

# Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja broda na valovima velikih amplituda

---

Zamarin, Albert

Doctoral thesis / Disertacija

2002

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:188:547193>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-14**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka Library - SVKRI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

**NUMERIČKO MODELIRANJE  
EKSTREMNIH OPTEREĆENJA BRODA  
NA VALOVIMA VELIKIH AMPLITUDA**

Doktorska disertacija

**Albert Zamarin**

Mentor: Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.

Rijeka, 2002.

100917053



Dec 32  
2003

DUF-532

420213116

Sveučilište u Rijeci  
TEHNIČKI FAKULTET  
- Fakultetsko vijeće -  
Klasa: 602/04-99-01/06  
Ur.br.: 2170-57-43-99-08  
Rijeka, 01. veljače 1999.

Fakultetsko vijeće Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, na svojoj 6. sjednici u šk. god. 1998./99., održanoj 29. siječnja 1999. godine, jednoglasno je donijelo sljedeću

### ODLUKU

1.) Temeljem izvješća Stručnog povjerenstva u sastavu: doc.dr.sc. Bruno Čalić, dipl.ing., izv.prof.dr.sc. Većeslav Čorić, dipl.ing. – FSB Zagreb i red.prof.dr.sc. Luka Sopta, dipl.ing. utvrđuje se da predloženi **mr.sc. Albert Zamarin, dipl.ing.** ispunjava uvjete članka 51. Zakona o visokim učilištima te da može izvan doktorskog studija pristupiti izradbi doktorske disertacije naslovljene: "Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja broda na valovima velikih amplituda".

2.) Mentorom predloženiku imenuje se izv.prof.dr.sc. Većeslav Čorić, dipl.ing. – FSB Zagreb.

Dekan

Prof.dr.sc. Bernard Franković, dipl.ing.

Dostaviti:

- 1.) Mr.sc. Albert Zamarin, dipl.ing.
- 2.) Izv.prof.dr.sc. Većeslav Čorić, FSB – Zagreb
- 3.) Evidencija studija
- 4.) Pismohrana F.V.

## SAŽETAK

Cilj rada je razvoj numeričkog modela opterećenja broda na valovima velikih amplituda. Prilikom njihanja broda na takvim valovima, nelinearnosti u opterećenju postaju značajnije i ne mogu se zanemariti kao kod linearnog modela. Osnovni uzrok nelinearnosti, koji je promatran u radu, uključuje promjenjivost hidrodinamičkih koeficijenata i uzbude u funkciji vremena uslijed promjene gaza presjeka. Problem je rješavan za slučaj harmoničkih valova u frekvencijskom području u uzdužnoj vertikalnoj ravnini. Analizirana je vertikalna poprečna sila i vertikalni moment savijanja za slučaj valova u pramac. Prilikom određivanja hidrodinamičkih koeficijenata korištene su metode konformnog preslikavanja i uskog nanašanja izvora po presjeku, a za osnovnu formulaciju linearnih i nelinearnih jednadžbi njihanja i opterećenja korištena je modificirana vrpčasta *STF* metoda. Dobivena rješenja u obliku nelinearnih prijenosnih funkcija i raspodjele valnih sila po duljini broda uspoređena su sa rješenjima linearnog modela, sa rezultatima nelinearnih proračuna iz dostupne literature i sa eksperimentalnim podacima. Budući da je krajnje mjerilo projektiranja strukture ponašanje broda na morskim valovima, kao nastavak, razvijen je proračun spektra odziva valnih sila koji uključuje rezultate nelinearnog modela i stohastičku prirodu morskih valova. Za određivanje odziva nelinearnog opterećenja trupa na morskim valovima korišten je Volterra model drugog reda. Rješenja ovog modela, zajedno sa statističkim karakteristikama odziva su zatim primijenjena za procjenu ekstremnih odziva opterećenja.

Navedene teorijske postavke primijenjene su u razvijenom računarskom programskom paketu *GIOP*.



## SUMMARY

The objective of the present thesis has been to develop large amplitude wave load numerical model. Non-linearity arising from the ship motion at large amplitude waves can't be neglected, especially in wave load, as in case of linear model. Main source of non-linearity, focussed on in this work, involves time dependent hydrodynamic coefficients and excitation due to changing of section draught because of ship motion and wave passing. The load problem has been solving on harmonic waves in frequency domain in vertical longitudinal plane. Vertical shear force and vertical bending moment in head waves are analysed. Two methods were used for determining section hydrodynamic coefficients, conformal mapping and Frank Close Fit method. As the source for linear and non-linear equation formulation for motion as well as for the wave load, modified Salvensen-Tuck-Faltinsen strip theory was used. Gathered results in the form of non-linear transfer functions and longitudinal distribution of the wave load, showing the difference between hogging and sagging conditions, was compared with the results of linear model and non-linear calculations from the available literature. Comparison against experimental data is also presented. As long as final structural design criteria will be behaviour of ship structure at seaway, involving stochastically nature of sea waves, the mentioned non-linear wave load procedure was extended for determination of load response spectra. Second order Volterra modelling was used to calculate non-linear vertical hull girder load response in irregular head waves. Solved model, together with the statistical characteristics of the response is used for extreme load response prediction.

Theoretical formulation was implemented through developed preliminary design software package *GIOP*.

# PREDGOVOR

Doktorska disertacija *Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja broda na valovima velikih amplituda* izrađena je kao logičan nastavak magistarskog rada naslovljenog *Hidrodinamičko opterećenje vitkog broda na morskim valovima* tijekom poslijediplomskog studija *Računarska mehanika*, modula *Strukturalna analiza i optimizacija konstrukcija*. Disertacija je napravljena u okviru znanstvenog projekta *Hidrodinamika plovni objekata: otpor, propulzija i pomorstvenost*, br. 069010 i znanstvenog projekta *Numeričko modeliranje u hidrodinamici plovni objekata*, br. 0069007 *Ministarstva znanosti i tehnologije Republike Hrvatske*, a pod mentorstvom red. prof. dr. sc. Većeslava Čorića, dipl. ing.

Cilj rada bio je određivanje numeričkog modela odnosa valnih amplituda i valnog opterećenja u uzdužnoj vertikalnoj ravnini deplasmanskog broda (vertikalna poprečna sila i vertikalni moment savijanja) za područje valova velikih amplituda. Temeljem tog odnosa, koji uključuje varijaciju oplakane površine trupa, istražen je utjecaj forme broda na nesimetričnost valnog opterećenja te procjena njegovih najvjerojatnijih maksimalnih razina za ekstremno stanje mora. Analiza modeliranog opterećenja provedena je u frekvencijskom području. Tipovi brodova pogodni za ovakav model su jednotrupni istisninski brodovi sa naglaskom na niske do umjerene vrijednosti Froudovog broja.

Dodatno je predviđen i razvoj racionalnog kompjutorskog programskog paketa, koji bi predstavljao dio paketa za preliminarno projektiranje. Program je zamišljen kao niz nezavisnih modula koji predstavljaju primjenu navedenih teorijskih rješenja.

Rad je raščlanjen u sedam poglavlja. U uvodu je, ukratko, kroz osnovne projektne aktivnosti ukazano na značaj točnijeg određivanja opterećenja trupa broda. Osim toga dan je i pregled vrsti opterećenja brodske konstrukcije za vrijeme eksploatacije. Formuliran je problem koji će se u radu riješiti, te naglašen cilj i struktura rada. U drugom je poglavlju prikazan pregled teorijskih metoda i rezultata istraživanja kod proračuna valnog opterećenja. Kao osnova razmatrane su mogućnosti vrpčaste teorije sa linearnim i nelinearnim rješenjima. Proširenje predstavljaju 3D metode. Na kraju su poglavlja sažeto ocjenjene mogućnosti i područje primjene navedenih metoda.

Poglavljja tri i četiri sadrže teorijsku pozadinu hidrodinamičkog modela za određivanje valnog opterećenja u frekvencijskom području, s tim da se treće poglavljje odnosi na linearnu formulaciju problema. Unutar poglavlja sažeto je prikazana linearizirana teorija površinskih valova, a zatim jednadžbe linearnog dinamičkog opterećenja. Nakon toga, prikazano je i numeričko rješenje hidrodinamičkih koeficijenata pomoću konformnog preslikavanja i Tasaijeve metode, te rješenje Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku. Prikazani su rezultati u obliku dijagrama dvodimenzijskih koeficijenata za karakteristične poprečne presjeke za obje metode i u obliku prijenosnih funkcija njihovih opterećenja. U četvrtom je poglavlju prikazan model opterećenja broda na valovima većih amplituda. Na početku su prikazani osnovni uzroci

nelinearnosti opterećenja, a nakon toga formulacija nelinearnih jednadžbi dinamičkog opterećenja broda u uzdužnoj vertikalnoj ravnini. Primijenjena je perturbacijska metoda, a kod numeričkog rješenja problema njihanja broda korištena je metoda trigonometrijskih redova. Dobiveni su rezultati u obliku valnog opterećenja višeg reda za karakteristične amplitude harmoničkih valova.

Odziv brodske konstrukcije kao nelinearnog dinamičkog modela u stvarnim uvjetima, tj. na morskim valovima prikazan je u petom poglavlju. Za proračun je korišten približni Volterra model trećeg reda, koji u odzivni spektar, osim linearnog rješenja uključuje i doprinos komponente drugog reda. Osim toga je definiran i proračun ekstremnih odziva koji koristi rezultate proračuna opterećenja nelinearnog modela.

Šesto poglavlje sadrži rezultate numeričkog proračuna nelinearnog modela njihanja i opterećenja za neke karakteristične uvjete plovidbe kontejnerskog broda S175 i usporedbu sa dostupnim rezultatima iz literature. Prikazane su prijenosne funkcije opterećenja, proces valnih sila u vremenskom području i uzdužna raspodjela momenata savijanja i poprečnih sila za karakteristične uvjete. Na kraju poglavlja prikazan je numerički primjer proračuna ekstremnih odziva vertikalnog momenta savijanja kontejnerskog broda na morskim valovima.

Završno, sedmo poglavlje sadrži zaključak i moguće smjernice za budući znanstveno-istraživački rad.

Budući je dodatna motivacija i cilj bio stvaranje softvera za praktičnu procjenu valnog opterećenja dosta je napora uloženo za izradu korisničkog sučelja i korisničku dokumentaciju. Dokumentacija se sastoji iz dva dijela, od kojih je prvi vezan za detaljnije komentiranje koda, a drugi dio, prikazan u Prilogu 4, obuhvaća shemu organizacijske strukture programa *GIOP* (Gibanje i Opterećenje), sa opisom projekta i modula, ulaznih podataka i primijenjenih rješavača, te sadrži dokumentaciju korisničkog sučelja.

Izrazi, slike i tablice u radu su označene dvobrojno, pri čemu se prvi broj odnosi na broj poglavlja, a drugi na broj pojedinog izraza, slike ili tablice.

Ovom prilikom autor rada želi izraziti veliku zahvalnost mentoru red. prof. dr. sc. Većesavu Čoriću, dipl. ing. na nesebičnoj pomoći, stručnom usmjeravanju tijekom čitave izrade rada, te korisnim primjedbama. Autor također dužuje posebnu zahvalnost doc. dr. sc. Jasni Prpić-Oršić, dipl. ing. na stalnoj podršci i pravovremenoj, konkretnoj pomoći pri pojedinim fazama izrade rada.

Autor

## SADRŽAJ

<b>1. UVOD</b>	<b>1</b>
1.1. <i>Definicija opterećenja</i> .....	1
1.2. <i>Formulacija problema</i> .....	3
1.3. <i>Cilj i struktura rada</i> .....	5
<b>2. PREGLED TEORIJSKIH METODA I REZULTATA ISTRAŽIVANJA KOD PRORACUNA VALNOG OPTEREĆENJA BRODA</b>	<b>7</b>
2.1. <i>Uvod</i> .....	7
2.2. <i>Metode temeljene na vrpčastoj teoriji</i> .....	8
2.2.1. Linearna teorija .....	8
2.2.2. Nelinearna teorija .....	9
2.2.2.1. Model u frekvencijskoj području .....	9
2.2.2.2. Model u vremenskom području .....	10
2.3. <i>3D metode</i> .....	11
2.3.1. Jedinstvena teorija vitkog tijela .....	11
2.3.2. $2_{1/2}D$ metoda .....	11
2.3.3. Metoda Greenove funkcije .....	12
2.3.4. Metoda Rankineovih izvora .....	12
2.4. <i>Prognoza ekstremnih opterećenja</i> .....	13
2.4.1. Uvod .....	13
2.4.2. Opterećenje na mirnoj vodi .....	15
2.4.3. Valno opterećenje .....	15
2.5. <i>Procjena valjanosti i pravci razvoja numeričkih metoda</i> .....	16



<b>3. MODEL LINEARNOG OPTEREĆENJA BRODA NA HARMONIČKOM VALU</b>	<b>19</b>
3.1. Uvod	19
3.2. Linearizirana teorija površinskih valova	20
3.3. Opterećenje broda prema STF formulaciji	24
3.3.1. Uvod	24
3.3.2. Matematička formulacija	28
3.3.3. Jednadžbe linearnog dinamičkog opterećenja	33
3.4. Numeričko određivanje vrijednosti hidrodinamičkih koeficijenata presjeka	37
3.4.1. Uvod	37
3.4.2. Metoda konformnog preslikavanja	38
3.4.2.1. Formulacija problema	39
3.4.2.2. Rješenje problema	41
3.4.3. Frankova metoda uskog nanašanja izvora po presjeku	43
3.4.3.1. Formulacija problema	43
3.4.3.2. Rješenje problema	46
3.4.3.3. Nepravilne frekvencije	49
3.4.4. Usporedba rezultata numeričkog proračuna hidrodinamičkih koeficijenata presjeka	50
3.5. Prijenosne funkcije njihanja i opterećenja	54
<b>4. MODEL OPTEREĆENJA BRODA NA VALOVIMA VELIKIH AMPLITUDA</b>	<b>59</b>
4.1. Uvod	59
4.2. Uzroci nelinearnosti opterećenja	60
4.2.1. Nelinearna teorija površinskih valova	60
4.2.2. Kvadratni član Bernoullijeve jednadžbe	62
4.2.3. Promjena gaza presjeka pri njihanju broda	64
4.3. Model nelinearnog opterećenja na harmoničkim valovima	67
4.3.1. Koordinatni sustav broda	67
4.3.2. Jednadžbe nelinearnog dinamičkog opterećenja broda	69
4.3.3. Nelinearne jednadžbe njihanja broda	70
4.3.3.1. Osnovna formulacija jednadžbi njihanja	70
4.3.3.2. Korekcijski hidrodinamički, povratni i uzbudni koeficijenti	71
4.3.4. Rješenje problema njihanja broda primjenom trigonometrijskih nizova	72
4.3.5. Sile i momenti drugog i trećeg reda	76
4.3.5.1. Inercijska sila i moment	77
4.3.5.2. Hidrostatička povratna sila i moment	78
4.3.5.3. Uzbudna sila i moment	79
4.3.5.4. Hidrodinamička sila i moment	81
<b>5. BRODSKA KONSTRUKCIJA NA MORSKIM VALOVIMA</b>	<b>85</b>
5.1. Stanje mora kao slučajni proces	85
5.2. Odziv linearnog dinamičkog modela	86
5.2.1. Projektno stanje mora	86
5.2.2. Spektar odziva prvog reda	87
5.2.3. Prognoza ekstremnih odziva linearnog modela	88

<i>A. Zamarin – Doktorska disertacija    NUMERIČKO MODELIRANJE EKSTREMNIH OPTEREĆENJA BRODA NA VALOVIMA VELIKIH AMPLITUDA</i>	
5.3. Odziv nelinearnog dinamičkog modela	90
5.3.1. Volterra model trećeg reda	91
5.3.2. Približni Volterra model	93
5.3.3. Ukupni spektar odziva	96
5.3.4. Prognoza ekstremnih odziva nelinearnog modela	97
<b>6. REZULTATI NUMERIČKOG PRORAČUNA I POTVRDA KODA RAČUNARSKOG PROGRAMA</b>	<b>99</b>
6.1. Analiza kontejnerskog broda S175	99
6.1.1. Glavne dimenzije i osnovni podaci	99
6.1.2. Geometrija i raspodjela mase po duljini broda	100
6.1.3. Njihanje	101
6.1.4. Opterećenje	106
6.2. Usporedba rezultata i potvrda koda računarskog programa	117
6.3. Numerički primjer proračuna ekstremnih odziva vertikalnog momenta savijanja kontejnerskog broda na morskim valovima	121
<b>7. ZAKLJUČAK</b>	<b>125</b>
POPIS LITERATURE	129
POPIS OZNAKA, SIMBOLA I SKRAĆENICA	135
POPIS SLIKA	141
POPIS TABLICA	145
<b>PRILOZI</b>	
1 Hidrodinamički koeficijenti, uzbudna sila i moment presjeka	147
2 Koeficijenti dodatne mase, prigušenja i povratni koeficijenti za brod	155
3 Dodatni rezultati opterećenja za S175 pri nultoj brzini napredovanja	157
4 Organizacijska struktura i dokumentacija korisničkog sučelja računarskog programa GIOP	161
<b>ŽIVOTOPIS</b>	<b>167</b>

# 1. UVOD

Brod predstavlja najveću pokretnu konstrukciju koju je čovjek ikad napravio, a veličina i pokretljivost imaju najveći utjecaj na raspored strukture i projekt broda općenito. Osim veličine, brod je vrlo složena struktura koja se sastoji iz više od stotinu tisuća različitih dijelova. Da bi svi dijelovi činili funkcionalnu cjelinu, projekt broda mora biti kvalitetno napravljen i razrađen. Projekt obično započinje zahtjevom ili upitom brodovlasnika za brodom koji će biti u mogućnosti prevesti određenu količinu određene vrste ili vrsta tereta, na određenoj ruti ili rutama zadanom brzinom. Na osnovi ovako malog broja podataka brodograđevni inženjeri moraju napraviti preliminarni projekt koji će zadovoljiti navedene zahtjeve. Lista problema kojima se mora posvetiti pažnja je velika, a osnovni su: određivanje osnovnih dimenzija broda, optimalna forma s obzirom na otpor valova, hidrostatički stabilitet u oštećenom i neoštećenom stanju, opći raspored s položajima tereta, balasta i goriva uz osiguranje pravilnog trima pri svim uvjetima plovidbe, funkcionalno ukrcavanje i iskrcavanje tereta, ekonomični i po okolinu minimalno štetan pogonski sustav, električna potrošnja i prikladni generatori, čamci i druga oprema za spašavanje sa lakim pristupom, protupožarna oprema i pogodna podjela prostora, grijanje i ventilacija, smještaj posade i/ili putnika, navigacijska oprema, procjena ukupnog troška i troška održavanja. Rezultat preliminarnog projekta je skup nacрта. Kada je projekt odobren od strane brodovlasnika, sljedeći korak je određivanje dimenzija strukturnih i ostalih elemenata. Ovaj se dio projekta odvija u bliskoj suradnji sa odabranim klasifikacijskim društvom. Prihvatanjem projekta strukture klasifikacijsko društvo daje brodu klasnu notaciju, koja omogućuje brodovlasniku da osigura brod kod nekog osiguravajućeg društva.

Klasifikacijska društva imaju zadatak objavljivanja pravila i propisa za prikladnu i efikasnu strukturnu analizu broda i odabir dimenzija elemenata. Pravila obuhvaćaju skup eksplicitnih formula za određivanje debljine limova oplata trupa, dimenzija ukrepnih elemenata, dimenzija pregrada itd. Ove su formule uglavnom iskustvene i konzervativnog tipa, budući se moraju pouzdano moći primijeniti na velikom rasponu tipova brodova. Sa napretkom informatičkih tehnologija, tj. razvojem sve bržih i jačih kompjutora pravila se mijenjaju. Danas brodograđevni inženjeri mogu izvršiti strukturnu analizu koristeći direktne metode proračuna. Klasifikacijska društva u tu svrhu daju prikladne faktore sigurnosti za slučaj lokalnih i globalnih oštećenja, a uzimajući u obzir moguće posljedice oštećenja i metodu koja je korištena. Jednostavne i neproverene metode zahtijevaju veće faktore sigurnosti. Dakle, naponi koje će uložiti iskusniji brodograđevni projektanti će se isplatiti, ne samo racionalnijim rasporedom strukture, nego vjerojatno i manjom masom prazno opremljenog broda, koja će u ukupnom operativnom vijeku broda omogućiti veću količinu prevezenog tereta za kojeg se može naplatiti prijevoz.

Pozadinu svih proračuna za strukturnu analizu broda čine analiza čvrstoće odnosno proračuni naprezanja, stabilnosti, vibracija i sl., sa proširenjem na napredne statističke metode koje



uzimaju u obzir stohastičku prirodu morskih valova, a s ciljem procjene sigurnosti od oštećenja u svim uvjetima plovidbe. Opterećenja na kojima se zasnivaju ovi proračuni dobivaju se upotrebom formula klasifikacijskih zavoda ili kao rezultat složenih proračuna hidrodinamičkih modela koji zahtijevaju jaku matematičku podršku i poznavanje mehanike fluida.

Određivanje dimenzija strukturnih elemenata nekom racionalnom metodom podijeljeno je u nekoliko osnovnih koraka:

- Određivanje hidrostatičkog opterećenja na mirnoj vodi.
- Određivanje opterećenja od valova uzimajući u obzir njihovu stohastičku prirodu.
- Određivanje naprezanja strukturnih nosača trupa uslijed navedenog opterećenja.
- Povećanje sigurnosti od oštećenja nosača trupa uslijed prekoračenja maksimalnog opterećenja (premala sigurnost zahtjeva promjene dimenzija oplata trupa i drugih uzdužnih strukturnih elemenata).
- Određivanje lokalnih naprezanja uslijed tlaka od mora i tereta.
- Povećanje sigurnosti od lokalnog oštećenja uslijed izvijanja i zamora.
- Određivanje razine prisilnih vibracija uslijed vremenski ovisnih uzbuda kao što je glavni stroj, vijak i more (značajnije za brze i putničke brodove).
- Optimalni pregledi i procedure popravaka za smanjenje vremena broda u doku.
- Osiguranje dovoljne čvrstoće kroz čitavo vrijeme eksploatacije.

Iz navedenog pregleda aktivnosti kroz projekt broda može se lako uočiti važnost pravilnog izbora i točno određivanje opterećenja kojeg će struktura broda morati izdržati kroz godine upotrebe.

## 1.1. DEFINICIJA OPTEREĆENJA

Za detaljnu analizu opterećenja kojem će brodska konstrukcija biti izložena bilo bi prikladno ustanoviti vrste opterećenja trupa. Potrebno je napomenuti da će pojam opterećenje trupa označavati sile i momente u poprečnom presjeku trupa broda (unutarnje opterećenje), koje čini ravnotežu sa uzbudnim silama i momentima (vanjsko opterećenje) i inercijskim silama i momentima. Šest komponenti njihanja broda kao krutog tijela na valovima su: napredovanje, zanošenje, poniranje, ljuljanje, posrtanje i zaošijanje. Iz ovih njihanja proizlazi i šest komponenti opterećenja, od kojih su za njihanje broda kao vitkog tijela sa valovima u pramac najvažniji vertikalni moment savijanja i vertikalna poprečna sila. Ostale komponente su horizontalni moment savijanja, horizontalna poprečna sila i torzijski moment. Dakle, ukupno opterećenje se može smatrati kao suma sljedećih opterećenja.

Prvo je statičko opterećenje koje se mijenja samo kada se mijenja ukupna težina broda, ukrcajem, iskrcajem ili premještanjem tereta. U ovu grupu opterećenja spadaju: težina broda i tereta, sila uzgona, toplinska opterećenja uslijed nejednolike raspodjele temperature duž trupa i koncentrirana opterećenja kod dokovanja ili nasukavanja. Zbog velikog omjera duljine prema širini, trup se broda može promatrati kao kutijasti nosač, opterećen savijanjem u uzdužnom smjeru. Ukupna sila uzgona jednaka je težini broda, ali se raspodjela uzgona po duljini broda razlikuje od raspodjele težina. Zbog toga u pojedinim presjecima po duljini broda nastaje pretičak težine ili uzgona koji opterećuje brod kao gredu, koja je po duljini opterećena nejednoliko raspoređenim teretima. Ta nejednolika raspodjela težine i uzgona dolazi do izražaja naročito kod postavljanja broda na val.

Druga grupa opterećenja su dinamička opterećenja niske frekvencije, a promjenljiva su u vremenu sa periodom od nekoliko sekundi do nekoliko minuta. Budući da su frekvencije dovoljno ispod vlastitih frekvencija vibracija trupa, nemaju utjecaja na moguća rezonantna naprezanja

strukture. Ova se opterećenja sastoje od varijacije tlaka valova, varijacije tlaka na trup uslijed oscilatornog gibanja broda i inercijskih sila koje su uzrokovane ubrzanjima masa broda i tereta. U ovom radu pažnja je posvećena upravo ovoj grupi opterećenja.

Treću skupinu opterećenja čine dinamička opterećenja visoke frekvencije koje se mogu poklapati sa vlastitim frekvencijama trupa te izazvati rezonantne efekte deformacija ili naprezanja. Dije se na: hidrodinamičko opterećenje od propulzijskih uređaja, hidroelastično opterećenje uslijed međudjelovanja privjesaka i strujanja oko trupa i opterećenje od valova visoke susretne frekvencije koja se poklapa sa najnižom vlastitom frekvencijom vibracija trupa.

Kao četvrta grupa opterećenja uzimaju se udarna opterećenja kao što je udaranje pramca, zalijevanje palube ili kod ratnih brodova udari naoružanja.

Osim ovakve podjele opterećenja, čvrstoća trupa broda i ostale strukture tradicionalno se promatra na tri osnovne razine: globalnoj (trup kao nosač), zonskoj (skladište) i lokalnoj (limovi, ukrepe, ukrepljeni paneli). Na isti bi se način moglo promatrati i opterećenje trupa. Momenti savijanja uslijed vala, torzijski momenti i poprečne sile su globalno valno opterećenje, dok se npr. tlak u okolini izabrane točke na trupu promatra kao lokalno opterećenje. Opterećenja određenih razina ne mogu se dodavati direktno u proračun zbog vremenskog faznog pomaka.

Novo metode analize čvrstoće koje koriste konačne elemente kod modeliranja čitavog trupa broda, zahtijevaju drugačiji pristup kod određivanja opterećenja. Metoda konačnih elemenata je stabilna metoda i zbog toga točnost analize čvrstoće najviše ovisi o točnosti izračunatog valnog opterećenja i njihanja broda.

