za $R = 0$ ( $MPa\sqrt{m}$ )
$\Delta\sigma$	raspon naprezanja pri cikličkom opterećenju (Pa)
$\Delta u, \Delta v$	relativni pomak čvorova na površini pukotine (m)
$[\varepsilon]$	tenzor deformacije
$\varepsilon, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	relativna deformacija
$\mu$	Laméova konstanta, modul smicanja (Pa)
$\nu$	Poissonov koeficijent
$\Omega$	omjer zatvaranja pukotine
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	glavno naprezanje (Pa)
$\sigma, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	normalno naprezanje (Pa)
$[\sigma], \sigma_{ij}$	tenzor naprezanja
$\sigma_a$	nominalno naprezanje pri nestabilnom rastu pukotine (Pa)
$\sigma_c$	nominalno naprezanje pri nestabilnom rastu pukotine (Pa)
$\sigma_{\text{ekv}}$	ekvivalentno naprezanje (Pa)
$\sigma_{\text{min}}, \sigma_{\text{max}}$	minimalno i maksimalno naprezanje pri cikličkom opterećenju (Pa)
$\sigma_s$	srednje naprezanje pri nestabilnom rastu pukotine (Pa)

$\sigma_T$	naprezanje pri tečenju (Pa)
$\theta$	kutna koordinata u polarnom koordinatnom sustavu
$\tau, \tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$	smično (tangencijalno) naprezanje (Pa)
$\partial$	parcijalni diferencijal
$\zeta, \eta$	koordinate lokalnog koordinatnog sustava

## Popis slika

---

---

Slika 2.1 Faze životnog vijeka konstrukcije .....	5
Slika 2.2 Mehanizam inicijacije mikro pukotine .....	6
Slika 2.3 Rast mikro pukotine .....	8
Slika 2.4 Osciliranje brzine rasta mikro pukotine .....	8
Slika 2.5 Inicijacija mikro pukotine na uključku pod površinom.....	9
Slika 2.6 Neki od faktora koji utječu na vrijeme inicijacije i brzinu propagacije pukotine.....	10
Slika 3.1 Havarija broda klase Liberty na moru .....	14
Slika 3.2 Prototip zrakoplova De Havilland Comet (s četvrtastim prozorima).....	15
Slika 3.3 Oblici površine nastali pri rastu pukotine odcijepnim oblikom otvaranja .....	18
Slika 3.4 Oblici otvaranja pukotina .....	18
Slika 3.5 Raspodjela naprezanja pri vrhu pukotine .....	20
Slika 3.6 Polarni koordinatni sustav vrha pukotine .....	20
Slika 3.7 Nekoliko osnovnih konfiguracija elemenata s pukotinom.....	22
Slika 3.8 Kombinirano opterećenje elementa koji sadrži pukotinu .....	24
Slika 3.9 Oblik plastične zone oko vrha pukotine prema teoriji von Misesa .....	26
Slika 3.10 Irwinova korekcija duljine pukotine [12].....	26
Slika 3.11 Utjecaj debljine ploče na stanje naprezanja i kritični faktor intenziteta naprezanja .....	28
Slika 3.12 Oznake dimenzija epruveta .....	29
Slika 3.13 Modeli izračuna kritičnog faktora intenziteta naprezanja $K_c$ .....	30
Slika 3.14 Zatvorena kontura .....	31
Slika 3.15 Kontura $\Gamma$ za određivanje $J$ -integrala – vrh pukotine .....	32