Brodске katastrofe ili znatna oštećenja strukture, kao što je npr. gubitak broda za prijevoz rasutog tereta u ekstremnim vremenskim uvjetima [1], oštećenja uzdužnjaka vanjske oplata za vrijeme prve godine službe [2] ili katastrofa trajekta *ESTONIA* [3], dodatno ukazuju na važnost točnog određivanja opterećenja u ekstremnim vremenskim uvjetima, naročito globalnog valnog opterećenja, inercijskih sila koje djeluju na teške terete, zalijevanje palube i poklopaca grotala. Važnost točnog određivanja opterećenja je i pri umjerenom stanju mora a vezano je za sigurnost strukturnih veza (zamor), te je i od posebnog značaja za bolju analizu i razumijevanje udarnih opterećenja koja djeluju na stvarne forme pramac.

## 1.2. FORMULACIJA PROBLEMA

Prilikom plovidbe broda po morskim valovima, njegovi strukturni elementi podložni su vremenski promjenljivom djelovanju vjetrova i valova. Od svih opterećenja, dinamičko je opterećenje od valova najznačajnije i ima presudnu ulogu u projektiranju strukture broskog trupa. Stoga je neophodna što točnija procjena odziva strukture još u projektnoj fazi. Samo pravilnom definicijom opterećenja može se raspoloživim metodama i računarskim programima odrediti točniji odziv opterećenja strukture. Prethodno se moraju formulirati i riješiti jednadžbe njihanja broda, a osnovna značajka svih problema vezanih uz njihanje broda je modeliranje hidrodinamičkih utjecaja.

Nejednolika distribucija hidrodinamičkih tlakova i inercijskih sila kojima je brodski trup izložen prilikom njihanja na morskim valovima uvjetuju dodatna opterećenja brodske konstrukcije. Na ekstremnim valovima ta opterećenja, zajedno sa opterećenjima konstrukcije u mirnom moru (hidrostatički tlakovi i gravitacijske sile), određuju graničnu razinu opterećenja koju brodska konstrukcija mora izdržati. Racionalizacija tog problema, čija se potreba u suvremenoj inženjerskoj praksi nameće kao alternativa empirijskom pristupu u dimenzioniranju elemenata brodske konstrukcije, uključuje postupke osnovane na numeričkom modeliranju realnog oblika prisutnog problema, a to je interakcija broskog trupa i morskih valova. Pri ekstremnim stanjima mora, na valovima velikih amplituda, realni opis modela mora uključiti na prvom mjestu varijaciju oplakane površine na koju djeluju hidrodinamički tlakovi kao posljedica djelovanja valova na trup broda.

Time odnos između valnih sila i odziva brodskog trupa postaje nelinearan sa nesimetričnim karakteristikama odziva koji uz harmonične komponente prvog reda sadrži i harmonike viših i nižih redova. Stohastička priroda uzbudnih valnih sila uvjetuje dodatne poteškoće u analizi pojave čiji se krajnji rezultati, ekstremne razine naprezanja, mogu interpretirati tek u domeni vjerojatnosti.

Rezerve koje još uvijek postoje i kojima se danas služimo prilikom dimenzioniranja strukturnih elemenata primarne čvrstoće brodskog trupa, područja su unutar kojih se može postići daljnje unapređenje projektiranja brodskih konstrukcija u cilju njene sigurnosti i ekonomičnosti.

Netočnosti u određivanju valnog opterećenja proizlaze iz činjenice da su hidrodinamički problemi koji opisuju strujanje oko broda koji napreduje na valovima izuzetno složeni, a onda su nužna i značajna pojednostavljenja. Zbog toga i postoji nekoliko različitih hidrodinamičkih modela koji mogu biti linearni, nelinearni, a mogu se definirati u frekvencijskom ili vremenskom području. Proračun valnog opterećenja trupa u frekvencijskom području uključuje određivanje operatora amplitudnog odziva (engl. Response Amplitude Operator, RAO). Za neki zadani valni spektar odziv se dobije kao odzivni spektar. Projektnim opterećenjem je definirana razina koja će biti premašena sa određenom vjerojatnošću za operativno vrijeme broda. Za njegovo određivanje morska površina je podijeljena u stacionarna stanja mora. Stacionarnost podrazumijeva konstantne vrijednosti brzine i kursa broda i kinematike vala. Ove su pretpostavke dobre za period od nekoliko sati i u tom slučaju imamo kratkoročne prognoze odziva strukture.

Metode u vremenskom području, za razliku od onih u frekvencijskom, određuju odziv transformacijom valnog spektra u vremenski signal i onda izvode simulaciju ponašanja broda u vremenskom području. Za obje metode odziv se statistički opisuje sa prva četiri momenta spektra.

Morska površina, koju će brod susresti tijekom eksploatacije se može prikazati kao kombinacija kratkoročnih trajanja, a njihov zbroj onda predstavlja osnovu za dugoročne prognoze, tj. prognoze za čitav operativni vijek broda. Stoga rezultati u obliku ekstremnih vrijednosti postaju raspodjela za izračun maksimuma odziva.

Za lagana i umjerena stanja mora linearne metode općenito daju dobre rezultate, ali problem nastaje za teška stanja mora kada opterećenje postaje izrazito nelinearno u odnosu na visinu vala. Zato bi nelinearne metode morale biti upotrebljavane za ona stanja mora za koja su efekti koje mogu opisati izraziti i jasni.

### 1.3. CILJ I STRUKTURA RADA

Cilj rada je određivanje numeričkog modela odnosa valnih amplituda i valnog opterećenja u uzdužnoj vertikalnoj ravnini deplasmanskog broda (vertikalna poprečna sila i vertikalni moment savijanja) za područje visokih valova. Temeljem tog odnosa, koji uključuje varijaciju oplakane površine trupa broda, istražen je utjecaj forme broda na nesimetričnost valnog opterećenja te procjena njegovih najvjerojatnijih maksimalnih razina za ekstremno stanje mora. Analiza modeliranja opterećenja je provedena u frekvencijskom području. Tipovi brodova pogodni za ovakav model su jednotrupni istisninski brodova sa naglaskom na niske do umjerene vrijednosti Froudovog broja.

Dodatno, predviđen je razvoj racionalnog kompjutorskog programskog paketa koji će biti dio paketa za preliminarno projektiranje. Program je zamišljen kao niz nezavisnih modula koji predstavljaju primjenu navedenih teorijskih rješenja.

Kao što je već napomenuto u predgovoru rad je raščlanjen u sedam poglavlja. Prva tri poglavlja sadrže uvod sa naglaskom na važnost točnijeg određivanja opterećenja u pretprojektnoj fazi, pregled teorijskih metoda i rezultata proračuna valnog opterećenja i kao treće, teorijske postavke linearnog modela opterećenja broda na harmoničkim valovima. Centar rada je četvrto poglavlje u kojem je prikazan model opterećenja broda na valovima većih amplituda. Stoga su na

početku poglavlja prikazani osnovni uzroci nelinearnosti u opterećenju, a nakon toga predočena je ideja i izvedena formulacija nelinearnih jednadžbi dinamičkog opterećenja. Pri rješavanju problema primjenjena je perturbacijska metoda, a numeričko rješenje njihanja dobiveno je pomoću trigonometrijskih redova. Nakon određivanja odziva brodske konstrukcije kao nelinearnog dinamičkog modela u stvarnim uvjetima, tj. na morskim valovima, dani su rezultati numeričkog proračuna nelinearnog modela njihanja i opterećenja za neke karakteristične uvjete plovidbe kontejnerskog broda S175, a nakon toga i usporedba sa rezultatima sličnog računarskog programa i sa rezultatima eksperimenta za isti brod.

Završno, sedmo poglavlje sadrži zaključak i moguće smjernice za budući znanstveno-istraživački rad.



## 2. PREGLED TEORIJSKIH METODA I REZULTATA ISTRAŽIVANJA KOD PRORAČUNA VALNOG OPTEREĆENJA BRODA

### 2.1. UVOD

Početak teorijskog i praktičnog proučavanja valnog opterećenja, njihanja broda i odziva brodske strukture može se smatrati Froudova [4] analiza ljuljanja prvog parnog broda 1861. godine. Od tada su teorijska proučavanja znatno unapredovala zbog povećanja dimenzija i brzina brodova. Krylov [5] je već 1896. godine proučavao poniranje i posrtanje broda sa povećanjem snage i brzine. Froud i Krylov su postavili diferencijalnu jednadžbu njihanja broda koja je uključivala inercijske i povratne sile. U svom su radu razmatrali i polje tlaka neporemećenog nailaznog vala, pa je tako nastala poznata Froude-Krylovljeva uzbudna sila.

Glavno poboljšanje u proračunu hidrodinamičkog poremećaja koje djeluje na brod je Lewisova [6] dodatna masa koja zajedno sa trupom vibrira u nekom strukturnom modu. Karakteristična frekvencija je u tom slučaju dovoljno velika, tako da su inercijski efekti dominantni, a gravitacijske sile se mogu zanemariti. Tako se zanemaruju valni efekti, što znatno pojednostavljuje proračun. Lewis je pretpostavio brodski trup kao vitko tijelo i integrirao hidrodinamičke sile po duljini u obliku dvodimenzijskih karakteristika svakog poprečnog presjeka, te se ovaj rad smatra početkom primjene vrpčaste teorije u brodskoj hidrodinamici.

Kasnije je Haskind [7] 1946. godine koristio Greenov teorem za određivanje potencijala brzine zbog prisutnosti trupa broda i izveo Greenovu funkciju ili potencijal izvora. Potencijal brzine je razložen na način da uključuje odvojena rješenja difrakcijskog i radijacijskog problema za svaki oblik njihanja broda. Početni problem je tretiran kao proizvoljni vremenski ovisan oblik sinusoidalnog gibanja.

Primjena bi navedenih teorija bila praktično neizvediva bez istovremenog razvoja numeričkih postupaka. Numerički proračuni sila i momenata u fluidu, te dodatne mase i prigušenja, temeljeni su uglavnom na dvodimenzijskom modelu kroz tri različite metode. Prva i najjednostavnija koristi komforno preslikavanje bez utjecaja slobodne površine. Druga metoda podrazumijeva uporabu serije multipola za poniranje poluuronjenog cilindra, a razvio ju je Ursell [8]. Njezinu primjenu u brodogradnji razvili su Grim (1953), Tasai (1961) i De Jong (1969). Treća se metoda temelji na nanošenju izvora po površini trupa. Metodu je početno razvio Ursell, a Frank [9] je omogućio njezinu praktičnu uporabu raspodjelom izvora po presjeku i proračunom jakosti izvora. Stoga se metoda najčešće naziva Frankova metoda uskog nanašanja izvora po presjeku



(engl. *Frank close-fit method, FCF*). Problem vezan za ovu metodu je pojava nepravilnih frekvencija u području visokih frekvencija. Umjesto složene Greenove funkcije na oplakivanoj površini tijela, moguće je problem rubnih uvjeta riješiti nanašanjem izvora preko cijelog graničnog područja fluida. Takav su postupak koristili Bai i Yeung [10]. Metodu koja koristi tehniku konačnih elemenata razvili su također Bai i Yeung, a temelji se na varijacijskom principu koji omogućuje određivanje potencijala brzine u području fluida. U tom se postupku radijacijski uvjeti primjenjuju na konačnoj udaljenosti od tijela. Podjelom područja fluida na određeni broj konačnih elemenata, potencijal na pojedinom elementu određuje se pomoću niza polinoma. Metoda se može primijeniti na sve oblike poprečnih presjeka broda. Osim mogućnosti uzimanja u obzir utjecaja proizvodnog oblika dna, kao i ograničenog područja fluida, primjerice kanala, metoda omogućuje određivanje utjecaja prisutnosti tekućeg tereta u brodu na vrijednost potencijala.

Teorijska razmatranja međudjelovanja trupa broda i nailaznog vala, prema načinu tretiranja hidrodinamičkog poremećaja, mogu se u osnovi promatrati kao 2D ili 3D problem koji se može rješavati u vremenskom ili frekvencijskom području koristeći linearne ili nelinearne metode. U sljedećem poglavlju biti će dat kratki prikaz navedenih metoda.

## 2.2. METODE TEMELJENE NA VRPČASTOJ TEORIJI

### 2.2.1. LINEARNA TEORIJA

Zasigurno najbolji izbor metode za inženjersku praksu, dakle brzi i dovoljno točni proračun valnog opterećenja i odziva broda je vrpčasta teorija (engl. *strip-theory ST*). Osnove *ST* dali su Korvin-Kroukovsky i Jacobs [11]. To je ujedno i prvi značajni pokušaj uključenja dinamike u proračunu odziva broda i to uporabom dviju spregnutih linearnih diferencijalnih jednažbi sa konstantnim koeficijentima. Oni su prvi uveli ovisnost hidrodinamičkih koeficijenata o frekvenciji, a koristili su postavke teorije aerodinamike vitkog tijela za uključivanje utjecaja brzine napredovanja broda. Pretpostavka broda kao vitkog tijela podrazumijevala je strujanje samo u poprečnom smjeru, pa je zanemarujući uzdužno međudjelovanje strujanja oko presjeka problem sveden na dvodimenzijски. Kasnije je tu teoriju Jacobs [12] proširila za dobivanje vertikalnih poprečnih sila i momenata savijanja za brodove izložene valovima u pramac. Izvorna je teorija, u više navrata mijenjana i proširena, tako da danas postoji čitav niz vrpčastih teorija; Gerritsma i Beukelman [13], nova vrpčasta teorija (Tasai i Takaki) [14], racionalna vrpčasta teorija (Ogilvie i Tuck) [15], a svakako je najznačajnija *STF* metoda (Salvensen, Tuck i Faltinsen) [16]. *STF* metoda sadrži trodimenzijску formulaciju hidrodinamičkog problema sa lineariziranim rubnim uvjetima. Sile i momenti se računaju iz osam komponenti potencijala brzine (šest komponenti potencijala radijacije, potencijal difrakcije i potencijal nailaznog vala). Potencijali su izračunati dvodimenzijском analizom, odnosno podjelom broda na presjeke, budući da se brod smatra vitkim tijelom. Rezultirajuće su jednažbe iste kao i one u vrpčastoj teoriji Korvin-Kroukovskog, a razlika je jedino u broju i točnijem obliku nekih članova. Na brojnim je primjerima dokazano da teorija izuzetnom točnošću procjenjuje poniranje, posrtanje, poprečne sile, te momente savijanja brodova sa finom krmom na valovima u pramac. Međutim, iako su se rezultati dobiveni vrpčastom teorijom podudarali sa eksperimentalnima, postojale su stanovite primjedbe koje su se odnosile na izraze za brzinu napredovanja u koeficijentima jednažbe njihanja. Naime, ti izrazi nisu zadovoljavali odnos simetrije koji su 1962. dokazali Timman i Newman. Budući da je zanemarivala međudjelovanje strujanja po duljini broda teorija se nije smatrala praktično primjenjivom za niske susretne frekvencije koje su rezultat velike brzine napredovanja sa valovima u krmu. Međutim Blok i Beukelman [17] su pokazali da su rezultati poniranja i posrtanja dovoljno točni i za veće Froudeove brojeve. Nakon sistematske usporedbe proračunskih i eksperimentalnih vrijednosti dodatne mase i

prigušenja brzih brodova pri većim brzinama, Keuning [18] je pokazao efikasno podudaranje hidrodinamičkih koeficijenata klasične vrpčaste teorije do  $F_n = 0,57$ . Nadalje, ako se promatra i varijacija oplakane površine, tj. trenutni gaz, rezultati su zadovoljavajući i do  $F_n = 1,4$ . Mnogi su znanstvenici pokušali izvornu teoriju proširiti za slučaj poniranja i posrtanja na kosim valovima, međutim nije postignuta dovoljna točnost zbog nepravilnog tretiranja difrakcijskog efekta u uzbudnoj sili.

Provedeno je opširno istraživanje za procjenu točnije raspodjele tlakova oko glavnog rebra za brodove u režimu kratkih valnih duljina u svezi sa analizom zamora, a Watanabe [19] i Ito [20] su uveli metodu određivanja raspodjele tlaka koja se osniva na *ST*. Njihovi su rezultati poboljšali procjenu tlaka u području glavnog rebra za brodove na valovima u krmu i bok (Tanizawa, 1994) [21]. Iako se *ST* temelji na pretpostavkama linearnog vitkog tijela, sa dosta točnosti predviđa najveći dio valnog opterećenja. Ovo se uglavnom odnosi na činjenicu da *ST* daje dobru procjenu za Froude-Krylovljevu komponentu, povratnu i inercijsku komponentu, koje su dominantne u valnom opterećenju za većinu uvjeta stanja mora.

Može se zaključiti da je linearizacija problema opravdana kada su amplitude njihanja male u usporedbi sa referentnom duljinom (Sclavounos, 1996) [22]. Kada je oblik trupa broda dovoljno vitak, problem se nadalje može još pojednostavniti svodenjem na dvodimenzijско rješenje. U tom je smislu *ST* još uvijek primarni izbor alata za predviđanje linearnog njihanja i opterećenja za istisninske brodove (Faltinsen, 1994; Fonseca, 1996). U prilog tome ide, zbog rješenja u frekvencijskom području, jednostavna formulacija i rješenje ekstremnih opterećenja i procjena zamora na morskim valovima. Problemi nastaju kod proračuna na ekstremnim stanjima mora i dugoročnim procjenama maksimalnih opterećenja za projektiranje strukture, jer su ovi proračuni vezani za nelinearne pojave.

### 2.2.2. NELINEARNA TEORIJA

Nelinearno njihanje broda i nelinearni odzivi strukture su primijećeni kod mjerenja na brodovima u prirodnoj veličini i kod eksperimenata na modelima u bazenima. Mjerenja naprezanja na brodovima vitkih formi, kao što su ratni brodovi i kontejnerski brodovi na umjerenom i jakom moru su pokazali da valno opterećenje momentom savijanja u stanju progiba može biti znatno veće od momenta savijanja u uvjetima pregiba. U prilog ovom zaključku ide niz zajedničkih eksperimenata ispitivanja pomorstvenosti što ih je organizirao ITTC (*International Towing Tank Conference*) na usvojenom zajedničkom tipu kontejnerske brodske forme S175. U eksperimentu su sudjelovale dvadeset i tri organizacije, a dobiveni rezultati u obliku prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja su pokazali velika odstupanja [23]. Detaljnijom analizom utvrđeno je da odstupanja nisu slučajna, već da ovise o nagibu vala (O'Dea, 1992) [24]. Zapravo se moglo zaključiti da varijacije prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja sa amplitudom vala ukazuju na nelinearno njihanje trupa broda.

#### 2.2.2.1. Model u frekvencijskom području

U proteklom su desetljeću perturbacijske analize sa malim vrijednostima valnih amplituda bile primjenjivane za rješavanja nelinearnog hidrodinamičkog problema rubnih vrijednosti. Krajnji cilj ovih analiza bilo je određivanje opterećenja. Rješenja prvog reda su standardna linearna rješenja. Rješenja teorije drugog reda zadržavaju izraze proporcionalne valnoj amplitudi (linearne) i njezinom kvadratu. One su omogućile određivanje glavnih i slabo varirajućih komponenti valnih opterećenja (Faltinsen, 1994) [25]. Perturbacijske metode i njihova primjena je predstavljena u radovima Ohkusua [26]. Međutim, kao prvi značajniji doprinos u ovom području smatra se nelinearna kvadratna vrpčasta teorija Jensena i Pedersena [27] za predviđanje valnog opterećenja i odziva broda na umjerenim stanjima mora, a koja se zasniva na perturbacijskoj metodi u frekvencijskom području. Sile prvog reda su identične onima iz klasične vrpčaste teorije (Gerritsma



i Beukelman, 1964) [13], dok su kvadratni članovi proizašli iz nelinearnosti uzbudnog vala, geometrije trupa pramca i perturbacije dvodimenzijskih hidrodinamičkih koeficijenata.

Bruzzone [28] je razvio teoriju drugog reda koja je proširenje *STF* vrpčaste teorije. Ova teorija omogućava proračun sila i momenata drugog reda, ali rezultati još uvijek nisu objavljeni.

Adeegest [29] je 1994. god. proširio navedenu teoriju za članove trećeg reda. Rezultati su dobiveni pomoću korelacije sa testiranjem modela u bazenu i predstavljaju dijagonalne članove u prijenosnoj funkciji trećeg reda. Ostali članovi su procijenjeni iskustvenim izrazima. Rezultati su pokazali značajan utjecaj članova trećeg reda za brodove sa širokim pramčanim poprečnim presjecima (engl. *bow flare*). Međutim, izgleda da primjena ove teorije na neku brodsku formu bez upotrebe rezultata eksperimenta sa modelom u bazenu nije moguća.

Perturbacijske metode imaju ograničenu primjenu u opisu valovima induciranoj njihanja i opterećenja u uvjetima jačih stanja mora. Koriste se uglavnom za određivanje malo promjenljivog valnog opterećenja u uvjetima umjerenih stanja mora i za racionalnu potvrdu linearnih metoda.

### 2.2.2.2. Model u vremenskom području

Od simulacije u vremenskom području se očekuje da u određenom vremenskom trenutku osigura informaciju o položaju broda, raspodjeli tlaka, globalnim silama, relativnoj brzini neophodnoj za udarno opterećenje, zalijevanje palube i dr. Postoji nekoliko prednosti u rješavanju nelinearnih problema metodama u vremenskom području. Osnovna je što u vremenskoj analizi u svakom trenutku imamo točnu trenutnu uronjenu površinu trupa neophodnu za proračun njihanja na valovima velikih amplituda. Dva glavna pristupa koja se danas koriste zasnivaju se na vrpčastoj teoriji i trodimenzivnoj metodi rubnih elemenata (engl. *Boundary Element Method, BEM*). Općenito će nešto više o 3D metodama biti riječi u zasebnom poglavlju. Mnogo više truda i vremena je utrošeno na razvoj nelinearne vrpčaste metode u vremenskom području. Formulacijom direktnog proširenja vrpčaste teorije iz frekvencijskog u vremensko područje bavili su se Fujino i Yoon [30], Guedes Soares [31] i Chen i Shen [32]. U ovim polu-iskustvenim modelima u vremenskom području zanemareni su hidrodinamički memorijski efekti, tj. hidrodinamički koeficijenti u jednadžbama njihanja su određeni za svaku pojedinu frekvenciju. Za simulacije koje se izvode na morskim valovima to općenito predstavlja glavni teorijski nedostatak modela u vremenskom području.

Rješenje hidrodinamičkog problema slobodne površine u vremenskom području, podrazumijeva rješenje početnog graničnog problema. Osnovni rad u tom smjeru napravio je Finkelstein [33], određivši različite Greenove funkcije slobodne površine u vremenskom području. Cummins [34] je rastavio vremenski ovisni potencijal brzine na trenutni memorijski dio koji se zasniva na impulsnoj odzivnoj funkciji, te na taj način odvojio utjecaj geometrije trupa od njihanja broda. Na kraju je Ogilvie [15] poopćio rješenje za uključivanje brzine napredovanja. Djelomične nelinearne modele koji se zasnivaju na potencijalnom strujanju u vremenskom području ili Fourierove transformacije frekvencijski ovisnih prijenosnih funkcija razvijali su Fonseca i Soares [35]. Utjecaj fluida se sastoji od linearnog i nelinearnog dijela. Linearne sile predočene su vremenskom konvolucijom, a nelinearna hidrostatička povratna sila i Froude-Krylovljeva sila su točno proračunate. Ovakav pristup je teorijski mnogo dosljedniji, a pokazao je i dobro podudaranje između proračunatih vrijednosti i eksperimentalnih rezultata na modelima (Xia i Wang, 1997) [36]. Bitno je napomenuti da je proširenje teorije na nelinearne memorijske efekte otežano, tj. praktična primjena ograničena zbog kompliciranog i dugotrajnog proračuna vremenskog konvolucijakog integrala. Zbog valnog gibanja slobodne površine, linearne jednadžbe u vremenskom području su integralne jednadžbe, ali se mogu pogodnim uvjetima aproksimirati diferencijalnim jednadžbama višeg reda sa konstantnim koeficijentima. Takvom se aproksimacijom memorijski efekti mogu proračunati sa malim dodatnim naporom, te tako osigurati opću i praktičnu nelinearnu metodu u vremenskom području.

Efekti elastičnih svojstava brodske strukture uključeni su u metodi koju su predstavili Xia i Kaplan [37]. Adegeest [38] je simulirao njihanje broda i opterećenje nosača trupa koristeći vrpčastu

teoriju i primjenjujući Volterrov model trećeg reda za procjenu statističkih svojstava nelinearnog odziva modela testiranog na harmoničkim valovima.

Xia, Wang i Jensen [39] su 1998. godine izveli nove izraze običnih diferencijalnih jednadžbi višeg reda za hidrodinamičke memorijske efekte. Budući se derivacije višeg reda računaju kao parcijalne derivacije rješenje se podudara sa klasičnom *STF* vrpčastom teorijom.

Na kraju pregleda metoda na osnovi vrpčaste teorije bi se moglo zaključiti da, iako su mnogi znanstvenici zabilježili dobro podudaranje rezultata momenata savijanja na brodovima koji se gibaju na valovima velikih amplituda koristeći nelinearne vrpčaste teorije u vremenskom području, postoji potreba za dodatnom sistematskom provjerom i potvrdom metoda, a sa ciljem poboljšanja dosljednosti i smanjenja proračunskog vremena u predviđanju valnog opterećenja, njihanja i strukturalnog odziva broda kao krutog tijela.

## 2.3. 3D METODE

Za nužno poboljšavanje rezultata nelinearnog opterećenja neophodno je i razvijanje trodimenzivskih metoda za rješavanje hidrodinamičkih koeficijenata i njihanja broda. To je ujedno i osnovni cilj hidrodinamike broda. Trenutno se korektna 3D rješenja zasnivaju na metodi graničnog integrala gdje su izvori raspoređeni preko oplakane površine tijela i dijela slobodne površine, kada se koristi metoda Rankineovih izvora (engl. *Rankine Source Method, RSM*), a samo preko oplakane površine tijela kada se koristi metoda Greenove funkcije (engl. *Green Function Method, GFM*) za slobodnu površinu. Ostale metode prikazane u ovom poglavlju mogu se smatrati kvazi 3D metodama.

### 2.3.1. JEDINSTVENA TEORIJA VITKOG TIJELA

Jedinstvenu teoriju vitkog tijela razvio je Newman [40], a kasnije su je unaprijedili Newman i Sclavounos [41]. Teorija se smatra jedinstvenom jer ne postoje ograničenja u rasponu frekvencija, a zbog različitih uvjeta radijacije. Ukupno rješenje problema pomorstvenosti se sastoji od homogenog i partikularnog rješenja. U klasičnoj vrpčastoj teoriji promatra se samo ovo posljednje. Osnovna ideja ove teorije ja podjela domene u dva polja, unutarnje i vanjsko, tj. potencijal područja fluida koji okružuje brod je podijeljen u dva člana, rješenje unutarnjeg polja i rješenje vanjskog polja. Za prvi problem bitna je geometrija broda, a rješenje je slično rješenju vrpčaste teorije. Rješenje se potencijala sastoji od partikularnog  $\phi_{j,P}$  i homogenog dijela  $\phi_{j,H}$ , a promatra se u nekoj točki trupa zadanoj koordinatama  $x, y$  i  $z$

$$\phi_j(x, y, z) = \phi_{j,P}(x, y, z) + C_j \phi_{j,H}(x, y, z), \quad (2.1)$$

gdje  $j$  označava oblik njihanja. Potencijal brzine u vanjskom polju fluida zbog prisustva broda se računa linijskom raspodjelom trodimenzivskih izvora. Metoda koristi metodu asimptotskog širenja za preslikavanje ponašanja vanjskog polja na unutarnje polje i obrnuto. Izrazi koji su dobiveni određuju homogeno rješenje problema unutarnjeg polja. Iako je rješenje dosljedno u fizikalnom smislu još uvijek se ne primjenjuje, a mogući uzrok je u kompliciranom postupku za određivanje trodimenzivskih korekcijskih faktora  $C_j$  u homogenom dijelu rješenja. Opći zaključak je da rješenja vertikalnih gibanja nisu bolja od onih koja daje linearna vrpčasta teorija, osim za zanašanje i zaošijanje.



### 2.3.2. $2_{1/2}$ D METODE

Općenito se  $2_{1/2}$ D metode mogu nazvati teorijama vitkog tijela za velike brzine, a iz razloga što uključuju utjecaj brzine napredovanja na mnogo pravilniji način od klasične vrpčaste teorije. Kod klasične teorije potencijal brzine zadovoljava linearizirane dvodimenzijske uvjete na slobodnoj površini, dok kod ove teorije zadovoljava linearni 3D uvjet na slobodnoj površini. Osnovna razlika se može lako objasniti u fizikalnom smislu tako što valovi koji nastaju njihanjem broda u vrpčastoj teoriji putuju od broda paralelno sa uzdužnom osi, što nije slučaj kod  $2_{1/2}$ D teorije gdje su primijenjeni 3D uvjeti na slobodnoj površini. 3D efekt koji se uzima u obzir dovodi do interakcije stacionarnog i nestacionarnog strujanja oko broda, što je u klasičnoj teoriji zanemareno.

### 2.3.3. METODA GREENOVE FUNKCIJE

Metoda Greenove funkcije (*GFM*) određuje potencijal brzine pomoću raspodjele izvora po površini trupa. Zasniva se na integralnoj formulaciji sa Greenovom funkcijom koja zadovoljava sve rubne uvjete, osim rubnog uvjeta na tijelu. Potencijal se, iz druge Greenove jednakosti može odrediti iz površinskog integrala preko uronjenog tijela i linijskog integrala preko presjecišta trupa broda i vodene površine. Ova je metoda uspješno primijenjena u programskom paketu *LAMP-1*<sup>\*</sup>, kao linearna verzija i u programskom paketu *LAMP-2* i *LAMP-4* kao nelinearna verzija.

Iwashita je 1994. god. [42] uveo *spline* funkcije u svoju metodu koja koristi Greenovu funkciju, zbog bolje aproksimacije oblika trupa. Ito [43] je nastavio razvijati metodu Greenove funkcije i godinu kasnije predstavio 3D proračun valnog tlaka oko VLCC koji napreduje na kratkim valovima koso na pramac. Rješenje 3D problema općenito ovisi o panelima koji se koriste. Arn [44] je usvojio panele višeg reda za poboljšanje rješenja. Usporedba njegovih rezultata sa eksperimentima i drugim metodama, koje su također osnovane na Greenovoj funkciji, pokazala je veliku raspršenost.

### 2.3.4. METODA RANKINEOVIIH IZVORA

Nelinearne simulacije pomoću *BEM* (engl. *Boundary Element Method*) razvijene su za rješavanje složenih problema proizvoljne geometrije trupa koji napreduje na valovima velikih amplituda. Te se metode mogu podijeliti na (Lin, 1994) [45] približne nelinearne metode, koje koriste približne nelinearne uvjete slobodne površine i potpuno nelinearne metode koje uzimaju u obzir točan uvjet slobodne površine, kao i točan položaj tijela u određivanju rubnih uvjeta na tijelu.

3D pristup u vremenskom području za poboljšanje rješenja problema njihanja i opterećenja broda na morskim valovima je predstavio (Lin, 1994). U ovom je pristupu rubni uvjet na tijelu zadovoljen na trenutnoj uronjenoj površini, dok je uvjet slobodne površine lineariziran s obzirom na incidentni val. Razvijena numerička metoda omogućava proračun raspodjele hidrodinamičkog tlaka preko trenutne uronjene površine trupa. Pogodnom vezom između dobivenih vrijednosti hidrodinamičkog tlaka, kao izlaza proračuna hidrodinamičkog opterećenja s jedne strane i ulaza za programe za strukturnu analizu metodom konačnih elemenata (engl. *Finite Element Method, FEM*) kao što su *MAESTRO*, *NASTRAN* ili *I-DEAS*, može se izvršiti direktna analiza čvrstoće. Rezultati proračuna pokazuju da je maksimalni moment savijanja za putnički i kontejnerski brod predviđen pomoću nelinearne metode, znatno veći od onog kojeg daje proračun linearnom metodom. Rezultati također pokazuju da u osnovi nema razlike između posrtanja proračunatog pomoću linearne i nelinearne metode.

\* LAMP-1, -2, -4 su dijelovi LAMP (Large Amplitude Motion Program) računarskog programa za proračun 3D hidrodinamike u vremenskom području, kojeg su u ABS-u razvili Lin i You.

Posljednjih je godina napravljeno nekoliko analiza gdje je *RPM* (engl. *Rankine Panel Method*) uspješno primijenjena. U tim se rješenjima promatra stacionarno i nestacionarno strujanje, s tim da točno rješenje zadnjeg ovisi o prikladnom tretiranju prvog (Sclavounos, 1996) [46]. Sclavounos i ostali [47] su također primijenili *RPM* za određivanje pomorstvenosti i valno opterećenje strukture za brodove koji napreduju na harmoničkim valovima. U proračun povratnih sila uključio je utjecaj trupa iznad vodne linije, trima i naplavlivanja, a sa stacionarnim valnim profilom. Proračuni su pokazali ovisnost poprečnih sila i momenata savijanja o ovim parametrima. Nakos [48] je predstavio *RPM* rješenje tranzijentne interakcije val-tijelo. Kod neke brzine napredovanja, slobodna površina i rubni uvjet trupa je lineariziran oko dvostrukog strujanja oko tijela. Umjetna plaža za apsorpciju valova je projektirana za prigušenje odbijanja zbog konačne proračunske domene slobodne površine. U metodi je korištena Wigleyeva forma koja napreduje na harmoničnim valovima u pramac ( $F_n = 0,3$ ), a rezultati su pokazali dobro podudaranje (nakon transformacije u frekvencijsko područje) sa predviđanjima rješavača u frekvencijskom području. Kring [49] je predstavio metodu simulacije njihanja i opterećenja broda na valovima većih nagiba, na osnovi nelinearnog proračuna hidrostatičke i Froud-Krylovljevihi efekta i lineariziranog uzbuđenog vala. Rezultati su pokazali zadovoljavajuće poklapanje sa eksperimentima. Male razlike se pripisuju nelinearnim efektima koji nisu bili uključeni u metodu.

Beck [50] i Scorpio [51] su riješili nelinearni 3D problem koristeći Euler-Lagrangevu metodu vremenskog koraka sa desingularizacijskim pristupom (singulariteti koji generiraju polje protoka su izvan domene fluida). Ova je metoda korištena za proračun dodatne mase i prigušenja modificirane Wigleyeve forme za poniranje i posrtanje. Potpuno nelinearno prigušenje posrtanja se poklapa sa eksperimentima, dok se dodatna masa poniranja i posrtanja bolje poklapa sa rezultatima vrpčaste teorije.

Meskeu [52] je dao informativni izvještaj o nelinearnom pristupu sa rubnim elementima koji uzimaju u obzir deformaciju slobodne površine i njihanje broda u procedurama sa vremenskim korakom. Utvrđena je trenutna linija presjeka stvarnog položaja broda i slobodne površine. Ukupna trenutna hidrodinamička sila koja djeluje na brod se proračunava integracijom nestacionarnog tlaka po površini za svaki vremenski korak, a njihanje tijela se određuje korak po korak direktnom integracijom jednadžbi njihanja. Općenito je prihvaćeno da je kompletno rješenje nelinearnih problema skupo za opće probleme pomorstvenosti. Kompletno nelinearno rješenje pomoću mješovite *MEL* metode (engl. *Mixed Euler-Lagrangeove method*) je prikazano u radu Xue i Yue [53] za slučaj jednostavnog površinskog tijela. Nedavno je predložena pretpostavka tzv. *slabog raspršenja* (engl. *weak scatterer*) za tretiranje njihanja broda na valovima velikih amplituda na teškom moru. U ovoj je pretpostavci samo uzbuda uzrokovana brodom pretpostavljena malom i linearizirana u odnosu na njihanje i nailazni val. Huang [54] je uspješno primijenio ovu hipotezu u kompjutorskom programu *SWAN1* u frekvencijskom području i *SWAN2* u vremenskom području. Rezultati proračuna koeficijentata sila i odziva njihanja daju poboljšane rezultate u usporedbi sa eksperimentima, a u usporedbi sa prethodnom linearnim i kvazilinearnim rezultatima.

Smatra se da teorija *slabog raspršenja* obuhvaća globalne nelinearnosti i daje bolje predviđanje globalnog odziva, ali ipak nije u mogućnosti modelirati ekstremne slučajeve kao što je udaranje pramca, zalijevanje palube ili lomljenje vala. Za vrijeme njihanja broda u ekstremnim vremenskim uvjetima, dio glavne palube može uroniti u more ili se na nju može srušiti val. Ovakav scenarij ima utjecaj na njihanje broda, opterećenje palube, poklopaca grotala, nadgrađa i pregrada.



## 2.4. PROGNOZA EKSTREMNIH OPTEREĆENJA

### 2.4.1. UVOD

Da bi se mogla napraviti analiza ekstremnih vrijednosti opterećenja i/ili predviđanje zamora za vrijeme trajanja broda u službi, mora biti ispunjeno nekoliko uvjeta. Prvi i najvažniji je korektan fizikalni, tj. hidrodinamički model ponašanja broda na umjerenim do teškim stanjima mora. Drugi uvjet uključuje prikladnu stohastičku ocjenu oceanskih valova određenog stanja mora i treće uključuje prikladan odabir teorije vjerojatnosti koja može uključiti nelinearne efekte. Budući je stanje mora slučajan proces, a ako se želi poboljšati početnu fazu projektiranja uzimajući u obzir gore navedene uvjete, vjerojatnosni model koji će se koristiti za opisivanje promjenljivosti opterećenja u vremenu i prostoru je osnovni alat za predviđanje ekstremnih vrijednosti. Prilikom rada sa projektnim opterećenjem proračuni i prognoze idu u dva osnovna smjera: vjerojatnosno modeliranje ekstremnih opterećenja u životnom vijeku broda sa ciljem poboljšanja globalne čvrstoće, ili s druge strane statistika raspona naprezanja za proračun zamornog oštećenja. Prognoze mogu biti kratkoročne i dugoročne sa ili bez uključivanja nelinearnih efekata.

Teorija vjerojatnosti za linearne probleme je u literaturi dobro objašnjena i opisana. Još od rada St. Denisa i Piersona [55] 1953. godine utvrđeno je da se odziv brodske strukture na morskim valovima može odrediti tehnikama spektralne analize. Hipoteza, da se odziv broda na morskom valovlju može prikazati kao suma odziva na harmonijskim valovima svih frekvencija, potvrđena je i prihvaćena u području pomorstvenosti broda, posebice za vertikalna gibanja i opterećenja. Tehnike spektralne analize pretpostavljaju odziv koji je proporcionalan s visinom vala, tj. zahtijevaju poznavanje odziva strukture za jediničnu uzbudu, a definirane su tzv. prijenosnim funkcijama. Prijenosne funkcije, koje mogu predstavljati njihanje, brzinu, ubrzanje, silu ili momente određene su na pretpostavkama harmonijskog vala jedinične visine. Mogu se odrediti teorijski i eksperimentalno.

Razvojem metoda na ovom području bavili su se Price i Bishop [56]. Procedure koriste točne izraze za raspodjelu vjerojatnosti pojedinačnih maksimuma za predviđanje ekstremnih vrijednosti u zadanom vremenskom periodu. Dakle, princip linearne superpozicije primjenjuje za kratkoročne predviđanje odziva broda na morskim valovima koristeći prijenosne funkcije i operator amplituda odziva, koji je dobiven kao odziv na harmonijskom valu, a onda se za dugoročnu prognozu koristi statistički opis valova obzirom na područje službe broda. Međutim, kada se u obzir uzmu nelinearni morski valovi i nelinearni hidrodinamički odzivi brodske strukture, ne postoji analitički izraz za predviđanje ekstrema koji bi se mogao iskoristiti. Za primjenu u analizi nelinearnih procesa postoji samo nekoliko polu-iskustvenih transformacija.

Međutim, prije transformacija nužno je spomenuti i upotrebu Volterraovog modela drugog reda, Longuet-Higginsa [57], u proračunu odziva pomoću razvoja redova (Edgewortovi redovi) oko srednje vrijednosti. Korištena je zajednička funkcija gustoće vjerojatnosti (engl. *Probability Density Function, PDF*) promatrane varijable i njezine derivacije. Nedostatak je pojava negativne gustoće vjerojatnosti nakon što se zanemari određeni konačni broj članova. Raspon primjene ovisi uglavnom o stupnju uključene nelinearnosti i razini prelaska (engl. *crossing level*), (Jensen, 1999 [58]). Transformacije na osnovi Hermiteovih redova, koje koriste varijable drugog reda kao kubne polinome u gausovskim varijablama koristio je Winterstain [59]. Koeficijenti u transformacijama su određeni tako da transformirani proces ima prva četiri statistička momenta ista kao i stvarni proces (Jensen i Dogliani, 1998) [60]. Ekstremne vrijednosti opterećenja i oštećenje od zamora se onda mogu predvidjeti pomoću ova prva četiri momenta (Winterstrain, 1988 [61], Jensen, 1996 [62]), a konačna širina spektra odziva naprezanja se uzima u obzir odgovarajućim faktorima korekcije (Wirsching i Light, 1980 [63]). Transformacija ovih redova nije u mogućnosti modelirati ekstremne efekte, kao što je zalijevanje palube ili izranjanje pramca.

Drugi način predviđanja ekstremnih opterećenja je preko raspodjele opće ekstremne vrijednosti (engl. *General Extreme Value, GEV*), kao što je Gumbelova raspodjela. Neophodni podaci se dobivaju iz vremenske simulacije na slučajnim valovima. Direktna primjena ove raspodjele je u podijeli dostupnih podataka (promatranja) u jednako udaljene vremenske grupe iz kojih se onda koriste samo maksimalne vrijednosti za procjenu parametara u *GEV*. Naravno da neke velike vrijednosti u nekoj vremenskoj grupi možda uopće neće biti uključene u analizu. Posljedica se može očitovati u točnosti metode, naročito kod ekstrapolacije za vrijednosti izvan raspona promatranja.

Metode koje se zasnivaju na vrijednosti premašenja omogućuju kvalitetniju upotrebu podataka jer su sve vrijednosti uključene, bez obzira na razinu koji odredi korisnik.

Dugoročna predviđanja se odnose na kompletan operativni vijek broda. Sve varijable koje karakteriziraju kratkoročne prognoze, kao što su karakteristike stanja mora, brzina broda, kurs broda u odnosu na valove i sl., moraju biti stohastički definirane, uključujući i njihovu statističku korelaciju.

### 2.4.2. OPTEREĆENJE NA MIRNOJ VODI

Najčešća kompjuterizirana oprema koja se nalazi na brodovima za kontrolu raspodjele opterećenja daje komandantu neograničenu slobodu pri krcanju broda, ali samo dok je maksimalno opterećenje u granicama određenim pravilima klasifikacijskih zavoda. Posljedice su dvostruke, relativno mali broju slučajeva čvrstog pridržavanja priručnika krcanja i mnogo varijacija uvjeta krcanja. Ova činjenica dovodi do veće vjerojatnosti premašenja maksimalnog operacijskog opterećenja koje je povezano sa ljudskim odlukama pri izboru načina i uvjeta krcanja.

Guedes Soares i Dias [64] su koristeći bazu podataka od oko 3200 putovanja 40 kontejnerskih brodova analizirali statističku promjenljivost efekta krcanja na mirnoj vodi istog broda, ali na različitim rutama plovidbe. Zaključak je da se ne može usvojiti vjerojatnosni model za sve promatrane podatke, što znači da mora postojati više uvjeta krcanja u modeliranju opterećenja kontejnerskog broda na mirnoj vodi.

Iz analiza operacijskih podataka i priručnika krcanja tankera sa i bez dvoboka uočena su neslaganja između dolaska i odlaska, a što nije bilo očito iz prethodnih podataka. Guedes Soares i ostali [65] i Casella i ostali [66] su predložili novi model za opterećenje tankera na mirnoj vodi, na osnovi Gaussove raspodjele vjerojatnosti.

### 2.4.3. VALNO OPTEREĆENJE

Za prikladni i sigurni projekt neophodne su pogodne vrijednosti projektnog opterećenja. Sigurnost brodske strukture je za normalne slučajeve uzeta u obzir kroz pravila klasifikacijskih zavoda i međunarodnog udruženja klasifikacijskih društava (*International Association of Classification Societies, IACS*). Zajednička uloga ovih društava je u postizanju zajedničkih standarda. Pravila određuju ekstremna valna opterećenja (globalna i lokalna) koja se moraju promatrati kao minimalni zahtjevi, tj. standardi sigurnosti. Ovi se zahtjevi u osnovi zasnivaju na opširnim proračunima i ispitivanjima i potvrđeni su statistikama oštećenih i izgubljenih brodova kroz mnoge godine nadzora na velikom broju brodova u službi.

Uzdužna je čvrstoća broskog trupa jednoznačno definirana IACS zahtjevima (S-11, UR S-11). Vertikalni valni moment savijanja je sastavni dio ovog zahtjeva pa su napravljene mnoge analize sa ciljem usporedbe valnog momenta savijanja dobivenog direktnim proračunima sa vrijednostima određenim ovim zahtjevom (Nitta i ostali, 1992 [67]; Guedes Soares, 1992 [68]). Neki su znanstvenici bili vrlo kritični prema ovom zahtjevu budući da su uočena velika rasipanja, kako međusobnih rezultata, tako i u odnosu na opterećenja definirana pravilima klasifikacijskih



društava. Rezultat je čitav niz istraživanja da bi se utvrdili razlozi rasipanja i da bi se dugoročne prognoze valnog opterećenja izjednačile.

Procedura za određivanje projektnog valnog opterećenja se zasniva na prijenosnim funkcijama dobivenim pomoću linearne teorije koja zatim koristi dugoročnu raspodjelu vjerojatnosti ekstrapoliranu do vjerojatnosti premašenja od  $10^{-8}$ .

Trenutno aktualna tema je definiranje pristupa koji bi općenito bio prihvaćen za proračun dugoročne prognoze. Nedavne doprinose u tom smjeru su dali Jankowski [69] i Friis-Hansen [70], koji su se bavili smanjenjem brzine i promjenom kursa u teškim vremenskim uvjetima.

Za eventualnu usporedbu predviđanja projektnog opterećenja od strane različitih institucija mora biti ispunjeno nekoliko uvjeta. Kao prvo neophodno je da se polazni valni dijagrami poklapaju. Drugi uvjet podrazumijeva da je način dobivanja prijenosnih funkcija jednoznačno definiran. Na kraju, područje upotrebe broda u smislu rute plovidbe i metode proračuna dugoročne raspodjele moraju biti standardizirani. Guedes Soares [71] je promatrajući ove aspekte i koristeći različite izvore podataka o valovima pokazao da neizvjesnost karakteristične vrijednosti, npr. vertikalnog momenta savijanja za vjerojatnost premašenja od  $10^{-8}$  i za slučaj kontejnerskog broda iznosi 14%. Koristeći iste podatke o valovima, ali prilagođene prijenosne funkcije dobiva se neizvjesnost od 15%. Rezultati su doveli do usporedne studije navedene u poglavlju 2.5.

Modele vjerojatnosnog opterećenja za slučaj zamora su proučavali Bitner-Gregersen i ostali [72] i Cramer i ostali [73]. Oni su potvrdili prihvaćenu proceduru o prilagodbi dugoročne raspodjele odziva Weibullovoj funkciji raspodjele vjerojatnosti. Predložili su upotrebu dva različita dijagrama za proračun zamora; jedan za Sjeverni Atlantik i drugi za ostatak trgovačkih ruta.

Wang i ostali [74] su razmatrali statistički opis lokalnog tlaka u analizi poprečne čvrstoće i predložili upotrebu eksponencijalne funkcije raspodjele vjerojatnosti.

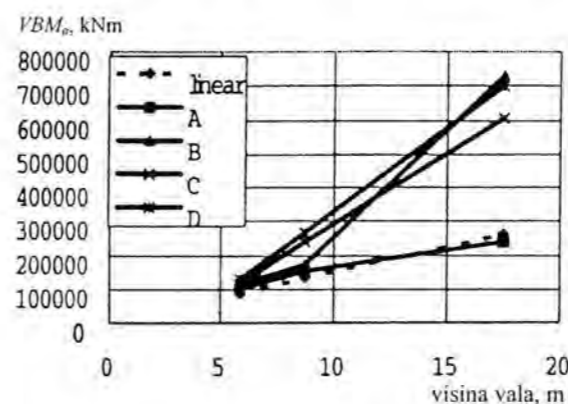
Nekoliko posljednjih istraživanja se odnosilo upravo na statističke modele za nelinearne i negusovske procese. Koristeći kvadratnu prijenosnu funkciju Jensena i Pedersena [27], Naess [75] je predstavio numerički model za proračun funkcije raspodjele vjerojatnosti kombiniranih linearnih i kvadratnih odziva vibracija trupa broda na slučajnim valovima, a na osnovi primjene Kac-Siegertove [76] kvadratne transformacije gaussovog procesa. Ochi i Ahn [77] su također predložili metodu za dobivanje funkcije raspodjele vjerojatnosti negausovskih slučajnih procesa izraženih preko Kac-Siegert rješenja.

Nelinearnost odziva je uključena modeliranjem faktora koji ovisi o valovima, a koji se određuje proračunom prijenosnih funkcija pogodno modificiranih za proračun nelinearnih efekta. Rezultati linearnih i nelinearnih proračuna za kontejnerski brod se razlikuju pa standardne metode dugoročnih predviđanja zahtijevaju minimalna podešavanja za uključivanje nelinearnih faktora modeliranja. Rezultati Guedes Soaresa i Schellina [78], te Jensena i ostali [79], su vrlo slični za isti kontejnerski brod, unatoč drugačijem pristupu. Konačno, metodu za statističko modeliranje ekstremnih nestacionarnih gausovskih procesa su predstavili Maes i Breitung [80], a na osnovi aproksimacije maksimalne raspodjele.

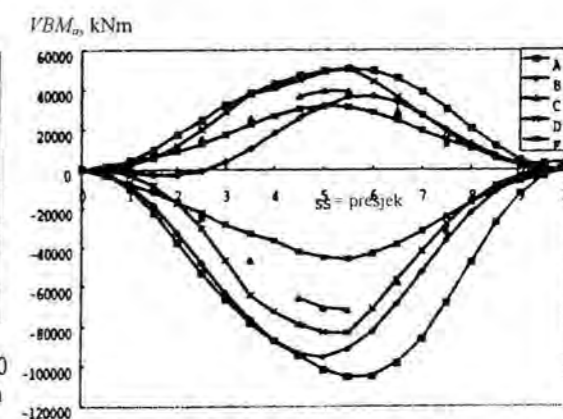
## 2.5. PROCJENA VALJANOSTI I PRAVCI RAZVOJA NUMERIČKIH METODA

Dosad predstavljene 3D metode imaju svoje prednosti i nedostatke, a naročito sa numeričkog stanovišta. Može se zaključiti da je potrebno uložiti dosta truda i vremena za potvrdu jedne praktične 3D proračunske metode, ISSC 1997 [81]. Schellin [82] se pozabavio problemima nesigurnosti triju programa koji se osnivaju na vrpčastoj teoriji i jednim zasnovanim na 3D RPM metodi, u predviđanju valovima induciranog opterećenja. Usporedbe rezultata su pokazale veliko

raspršenje, te tako i potrebu za daljnjim teorijskim istraživanjem. Osim teorijskih analiza obavljeno je i mnogo simulacija odziva broda na valovima ekstremnih uvjeta u vremenskom području sa ciljem da bi se utvrdilo krajnje projektno opterećenje ili da bi se procijenilo valno opterećenje koje će dovesti do katastrofe broda. Tehnika vremenske simulacije postala je sve popularnija kako se razvijaju mogućnosti kompjutera. Stoga je bilo potrebno napraviti usporedbu trenutno dostupnih kompjutorskih programa. Usporedba [81] je provedena za nelinearne probleme u vremenskom području, a sudjelovale su slijedeće organizacije sa svojim kompjutorskim kodovima: *University of Newcastle, Instituto Superior Técnico, Det Norske Veritas, China Ship Research Center, Kanazawa Institute of Technology* i *Ship Research Institute*. Na slikama su organizacije redoslijedno nazvane A, B, C, D, E. Za zajednički model je izabran S-175 kontejnerski brod zbog dostupnih rezultata iz prethodnih analiza ITTC-a. Promatrana je brzina za  $F_n=0,25$ , za 3 omjera valnih duljina i 3 omjera valnih visina. Promatrani odzivi su: vremenski prikaz posrtanja, relativno gibanje na pramcu i krmi, vertikalno ubrzanje na pramčanoj, krmenoj okomici i na glavnom rebru, vertikalni moment savijanja na presjecima 2, 5, 7.5, sl. 2.1a, uzdužna raspodjela maksimalnog momenta pregiba i progiba za jedan period susretne frekvencije, sl. 2.1b.