Slika 4.1	<i>Prototip zrakoplova F-111 sa različito postavljenim napadnim kutom krila</i>	36
Slika 4.2	<i>Karakteristične veličine dinamičkog ciklusa opterećenja</i>	38
Slika 4.3	<i>Karakteristične vrijednosti faktora asimetrije ciklusa s obzirom na predznak</i>	39
Slika 4.4	<i>Porast duljine pukotine s obzirom na broj ciklusa promjene opterećenja</i>	40
Slika 4.5	<i>Oblik krivulje dinamičkog rasta pukotine</i>	41
Slika 4.6	<i>Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za kratke pukotine</i>	42
Slika 4.7	<i>Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za <math>R &gt; 0</math></i>	43
Slika 4.8	<i>Modeli promjene minimalnog propagacijskog raspona faktora naprezanja zavisno o faktoru asimetrije ciklusa <math>R</math>, prema jednadžbama (4.10) i (4.11)</i>	44
Slika 4.9	<i>Parisov model</i>	45
Slika 4.10	<i>Formanov model uz donju granicu definiranu prema Barsomu (4.10)</i>	46
Slika 4.11	<i>Plastična zona za dinamičko cikličko opterećenje</i>	48
Slika 4.12	<i>Efektivni raspon faktora intenziteta naprezanja</i>	49
Slika 5.1	<i>Diskretizacija strukture konačnim elementima</i>	51
Slika 5.2	<i>Dvodimenzijski konačni elementi korišteni u izradi ovog radu</i>	53
Slika 5.3	<i>Relativni pomaci površina pri otvaranju pukotine</i>	55
Slika 5.4	<i>Modificirani dvodimenzijski konačni element</i>	56
Slika 5.5	<i>Uporaba modificiranog konačnog elementa pri omrežavanju vrha pukotine</i>	56
Slika 5.6	<i>Prirast pukotine za duljinu <math>da</math></i>	57
Slika 5.7	<i>Metoda zatvaranja pukotine</i>	57
Slika 5.8	<i>Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize</i>	59
Slika 5.9	<i>Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize</i>	60
Slika 5.10	<i>Veličine za izračun promjene energije deformiranja pomoću dvodimenzijske analize MKE i metode virtualnog zatvaranje pukotine – elementi s 8 čvorova</i>	61
Slika 6.1	<i>Glavni blok dijagram programa VC-CGrow</i>	63
Slika 6.2	<i>Subrutina za izračun faktora intenziteta naprezanja u ovisnosti o duljini pukotine <math>i</math></i>	64
Slika 6.3	<i>Subrutina za izračun rasta (propagacije) pukotine</i>	65
Slika 6.4	<i>Blok dijagram APDL skripte</i>	67



Slika 7.1 <i>Vlačno opterećena ploča s pukotinom na jednom rubu</i> .....	69
Slika 7.2 <i>Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta naprezanja za ploču s</i> .....	70
Slika 7.3 <i>Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Irwinovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s pukotinom na jednom rubu</i> .....	71
Slika 7.4 <i>Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta naprezanja kod 2D elementa s 8 čvorova za vlačno opterećenu ploču s pukotinom na jednom rubu</i> .....	71
Slika 7.5 <i>Vlačno opterećena ploča s centralnom pukotinom</i> .....	72
Slika 7.6 <i>Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta naprezanja za ploču s centralnom pukotinom</i> .....	73
Slika 7.7 <i>Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Irwinovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom</i> .....	74
Slika 7.8 <i>Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na Feddersonovo rješenje za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom</i> .....	75
Slika 7.9 <i>Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta naprezanja kod 2D elementa s 8 čvorova za vlačno opterećenu ploču s centralnom pukotinom</i> .....	75
Slika 7.10 <i>C(T) uzorak prema ASTM E647 [6] korišten za evaluaciju rezultata izračuna faktora intenziteta naprezanja</i> .....	76
Slika 7.11 <i>Utjecaj tipa elementa na izračunati faktor intenziteta naprezanja za C(T) uzorak</i> .....	77
Slika 7.12 <i>Odstupanje faktora intenziteta naprezanja izračunatog VCCT metodom u odnosu na standardno rješenje za C(T) uzorak prema ASTM E647</i> .....	78
Slika 7.13 <i>Utjecaj veličine elementa na točnost izračuna faktora intenziteta naprezanja kod 2D elementa s 8 čvorova za standardni C(T) uzorak</i> .....	78
Slika 7.14 <i>Dimenzije uzorka s pukotinom za primjere 1 i 2 [56]</i> .....	80
Slika 7.15 <i>Dimenzije M(T) uzorka za primjer 3 i 5 [86]</i> .....	80
Slika 7.16 <i>Dimenzije C(T) epruvete korištene za primjer 4 [77]</i> .....	81
Slika 7.17 <i>Geometrija MKE modela za primjer 1 i 2</i> .....	83

Slika 7.18 Mreža konačnih elemenata za MKE model za primjer 1 sa numeričkom mrežom zrcaljenom oko linije simetrije.....	84
Slika 7.19 Deformirani MKE model za primjer 1 .....	84
Slika 7.20 Nedefinirani i deformirani vrh pukotine za primjer 1 .....	85
Slika 7.21 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 1 .....	85
Slika 7.22 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 1 .....	86
Slika 7.23 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 1 .....	86
Slika 7.24 Zavisnost prirasta pukotine od raspona faktora intenziteta naprezanja za primjer 1 .....	87
Slika 7.25 Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 1 .....	87
Slika 7.26 Zavisnost krivulje brzine rasta pukotine o faktoru asimetrije ciklusa za primjer 1 .....	88
Slika 7.27 Zavisnost izračunate trajnosti elementa iz primjera 1 za različite faktore asimetrije ciklusa R .....	88
Slika 7.28 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 2 .....	89
Slika 7.29 Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 2 .....	90
Slika 7.30 Zavisnost prirasta pukotine od raspona faktora intenziteta naprezanja za primjer 2 .....	90
Slika 7.31 Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 2 .....	91
Slika 7.32 Detalj mreže konačnih elemenata na pravcu rasta pukotine za primjer 3 .....	91
Slika 7.33 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 3 .....	92
Slika 7.34 Deformirani MKE model $M(T)$ uzorka za primjer 3 .....	92
Slika 7.35 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o nominalnom opterećenju i duljini pukotine za primjer 3 .....	93
Slika 7.36 Krivulje brzine rasta pukotine za primjer 3 .....	93
Slika 7.37 MKE model za primjer 4 .....	94
Slika 7.38 Mreža konačnih elemenata $C(T)$ uzorka za primjer 4 .....	95
Slika 7.39 Deformirani MKE model $C(T)$ uzorka za primjer 4 .....	95
Slika 7.40 Raspodjela ekvivalentnog naprezanja po von Misesu za primjer 4 .....	96
Slika 7.41 Raspodjela faktora intenziteta naprezanja ovisno o opterećenju i duljini pukotine za primjer 4 .....	96

Slika 7.42 <i>Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za primjer 4</i> .....	97
Slika 7.43 <i>Krivulja brzine rasta pukotine za primjer 4</i> .....	97
Slika 7.44 <i>Rast pukotine u zavisnosti od broja ciklusa za dva različita materijala</i> .....	98
Slika 7.45 <i>Krivulja brzine rasta pukotine za dva različita materijala</i> .....	99

## Popis tablica

---

---

Tablica 3.1 <i>Izrazi za izračun faktora intenziteta naprezanja za konfiguracije prikazane na slici 3.7, [87]</i> .....	23
Tablica 4.1 <i>Minimalni propagacijski raspon faktora intenziteta naprezanja za <math>R = 0</math> za neke materijale [27]</i> .....	42
Tablica 4.2 <i>Neki modeli za modeliranje propagacije pukotine [10]</i> .....	47
Tablica 4.3 <i>Neki od modela omjera zatvaranja pukotine u zavisnosti od <math>R</math> [19]</i> .....	50
Tablica 7.1 <i>Kemijski sastav korištenih aluminijskih legura [21, 56]</i> .....	81
Tablica 7.2 <i>Kemijski sastav čelika u primjerima [77, 86]</i> .....	81
Tablica 7.3 <i>Kemijski sastav legure Inconel 718 (ASTM B670)</i> .....	81
Tablica 7.4 <i>Karakteristike materijala korištenih za analizu propagacije pukotine u primjerima 1,2 i 3 [56, 86]</i> .....	82
Tablica 7.5 <i>Karakteristike materijala korištenih za analizu propagacije pukotine u primjerima 4 i 5 [21, 26, 77]</i> .....	82
Tablica 7.6 <i>Geometrija i opterećenje ploče za primjere 1, 2 i 4 [56, 77]</i> .....	82
Tablica 7.7 <i>Geometrija i opterećenje ploče za primjere 3 i 5 [86]</i> .....	82

# Životopis

---

Sanjin Kršćanski rođen je 11. studenoga 1979. u Rijeci. Osnovnu školu završio je u Matuljima, a 1998. završio je Srednju školu za strojarstvo i brodogradnju u Rijeci.

Iste godine upisuje Sveučilišni studij strojarstva na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci. Diplomski rad pod naslovom "*Simulacija turbulentnog strujanja preko stepenice primjenom LES modela*" izradio je pod vodstvom prof. dr. sc. Zorana Mrše dipl. ing. te je diplomirao 2006.

Iste godine zaposlio se u privatnoj tvrtki Almes-eko d.o.o., a 2007. prelazi na Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci na mjesto znanstvenog novaka na Zavodu za tehničku mehaniku. Sudjeluje u izvođenju vježbi na kolegijima *Statika* i *Nauka o čvrstoći I* na sveučilišnom studiju strojarstva i brodogradnje te na kolegijima *Mehanika I* i *Čvrstoća* na stručnom studiju strojarstva i brodogradnje.

Godine 2007. upisao je poslijediplomski znanstveni studij smjera Računalna mehanika te je kao znanstveni novak bio je uključen u znanstveni projekt "*Numerička analiza odziva konstrukcija za određena područja eksploatacije*", 069-0691736-1737, Ministarstva znanosti i tehnologije Republike Hrvatske, pod vodstvom glavnog istraživača prof. dr. sc. Josipa Brnića dipl. ing.

Sudjelovao je na seminarima dodatne izobrazbe „ASDEPP - *Non-linear steel structure analysis with LS-DYNA software*“, TF Rijeka, 2010. i „ASDEPP - *Fatigue Reliability and Rational Inspection Planning*“, FSB Zagreb, 2008. te „*Damage Mechanics and Micromechanics od Localized Fracture Phenomena in Inelastic Solids*“, CISM Udine, 2008.