Sl. 2.1a Varijacija vertikalnog momenta savijanja na glavnom rebru u ovisnosti o visini vala ( $\lambda/L_{pp}=1$ )



Sl. 2.1b Raspodjela maksimalnog pregibnog i progibnog momenta savijanja po duljini broda, uz  $\lambda/L_{pp}=1$  i  $a_w/L_{pp}=1/30$

Zaključak je navedene analize da sve metode daju konzistentne rezultate za linearne procjene u području niskih valova, ali poklapanje rezultata programa postaje lošije u području visokih valova, a pogotovo za njihanje gdje elastično ponašanje broda postaje značajno.

Naredni korak kojeg bi trebalo napraviti je u smislu usporedbe sa eksperimentima ili izmjerenim podacima, da bi se moglo odlučiti da li su nelinearni programi uistinu pouzdani alati za predviđanje valnog opterećenja i odziva broda na valovima.

Opći zaključak ja da je vrpčasta teorija trenutno najpouzdanija i najrobusnija raspoloživa metoda. Kod 3D metoda smanjenje pouzdanosti i robusnosti se očituje u skupljem proračunu točnosti, tj. znatno većem utrošku vremena rada kompjutera za neke dijelove proračuna i isto tako dugotrajnom proračunu raspodjele tlakova po uronjenoj površini trupa. Ovo posljednje se kod vrpčaste teorije uspješno može nadomjestiti približnim metodama. Promatrajući nelinearne efekte u njihanju i opterećenju, nelinearne vrpčaste metode pokazuju još veće prednosti nad 3D metodama zbog još manjeg ukupno potrebnog proračunskog vremena. Međutim, vrlo je moguće da će u dogledno vrijeme, razvojem kompjutorske tehnologije 3D metode nadmašiti vrpčastu teoriju. Dotle će se naravno koristiti vrpčasta teorija, koja ima još jednu veliku prednost, a to je jednostavnost ulaznih podataka, posebice u opisu geometrije trupa. Vrpčaste teorije zahtijevaju koordinate točaka koje opisuju poprečni presjek po duljini (engl. offsets), dok trodimenzijske metode zahtijevaju



trodimenzijske podatke za opis površine panela. Budući da većina brodova ima komplicirane površine pramca i krme diskretizacija u trodimenzijske panele je složen zadatak. Diskretizacija se može napraviti tek nakon što je definiran trup u nekom CAD alatu. Zbog toga je vrpčasta teorija prikladniji alat u početnoj fazi projektiranja. Osim toga, dokle su god nelinearne teorije proširenje linearne vrpčaste teorije dotle će i osnovni alat ostati vrpčasta teorija. Nelinearna teorija u frekvencijskom području koja je dosta brza i uključuje sve glavne nelinearne efekte je kvadratna teorija, pa je za umjerena stanja mora najprikladnija. Formulirana je u frekvencijskom području, što joj daje prednost u brzini proračuna statističkih značajki odziva u odnosu na metode u vremenskom području. Kao praktični proračun za teže uvjete mora prikladnije su metode u vremenskom području.

Još se jedan bitan podatak može izvući iz ovakvog pregleda teorijskih metoda i rezultata istraživanja kod proračuna valnog opterećenja, a koji nije direktno naglašen. Sve promatrane nelinearne metode uključuju samo vertikalna gibanja i opterećenja. Razlog je što su stupnjevi slobode njihanja vezani za uzdužnu vertikalnu ravninu i s obzirom na valno opterećenje, dominantni za većinu slučajeva krcanja i formi trupa površinskih istisninskih brodova. Prihvaćeno je da se dobra prognoza horizontalnih gibanja i opterećenja može dobiti samo linearnim vrpčastim teorijama.

Predviđanje projektnih veličina valnog opterećenja pokazuje značajnu razliku od vrijednosti usvojenih u pravilima klasifikacijskih društava i postoji značajno odstupanje u predviđanju prema različitim dijagramima, metodama proračuna prijenosnih funkcija i proračunima dugoročnih raspodjela. Potreba za standardizacijom je očita, kao i potreba za rezultatima proračuna koji će se moći uspoređivati, te na taj način dopustiti proceduri projektiranja da se razvije u direktne metode. Osim toga, postojeći problem vjerojatnosnih modela nelinearnog opterećenja i kombinacije opterećenja nije još u cjelovitosti riješen, te se očekuju daljnji istraživački naponi u tom smjeru.

Može se promatrati i obrnuti proces projektiranja, tj. određivanje okolišnog graničnog stanja koje proizlazi iz graničnog stanja strukture. Ovaj problem nalazi direktnu primjenu za sva pomorska sredstva koja imaju ograničenu operativnost, npr.:

- glisirajući brodovi velikih brzina, za koje je kritično određivanje graničnog stanja mora pri kojem mogu funkcionirati s obzirom na rutu plovidbe;
- preživljavanje oštećenog broda, a obzirom na globalnu čvrstoću.

Nadgledanje opterećenja na brodu i upotreba sustava za predviđanje vremena i sustava za preusmjeravanje rute plovidbe se širi i važno je postizanje ovih funkcija u uvjetima ekstremnih opterećenja koje će brod doživjeti u stvarnosti. Naravno da ovi podaci, ili čak samo mogućnosti korištenja ovakvih sistema mogu imati značajan utjecaj na izbor projektnog opterećenja. Stoga, novi problem koji se pojavljuje predstavlja kontrolu odziva korištenjem nadzora na brodu, u kombinaciji sa uputama za prognozu vremena i manevriranja, a sa ciljem minimiziranja strukturalnih oštećenja koja su rezultat premašenja dozvoljenog valnog opterećenja. Drugi pravac istog problema dugoročnih prognoza predstavlja modifikaciju u vjerojatnosti susretanja teških stanja mora, a koja je povezana sa ljudskim odlukama o sigurnosti broda i posade. Posljedica dodatnog otpora na valovima je nenamjerni gubitak brzine broda. Međutim, do smanjenja brzine broda ili promjene kursa može doći i voljom oficira na komandnom mostu zbog reduciranja nepoželjnih gibanja, zalijevanja palube ili izranjanja pramca. Općenito se onda može smatrati da postoji statistička ovisnost brzine broda o karakteristikama stanja mora.

## 3. MODEL LINEARNOG OPTEREĆENJA BRODA NA HARMONIČKOM VALU

### 3.1. UVOD

Napredovanje broda po moru složen je problem koji uključuje uzajamno djelovanje dinamičkih i različitih hidrodinamičkih sila. Odzivi broda na morskim valovima su nelinearni, ali u slučajevima kada su nelinearnosti male, linearna teorija daje dobre procjene njihanja i opterećenja. Stoga pretpostavka o linearnosti odziva njihanja i opterećenja omogućuje uporabu mnogih analitičkih tehnika koje su razvijene u drugim područjima znanosti.

Prilikom procesa projektiranja konstrukcije broda gotovo je uvijek potrebno odrediti okolišne uvjete u kojima se brod ili pomorski objekt eksploatira. Svrha je proračun opterećenja i odziv konstrukcije, te procjena njene sigurnosti primjenom matematičkih metoda. Najznačajniji faktor za određivanje okolišnih uvjeta su morski valovi. Pomoću principa superpozicije morski valovi se mogu prikazati kao zbroj harmoničkih valova. Stoga će na početku ovog poglavlja biti prikazana linearizirana teorija gravitacijskih površinskih valova. Međutim, osnovno načelo pri projektiranju trupa trebalo bi biti ponašanje broda na realnom valovlju. U tom smislu veliki doprinos na području pomorstvenosti broda dali su St. Denis i Pierson [55] primjenom principa superpozicije na njihanje broda. Njihova je hipoteza, da se odziv broda na morskim valovima može prikazati kao suma odziva na harmonijskim valovima svih frekvencija, potvrđena i prihvaćena u području pomorstvenosti broda, posebice za vertikalna gibanja i opterećenja. Problem prognoze valnog opterećenja broda može se onda svesti na dva osnovna problema:

- ◆ prognozu opterećenja broda na harmonijskim valovima i
- ◆ prognozu statističkog odziva na morskim valovima korištenjem rezultata dobivenih na harmonijskim valovima.

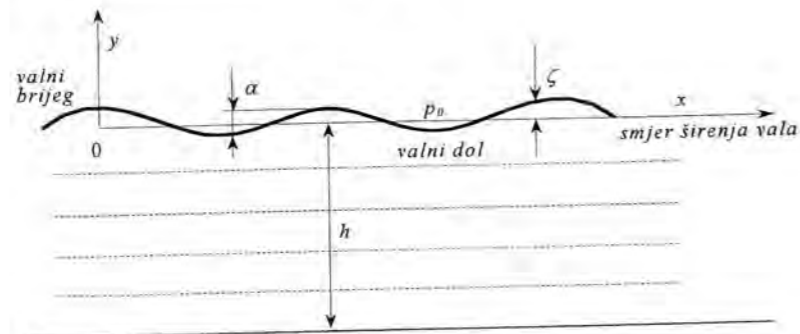
U poglavlju 3.3. prikazane su jednadžbe opterećenja na harmonijskim valovima. Naravno da određivanje sila i momenta koji djeluju na brod zahtjeva dosljednu primjenu uvjeta dinamičke ravnoteže pa se stoga kompletno rješenje problema opterećenja ne može dobiti, a da se prethodno ne riješi problem njihanja. Izvedene jednadžbe njihanja sastoje se od dvije grupe spregnutih linearnih diferencijalnih jednadžbi koje sadrže koeficijente ovisne o frekvenciji i brzini. Jedna je grupa jednadžbi uslijed poniranja i posrtanja, a druga uslijed zanašanja, ljuljanja i zaošijanja. Jednadžbe za određivanje opterećenja na valovima izražene su pomoću rezultirajućih njihanja i

izvedenih hidrodinamičkih koeficijenata. Izložena teorija može, primjenom statističkih metoda, uz adekvatne informacije o stanju mora, projektantu poslužiti kao alat za određivanje dinamičkih opterećenja broda na nemirnom moru. Osim toga, navedena teorija može, kako će biti prikazano u poglavlju 4, poslužiti kao osnova za uključivanje nelinearnosti u proračun opterećenja trupa sa ciljem realnije slike opterećenja na valovima većih amplituda.

### 3.2. LINEARIZIRANA TEORIJA POVRŠINSKIH VALOVA

U ovom poglavlju se promatraju harmonijski valovi koji se rasprostiru površinom fluida pod utjecajem gravitacijskih sila, uz zanemarivanje sila površinske napetosti. Promatrano je valno gibanje idealnog fluida, tj. fluida za koji se pretpostavlja da je neviskozan, nestlačiv i homogen. Osim toga pretpostavlja se da je gibanje fluida bezvrtložno. Slijedi da se gibanje valova može opisati potencijalnim strujanjem poznatim iz mehanike fluida [83].

Budući da se promatra potencijalno gibanje, brzina fluida se može izraziti kao gradijent potencijala brzine  $\phi(x,y,z,t)$ . Prihvaćen je desni pravokutni koordinatni sustav  $(0,x,y,z)$  s ravninom  $y=0$  na površini fluida koji miruje, i s pozitivnim smjerom osi  $y$  vertikalno prema gore, sl 3.1. Elevacija slobodne površine od ravnine  $y=0$  općenito se definiira funkcijom  $y=\zeta(x,z,t)$ . Za dvodimenzijско gibanje zavisnost o varijabli  $z$  ne postoji.



Sl. 3.1 Definicija koordinatnog sustava

Postojanje slobodne površine izražava se u obliku odgovarajućih kinematičkih i dinamičkih rubnih uvjeta koji na njoj vrijede. Približni kinematički rubni uvjet određuje da su normalna brzina čestice fluida i normalna brzina granične površine jednake. Dinamički rubni uvjet slijedi iz svojstva da je tlak na slobodnoj površini jednak atmosferskom. Linearizirani izraz za gibanje fluida ili amplitudu vala dobije se zanemarivanjem članova drugog i viših redova u određenom rubnom uvjetu.

Točni kinematički rubni uvjet postavlja se iz zahtjeva da je supstancijalna derivacija veličine  $(y-\zeta)$  na slobodnoj površini jednaka nuli. Iz ovog zahtjeva, za  $y=\zeta$ , slijedi:

$$0 = \frac{D}{Dt}(y-\zeta) = \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \quad (3.1)$$

Ako je vrijednost elevacije vala  $\zeta$  dovoljno malena, veličine  $\partial \zeta / \partial x$  i  $\partial \zeta / \partial z$ , tj. nagib vala bit će mali i istog reda kao i  $\partial \zeta / \partial t$ . Ako je brzina fluida mala veličina proporcionalna s gibanjem vala, derivacije potencijala brzine u (3.1) također će biti male veličine prvog reda. Posljednja dva člana u (3.1) su veličine drugog reda i mogu se zanemariti, čime se dobiva linearizirani kinematički rubni uvjet:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (3.2)$$

Uočava se da su vertikalne brzine gibanja slobodne površine i čestice fluida jednake, odnosno rubni uvjet (3.1) izražava svojstvo valnog gibanja da tijekom vremena čestica površine ostaje na površini. Dinamički se rubni uvjet dobije iz Bernoullijeve jednadžbe. Pretpostavljajući da je atmosferski tlak  $p_a$  neovisan o položaju na slobodnoj površini, te podesnim izborom konstante integracije, dobije se dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini:

$$-\frac{1}{\rho}(p-p_a) = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + gy = 0 \quad (3.3)$$

Uvrštavanjem elevacije slobodne površine  $\zeta$  umjesto  $y$ , te rješavanjem po  $\zeta$  dobiva se izraz:

$$\zeta = \frac{1}{g} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \right) \quad (3.4)$$

Brzina strujanja fluida je mala veličina prvog reda, pa se zanemarivanjem njenog kvadrata u izrazu (3.4) dobije linearizirana jednadžba elevacije slobodne površine:

$$\zeta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.5)$$

Strogo uzevši, rubni uvjet (3.5) vrijedi za valovitu slobodnu površinu  $y=\zeta$ . Međutim, zbog malene amplitude vala, rubni uvjet na slobodnoj površini  $y=\zeta$  prenosi se na ravninu  $y=0$  koja odgovara mirnoj površini fluida. Deriviranjem dinamičkog rubnog uvjeta (3.5) po vremenu i povezivanjem sa kinematičkim rubnim uvjetom (3.2), dobije se rubni uvjet za potencijal brzine:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad \text{na } y=0 \quad (3.6)$$

Najjednostavnije rješenje rubnog problema (3.6) je sustav ravninskog progresivnog vala. Gibanje valnog profila je dvodimenzijско, sinusoidalno s kružnom frekvencijom  $\omega$ , a profil vala napreduje faznom brzinom  $V_p$ . Elevacija slobodne površine od mirne površine fluida općenito se može pretpostaviti u obliku:

$$\zeta(x,t) = \alpha \cos(kx - \omega t + \varepsilon), \quad (3.7)$$

gdje se pozitivni smjer osi  $x$  podudara sa smjerom napredovanja vala. U izrazu (3.7)  $\alpha$  predstavlja amplitudu vala, a  $\varepsilon$  je proizvoljni fazni kut koji je, za pogodan izbor ishodišta koordinatnog sustava, jednak nuli. Dalje će se u radu uzimati  $\varepsilon = 0$ . Veličina  $k$  naziva se valni broj ili frekvencija valne forme, a pokazuje broj valnih duljina u  $2\pi$  metara.

Rješenje problema ravninskog progresivnog vala izražava se u obliku dvodimenzijскоg potencijala brzine  $\phi(x,y,t)$ . Potencijal  $\phi$  mora zadovoljavati Laplaceovu jednadžbu, rubni uvjet (3.6), odgovarajući rubni uvjet na dnu fluida i mora davati elevaciju valne površine (3.7) iz (3.5). Potencijal mora biti sinusoidalan na isti način kao i (3.7). Stoga se traži rješenje sljedećeg oblika:

$$\phi(x,y,t) = \text{Re} \left[ Y(y) e^{-ikx + i\omega t} \right] \quad (3.8)$$

Iz Laplaceove jednadžbe se dobiva da  $Y(y)$  mora u području fluida zadovoljavati običnu diferencijalnu jednadžbu:

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} - k^2 Y = 0 \quad (3.9)$$

Najopćenitije rješenje jednadžbe (3.9) dano je u obliku:



$$Y = C e^{ky} + D e^{-ky} \quad (3.10)$$

Konstante  $C$  i  $D$  određuju se iz rubnih uvjeta na slobodnoj površini i na dnu fluida. Pretpostavljajući neograničenu dubinu izraz (3.10) mora vrijediti za  $-\infty < y < 0$ . Konstanta  $D$  u izrazu (3.10) mora biti jednaka nuli kako bi se izbjeglo neograničeno gibanje duboko ispod slobodne površine koje fizikalno nema smisla. Uvrštavanjem (3.10) u (3.8) dobije se izraz za potencijal brzine:

$$\phi = \text{Re}(C e^{ky - ikx - i\omega t}) \quad (3.11)$$

Izračunavanjem elevacije vala (3.5), uz  $y=0$ , i uspoređivanjem s općenitim izrazom (3.7) određuje se konstanta  $C$ , a potencijal brzine se tada može napisati u obliku:

$$\phi = \frac{g\alpha}{\omega} e^{ky} \sin(kx - \omega t) \quad (3.12)$$

Ako se izraz za potencijal (3.12) uvrsti u (3.6), dobiva se izraz koji povezuje valni broj i kružnu frekvenciju:

$$k = \frac{\omega^2}{g} \quad (3.13)$$

Fazna brzina  $V_p$  se može odrediti iz izraza (3.8), i iz (3.13) slijedi:

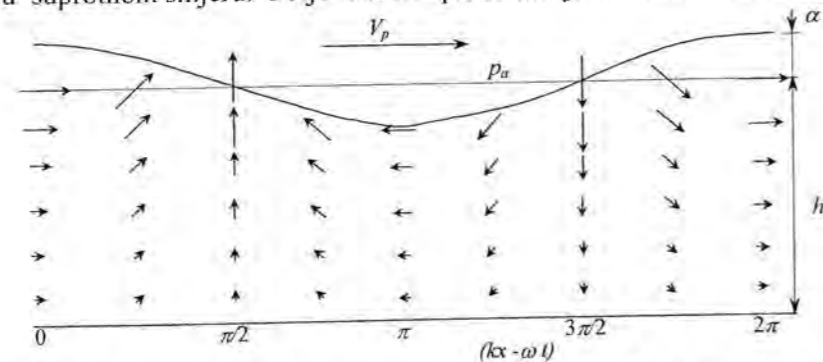
$$V_p = \frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega} = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \quad (3.14)$$

Iz izraza (3.14) proizlazi da je fazna brzina vala proporcionalna s kvadratnim korijenom valne duljine, odnosno dulji su valovi brži od kraćih. Dok se val giba faznom brzinom  $V_p$ , fluid se giba mnogo manjom brzinom određenom gradijentom potencijala (3.12). Horizontalne i vertikalne komponente brzine  $u$  i  $v$  mogu se izraziti kao:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \omega \alpha e^{ky} \cos(kx - \omega t) \quad (3.15)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \omega \alpha e^{ky} \sin(kx - \omega t) \quad (3.16)$$

Horizontalna i vertikalna komponenta brzine imaju istu veličinu, ali postoji fazna razlika od četvrtine perioda, iz čega slijedi da se čestice fluida kreću kružnim putanjama radijusa  $\alpha e^{ky}$ . Na lineariziranoj slobodnoj površini  $y=0$ , amplituda gibanja jednaka je amplitudi vala  $\alpha$ , što je u skladu s kinematičkim rubnim uvjetom (3.2). Usporedba (3.15) i (3.16) sa elevacijom vala (3.7) pokazuje da je horizontalna komponenta brzine maksimalna ispod valnog brijega i valnog dola. ispod valnog brijega brzina je pozitivna i u istom smjeru kao što je i smjer širenja vala, dok je ispod valnog dola u suprotnom smjeru. Polje brzina prikazano je na sl. 3.2. Vertikalna komponenta



Sl. 3.2 Polje brzina ravninskog progresivnog vala u fluidu neograničene dubine

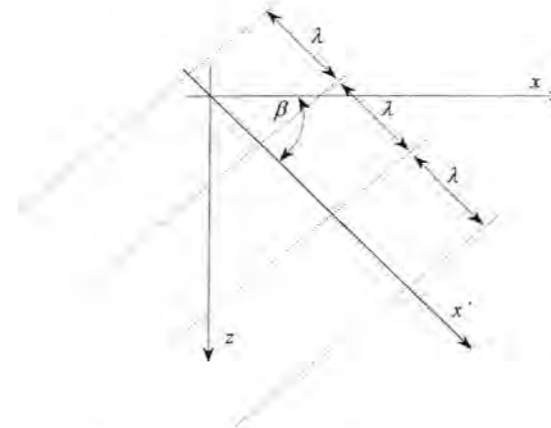
brzina ima maksimalnu vrijednost ispod čvora na  $\zeta = 0$ , a raste i pada s promjenom slobodne površine. Unutar točnosti linearne teorije, čestice fluida se gibaju u malenim kružnim putanjama proporcionalnim sa amplitudom vala i ostaju u istom položaju kako val napreduje kroz fluid sa faznom brzinom nezavisnom o amplitudi vala. Nelinearni efekti mijenjaju ovu situaciju, a o tim će efektima biti rečeno nešto više u poglavlju 4.2. Eksponencijalna zavisnost promjera kružnih putanja o dubini određuje brzo zamiranje valnog procesa s dubinom, te zavisnost dubine širenja valova o valnoj duljini. Za dubinu fluida jednaku polovini valne duljine,  $ky = -\pi$  eksponencijalni faktor se reducira na 0,04. Tako se valovi u dubokoj vodi ograničavaju na relativno uski sloj blizu slobodne površine sa zanemarivim gibanjem ispod dubine od jedne polovine valne duljine.

Ravninski progresivni val je diskretan valni sustav sa određenom vrijednošću kružne frekvencije  $\omega$  i valnog broja  $k$ . Takav ravninski progresivni val može se poopćiti na više načina. Prvo, može se pretpostaviti da val napreduje u negativnom smjeru osi  $x$ , pa je profil vala:

$$\zeta = \alpha \cos(kx + \omega t) \quad (3.17)$$

Drugo, može se omogućiti da val napreduje u ravnini  $XZ$  pod proizvoljnim kutom  $\beta$  u odnosu na os  $x$ . Za analizu takvog vala može se uvesti nova koordinata  $x'$ , koja se podudara sa smjerom napredovanja vala, sl. 3.3. Kako je  $x' = x \cos \beta + z \sin \beta$  za profil vala može se pisati:

$$\zeta = \alpha \cos kx \cos \beta + kz \sin \beta - \omega t \quad (3.18)$$



Sl. 3.3 Tlocrt ravninskog progresivnog sistema valova koji se širi u smjeru osi  $x'$  pod kutom  $\beta$ . Črte valnih brjegova su označene isprekidano.

Daljnje poopćenje omogućeno je superpozicijom više ravninskih valova. U lineariziranoj teoriji valova superpozicija se može izvesti bez kršenja rubnih uvjeta ili Laplaceove jednadžbe. Ovo je bitan podatak kod primjene na stohastički opis vala. Naime, rješenja prvog reda za potencijal brzine i tlak su dobiveni iz homogene linearne diferencijalne jednadžbe sa homogenim rubnim uvjetima i stoga bilo koja vrijednost za  $\alpha$ ,  $\omega$ ,  $\theta$  se može uzeti kao rješenje. I ne samo to, već bilo koja suma od  $n$  rješenja će također biti rješenje. Za dvodimenzijski slučaj može se formirati diskretna suma valova oblika:

$$\zeta(x, t) = \sum_{n=1}^N \text{Re}[\alpha_n e^{i(k_n x + \omega_n t)}] \quad (3.19)$$

Slično se može napisati za potencijal brzine (3.12),

$$\phi(x, y, t) = \sum_n \frac{g\alpha_n}{\omega_n} e^{k_n y} \sin(k_n x - \omega_n t) \quad (3.20)$$

U izrazu (3.19) i (3.20)  $k_n$  označava valni broj  $n$ -te komponente vala, a  $\omega_n$  frekvenciju. Obje relacije moraju zadovoljavati relaciju (3.12) za svaki  $n$ . Ako ukupan broj diskretnih valova



teži beskonačnosti, a razlika susjednih frekvencija i valnih brojeva teži nuli, suma (3.19) prelazi u integral po kontinuiranom spektru frekvencija:

$$\zeta(x,t) = \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\omega) e^{[-ik(\omega)x + i\omega t]} d\omega. \quad (3.21)$$

Ako se omogući da val napreduje pod bilo kojim kutom  $\beta$  u odnosu na os  $x$ , dvodimenzijски sustavi valova mogu se proširiti na trodimenzijске. U tom se slučaju sumira, odnosno integrira i po svim mogućim kursnim kutovima  $\beta$ :

$$\zeta(x,z,t) = \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \alpha(\omega, \beta) e^{[-ik(\omega)(x \cos \beta + z \sin \beta) + i\omega t]} d\omega d\beta. \quad (3.22)$$

Izraz (3.22) može se koristiti za određivanje spektra oceanskih valova, u slučaju kada je  $\alpha(\omega, \beta)$  slučajna varijabla.

### 3.3. OPTEREĆENJE BRODA PREMA STF FORMULACIJI

#### 3.3.1. UVOD

Kad brod plovi na valovima, njihanja broda, a onda i opterećenje trupa su direktno pod utjecajem valova, ali se i valovi mijenjaju zbog prisustva broskog trupa. Glavne jednadžbe, koje rješavaju problem interakcije broda i vala su iste one koje vrijede i za sami val. Jednadžbe (3.1)-(3.4), jednadžbe njihanja koje slijede i uvjeti međudjelovanja broda i vala, zapravo znače da čestice fluida, tj. mora ne mogu prodrijeti unutar trupa, niti se između trupa i mora može stvoriti vakuum. Ako su vektori brzine broda i čestice fluida:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(X,Y,Z,t) = (V_x, V_y, V_z), \quad (3.23)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(X,Y,Z,t) = (v_x, v_y, v_z),$$

gdje su  $v_x, v_y, v_z$  brzine čestice fluida iz potencijala brzine, uvjet međudjelovanja broda i fluida je:

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \quad \text{na } S, \quad (3.24)$$

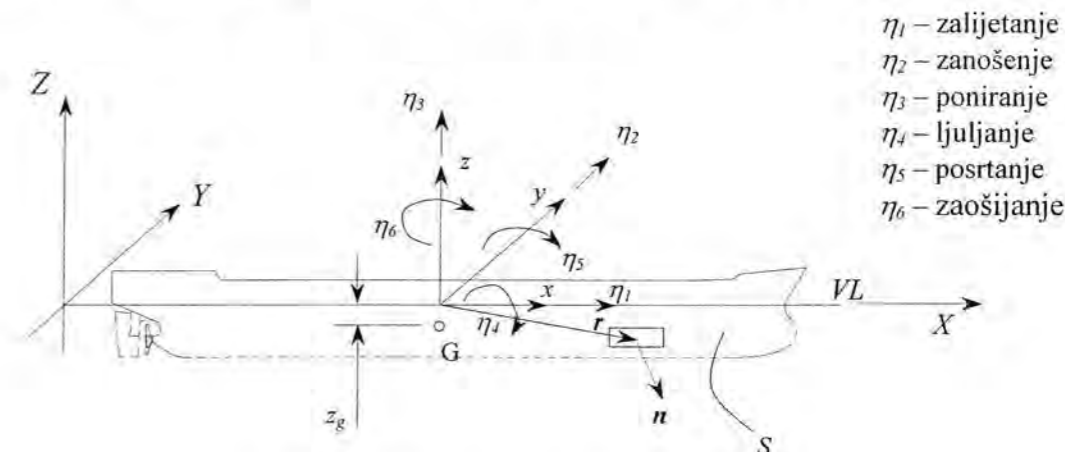
a  $S$  predstavlja trenutnu oplakanu površinu trupa,  $\mathbf{n}$  jedinični vanjski vektor normale. Zbog njihanja broda  $S$  i  $\mathbf{n}$  se mijenjaju sa vremenom  $t$ . Kao dodatak prethodno nepoznatim varijablama, potencijalu brzine  $\phi(x,y,z,t)$  i elevaciji slobodne površine  $\zeta(x,z,t)$  pojavljuje se vektor brzine  $\mathbf{V}$ , koji je određen jednadžbama njihanja broda i uvjetom (3.24). Jednadžbe koje opisuju ovaj problem su nelinearne zbog uvjeta na slobodnoj površini, ali je još značajnije da  $S$  i  $\mathbf{n}$  ovise o trenutnom položaju broda u odnosu na valove. Stoga, ne postoji opće rješenje, a čak su i trenutna numerička rješenja u vremenskom području presložena i dugotrajna s obzirom na mogućnosti kompjutera. Kad bi rješenje i bilo izvedivo, trenutno ne postoji dobar model za opis lomljena valova na pramcu pri teškim uvjetima mora. Stoga su neka pojednostavljenja nužna. Općenito vrpčaste teorije imaju sljedeća ograničenja:

- Vitki trup sa postepenim promjenama forme u uzdužnom smjeru.
- Relativno niska brzina napredovanja ( $F_n < 0,4$ ).
- Susretna frekvencija u granicama uvjeta:  $U \partial/\partial x \ll \omega_e$ .

Osim ovih, linearna teorija koja slijedi STF [16] formulaciju ima dodatna ograničenja:

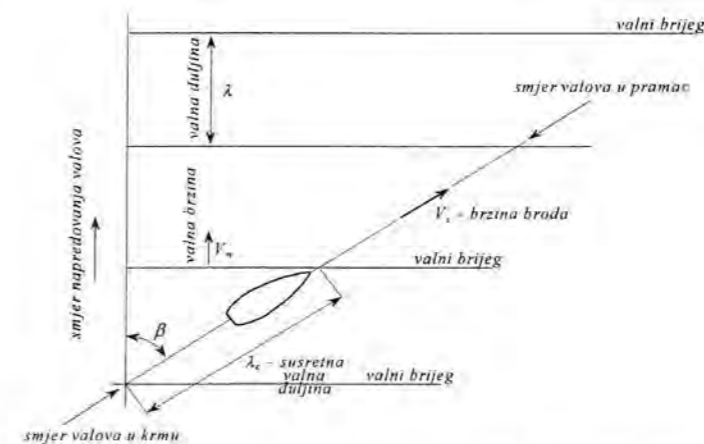
- Njihanja su pretpostavljena malima (linearizirani uvjet slobodne površine).
- Zanimaruje se utjecaj kosih bokova na povratnu silu.

Osnovne karakteristike vrpčaste metode koja slijedi su sljedeće: brod napreduje konstantom brzinom i proizvoljnim smjerom na harmoničkim valovima, njihanja, tj. oscilacijska gibanja tijela su linearna i harmonična. Prihvaćen je fiksni desni koordinatni sustav  $(x,y,z)$  sa ravninom  $XY$  koja se poklapa sa mirnom slobodnom površinom. Pozitivan smjer osi  $x$  određen je smjerom napredovanja, a vertikalna os  $z$  prolazi kroz težište tijela. Ovakav način označavanja je u skladu sa preporukama ITTC [84]. Translacijski pomaci težišta u smjeru osi  $x, y, z$  u odnosu na ishodište označavaju se kako slijedi:  $\eta_1$  za zalijetanje,  $\eta_2$  za zanošenje,  $\eta_3$  za poniranje. Kutni pomaci uslijed rotacijskih gibanja oko  $x,y,z$  označavaju se kao  $\eta_4$  za ljuljanje,  $\eta_5$  za posrtanje,  $\eta_6$  za zaošijanje. Translacijski i kutni pomaci te koordinatni sustav prikazan je na slici 3.4.



Sl. 3.4 Definicija linearnih i kutnih pomaka

Smjer nailaznog vala je definiran u odnosu na inercijalni koordinatni sustav  $(X, Y, Z)$ . Osnovni odnos između ova dva koordinatna sustava je,  $x = X - Ut$ , gdje je  $U$  brzina napredovanja. Transformacijske matrice koje povezuju ova dva koordinatna sustava će biti izvedene u poglavlju 4. Definicija kursnog kuta  $\beta$  je prikazana na slici 3.5 i označava kurs  $0^\circ$  za valove u krmu i  $180^\circ$  za valove u pramac, slika 3.6.



Sl. 3.5 Napredovanje broda na harmoničkim valovima kursnim kutom  $\beta$

Komponente normale  $n_j$  definirane su kao:

$$(n_1, n_2, n_3) \equiv \mathbf{n} \quad \text{i} \quad (n_4, n_5, n_6) \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{n}, \quad (3.25)$$

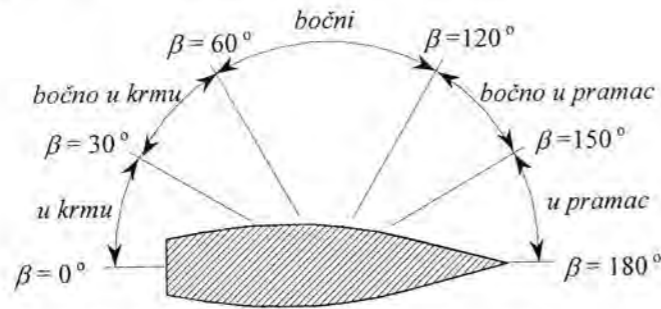
gdje je  $\mathbf{n}$  vanjski jedinični vektor normale na trup,  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  je vektor položaja u odnosu na ishodište, a  $m_j$  su komponente generaliziranog vektora koji uključuje gradijent potencijala brzine napredovanja  $\nabla\phi_U$ . Pretpostavi li se da je  $\mathbf{W} = (U, 0, 0) = \nabla\phi_U$ , tada se vektor  $\mathbf{m}$  može pisati kao:

$$\begin{aligned} (m_1, m_2, m_3) &\equiv -(\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{W}), \\ (m_4, m_5, m_6) &\equiv -(\mathbf{n} \cdot \nabla)(\mathbf{r} \times \mathbf{W}). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Uvrštavanjem veličina  $\mathbf{r}$  i  $\mathbf{W}$  u izraz (3.25), zanemarujući veličine drugog reda i pretpostavljajući  $\frac{\partial\phi_U}{\partial y} = \frac{\partial\phi_U}{\partial z} \approx 0$  slijedi da je  $m_j = 0$  za  $j = 1, 2, 3, 4$  i  $m_5 = n_3$ ,  $m_6 = -n_2$ , tj.:

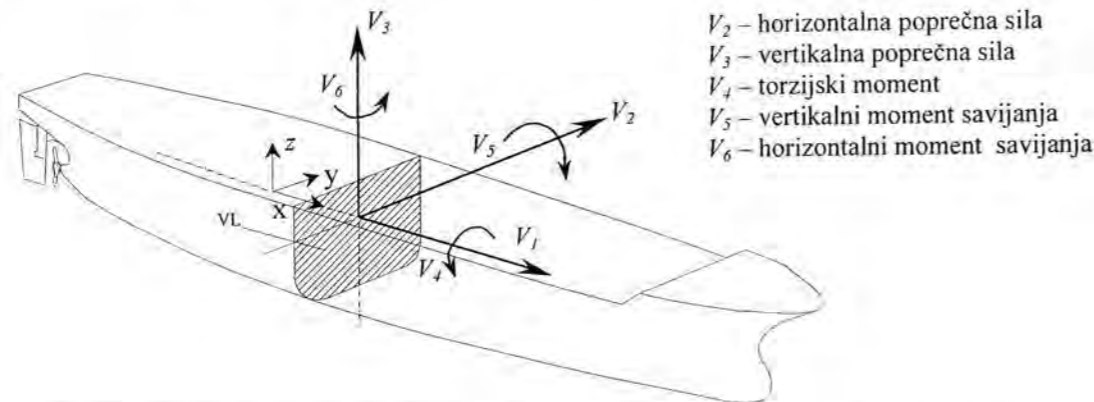
$$\mathbf{m} = (0, 0, 0, 0, n_3, -n_2), \quad (3.27)$$

što uveliko pojednostavljuje daljnji postupak, ali zanemaruje neke efekte brzine napredovanja. Oplakana površina trupa je označena sa  $S$ .



Sl. 3.6 Definicija smjera nailaznog vala

Uobičajeno znakovlje i njihovi predznaci koje će se u daljnjem tekstu koristiti za opis komponenti dinamičkog opterećenja od valova prikazano je slikom 3.7. U brodogradnji se uvriježilo da se  $V_5$  naziva vertikalnim momentom savijanja, budući da je prouzročen vertikalnim silama. Slično se, moment oko vertikalne osi,  $V_6$ , naziva horizontalnim momentom savijanja. Preostale komponente koje djeluju na poprečnom presjeku su  $V_2$  horizontalna poprečna sila,  $V_3$  vertikalna poprečna sila i  $V_4$  torzijski moment.



Sl. 3.7 Definicija znakovlja kod opisa dinamičkih sila uzrokovanih valovima

Da bi se uspješno riješio problem opterećenja prethodno se mora riješiti problem njihanja broda, a sa tim u vezi i hidrodinamički koeficijenti koji čine jednadžbu njihanja. Uz pretpostavku da su odzivi njihanja linearni i harmonični, može se postaviti šest spregnutih linearnih diferencijalnih jednadžbi u sljedećem obliku:

$$\sum_{k=1}^6 [(M_{jk} + A_{jk})\ddot{\eta}_k + B_{jk}\dot{\eta}_k + C_{jk}\eta_k] = F_j e^{i\omega_e t}; \quad j=1 \dots 6, \quad (3.28)$$

gdje su  $M_{jk}$  komponente generalizirane matrice masa za brod,  $A_{jk}$  i  $B_{jk}$  koeficijenti dodatne mase i prigušenja,  $C_{jk}$  hidrostatički povratni koeficijenti, a  $F_j$  kompleksne amplitude uzbudnih sila i momenata, sa silom i momentom kao realnim dijelom izraza  $F_j e^{i\omega_e t}$ . Izrazi  $F_1, F_2$ , i  $F_3$  odnose se na amplitude uzbudnih sila zalijetanja, zanašanja i poniranja,  $F_4, F_5$  i  $F_6$  amplitude uzbudnih momenata ljuljanja, posrtanja i zaošijanja, a  $\omega_e$  je frekvencija. Pretpostavlja se da je brod simetričan s obzirom na uzdužnu vertikalnu ravninu i da je težište tijela u točki  $(0, 0, z_c)$ .

Koristeći simetričnost broskog trupa s obzirom na uzdužnu vertikalnu ravninu, šest se jednadžbi njihanja svodi na dvije grupe jednadžbi: tri spregnute jednadžbe zalijetanja, poniranja i posrtanja, u kojima su hidrodinamičke sile uzrokovane zalijetanjem znatno manje od preostalih šest sila, zbog pretpostavke da brod ima vitak dugačak trup, pa se svode na dvije jednadžbe za poniranje i posrtanje

$$(M + A_{33})\ddot{\eta}_3 + B_{33}\dot{\eta}_3 + C_{33}\eta_3 + A_{35}\ddot{\eta}_5 + B_{35}\dot{\eta}_5 + C_{35}\eta_5 = F_3 e^{i\omega_e t} \quad (3.29)$$

$$A_{53}\ddot{\eta}_3 + B_{53}\dot{\eta}_3 + C_{53}\eta_3 + (I_5 + A_{55})\ddot{\eta}_5 + B_{55}\dot{\eta}_5 + C_{55}\eta_5 = F_5 e^{i\omega_e t}, \quad (3.30)$$

te tri spregnute jednadžbe zanašanja, ljuljanja i zaošijanja:

$$(M + A_{22})\ddot{\eta}_2 + B_{22}\dot{\eta}_2 + (A_{24} + Mz_c)\ddot{\eta}_4 + B_{24}\dot{\eta}_4 + A_{26}\ddot{\eta}_6 + B_{26}\dot{\eta}_6 = F_2 e^{i\omega_e t} \quad (3.31)$$

$$(A_{42} - Mz_c)\ddot{\eta}_2 + B_{42}\dot{\eta}_2 + (A_{24} + I_4)\ddot{\eta}_4 + B_{44}\dot{\eta}_4 + C_{44}\eta_4 + (A_{46} - I_{46})\ddot{\eta}_6 + B_{46}\dot{\eta}_6 = F_4 e^{i\omega_e t} \quad (3.32)$$

$$A_{62}\ddot{\eta}_2 + B_{62}\dot{\eta}_2 + (A_{64} + I_{46})\ddot{\eta}_4 + B_{64}\dot{\eta}_4 + (A_{66} - I_6)\ddot{\eta}_6 + B_{66}\dot{\eta}_6 = F_6 e^{i\omega_e t}. \quad (3.33)$$

Budući da će u narednim poglavljima biti razmatrani nelinearni utjecaji na opterećenje broda isključivo u vertikalnoj uzdužnoj ravnini, ovdje će biti navedeni samo koeficijenti koji participiraju u jednadžbama (3.19) i (3.20). Tako su:

- koeficijenti dodatne mase

$$A_{33} = \int_L a_{33} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} b_{33}^A, \quad A_{35} = - \int_L \xi a_{33} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}^0 + \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{33}^A - \frac{U^2}{\omega_e^2} a_{33}^A,$$

$$A_{53} = - \int_L \xi a_{33} d\xi + \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}^0 + \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{33}^A, \quad A_{55} = \int_L \xi^2 a_{33} d\xi + \frac{U^2}{\omega_e^2} A_{33}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A^2 b_{33}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} x_A a_{33}^A,$$

- koeficijenti prigušenja

$$B_{33} = \int_L b_{33} d\xi + U a_{33}^A, \quad B_{35} = - \int_L \xi b_{33} d\xi + U A_{33}^0 - U x_A a_{33}^A - \frac{U^2}{\omega_e^2} b_{33}^A,$$

$$B_{53} = - \int_L \xi b_{33} d\xi - U A_{33}^0 - U x_A a_{33}^A, \quad B_{55} = - \int_L \xi^2 b_{33} d\xi + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{33}^0 + U x_A^2 a_{33}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} x_A b_{33}^A,$$



- povratni koeficijenti

$$C_{35} = C_{53} = -\rho g \int_L \xi b d\xi = -\rho g M_{WP}, \quad C_{55} = \rho g \int_L \xi^2 b d\xi = \rho g I_{WP}.$$

Površina, moment površine i moment inercije površine vodne linije označeni su kao  $A_{WP}$ ,  $M_{WP}$  i  $I_{WP}$ . Amplitude uzbudne sile i momenta su:

$$F_3 = \rho \alpha \int_L (f_3 + h_3) d\xi + \rho \alpha \frac{U}{i\omega_e} h_3^A$$

$$F_5 = -\rho \alpha \int_L \left[ (f_3 + h_3) + \frac{U}{i\omega_e} h_3 \right] d\xi - \rho \alpha \frac{U}{i\omega_e} x_A h_3^A, \quad (3.33a)$$

gdje je Froude-Krylovljeva 'sila' presjeka:

$$f_3(x) = g e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_x} N_3 e^{iky \sin \beta} e^{kz} dl,$$

i 'sila' difrakcije za presjek  $C_x$ :

$$h_3(x) = \omega e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_x} (iN_3 - N_2 \sin \beta) \times e^{iky \sin \beta} e^{kz} \psi_3 dl,$$

$h_3^A$  se odnosi na  $h_3(x)$  izračunat na krajnjem krmenom presjeku.

Izrazi za preostale koeficijente dodatne mase i prigušenja, te povratne koeficijente za brod, koje se nalaze u jednadžbama (3.31–3.33) mogu se pronaći u *Prilogu 2*, a izvod dvodimenzijskih koeficijenata dodatne mase, prigušenja i uzbuđenja, kao i uzbuđenja za cijeli brod u *Prilogu 1*.

### 3.3.2. MATEMATIČKA FORMULACIJA

Pretpostavlja se da brod oscilira kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode čije su amplitude  $\zeta_j$  ( $j=1,2,\dots,6$ ). Indeksi  $j=1,2,3,4,5$  i  $6$  redosljedno se odnose na zalijetanje, zanašanje, poniranje, ljuljanje, posrtanje i zaošijanje; sl. 3.4. Ako se zanemare viskozni učinci, gibanje fluida se može pretpostaviti bezvrtložnim, odnosno strujanje potencijalnim. Osim Laplaceove jednadžbe,

$$\text{div grad } \phi = \nabla(\nabla \phi) = \Delta \phi = 0, \quad (3.34)$$

ukupni potencijal brzine  $\phi(x,y,z;t)$  mora zadovoljavati odgovarajuće rubne uvjete:

$$\frac{Dp}{Dt} = -\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gz \right) = 0, \quad (3.35)$$

na slobodnoj nepoznatoj površini  $z = Z(x,y;t)$ , uz uvjete radijacije u dvodimenzijskoj domeni,

$$\lim_{r \rightarrow \pm\infty} \phi = \lim_{r \rightarrow \pm\infty} e^{\mp ikr} = 0, \quad (3.36)$$

te točni rubni uvjet:

$$\frac{DF}{Dt} = 0, \quad (3.37)$$

na oplakivanoj površini trupa, gdje je trup definiran izrazom  $F(x',y',z')$  sa koordinatnim sustavom  $(x'y'z')$  fiksiranim za brod. Veličina  $g$  odnosi se na gravitacijsko ubrzanje, a  $\rho$  je gustoća fluida.

\*  $\zeta_j$  predstavlja kompleksnu amplitudu, dok je  $\eta_j = \text{Re} \zeta_j e^{i\omega_e t}$ .

Ukupna hidrodinamička sila koja djeluje na brod koji se giba na valovima može se općenito odrediti pomoću Bernoullieve jednadžbe integracijom tlaka po uronjenoj površini trupa,

$$H_j = -\rho \iint_S p n_j ds = -\rho \iint_S \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gz \right) n_j ds. \quad (3.38)$$

Rastavi li se potencijal  $\phi(x,y,z;t)$  na vremenski neovisnu komponentu vezanu uz napredovanje broda i na vremenski ovisnu komponentu vezanu uz nailazeći val i nestacionarno harmoničko gibanje tijela, dobije se:

$$\phi(x,y,z;t) = [-Ux + \phi_S(x,y,z)] + \phi_T(x,y,z) e^{i\omega_e t}, \quad (3.39)$$

gdje je  $-Ux + \phi_S$  stacionarni udio sa  $U$  stalnom brzinom napredovanja,  $\phi_T$  je kompleksna amplituda nestacionarnog potencijala, a  $\omega_e$  frekvencija susretanja. Frekvencija osciliranja broda, koji se kreće proizvoljnim kursnim kutom na harmonijskim valovima, mijenja se promjenom brzine i kursa pa govorimo o frekvenciji susretanja ili o efektivnoj frekvenciji:

$$\omega_e = \omega - kU \cos \beta, \quad (3.40)$$

gdje je  $\omega$  frekvencija vala, a  $\beta$  kursni kut, sl. 3.2. Podrazumijeva se da se u izrazima koji sadrže  $e^{i\omega_e t}$  uzima samo realni dio. Stacionarni udio potencijala  $\phi$  prisutan je zbog stalne brzine napredovanja broda. Izraz  $-Ux$  je potencijal neporemećenog strujanja, a  $\phi_S$  je stacionarni perturbacijski potencijal brzine zbog prisustva trupa broda. Izraz  $-Ux + \phi_S$  je rješenje problema napredovanja broda stalnom brzinom po neporemećenoj slobodnoj površini.

U svrhu linearizacije rubnih uvjeta (3.5) do (3.8), pretpostavlja se da je geometrija trupa takva da su vrijednosti stacionarnog perturbacijskog potencijala  $\phi_S$ , kao i njegove derivacije, male. Osim toga, pretpostavljajući male oscilacije, vrijednosti potencijala  $\phi_T$  i njegovih derivacija također se mogu smatrati malima. Na taj se način problem linearizira isključujući izraze višeg reda u potencijalima  $\phi_T$  i  $\phi_S$ , kao i međusobne produkte potencijala.

Ovisnost nestacionarnog udjela ukupnog potencijala sinusoidalna je i u fazi s frekvencijom susretanja. U linearizaciji problema pogodno je rastaviti amplitudu o vremenu ovisnog potencijala kako slijedi:

$$\phi_T = \phi_I + \phi_D + \sum_{j=1}^6 \zeta_j \phi_j, \quad (3.41)$$

gdje je  $\phi_I$  potencijal nailazećeg vala,  $\phi_D$  je potencijal difrakcije tog vala, a  $\phi_j$  je doprinos  $j$ -tog oblika njihanja na vrijednost potencijala brzine. Potencijali  $\phi_I$  i  $\phi_D$  nalaze se rješavanjem difrakcijskog problema, odnosno problema djelovanja nailazećeg vala na tijelo u ravnotežnom položaju. Difrakcijski valovi nastaju raspršenjem valova o tijelo. Hidrodinamičke sile nastale djelovanjem nailazećih i difrakcijskih valova nazivaju se uzbudne sile. Radijacijski potencijali  $\phi_j$  dobiju se rješavanjem tzv. radijacijskog problema u kojem tijelo na mirnoj vodi oscilira sa svih šest stupnjeva slobode njihanja. Hidrodinamičke sile koje nastaju zbog radijacijskog problema manifestiraju se kao dodatna masa i prigušenje.

Uključujući samo izraze prvog reda i primjenjujući razvoj u Taylorov red oko glavnog rebra u uvjetu (3.8), može se dokazati da pojedini potencijali moraju zadovoljavati sljedeće linearne rubne uvjete:

- ♦ stacionarni perturbacijski potencijal  $\phi_S$  mora zadovoljavati uvjet nepromočivosti na oplakivanoj površini tijela u srednjem položaju:

$$\frac{\partial}{\partial n} [-Ux + \phi_S] = 0, \quad (3.42)$$

i uvjet na slobodnoj površini:

$$U^2 \frac{\partial^2 \phi_s}{\partial x^2} + g \frac{\partial \phi_s}{\partial z} = 0 \quad \text{na } z=0, \quad (3.43)$$

- ♦ potencijal nailaznog vala  $\phi_I$  i potencijal difrakcije  $\phi_D$  moraju na oplakivanoj površini  $S_0$ , u srednjem položaju trupa, zadovoljavati:

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial n} + \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = 0, \quad (3.44)$$

i na slobodnoj površini  $S_F$

$$\left[ \left( i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + g \frac{\partial}{\partial z} \right] (\phi_I, \phi_D) = 0 \quad \text{na } z=0, \quad (3.45)$$

- ♦ komponente potencijala njihanja,  $\zeta_j$  ( $j=1,2,\dots,6$ ), moraju na oplakivanoj površini  $S_0$ , u srednjem položaju trupa, zadovoljavati:

$$\frac{\partial \phi_j}{\partial n} = i\omega_e n_j + U m_j, \quad (3.46)$$

$$\left( i\omega - U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_j + g \frac{\partial \phi_j}{\partial z} = 0 \quad \text{na } z=0. \quad (3.47)$$

Rubni uvjeti u beskonačnosti zahtijevaju da gradijent potencijala  $\phi_j$  teži nuli, odnosno beskonačno daleko od tijela gibanje čestica tekućine uslijed prisustva tijela zamire. U vrpčastoj teoriji, matematički se problem reducira na niz jednostavnijih dvodimenzijskih problema.

Uvjet na trupu se može pojednostavniti raščlanjivanjem potencijala njihanja na dva dijela:

$$\phi_j = \phi_j^0 + \frac{U}{i\omega_e} \phi_j^U, \quad (3.48)$$

gdje je  $\phi_0$  dio potencijala neovisan o brzini. Takvo raščlanjivanje rezultira dvojnim rubnim uvjetom:

$$\frac{\partial \phi_j^0}{\partial n} = i\omega_e n_j \quad \text{i} \quad \frac{\partial \phi_j^U}{\partial n} = i\omega_e m_j, \quad (3.49)$$

Oba potencijala  $\phi_j^0$  i  $\phi_j^U$  moraju zadovoljavati Laplaceovu jednadžbu, iste rubne uvjete slobodne površine (3.47), te iste uvjete u beskonačnosti, pa iz uvjeta (3.48) i relacije (3.26) slijedi da je  $\phi_j^U = 0$  za  $j=1,2,3,4$ , a također i:

$$\phi_5^U = \phi_3^0 \quad \text{dok je} \quad \phi_6^U = -\phi_2^0. \quad (3.50)$$

Vidljivo je da se potencijal njihanja može izraziti pomoću dijela potencijala,  $\phi_j^0$ , koji je neovisan o brzini, kao:

$$\phi_j = \phi_j^0 \quad \text{za } j=1,2,3,4 \quad (3.51)$$

$$\phi_5 = \phi_5^0 + \frac{U}{i\omega_e} \phi_3^0 \quad (3.52)$$

$$\phi_6 = \phi_6^0 - \frac{U}{i\omega_e} \phi_2^0, \quad (3.53)$$

gdje  $\phi_j^0$  ( $j=1,2,\dots,6$ ) mora zadovoljavati uvjet na oplakivanoj površini za srednji položaj trupa

$$\frac{\partial \phi_j^0}{\partial n} = i\omega_e n_j, \quad (3.54)$$

i na slobodnoj površini

$$\left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \phi_j^0 + g \frac{\partial \phi_j^0}{\partial z} = 0 \quad \text{na } z=0. \quad (3.55)$$

Ovdje je bitno napomenuti da se u izrazima (3.54) i (3.55) vidi ograničenje utjecaja brzine u uvjetu slobodne površine. Ovaj je utjecaj eliminiran pretpostavljajući da je susretna frekvencija visoka,  $\omega_e \gg U \partial / \partial x$ . Ovo je kritična pretpostavka budući da tako ograničava metodu za niske frekvencije, tj. duge valove i relativno niske do umjerene Froudove brojeve.