Studijski boravak na stranoj znanstvenoj ustanovi u sklopu poslijediplomskog studija u trajanju od četiri mjeseca proveo je 2010. i 2011. na Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering.

U koautorstvu je izradio 12 znanstvenih radova u časopisima i zbornicima domaćih i međunarodnih skupova. Aktivno se služi engleskim jezikom. Član je Hrvatskog društva za mehaniku.

## POPIS OBJAVLJENIH RADOVA

### Radovi objavljeni u časopisima indeksiranim u CC / SCI / SCIEEx:

- [1] Brnić, Josip; Turkalj, Goran; Krščanski Sanjin: „*Experimental Research and Analysis of Non-alloy Structural Steel Response Exposed to High Temperature Conditions*“, **High temperature materials and processes**, **32** (2013) , 2; 163-169 / CC.
- [2] Brnić, Josip; Turkalj, Goran; Čanađija, Marko; Lanc, Domagoj; Krščanski, Sanjin: „*Responses of Austenitic Stainless Steel American Iron and Steel Institute (AISI) 303 (1.4305) Subjected to Different Environmental Conditions*“, **Journal of testing and evaluation**, **40** (2012), 2; 319-328 / CC.
- [3] Brnić, Josip; Turkalj, Goran; Čanađija, Marko; Lanc, Domagoj; Krščanski, Sanjin: „*Martensitic Stainless Steel AISI 420 – Mechanical Properties, Creep and Fracture Toughness*“, **Mechanics of time-dependent materials**, **15** (2011) , 4; 341-352 / CC.
- [4] Žigulić, Roberto; Krščanski, Sanjin; Braut, Sanjin: „*A numerical analysis of the behaviour of a vehicle model with driver’s seat at the road bump*“, **Transactions of FAMENA**. **33** (2009) , 4; 19-30 / SCIEEx.
- [5] Brnić, Josip; Čanađija, Marko; Turkalj, Goran; Lanc, Domagoj; Krščanski, Sanjin: „*Response of AISI 304 steel subjected to uniaxial stress at elevated temperatures*“, **Transactions of FAMENA**, **32** (2008) , 2; 3-10 / SCIEEx.

### Radovi objavljeni u časopisima indeksiranim u drugim bazama:

- [1] Brnić, Josip; Niu, Jitai; Turkalj, Goran; Čanađija, Marko; Lanc, Domagoj; Brčić, Marino; Krščanski, Sanjin; Vukelić, Goran. „*Comparison of Material Properties and Creep Behavior of 20MnCr5 and S275JR Steels*“, **Materials Science Forum**, **762** (2013); 47-54.

- [2] Krščanski, Sanjin; Turkalj, Goran: „*FEM stress concentration factors for fillet welded CHS-plate T-joint*“, **Engineering Review**, **32** (2012), 3; 147-155.
- [3] Brčić, Marino; Čanađija, Marko; Brnić, Josip; Lanc, Domagoj; Krščanski, Sanjin; Vukelić, Goran: „*FE modelling of multi-walled carbon nanotubes*“, **Estonian Journal of Engineering**, **15** (2009), 2; 77-86.

**Znanstveni radovi u zbornicima skupova s recenzijom:**

- [1] Vukelić, Goran; Brnić, Josip; Krščanski, Sanjin: „*Finite Element Analysis of Crack Size Effect on Fracture Criterion as a Measure of Fracture Toughness of Pressure Vessel Materials*“, The Sixth International Conference on Physical and Numerical Simulation of Materials Processing, ICPNS 2010, Guilin, China.
- [2] Brčić, Marino; Čanađija, Marko; Brnić, Josip; Lanc, Domagoj; Krščanski, Sanjin; Vukelić, Goran: „*Structural model of multi walled carbon nanotube*“, Proceedings of the 6th International conference of DAAAM Baltic industrial engineering / Kyttner, R. (ur.), Tallinn : Tallinn University of Technology, 2008.; 419-423.
- [3] Brnić, Josip; Čanađija, Marko; Turkalj, Goran; Lanc, Domagoj; Vukelić, Goran; Brčić, Marino; Krščanski, Sanjin; Pešić, Igor: „*Behavior comparison of stainless steel and tool steel materials at elevated temperatures*“, Proceedings of the 6th International conference of DAAAM Baltic industrial engineering / Kyttner, R. (ur.), Tallinn : Tallinn University of Technology, 2008.; 425-429.
- [4] Čanađija, Marko; Brnić, Josip; Brčić, Marino; Vukelić, Goran; Krščanski, Sanjin: „*Disipacijski modeli u plastičnosti*“, Zbornik radova Drugog susreta Hrvatskoga društva za mehaniku / Marović, Pavao ; Galić, Mirela ; Krstulović, Lovre (ur.), Split : Hrvatsko društvo za mehaniku, 2008.; 1-6.