Sljedeći korak se sastoji u određivanju hidrodinamičke sile i momenta koji djeluju na trup. Bernoullijeva jednadžba tlaka u tekućini glasi:

$$p = -\rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gz \right). \quad (3.56)$$

Ako se izraz za tlak razvije u Taylorov red za srednji položaj trupa i linearizira isključivanjem međudjelovanja članova potencijala  $\phi_S$  i  $\phi_T$  (potencijal višeg reda), slijedi:

$$p = -\rho \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_T e^{i\omega_e t} - \rho g (\zeta_3 + \zeta_4 y - \zeta_5 x) e^{i\omega_e t}. \quad (3.57)$$

Prvi izraz daje amplitude hidrodinamičkih sila i momenata, a posljednji izraz u (3.57) odnosi se na silu i moment uzgona koji nastaje uslijed vremenski ovisne varijacije tlaka zbog pomaka tijela pri poniranju, ljuljanju, i posrtanju i rezultiraju kao povratne sile i momenti.

Integracijom tlaka po površini trupa dobiju se amplitude hidrodinamičkih sila i momenata:

$$H_j = -\rho \iint_S n_j \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_T dS, \quad j=1,2,\dots,6. \quad (3.58)$$

Tlak se integrira za srednji položaj površine trupa  $S_0$ .  $H_1, H_2, H_3$  su komponente sila u smjeru osi  $x, y$  i  $z$ , dok su  $H_4, H_5$  i  $H_6$  momenti oko osi  $x, y$  i  $z$ . Upotrebom jednadžbe (3.41) sila i moment se mogu podijeliti na dvije komponente:

$$H_j = F_j + G_j, \quad (3.59)$$

gdje je  $F_j$  uzbudna sila, odnosno moment izražena kao

$$F_j = -\rho \iint_S n_j \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_I + \phi_D) dS, \quad (3.60)$$

a  $G_j$  je sila i moment zbog pripadajućih šest stupnjeva slobode njihanja:

$$G_j = -\rho \iint_S n_j \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \sum_{k=1}^6 \zeta_k \phi_k dS = \sum_{k=1}^6 T_{jk} \zeta_k, \quad (3.61)$$

gdje  $T_{jk}$  predstavlja hidrodinamičku silu, odnosno moment u  $j$ -tom smjeru zbog jediničnog pomaka  $k$ -tog oblika njihanja, odnosno funkciju koja jediničnom pomaku u  $k$ -tom smjeru pridružuje hidrodinamičku silu, odnosno moment u  $j$ -tom smjeru :



$$T_{jk} = -\rho \iint_S n_j \left( i\omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_k dS, \quad (3.62)$$

Nakon raščlanjivanja hidrodinamičke sile  $T_{jk}$  na realni i imaginarni dio,

$$T_{jk} = \omega_e^2 A_{jk} - i\omega_e B_{jk}, \quad (3.63)$$

jednadžba njihanja se može napisati u sljedećem obliku:

$$\sum_{k=1}^6 \left[ -\omega_e^2 (M_{jk} + A_{jk}) + i\omega_e B_{jk} + C_{jk} \right] \zeta_k = F_j, \quad (3.64)$$

gdje je  $M_{jk}$  generalizirana matrica mase broda,  $A_{jk}$  i  $B_{jk}$  su koeficijenti dodatne mase i prigušenja, a  $C_{jk}$  su hidrostatički povratni koeficijenti koji slijede od uzgonskog člana jednadžbe tlaka (3.57), a nakon integracije daju izraz za varijabilnu istisninu i varijabilni moment istisnine.

Sljedeći je korak pojednostavljenje izraza za hidrodinamičku silu (3.62), pa se zbog lakšeg numeričkog izračunavanja pretpostavlja nulta brzina. Slijedeće je pojednostavljenje primjena osnovne aproksimacije vrpčaste teorije, a to je da su maksimalna širina i gaz broda mnogo manji od njegove duljine (vitka forma). Sada je moguće postaviti da je  $dS = d\xi dl$  na površinskom integralu, tako da je:

$$T_{jk}^0 = -\rho i \omega_e \iint_{LC_x} n_j \phi_k^0 dld\xi = \int_L t_{jk} d\xi, \quad (3.65)$$

gdje  $L$  znači integraciju duž broda, a  $\xi$  je varijabla integracije u smjeru osi  $x$ . Potencijal njihanja  $\phi_k^0$ , osim trodimenzijske Laplaceove jednadžbe, zadovoljava uvjet na oplakivanoj površini trupa  $S_0$  (3.54), uvjet slobodne površine (3.55), te odgovarajuće uvjete u beskonačnosti. Kako je trup pretpostavljen dugačak i vitak, na trupu je  $\partial/\partial x \ll \partial/\partial y$  ili  $\partial/\partial z$ . Jednako tako slijedi da su komponente normale na trup u smjeru osi  $x$  mnogo manje od onih u  $y$  i  $z$  smjeru,

$$n_1 \ll n_2 \text{ ili } n_3, \quad (3.66)$$

tako da se tri komponente trodimenzijske generalizirane normale,  $n_j$  ( $j=2,3,4$ ), mogu zamijeniti dvodimenzijском generaliziranim normalom koja leži u  $YZ$  ravnini,  $N_j$  ( $j=2,3,4$ ) i postaviti da je

$$n_5 = -x N_3 \text{ i } n_6 = x N_2. \quad (3.67)$$

S ciljem pojednostavljenja rubnog uvjeta na slobodnoj površini, kao što je već rečeno, pretpostavlja se da je frekvencija susretanja  $\omega_e$  visoka, odnosno da je  $\omega_e \gg U \partial/\partial x$ , što znači da valna duljina mora biti reda veličine maksimalne širine broda.

Uz ovakve pretpostavke, visoke frekvencije susretanja i vitki trup, trodimenzijska se Laplaceova jednadžba i zadani rubni uvjeti, koje potencijal  $\phi_k^0$  mora zadovoljavati za  $k=2,3,4$ , svode na dvodimenzijски problem cilindra čiji poprečni presjek  $C_x$  oscilira na slobodnoj površini, pa je na zadanom poprečnom presjeku:

$$\phi_k^0 = \psi_k, \quad \text{za } k=2,3,4 \quad (3.68)$$

gdje je  $\psi_k$  potencijal za dvodimenzijски problem presjeka. Detaljan izvod dvodimenzijских hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase i prigušenja, te dvodimenzijске uzbude presjeka prikazan je u *Prilogu I*. Numeričko rješenje je prikazano u poglavlju 3.3.2.

### 3.3.3. JEDNADŽBE LINEARNOG DINAMIČKOG OPTEREĆENJA

Poprečna i uzdužna sila koje se javljaju na poprečnom presjeku broda dane su izrazom:

$$\mathbf{N} = V_1 \mathbf{i} + V_2 \mathbf{j} + V_3 \mathbf{k}, \quad (3.69)$$

gdje je  $V_1$  uzdužna sila,  $V_2$  horizontalna poprečna sila, a  $V_3$  vertikalna poprečna sila. Slično se može uzeti da je moment savijanja i torzije na poprečnom presjeku dan izrazom:

$$\mathbf{M} = V_4 \mathbf{i} + V_5 \mathbf{j} + V_6 \mathbf{k}, \quad (3.70)$$

gdje je  $V_4$  moment torzije,  $V_5$  vertikalni moment savijanja, a  $V_6$  horizontalni moment savijanja. Dinamička poprečna sila na poprečnom presjeku je razlika između sile inercije i sume vanjskih sila koje djeluju na dio trupa koji se nalazi ispred promatranog presjeka. Ako vanjske sile [16] rastavimo na statičku povratnu silu  $R_j$ , uzbudnu silu  $E_j$  i hidrodinamičku silu zbog njihanja tijela  $D_j$ , dobije se:

$$V_j = I_j - R_j - E_j - D_j, \quad (3.71)$$

gdje je  $I_j$  sila inercije. Slično su moment torzije i momenti savijanja jednaki različiti momenta zbog sile inercije i momenta zbog sume vanjskih sila. Stoga se jednadžba (3.71) primjenjuje na momente torzije i savijanja ( $j=4,5,6$ ) kao i na poprečne sile ( $j=2,3$ ).

Sila inercije se može izraziti u obliku sile inercije presjeka, kao produkt mase presjeka i ubrzanja presjeka, pa slijedi:

$$I_2 = \int_x^L m \left( \ddot{\eta}_2 + \xi \ddot{\eta}_6 - \bar{z} \ddot{\eta}_4 \right) d\xi, \quad (3.72)$$

$$I_3 = \int_x^L m \left( \ddot{\eta}_3 - \xi \ddot{\eta}_5 \right) d\xi. \quad (3.73)$$

Ako se sličan postupak napravi za momente inercije, slijedi:

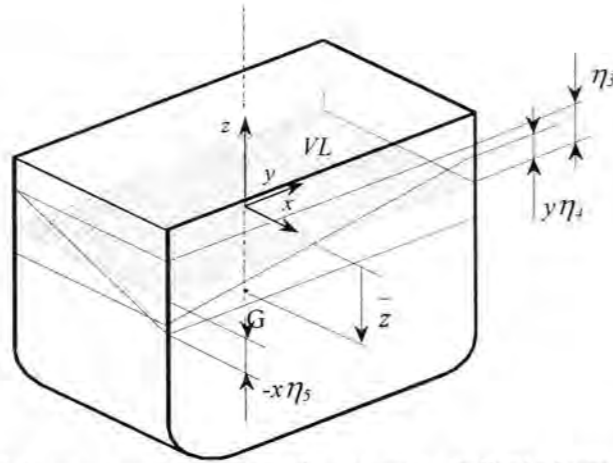
$$I_4 = \int_x^L \left[ i_x \ddot{\eta}_4 - m \bar{z} \left( \ddot{\eta}_2 + \xi \ddot{\eta}_6 \right) \right] d\xi, \quad (3.74)$$

$$I_5 = - \int_x^L m (\xi - x) \left( \ddot{\eta}_3 - \xi \ddot{\eta}_5 \right) d\xi, \quad (3.75)$$

$$I_6 = \int_x^L m (\xi - x) \left( \ddot{\eta}_2 + \xi \ddot{\eta}_6 - \bar{z} \ddot{\eta}_4 \right) d\xi. \quad (3.76)$$

U izrazima (3.72-3.76)  $m$  je masa presjeka po jedinici duljine broda,  $\bar{z}$  je vertikalni položaj težišta mase presjeka, a  $i_x$  se odnosi na moment inercije mase presjeka oko osi  $x$ . Integrira se po dijelu duljine broda koji se nalazi ispred promatranog presjeka.

Ubrzanja u pojedinim smjerovima se mogu pronaći nakon što se odrede amplitude pomaka presjeka s obzirom na šest stupnjeva slobode njihanja. Pomaci presjeka uslijed poniranja, ljuljanja i posrtanja, tj. pomaci koji uzrokuju promjenu istisnine prikazani su na slici 3.6. Pomaci zanošenja  $\zeta_2$  i pomaci zaošijanja  $\zeta_6$  ne uzrokuju promjenu istisnine, ali su njihova ubrzanja uključena u inercijske sile u izrazima (3.72), (3.74) i (3.76).



Sl. 3. 8 Pomaci presjeka uslijed poniranja, ljujanja i posrtanja

Hidrostatičke povratne sile i momenti dani su izrazima:

$$R_3 = -\rho g \int_x^L b(\eta_3 - \xi \eta_5) d\xi, \quad (3.77)$$

$$R_4 = g \eta_4 \int_x^L (\rho A \overline{OM} - m \bar{z}) d\xi, \quad (3.78)$$

$$R_5 = \rho g \int_x^L b(\xi - x)(\eta_3 - \xi \eta_5) d\xi, \quad (3.79)$$

sa  $R_2 = 0$  i  $R_6 = 0$ . Ovdje je  $b$  širina poprečnog presjeka,  $A$  je uronjena površina presjeka, a  $\overline{OM}$  je udaljenost između ravnine vode i metacentra presjeka.

Uzbuđna sila i moment koji se odnosi na dio broda ispred promatranog poprečnog presjeka  $x$  može se izravno dobiti iz jednadžbi u Prilogu 2 (P2.39), (P2.40), i (P2.41) zamjenom kraka  $\xi$  sa  $(\xi - x)$ . Slijedi da su komponente uzbuđne sile i momenta:

$$E_j = \rho \alpha \left[ \int_x^L (f_j + h_j) d\xi + \left( \frac{U}{i\omega_e} h_j \right)_{\xi=x} \right] e^{i\omega_e t}; \quad j = 2, 3, 4, \quad (3.80)$$

$$E_5 = -\rho \alpha \left[ \int_x^L (\xi - x)(f_3 + h_3) + \frac{U}{i\omega_e} h_3 \right] d\xi e^{i\omega_e t}, \quad (3.81)$$

$$E_6 = \rho \alpha \left[ \int_x^L (\xi - x)(f_2 + h_2) + \frac{U}{i\omega_e} h_2 \right] d\xi e^{i\omega_e t}. \quad (3.82)$$

Froude-Krylovljeva 'sila' presjeka dana je izrazom,

$$f_j = g e^{-ik\xi \cos \beta} \int_{C_\xi} N_j e^{iky \sin \beta} e^{kz} dl; \quad j = 2, 3, 4, \quad (3.83)$$

a difrakcijska 'sila' presjeka kao:

$$h_j = \omega e^{-ik\xi \cos \beta} \int_{C_\xi} (iN_3 - N_2 \sin \beta) \times e^{iky \sin \beta} e^{kz} \psi_j dl; \quad j = 2, 3, 4. \quad (3.84)$$

Ako se sada promatra samo dio površine trupa  $S^*$ , ispred promatranog poprečnog presjeka  $C_x$ , iz izraza (3.61), te uz  $dS = dl d\xi$ , slijedi da je hidrodinamička sila i moment zbog njihanja tijela sa šest stupnjeva slobode:

$$G_j^* = \rho \sum_{k=1}^6 \zeta_k \left[ -i\omega_e \iint_{L^* C_x} n_j^* \phi_k dld\xi + U \iint_{L^* C_x} m_j \phi_k dld\xi - U \int_{C_x} n_j^* \phi_k dl \right], \quad (3.85)$$

gdje  $L^*$  označava duljinu dijela trupa ispred promatranog presjeka  $C_x$ . Ako se uvedu pretpostavke vrpčaste teorije, kao što je to objašnjeno u poglavlju 3.3.2., slijedi da se šest komponenti generalizirane trodimenzijske normale može izraziti u obliku dvodimenzijske generalizirane normale  $N_j$ ;

$$n_j^* = (0, N_1, N_2, N_3, N_4, -(\xi - x)N_3, (\xi - x)N_2). \quad (3.86)$$

Potencijal brzine na promatranom presjeku se može napisati u obliku dvodimenzijskog potencijala  $\psi_k$  kao:

$$\begin{aligned} \phi_1 &\approx 0 \text{ i } \phi_k = \psi_k \text{ za } k = 2, 3, 4 \\ \phi_5 &= -\xi \psi_3 + \frac{U}{i\omega_e} \psi_3 \\ \phi_6 &= \xi \psi_2 - \frac{U}{i\omega_e} \psi_2 \end{aligned} \quad (3.87)$$

Ako se izrazi (3.39) i (3.40) uvrste u (3.38) amplitude hidrodinamičkih sila i momenata mogu se izraziti u obliku linijskih integrala presjeka:

$$t_{jk} = -\rho i \omega_e \int_C N_j \psi_k dl; \quad j, k = 2, 3, 4. \quad (3.88)$$

Amplitude komponenti hidrodinamičkih sila su:

$$G_2^* = \int_L^* \left[ \left( \zeta_2 + \xi \zeta_6 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_6 \right) t_{22} + \zeta_4 t_{24} \right] d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left[ \left( \zeta_2 + \xi \zeta_6 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_6 \right) t_{22} + \zeta_4 t_{24} \right]_{\xi=x}, \quad (3.89)$$

$$G_3^* = \int_L^* \left[ \left( \zeta_3 - \xi \zeta_5 + \frac{U}{i\omega_e} \zeta_5 \right) t_{33} d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left[ \left( \zeta_3 - \xi \zeta_5 + \frac{U}{i\omega_e} \zeta_5 \right) t_{33} \right]_{\xi=x} \right], \quad (3.90)$$

a amplitude komponenti hidrodinamičkih momenata:

$$G_4^* = \int_L^* \left[ \left( \zeta_2 + \xi \zeta_6 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_6 \right) t_{24} + \zeta_4 t_{44} \right] d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left[ \left( \zeta_2 + \xi \zeta_6 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_6 \right) t_{24} + \zeta_4 t_{44} \right]_{\xi=x}, \quad (3.91)$$

$$G_5^* = - \int_L^* (\xi - x) \left( \zeta_3 - \xi \zeta_5 \right) t_{33} d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left( -\zeta_3 + x \zeta_5 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_5 \right) \int_L^* t_{33} d\xi, \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned} G_6^* &= \int_L^* [(\xi - x) \zeta_2 + \xi \zeta_6] t_{22} + (\xi - x) \zeta_4 t_{24} d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left( \zeta_2 + x \zeta_5 - \frac{U}{i\omega_e} \zeta_6 \right) \int_L^* t_{22} d\xi + \\ &+ \frac{U}{i\omega_e} \zeta_4 \int_L^* t_{24} d\xi. \end{aligned} \quad (3.93)$$



Nadalje se mogu komponente sila i momenata izraziti u obliku realnih varijabli. Ako je

$$D_j = \operatorname{Re} G_j^* e^{i\omega_e t} \quad \eta_j = \zeta_j e^{i\omega_e t} \quad (3.94)$$

i ako se upotrijebi izraz za hidrodinamičku silu i moment presjeka zbog njihanja broda:

$$\omega_e^2 \cdot a_{jk} - i\omega_e \cdot b_{jk} = t_{jk}, \quad (3.95)$$

komponente hidrodinamičke sile i momenta zbog njihanja na dijelu broda ispred promatranog poprečnog presjeka, kao dijela ukupne sile i momenta na presjeku, ovise o dodatnoj masi presjeka  $a_{jk}$ , prigušenju presjeka  $b_{jk}$ , te brzini  $\dot{\eta}_j$  i ubrzanju  $\ddot{\eta}_j$ ;

$$D_2 = - \int \left[ a_{22}(\ddot{\eta}_2 + \xi\ddot{\eta}_6) + b_{22}(\dot{\eta}_2 + \xi\dot{\eta}_6) + a_{24}\ddot{\eta}_4 + b_{24}\dot{\eta}_4 + \frac{U}{\omega_e^2} b_{22}\ddot{\eta}_6 - Ua_{22}\dot{\eta}_6 \right] d\xi - \\ - \left[ Ua_{22}(\dot{\eta}_2 + \xi\dot{\eta}_6) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{22}(\ddot{\eta}_2 + \xi\ddot{\eta}_6) + \right. \\ \left. + \frac{U^2}{\omega_e^2} (a_{22}\ddot{\eta}_6 + b_{22}\dot{\eta}_6) + U \left( a_{24}\dot{\eta}_4 - \frac{1}{\omega_e^2} b_{24}\ddot{\eta}_4 \right) \right]_{\xi=x}, \quad (3.96)$$

$$D_3 = - \int \left[ a_{33}(\ddot{\eta}_3 + \xi\ddot{\eta}_5) + b_{33}(\dot{\eta}_3 + \xi\dot{\eta}_5) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{33}\ddot{\eta}_5 + Ua_{33}\dot{\eta}_5 \right] d\xi - \\ - \left[ Ua_{33}(\dot{\eta}_3 - \xi\dot{\eta}_5) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{33}(\ddot{\eta}_3 - \xi\ddot{\eta}_5) - \frac{U^2}{\omega_e^2} (a_{33}\ddot{\eta}_5 + b_{33}\dot{\eta}_5) \right]_{\xi=x}, \quad (3.97)$$

$$D_4 = - \int \left[ a_{44}\ddot{\eta}_4 + (b_{44} + b_{44}^*)\dot{\eta}_4 + a_{24}(\ddot{\eta}_2 + \xi\ddot{\eta}_6) + b_{24}(\dot{\eta}_2 + \xi\dot{\eta}_6) + \right. \\ \left. + \frac{U}{\omega_e^2} b_{24}\ddot{\eta}_6 - Ua_{24}\dot{\eta}_6 \right] d\xi - \left[ Ua_{24}(\dot{\eta}_2 + \xi\dot{\eta}_6) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{24}(\ddot{\eta}_2 + \xi\ddot{\eta}_6) + \right. \\ \left. + \frac{U^2}{\omega_e^2} (a_{24}\ddot{\eta}_6 + b_{24}\dot{\eta}_6) + U \left( a_{44}\dot{\eta}_4 - \frac{1}{\omega_e^2} b_{44}\ddot{\eta}_4 \right) \right]_{\xi=x}, \quad (3.98)$$

$$D_5 = \int (\xi - x) \left[ a_{33}(\ddot{\eta}_3 - \xi\ddot{\eta}_5) + b_{33}(\dot{\eta}_3 - \xi\dot{\eta}_5) \right] d\xi + \\ + \int \left[ Ua_{33}(\dot{\eta}_3 - x\dot{\eta}_5) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{33}(\ddot{\eta}_3 - x\ddot{\eta}_5) - \frac{U^2}{\omega_e^2} (a_{33}\ddot{\eta}_5 + b_{33}\dot{\eta}_5) \right] d\xi, \quad (3.99)$$

$$D_6 = - \int (\xi - x) \left[ a_{22}(\ddot{\eta}_2 + \xi\ddot{\eta}_6) + b_{22}(\dot{\eta}_2 + \xi\dot{\eta}_6) + a_{24}\ddot{\eta}_4 + b_{24}\dot{\eta}_4 \right] d\xi - \\ - \int \left[ Ua_{22}(\dot{\eta}_2 + x\dot{\eta}_6) - \frac{U}{\omega_e^2} b_{22}(\ddot{\eta}_2 + x\ddot{\eta}_6) + \right. \\ \left. + \frac{U^2}{\omega_e^2} (a_{22}\ddot{\eta}_6 + b_{22}\dot{\eta}_6) + Ua_{24}\dot{\eta}_4 - \frac{U}{\omega_e^2} b_{24}\ddot{\eta}_4 \right] d\xi. \quad (3.100)$$

### 3.4. NUMERIČKO ODREĐIVANJE VRIJEDNOSTI HIDRODINAMIČKIH KOEFICIJENATA PRESJEKA

#### 3.4.1. UVOD

Da bi se problem opterećenja broda na harmoničkom valu uspješno riješio primjenom vrpčaste teorije, potrebno je prvo odrediti njihanje broda, a u skladu sa ovim problemom odabrati učinkovitu numeričku metodu za rješavanje dvodimenzijskih koeficijenata u jednadžbama njihanja broda. Problem se sastoji u određivanju potencijala brzine za cilindar koji, na prethodno neporemećenoj površini, oscilira uslijed prisilne harmoničke uzbude tvoreći tri oblika njihanja: zanašanje, poniranje i ljuljanje. U brodskoj hidrodinamici postoji nekoliko metoda za rješavanje problema mješovitih rubnih uvjeta, a pouzdanost rezultata često ovisi o topološkim značajkama broskog trupa. Tri najčešće korištene metode su:

- ◆ metoda konformnog preslikavanja
- ◆ metoda integralne jednadžbe
- ◆ metoda konačnih elemenata.

Sve navedene metode primjenjuju linearnu teoriju valova i zanemaruju viskozne učinke. U radu su za određivanje 2D potencijala i hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase i prigušenja presjeka korištene i implementirane u program *GIOP* prve dvije metode, Porterova [85] metoda konformnog preslikavanja i Frankova [9] metoda uskog nanašanja izvora po presjeku. Osnovna formulacija i usporedba rezultata obaju metoda bit će prikazana u poglavlju 3.4.2 i 3.4.3.

Rješavanje problema započelo je radom Ursella [8], koji formulaciju i rješenje problema rubnih vrijednosti za poluuronjeni ponirući kružni cilindar daje unutar linearizirane teorije slobodne površine. Ursell je potencijal brzine prikazao kao sumu beskrajnog niza multipola, od kojih svaki zadovoljava linearne uvjete slobodne površine, a jakost multipola određuje se zahtjevom da niz zadovoljava kinematički rubni uvjet u svim točkama oplakivane konture cilindra. Grim i Tasai proširuju Ursellovo rješenje za vertikalno ponirući kružni cilindar na poprečni presjek broskog trupa dvoparametarskim konformnim preslikavanjem (Lewis forma). Porter pronalazi rješenje problema za presjeke proizvoljnog oblika, te se bavi problemom konačne dubine. De Jong i Tasai razvijaju Ursellov pristup za zanašanje i ljuljanje. Ovaj je postupak brz i prilično točan za većinu uobičajenih brodskih formi, međutim ne daje zadovoljavajuće rezultate za sve brodske presjeke. Za svaki pojedini omjer poluširine i gaza,  $H_0 = B/2T$ , postoji dozvoljeni raspon koeficijenta punoće presjeka  $\sigma_s$ . Metoda ne daje zadovoljavajuća rješenja za presjeke koji prelaze spomenuti raspon koeficijenta punoće presjeka kao primjerice nesimetrične i bulb forme. Međutim, metoda je pogodna za preliminarne projekte stoga što je za proračun dovoljno znati širinu, gaz na teretnoj vodnoj liniji, te koeficijent punoće presjeka.

Izravno numeričko rješenje problema određivanja potencijala za proizvoljni oblik 2D presjeka prvi je razvio Frank [9] koristeći Greenovu funkciju, odnosno metodu integralne jednadžbe. Kontura presjeka definirana je nizom pravocrtnih segmenata, dok je potencijal brzine definiran raspodjelom izvora po presjeku. Jakost izvora smatra se konstantnom vrijednošću duž pojedinog segmenta, a određuje se integralnom jednadžbom koja proizlazi iz zadovoljavanja kinematičkog rubnog uvjeta na stijenci cilindra. Greenova funkcija koja opisuje oblik potencijala takva je da zadovoljava rubne uvjete na slobodnoj površini, u beskonačnosti i na dnu, u slučaju ograničene dubine. Postupak je primjenjiv kako na tijelo u fluidu velike dubine, tako i za manje dubine. Nedostatak ove metode je što ne daje prikladna rješenja za određene tzv. nepravilne frekvencije koje se podudaraju s vlastitim frekvencijama graničnog unutarnjeg potencijala.

Metodu koja koristi tehniku konačnih elemenata razvili su Bai i Yeung [10], a temelji se na varijacijskom principu koji omogućuje određivanje potencijala brzine u području fluida. U tom se postupku radijacijski uvjeti primjenjuju na konačnoj udaljenosti od tijela. Podjelom područja fluida na određeni broj konačnih elemenata, potencijal na pojedinom elementu određuje se pomoću niza

polinoma. Metoda se može primijeniti na sve oblike poprečnih presjeka broda. Osim mogućnosti uzimanja u obzir utjecaja proizvoljnog oblika dna, kao i ograničenog područja fluida, npr. kanala, omogućuje i određivanje utjecaja prisutnosti tekućeg tereta u brodu na vrijednost potencijala.

### 3.4.2. METODA KONFORMNOG PRESLIKAVANJA

Spomenuto Ursellovo određivanje potencijala vrijedi samo za kružni oblik poprečnog presjeka. Za određivanje dodatne mase i prigušenja kod zanošenja, poniranja i ljuljanja nekog drugog oblika poprečnog presjeka mora se takav presjek komforno preslikati ne jedinični kružni presjek. Prednost konformnog preslikavanja je da se potencijal brzine fluida oko proizvoljnog poprečnog presjeka u kompleksnoj ravnini može odrediti iz mnogo prikladnijeg kružnog poprečnog presjeka neke druge kompleksne ravnine. Tako se hidrodinamički problem može riješiti direktno sa koeficijentima funkcije preslikavanja. Osnovna transformacijska formula je:

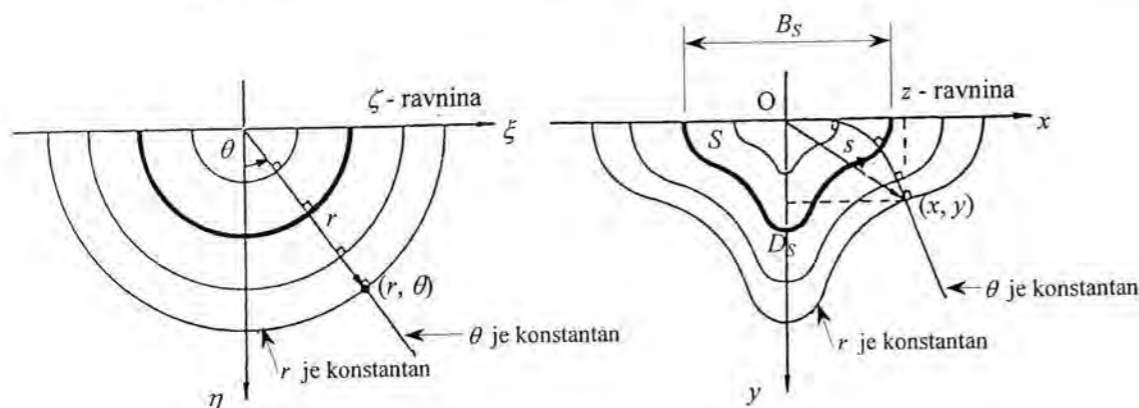
$$z = M_s \sum_{n=0}^N (a_{-(2n-1)} \zeta^{2n-1}), \quad (3.101)$$

gdje je:  $z = x + iy$  - ravnina poprečnog presjeka broda  
 $\zeta = ie^{\alpha} e^{-i\theta}$  - ravnina jediničnog kruga  
 $M_s$  - mjerilo  
 $a_{-1}$  - +1  
 $a_{2n-1}$  - koeficijenti konformnog preslikavanja ( $n = 1, \dots, N$ )  
 $N$  - broj parametara

Veza između koordinata u  $z$  ravnini (brodski presjek) i varijabli u  $\zeta$  ravnini (kružni presjek), slika 3.9, je:

$$x = -M_s \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n a_{2n-1} e^{-(2n-1)\alpha} \sin[(2n-1)\theta] \right\}, \quad (3.102)$$

$$y = +M_s \sum_{n=0}^N \left\{ (-1)^n a_{2n-1} e^{-(2n-1)\alpha} \cos[(2n-1)\theta] \right\}. \quad (3.103)$$



Sl. 3.9 Odnosi ravnina preslikavanja

Ako se uzme za  $N=2$  i  $\alpha = 0$  za brodsku konturu slijedi dvoparameterska Lewisova transformacija:

$$\begin{aligned} x_0 &= M_s [(1 + a_1) \sin \theta - a_3 \sin 3\theta], \\ y_0 &= M_s [(1 - a_1) \cos \theta + a_3 \cos 3\theta], \end{aligned} \quad (3.104)$$

gdje su širina na vodnoj liniji, gaz i mjerilo aproksimiranog poprečnog presjeka:

$$\begin{aligned} B_s &= 2M_s \lambda_a, \quad \lambda_a = \sum_{n=0}^N a_{2n-1} = 1 + a_1 + a_3 \\ D_s &= M_s \lambda_b, \quad \lambda_b = \sum_{n=0}^N (-1)^n a_{2n-1} = 1 - a_1 + a_3 \\ M_s &= \frac{B_s}{2(1 + a_1 + a_3)} = \frac{D_s}{1 - a_1 + a_3}. \end{aligned} \quad (3.105)$$

Koeficijenti  $a_1$ ,  $a_3$  i  $M_s$  se određuju tako da širina, gaz i površina aproksimiranog i stvarnog poprečnog presjeka budu jednake. Realno rješenje kvadratne jednačbe,

$$c_1 a_3^2 + c_2 a_3 + c_3 = 0, \quad (3.106)$$

je  $a_3 = \frac{-c_1 + 3 + \sqrt{9 - 2c_1}}{c_1}$ , uz: (3.107)

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{H_0 - 1}{H_0 + 1} (a_3 + 1) \\ c_1 &= 3 + \frac{4\sigma_s}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma_s}{\pi}\right) \left(\frac{H_0 - 1}{H_0 + 1}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.108)$$

$$H_0 = \frac{B_s}{2D_s} = \frac{1 + a_1 + a_3}{1 - a_1 + a_3}$$

$$\sigma_s = \frac{A_s}{B_s D_s} = \frac{\pi}{4} \frac{1 - a_1^2 - 3a_3^2}{(1 + a_3^2 - a_1^2)}$$

Razni oblici poprečnih presjeka, obzirom na parametre  $H_0$  i  $\sigma_s$  se mogu smatrati prikladnima za primjenu konformnog preslikavanja. Neprikladnim se smatraju nesimetrične i dvoulazne forme. Rješenje mogućeg problema je uključivanje većeg broja parametara ili prelazak na metode koje koriste Greenovu funkciju.

#### 3.4.2.1. Formulacija problema

U svrhu određivanja hidrodinamičkih koeficijenata poprečnog presjeka broda pri nultoj brzini napredovanja (Ursell [9], Porter [85]) promatra se beskonačno dug cilindar, djelomice uronjen u prethodno neporemećeni fluid neograničene dubine. Cilindar je prisiljen na jednostavno harmonično vertikalno (poniranje), horizontalno (zanošenje) i kutno (ljuljanje) gibanje  $y_a \cos(\omega t + \delta)$ , sa unaprijed određenom frekvencijom  $\omega$  i malom amplitudom pomaka  $y_a$ , slika 3.10. Prisilne vertikalne oscilacije uzrokuju poremećaj površine fluida u obliku dvije vrste valova:

- Stojni sistem valova amplituda kojeg značajno opada sa povećanjem udaljenosti do cilindra
- Pravilni progresivni sustav valova čija energija opada s udaljenošću. Na udaljenosti od nekoliko valnih duljina od cilindra, valovi se na svakoj strani mogu opisati jednim harmoničkim valom. Valna amplituda  $\eta_a$  na beskonačnoj udaljenosti od cilindra je proporcionalna sa amplitudom osciliranja cilindra  $y_a$ , uz uvjet da je amplituda dovoljno mala u usporedbi sa radijusom cilindra, a valna duljina nije znatno manja od promjera cilindra.

Za korištenje linearizirane teorije slobodne površine, usvojene su sljedeće pretpostavke:

- Fluid je nestlačiv i neviskoznan.
- Učinak napetosti slobodne površine je zanemariv.
- Strujanje fluida je bezvrtložno.



Vrijednosti amplituda njihanja i brzina dovoljno su male da se svi izrazi, osim linearnih izraza uvjeta slobodne površine, kinematičkog rubnog uvjeta na cilindru i Bernoullijeve jednadžbe, mogu zanemariti. Uz navedene uvjete i pretpostavke, problem se reducira na problem rubnih uvjeta potencijalne teorije. Problem se sastoji u određivanju dvodimenzijanskog potencijala brzine fluida koji mora zadovoljavati sljedeće uvjete:

- **Laplaceovu jednadžbu**

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \quad (3.109)$$

- **Uvjet simetričnosti**

$$\Phi(-x, y) = \Phi(x, y), \text{ iz kojeg slijedi } \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0 \text{ za } \theta = 0, \quad (3.110)$$

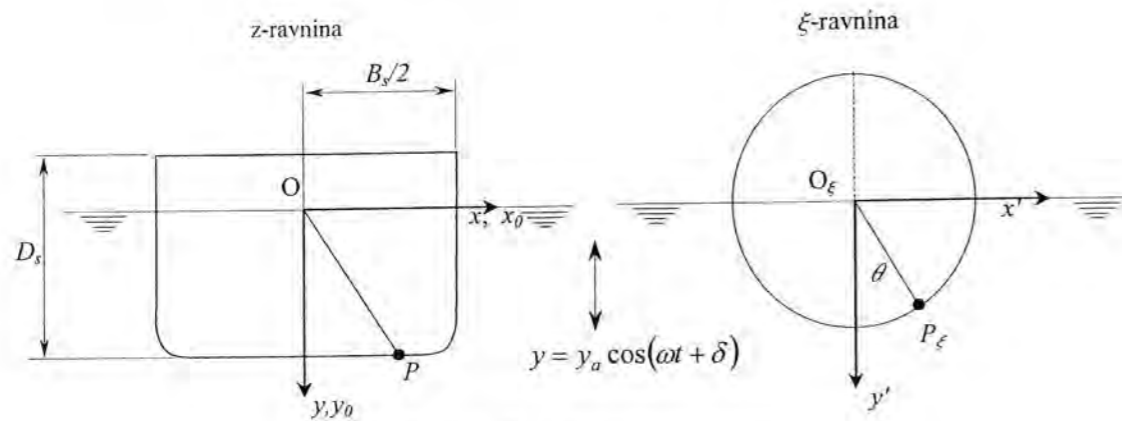
- **Linearizirani uvjet slobodne površine**

$$\frac{\omega^2}{g} \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad |x| \geq \frac{B_s}{2} \text{ i } y = 0, \quad (3.111)$$

koji se u slučaju konformnog preslikavanja može napisati kao:

$$\frac{\xi_b}{\sigma_a} \Phi \sum_{n=0}^{\infty} [(2n-1)a_{2n-1} e^{-(2n-1)\alpha}] \pm \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0 \text{ za } \alpha \geq 0 \text{ i } \theta = \pm \frac{\pi}{2}, \quad (3.112)$$

gdje je  $\xi_b$  kvadrat bezdimenzijske frekvencije definiran kao  $\xi_b = \frac{\omega^2 b_0}{2g}$ .



Sl. 3.10 Koordinatni sustavi za poniranje

Iz definicije potencijala brzine slijedi rubni uvjet na površini cilindra za  $\alpha=0$ , u kojem je  $\mathbf{n}$  vanjska normala na površini cilindra,

$$\frac{\partial \Phi_0(\theta)}{\partial n} = \dot{y} \frac{\partial y_0}{\partial n}. \quad (3.113)$$

Koristeći funkciju toka  $\Psi$  izraz (3.113) za  $\alpha=0$  i integrirajući ga po površini cilindra slijedi:

$$\Psi_0(\theta) = -\dot{y} \frac{b_s}{2} h(\theta) + C(t), \quad (3.114)$$

gdje je  $C(t)=0$  zbog simetrije fluida oko  $y$ -osi, a funkcija  $h(\theta)$  je definirana kao:

$$h(\theta) = \frac{2x_0}{b_s} = -\frac{1}{\sigma_a} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (-1)^n a_{2n-1} \sin[(2n-1)\theta] \right\}. \quad (3.115)$$

### 3.4.2.2. Rješenje problema

Za prvi zahtjev, stojni sistem valova, potencijal brzine i funkcija toka se određuje preko izraza Jonga [85]:

$$\Phi_A = \frac{g\eta_a}{\pi\omega} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [P_{2m} \phi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) \cos(\omega t) + Q_{2m} \phi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) \sin(\omega t)] \right\} \quad (3.116)$$

$$\Psi_A = \frac{g\eta_a}{\pi\omega} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [P_{2m} \psi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) \cos(\omega t) + Q_{2m} \psi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) \sin(\omega t)] \right\}, \quad (3.117)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \phi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) &= e^{-2m\alpha} \cos(2m\alpha) - \frac{\xi_b}{\sigma_a} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (-1)^n \frac{2n-1}{2m+2n-1} a_{2n-1} e^{-(2m+2n-1)\alpha} \cos[(2m+2n-1)\theta] \right\} \\ \psi_{A_{2m}}(\alpha, \theta) &= e^{-2m\alpha} \sin(2m\alpha) - \frac{\xi_b}{\sigma_a} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (-1)^n \frac{2n-1}{2m+2n-1} a_{2n-1} e^{-(2m+2n-1)\alpha} \sin[(2m+2n-1)\theta] \right\} \end{aligned} \quad (3.118)$$

Drugi zahtjev je zamiranje vala kada  $\alpha$  ide u beskonačnost i nužno obuhvaća dodavanje funkcije toka, koja mora zadovoljiti uvjet slobodne površine i uvjet simetrije oko  $y$ -osi. Potencijal brzine ovakvog valnog sustava također je određen izrazom Jonga [85],

$$\Phi_B = \frac{g\eta_a}{\pi\omega} [\phi_{B_c}(\alpha, \theta) \cos(\omega t) + \phi_{B_s}(\alpha, \theta) \sin(\omega t)] \quad (3.119)$$

$$\Psi_B = \frac{g\eta_a}{\pi\omega} [\psi_{B_c}(\alpha, \theta) \cos(\omega t) + \psi_{B_s}(\alpha, \theta) \sin(\omega t)], \quad (3.120)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} \phi_{B_c} &= \pi e^{-vy} \cos(vx) \\ \phi_{B_s} &= \pi e^{-vy} \sin(v|x|) + \int_0^{\infty} \frac{v \sin(ky) - k \cos(ky)}{k^2 + v^2} e^{-k|x|} dk \end{aligned} \quad (3.121)$$

$$\begin{aligned} \psi_{B_c} &= \pi e^{-vy} \sin(v|x|) \\ \psi_{B_s} &= \pi e^{-vy} \cos(v|x|) + \int_0^{\infty} \frac{v \cos(ky) + k \sin(ky)}{k^2 + v^2} e^{-k|x|} dk \end{aligned} \quad (3.122)$$

uz valni broj za neograničenu dubinu  $v = \omega^2/g$ . Budući da numerički proračun integrala u izrazima (3.121) i (3.122) sporo konvergira, koristi se Porterovo rješenje razvojem ovih funkcija u redove. Stoga se ukupni potencijal brzine i funkcija toka za opis valova koje stvara oscilirajući cilindar pri poniranju može napisati kao:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_A + \Phi_B \\ \Psi &= \Psi_A + \Psi_B, \end{aligned} \quad (3.123)$$

te uz  $\alpha=0$ , funkcija toka ima oblik:

$$\Psi_0(\theta) = \frac{g\eta_a}{\pi\omega} \left[ \left\{ \psi_{B0c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} [P_{2m}\psi_{A0_{2m}}(\theta)] \right\} \cos(\omega t) + \left\{ \psi_{B0s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} [Q_{2m}\psi_{A0_{2m}}(\theta)] \right\} \sin(\omega t) \right], \quad (3.124)$$

gdje je izraz  $\psi_{A0_{2m}}(\theta)$  jednak izrazu (3.118) za  $\alpha=0$ ,  $\phi_{B0c}(\theta) = \phi_{B0c}(\alpha, \theta)$  i  $\phi_{B0s}(\theta) = \phi_{B0s}(\alpha, \theta)$  za  $\alpha=0$ . Uvrštavajući (3.124) u (3.114), te korištenjem relacija:

$$-\dot{y} \frac{\pi\omega b_s}{2g\eta_a} h(\theta) = \frac{y_a}{\eta_a} \pi \xi_b h(\theta) \sin(\omega t + \delta) = h(\theta) [A_0 \cos(\omega t) + B_0 \sin(\omega t)] \quad (3.125)$$

$$A_0 = \frac{y_a}{\eta_a} \pi \xi_b h \sin \delta, \quad B_0 = \frac{y_a}{\eta_a} \pi \xi_b h \cos \delta,$$

slijedi rješenje za svaki  $\theta$  u obliku para jednadžbi:

$$\psi_{B0c}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} [P_{2m}\psi_{A0_{2m}}(\theta)] = h(\theta)A_0 \quad (3.126)$$

$$\psi_{B0s}(\theta) + \sum_{m=1}^{\infty} [Q_{2m}\psi_{A0_{2m}}(\theta)] = h(\theta)B_0,$$

gdje se vrijednosti  $A_0$  i  $B_0$  mogu izračunati ako se uzme  $\theta = \pi/2$ , tj. točka sjecišta površine cilindra sa slobodnom površinom fluida, što daje vrijednost funkcije  $h(\theta)=1$ . Uvrštavanjem tako izračunatih vrijednosti  $A_0$  i  $B_0$  u izraz (3.126) daje za svaku vrijednost  $\theta < \pi/2$  skup od dvije jednadžbe sa nepoznatim parametrima  $P_{2m}$  i  $Q_{2m}$ :

$$\psi_{B0c}(\theta) - h(\theta)\psi_{B0c}(\pi/2) = \sum_{m=1}^{\infty} [f_{2m}(\theta)P_{2m}] \quad (3.127)$$

$$\psi_{B0s}(\theta) - h(\theta)\psi_{B0s}(\pi/2) = \sum_{m=1}^{\infty} [f_{2m}(\theta)Q_{2m}],$$

gdje je

$$f_{2m}(\theta) = -\psi_{A0_{2m}}(\theta) + h(\theta)\psi_{A0_{2m}}(\pi/2). \quad (3.128)$$

Sa povećanjem broja  $m$  redovi u (3.127) uniformno konvergiraju. Za praktični proračun mora biti  $m < M$ . Za svaku vrijednost kuta  $\theta < \pi/2$  dobivaju se jednadžbe sa redom vrijednosti  $P_{2m}$  i  $Q_{2m}$ . Najbolje rješenje će se zatim dobiti metodom najmanjih kvadrata. Treba napomenuti da je za rješenje ovih jednadžbi potrebno najmanje  $M$  vrijednosti za  $\theta$  manjih od  $\pi/2$ .

Nadalje se hidrodinamički tlak na površini cilindra može dobiti pomoću linearizirane Bernoullieve jednadžbe,

$$p(\theta) = -\rho \frac{\partial \Phi_0(\theta)}{\partial t}. \quad (3.129)$$

Integracijom vertikalne komponente hidrodinamičkog tlaka dobiva se dvodimenzijaska hidrodinamička vertikalna sila u smjeru y-osi:

$$F_y = - \int_0^{\pi/2} p(\theta) \frac{dx_0}{d\theta} d\theta. \quad (3.130)$$

Korištenjem izraza (3.129) može se dvodimenzijaska hidrodinamička vertikalna sila uslijed

poniranja napisati kao:

$$F_y = \frac{\rho g b_s \eta_a}{\pi} [M_0 \cos(\omega t) - N_0 \sin(\omega t)]. \quad (3.131)$$

Ako se u izraz (3.131) za argument uz sinusni i kosinusni član doda fazni pomak  $\delta$ , nakon male trigonometrijske transformacije, uz:

$$\sin \delta = \frac{\eta_a}{y_a \pi \xi_b} A_0, \quad \cos \delta = \frac{\eta_a}{y_a \pi \xi_b} B_0, \quad (3.132)$$

slijede komponente dvodimenzijaska vertikalne hidrodinamičke sile u fazi sa vertikalnim pomakom cilindra,

$$F_y = \frac{\rho g b_s \eta_a^2}{\pi^2 \xi_b y_a} [(M_0 B_0 + N_0 A_0) \cos(\omega t + \delta) - (M_0 A_0 - N_0 B_0) \sin(\omega t + \delta)], \quad (3.133)$$

gdje se točni izrazi za  $M_0$  i  $N_0$  mogu pronaći u [8] i [14]. S druge strane vertikalne hidrodinamička sila se može napisati preko dvodimenzijaskih koeficijenata mase  $a_{33}$  i prigušenja  $b_{33}$  za poniranje:

$$F_y = -a_{33}\ddot{y} + b_{33}\dot{y} = a_{33}\omega^2 y_a \cos(\omega t + \delta) + b_{33}\omega y_a \sin(\omega t + \delta). \quad (3.134)$$

Usporedbom izraza (3.133) i (3.134) mogu se sada odrediti dvodimenzijaski koeficijenti dodatne mase i prigušenja za poniranje kao:

$$a_{33} = \frac{\rho b_s^2}{2} \frac{M_0 B_0 + N_0 A_0}{A_0^2 + B_0^2} \quad (3.135)$$

$$b_{33} = \frac{\rho b_s^2}{2} \frac{M_0 A_0 - N_0 B_0}{A_0^2 + B_0^2}.$$

Sličnim postupkom [14] određuju se i dvodimenzijaski koeficijenti dodatne mase i prigušenja za zanošenje, ljuljanje i spregu zanošenja i ljuljanja.

### 3.4.3. FRANKOVA METODA USKOG NANAŠANJA IZVORA PO PRESJEKU

#### 3.4.3.1. Formulacija problema

Promatra se cilindar, djelomice uronjen u prethodno neporemećeni fluid neograničene dubine, a čiji je poprečni presjek jednostruko povezano područje [9]. Tijelo je prisiljeno na jednostavno harmonično gibanje, i pretpostavlja se da je postiglo stanje stabilne ravnoteže.

Dvodimenzijaska priroda problema uključuje tri stupnja slobode njihanja [85], pa se promatraju: poniranje, zanašanje i ljuljanje. U svrhu korištenja linearizirane teorije slobodne površine, usvojene su sljedeće pretpostavke:

- Fluid je nestlačiv i neviskoznan,  
 $div \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ .
- Učinak napetosti slobodne površine je zanemariv.
- Strujanje fluida je bezvrtložno,  
 $rot \mathbf{v} = 0$ .

Vrijednosti amplituda njihanja i brzina dovoljno su male da se svi izrazi, osim linearnih izraza uvjeta slobodne površine, kinematičkog rubnog uvjeta na cilindru i Bernoullijeve jednadžbe, mogu zanemariti. Uz navedene uvjete i pretpostavke, problem se reducira na problem rubnih uvjeta potencijalne teorije. Cilindar je prisiljen na jednostavno harmonično gibanje  $A^{(m)}\cos(\omega t)$  sa unaprijed određenom frekvencijom  $\omega$ , gdje indeks  $(m)$  može poprimiti vrijednosti 2, 3 i 4 koje redosljedno označavaju zanašanje, poniranje i ljuljanje. Problem se sastoji u određivanju potencijala brzine sljedećeg oblika,

$$\Phi^{(m)}(x, y; t) = \operatorname{Re}\{\phi^{(m)}(x, y)e^{-i\omega t}\}, \quad (3.136)$$

koji mora zadovoljavati sljedeće uvjete, sl. 3.11:

- **Laplaceovu jednadžbu**

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{(m)}}{\partial y^2} = 0, \quad (3.137)$$

koja vrijedi za bezvrtložno potencijalno strujanje u području fluida;

- **Uvjet slobodne površine**

Postojanje slobodne površine izražava se u obliku odgovarajućih kinematičkih i dinamičkih rubnih uvjeta koji na njoj vrijede. Kinematički rubni uvjet određuje da su normalna brzina fluida i normalna brzina granične površine jednake. Dinamički rubni uvjet slijedi iz svojstva da je tlak na slobodnoj površini jednak atmosferskom. Linearizirani izraz za gibanja fluida (amplitudu vala) dobije se zanemarivanjem članova drugog i višeg reda u određenom rubnom uvjetu (vidi pog. 3.2):

$$\frac{\partial^2 \Phi^{(m)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi^{(m)}}{\partial y} = 0, \quad (3.138)$$

koji određuje da je, na površini  $y = 0$ , tlak jednak atmosferskom i da je normalna komponenta brzine čestice fluida jednaka normalnoj komponenti brzine slobodne površine;

- **Uvjet na dnu**

$$\lim_{y \rightarrow -\infty} |\nabla \Phi^{(m)}| = 0 \quad (3.139)$$

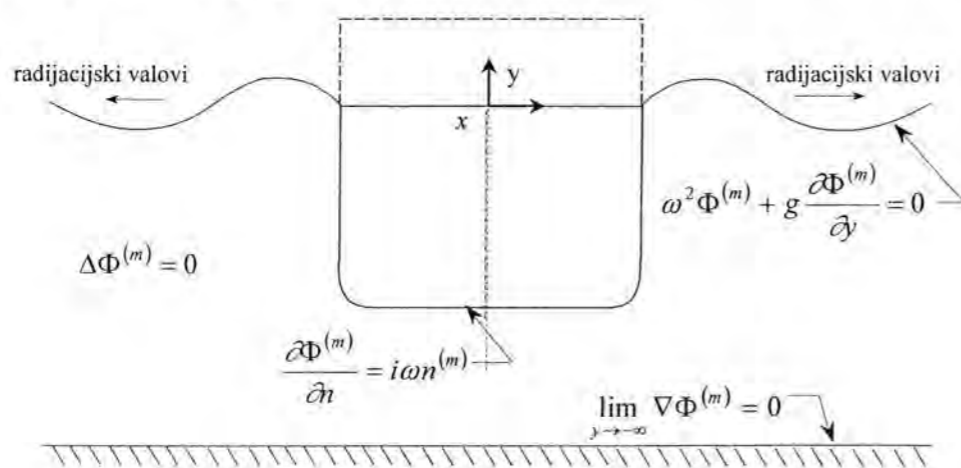
koji pretpostavlja zamiranje poremećaja fluida dovoljno duboko ispod slobodne površine;

- Uvjet da je normalna komponenta brzine fluida na površini cilindra jednaka normalnoj komponenti prisilne brzine cilindra  $v_n$  u smjeru jediničnog vektora normale  $\mathbf{n}$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi^{(m)} = v_n, \quad (3.140)$$

pri srednjem položaju tijela;

- Radijacijske uvjete koji određuju da poremećena površina fluida daleko od cilindra poprima oblik harmoničkih progresivnih, odlazećih valova.



Sl. 3.11 Dvodimenzijski rubni uvjet

Privremeno se uvodi kompleksna  $z$ -ravnina. Smjesti li se neporemećena slobodna površina na  $\operatorname{Im} z = 0$ , kompleksni potencijal za pulzirajući izvor jedinične jakosti u točki  $\zeta$  u donjoj polovici ravnine dat je izrazom:

$$G^*(z, \zeta; t) = \frac{1}{2\pi} \left[ \ln(z - \zeta) - \ln(z - \bar{\zeta}) + 2 \operatorname{P.V.} \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z-\bar{\zeta})}}{v-k} dk \right] \cos \omega t - e^{-iv(z-\bar{\zeta})} \sin \omega t = \quad (3.141)$$

$$= (G_1^{*\operatorname{Re}} + iG_1^{*\operatorname{Im}}) \cos \omega t - (G_2^{*\operatorname{Re}} + iG_2^{*\operatorname{Im}}) \sin \omega t,$$

gdje je  $v = \omega^2/g$  valni broj, P.V. znači glavnu vrijednost integrala, tj.:

$$\operatorname{P.V.} \int_0^\infty f(x) dx = \lim_{B \rightarrow \infty} \int_0^B f(x) dx,$$

a crtica označava kompleksnu konjugaciju. Realni potencijal izvora smještenog u točki jednak je:

$$H(x, y, \xi, \eta; t) = \operatorname{Re}\{G^*(z, \zeta; t)\} = G_1^{*\operatorname{Re}} \cos \omega t - G_2^{*\operatorname{Re}} \sin \omega t, \quad (3.142)$$

gdje je  $z = x + iy$ ,  $\zeta = \xi + i\eta$ .

Ako je

$$G(z, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \ln(z - \zeta) - \ln(z - \bar{\zeta}) + 2 \operatorname{P.V.} \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z-\bar{\zeta})}}{v-k} dk \right] - i \operatorname{Re} \left\{ e^{-iv(z-\bar{\zeta})} \right\} = \quad (3.143)$$

$$= G_1^{*\operatorname{Re}} - iG_2^{*\operatorname{Re}},$$

tada je

$$H(x, y, \xi, \eta; t) = \operatorname{Re}\{G(z, \zeta) e^{-i\omega t}\} = \quad (3.144)$$

$$= \operatorname{Re}\{(G_1^{*\operatorname{Re}} - iG_2^{*\operatorname{Re}})(\cos \omega t - i \sin \omega t)\} = G_1^{*\operatorname{Re}} \cos \omega t - G_2^{*\operatorname{Re}} \sin \omega t.$$

Jednadžba (3.144) zadovoljava radijacijske uvjete i jednadžbe (3.136) do (3.139). Sljedeći izraz koji također zadovoljava te uvjete, odnosi se na:

$$H\left(x, y, \xi, \eta; t - \frac{\pi}{2\omega}\right) = \operatorname{Re}\{iG(z, \zeta) e^{-i\omega t}\} = \quad (3.145)$$

$$= \operatorname{Re}\left\{i(G_1^{*\operatorname{Re}} + G_2^{*\operatorname{Re}}) \left[ \cos\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right) - i \sin\left(t - \frac{\pi}{2\omega}\right) \right]\right\}$$

$$= G_1^{*\operatorname{Re}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + G_2^{*\operatorname{Re}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = G_1^{*\operatorname{Re}} \cos \omega t - G_2^{*\operatorname{Re}} \sin \omega t.$$

Budući da je problem linearan, superpozicija jednadžbi (3.144) i (3.145) rezultira potencijalom brzine kao raspodjelom izvora po površini cilindra:

$$\Phi^{(m)}(x, y; t) = \operatorname{Re} \int_{C_0} Q(s) G(z, \zeta) e^{-i\omega t} ds, \quad (3.146)$$

gdje je  $C_0$  oplakivana kontura poprečnog presjeka cilindra u srednjem položaju, a  $Q(s)$  predstavlja kompleksnu jakost izvora kao funkciju položaja uzduž  $C_0$ . Primjenom kinematičkog rubnog uvjeta na stijenke cilindra u točki  $z$  proizlazi

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = v_n, \quad \Phi = \phi e^{i\omega t}$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \phi e^{i\omega t} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = i\omega A \phi e^{i\omega t} \mathbf{n} \Rightarrow \mathbf{n} \cdot \nabla (\operatorname{Re}\{\phi\} + i \operatorname{Im}\{\phi\}) = i\omega A n,$$



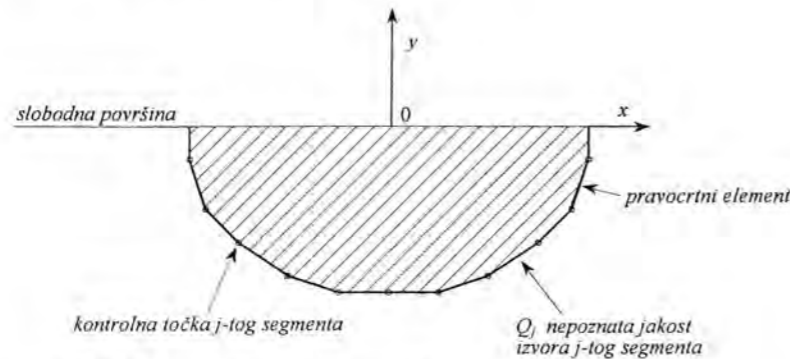
te slijedi da je

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\mathbf{n} \cdot \nabla) \int_{C_0} Q(s) G(z, \zeta) ds &= 0 \\ \operatorname{Im}(\mathbf{n} \cdot \nabla) \int_{C_0} Q(s) G(z, \zeta) ds &= A^{(m)} \omega n^{(m)}, \end{aligned} \quad (3.147)$$

gdje  $A^{(m)}$  označava amplitudu njihanja, a  $n^{(m)}$  određuje kosinus smjera vektora normale brzine presjeka u  $z$  točki cilindra. Činjenica da je izraz  $Q(s)$  kompleksan podrazumijeva da jednačba (3.147) predstavlja niz od dviju spregnutih integralnih jednačbi za realne funkcije  $\operatorname{Re}\{Q(s)\}$  i  $\operatorname{Im}\{Q(s)\}$ . Rješenje tih integralnih jednačbi kao i postupak proračuna dvodimenzijaskog potencijala opisani su u [86].

### 3.4.3.2. Rješenje problema

Pri rješavanju problema pretpostavlja se da se os  $x$  podudara s neporemećenom slobodnom površinom, imaginarna os  $y$  predstavlja os simetrije uronjenog dijela konture presjeka  $C_0$ . Odabire se  $N+1$  točaka  $(\xi_1, \eta_1), (\xi_2, \eta_2), \dots, (\xi_N, \eta_N)$  i  $(\xi_{N+1}, \eta_{N+1})$  konture  $C_0$  koje leže u četvrtom kvadrantu tako da je točka  $(\xi_j, \eta_j)$  smještena na negativnom dijelu osi  $y$ . Za djelomice uronjena tijela točka  $(\xi_{N+1}, \eta_{N+1})$  se nalazi na pozitivnom dijelu  $x$  osi. Za potpuno uronjena tijela je;  $\xi_{N+1} = \xi_1$  i  $\eta_{N+1} < 0$ . Spajajući  $N+1$  točku ravnim linijama, sl. 3.12 dobiju se  $N$  pravocrtnih segmenata, koji s preslikanim odrazom u trećem kvadrantu daju aproksimaciju zadane konture.



Sl. 3.12 Aproksimacija presjeka pravocrtnim segmentima

Koordinate, duljina i kut koji se odnose na  $j$ -ti segment označeni su indeksom  $j$ , a odgovarajuće vrijednosti u trećem kvadrantu označene indeksom  $-j$ , prema sl. 3.13, tako da postoji simetrija  $\xi_{-j} = -\xi_j$  i  $\eta_{-j} = \eta_j$  za  $1 \leq j < N+1$ .

Potencijali i tlak računaju se za središnju točku svakog segmenta. Koordinate središnje točke  $i$ -tog segmenta su:

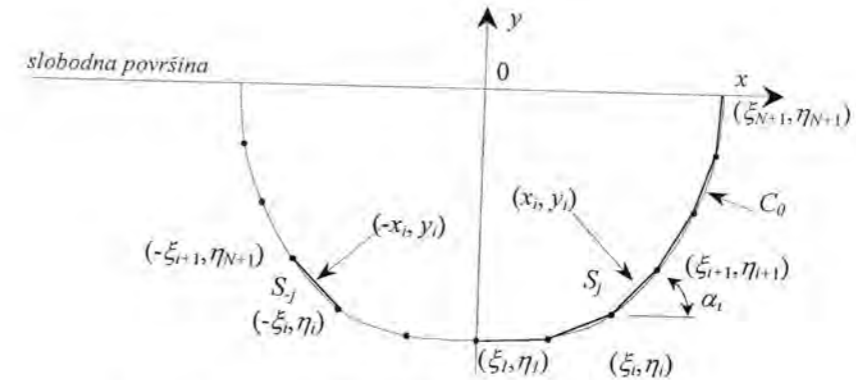
$$x_i = \frac{(\xi_i + \xi_{i+1})}{2}; y_i = \frac{(\eta_i + \eta_{i+1})}{2} \quad \text{za } 1 \leq i < N. \quad (3.148)$$

Duljina  $i$ -tog segmenta je:

$$|s_i| = \sqrt{(\xi_{i+1} - \xi_i)^2 + (\eta_{i+1} - \eta_i)^2}, \quad (3.149)$$

dok se kut koji  $i$ -ti segment tvori s osi  $x$  određuje izrazom:

$$\alpha_i = \arctg \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i}. \quad (3.150)$$



Sl. 3.13 Aproksimacija uronjenog dijela presjeka cilindra  $C_0$  nizom pravocrtnih segmenata

Vanjski jedinični vektor normale na poprečni presjek u  $i$ -toj središnjoj točki  $(x_i, y_i)$  dobije se izrazom:

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{i} \sin \alpha_i - \mathbf{j} \cos \alpha_i, \quad (3.151)$$

gdje su  $\mathbf{i}$  i  $\mathbf{j}$  jedinični vektori u smjeru  $x$  odnosno  $y$ .

Cilindar je prisiljen gibati se harmonički s frekvencijom  $\omega$ , u skladu s jednačbom,

$$S^{(m)} = A^{(m)} \cos \omega t, \quad (3.153)$$

za  $m = 2, 3, 4$  što redosljedno odgovara zanašanju, poniranju i ljuljanju. Ljuljanjem se podrazumijeva njihanje oko osi  $(0, y_0)$  u ravnini simetrije tijela.

Za translacijske oblike njihanja, svaka se točka cilindra giba brzinom; za zanašanje,

$$\mathbf{v}^{(2)} = \frac{\partial S^{(2)}}{\partial t} \mathbf{i} = -\mathbf{i} A^{(2)} \omega \sin \omega t, \quad (3.154)$$

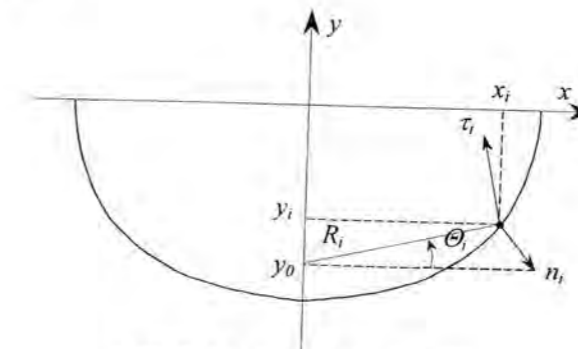
odnosno za poniranje:

$$\mathbf{v}^{(3)} = \frac{\partial S^{(3)}}{\partial t} \mathbf{j} = -\mathbf{j} A^{(3)} \omega \sin \omega t. \quad (3.155)$$

Ljuljanje oko osi  $(0, y_0)$  prikazano je na sl. 3.14. Promatra li se točka  $(x_i, y_i)$  na konturi  $C_0$  slijedi:

$$\Theta_i = \arctg \frac{y_i - y_0}{x_i} = \arcsin \frac{y_i - y_0}{R_i} = \arccos \frac{x_i}{R_i}$$

$$R_i = \sqrt{x_i^2 + (y_i - y_0)^2}.$$



Sl. 3.14 Oscilacije ljuljanja

Stoga je jedinični vektor u smjeru porasta  $\Theta$  definiran izrazom:

$$\tau_i = \mathbf{i} \sin \Theta_i + \mathbf{j} \cos \Theta_i = -\frac{y_i - y_0}{R_i} \mathbf{i} + \frac{x_i}{R_i} \mathbf{j}. \quad (3.156)$$

Normalne komponente brzine  $v_i^{(m)} = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{v}^{(m)}$ , na središnjoj točki  $i$ -tog segmenta  $(x_i, y_i)$ , jednake su:

$$\begin{aligned} v_i^{(2)} &= -\omega A^{(2)} \sin \alpha_i \sin \omega t \\ v_i^{(3)} &= \omega A^{(3)} \sin \alpha_i \sin \omega t \\ v_i^{(4)} &= \omega A^{(4)} [(y_i - y_0) \sin \alpha_i + x_i \cos \alpha_i] \sin \omega t. \end{aligned} \quad (3.157)$$

Ako se definira  $n_i^{(m)} = \frac{v_i^{(m)}}{\omega A^{(m)} \sin \omega}$  kosinus smjera vektora normale triju oblika njihanja

određuje se izrazima:

$$\begin{aligned} n_i^{(2)} &= -\sin \alpha_i \\ n_i^{(3)} &= \cos \alpha_i \\ n_i^{(4)} &= (y_i - y_0) \sin \alpha_i + x_i \cos \alpha_i. \end{aligned} \quad (3.158)$$

Primjećuje se da je poniranje simetrično, odnosno  $n_{-i}^{(3)} = n_i^{(3)}$ , dok su zanašanje i ljuljanje nesimetrični oblici njihanja, tj.:  $n_{-i}^{(2)} = -n_i^{(2)}$  i  $n_{-i}^{(4)} = -n_i^{(4)}$ .

Jednadžba (3.147) primjenjuje se na središnjoj točki svakog od  $N$  segmenata i pretpostavlja se da kompleksna jakost izvora  $Q(m)$  ostaje konstantna uzduž pojedinog segmenta, a mijenja se samo od segmenta do segmenta. Pri tim uvjetima, niz spregnutih integralnih jednadžbi (3.147) prelazi u niz od  $2N$  linearnih algebarskih jednadžbi, gdje su nepoznate vrijednosti:

$$\operatorname{Re}\{Q^{(m)}(s_j)\} = Q_j^{(m)} \quad \text{i} \quad \operatorname{Im}\{Q^{(m)}(s_j)\} = Q_{N+j}^{(m)}.$$

Stoga je, za  $i = 1, 2, \dots, N$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N Q_j^{(m)} I_{ij}^{(m)} + \sum_{j=1}^N Q_{N+j}^{(m)} J_{ij}^{(m)} &= 0 \\ -\sum_{j=1}^N Q_j^{(m)} J_{ij}^{(m)} + \sum_{j=1}^N Q_{N+j}^{(m)} I_{ij}^{(m)} &= \omega A^{(m)} n_i^{(m)}, \end{aligned} \quad (3.159)$$

gdje su  $I_{ij}^{(m)}$  i  $J_{ij}^{(m)}$  'koeficijenti utjecaja', a  $(m)$  označava oblik njihanja. Rezultirajući potencijal brzine sastoji se od dijela koji je u fazi s ubrzanjem i dijela koji je u fazi s brzinom.

Hidrodinamički tlak u točkama  $(x_i, y_i)$  uzduž konture cilindra dobije se primjenom linearizirane Bernoullijeve jednadžbe kao:

$$p^{(m)}(x_i, y_i, \omega; t) = -\rho \frac{\partial \Phi^{(m)}}{\partial t}(x_i, y_i, \omega; t) \quad (3.160)$$

$$p^{(m)}(x_i, y_i, \omega; t) = p_a^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \cos \omega t + p_v^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \sin \omega t, \quad (3.161)$$

gdje su  $p_a^{(m)}$  i  $p_v^{(m)}$  hidrodinamički tlakovi u fazi s ubrzanjem, odnosno brzinom.

Hidrodinamička sila i moment (za  $m=4$ ) po jedinici duljine oko cilindra, neophodni za određivanje oscilacija, određuju se integralom  $p^{(m)} \cdot n^{(m)}$  po uronjenoj konturi poprečnog presjeka  $C_0$ . Pretpostavlja se da je tlak u  $i$ -toj središnjoj točki srednja vrijednost tlaka  $i$ -tog segmenta, pa integral prelazi u sumu za sile i momente dodatne mase, odnosno prigušenja:

$$M^{(m)}(\omega) = 2 \sum_{j=1}^N p_a^{(m)}(x_i, y_i; \omega) n_i^{(m)} \quad (3.162)$$

$$N^{(m)}(\omega) = 2 \sum_{j=1}^N p_v^{(m)}(x_i, y_i; \omega) n_i^{(m)}. \quad (3.163)$$

### 3.4.3.3. Nepravilne frekvencije

Frankova metoda numerička je metoda zadovoljavajuće konvergencije i stabilnosti rješenja osim u području takozvanih *nepravilnih frekvencija*.

Ako je potencijal  $\psi(x, y)$  takav da je unutar cilindra, u području određenom oplakivanom površinom tijela i slobodnom površinom proširenom na unutrašnjost cilindra,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0,$$

na slobodnoj površini unutar cilindra, gdje je  $v_k$  valni broj koji odgovara nepravilnoj frekvenciji  $T_k$ ,  $k=1, 2, 3, \dots$ ;

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} - v_k \psi = 0,$$

i na oplakivanoj površini cilindra.

$$\psi = 0.$$

Za pravokutni presjek širine  $B$  i gaza  $T$ , nepravilni valni brojevi mogu se dobiti raščlanjivanjem varijabli u Laplaceovoj jednadžbi, te slijede vlastite funkcije:

$$\psi_k = B_k \sin\left(\frac{k\pi x}{B}\right) \sinh\left(\frac{k\pi T}{B}\right), \quad (3.164)$$

za  $k = 1, 2, 3, \dots$ , gdje su  $B_k$  Fourierovi koeficijenti koji se određuju iz odgovarajućih rubnih uvjeta. Primjenjujući rubni uvjet (3.137) na  $y=T$  za  $0 < x < B$ , dobiju se vlastiti ili nepravilni valni brojevi:

$$v_k = \left(\frac{k\pi}{B}\right) \operatorname{ctgh}\left(\frac{k\pi T}{B}\right), \quad (3.165)$$

za  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Najniži nepravilni valni broj može se izraziti kao:

$$v_1 = \left(\frac{\pi}{B}\right) \operatorname{ctgh}\left(\frac{\pi T}{B}\right). \quad (3.166)$$

Zadržava li se, u gornjem izrazu,  $T$  konstantnim, a mijenja se  $B$ , uz  $b = \pi/B$  iz Taylorovog reda slijedi:

$$b \operatorname{ctgh}(bT) = b \left[ \frac{1}{bT} + \frac{bT}{3} - \frac{(bT)^3}{45} + \dots \right]. \quad (3.167)$$

Može se primijetiti da kod  $b \rightarrow 0$ , ( $B \rightarrow \infty$ )  $v_k \rightarrow 1/T$ . Stoga za pravokutne presjeke gaza  $T$  vrijedi:

$$v_1 \geq \frac{1}{T}.$$

U slučaju nepravilne frekvencije, kada broj definiranih točaka  $N \rightarrow \infty$  matrica utjecaja (3.159) postaje singularna, dok je kod konačnog broja  $N$ , vrijednost njene determinante vrlo mala.

Ista se pojava javlja i u intervalu oko  $\omega_k$ . Širina tog intervala može se smanjiti povećanjem broja definiranih točaka  $N$ . U radu je problem nepravilnih frekvencija riješen zatvaranjem poprečnog presjeka, tj. dodavanjem određenog broja točaka (2-5), horizontalno od zadnje točke koja opisuje formu na boku, pa do simetrale presjeka.

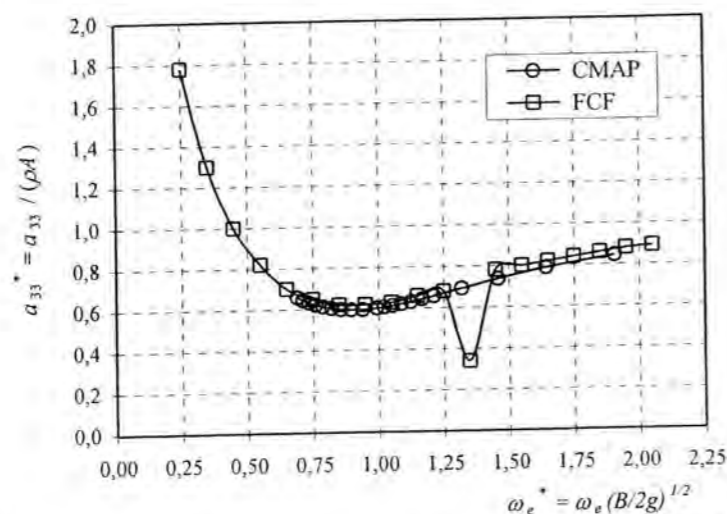
Budući da je gaz najčešće konstantan uzduž broda, a maksimalna širina najčešće u središnjem dijelu broda, gdje je poprečni presjek uglavnom gotovo pravokutan, vrijednost prve nepravilne frekvencije za većinu brodova je najmanja u njihovom središnjem dijelu. Primjerice, za brod omjera  $L/B=7$  i  $B/T=2,5$  prva nepravilna frekvencija susretanja u bezdimenzijskom obliku javlja se kod

$$\omega_1 \sqrt{\frac{L}{g}} \approx 5,09,$$

što je izvan raspona praktičkog interesa kod analize njihanja i opterećenja broda. Za vitka tijela, prva se nepravilna frekvencija susretanja smatra nevažnom.

### 3.4.4. USPOREDBA REZULTATA NUMERIČKOG PRORAČUNA HIDRODINAMIČKIH KOEFICIJENATA PRESJEKA

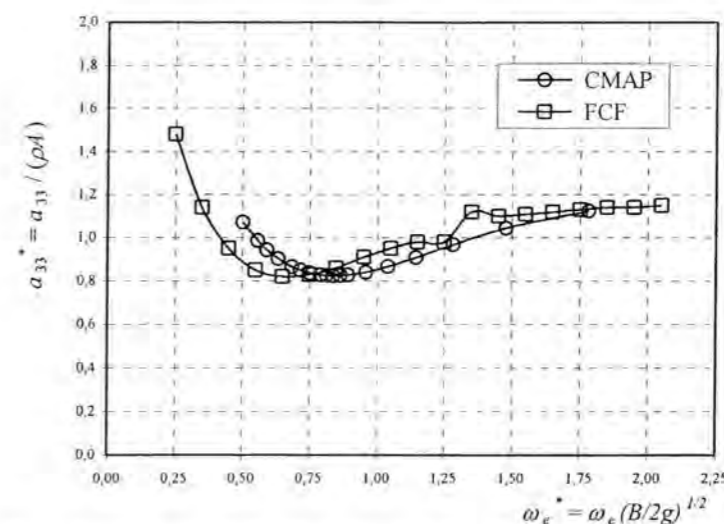
Rezultati numeričkog proračuna dvodimenzijских hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase, prigušenja i uzbudne sile dobiveni su programom *GIOP*<sup>\*</sup>, primjenom konformnog preslikavanja (*CMAP*) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (*FCF*). Na slici 3.15. prikazani su bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase poniranja za kružni poprečni presjek po navedene dvije metode. Pojedinačni rezultati za svaku metodu, kao direktni izlaz iz programa *GIOP* se nalaze u *Prilogu 1*, a eksperimentalni rezultati [115] također pokazuju vrlo dobra poklapanja sa obje metode. Razlike su primjetne kod trokutastog poprečnog presjeka, a mogu se protumačiti različitim omjerom  $B/T$  i relativno malom površinom krajnjih krmernih i pramčanih poprečnih presjeka.



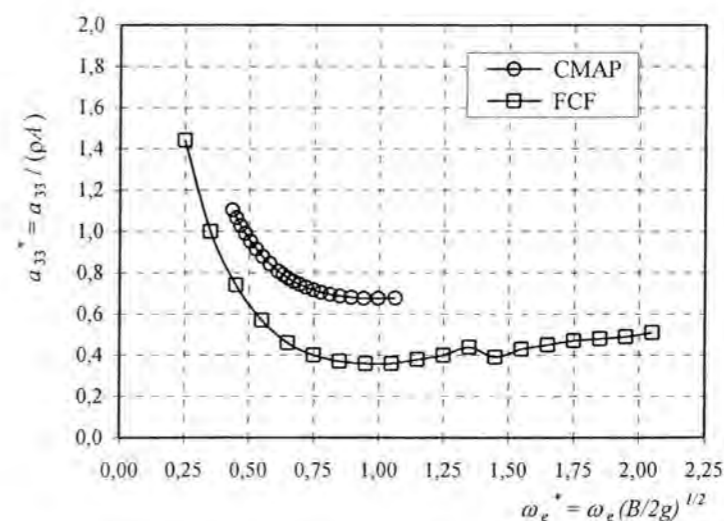
Sl. 3.15 Bezdimezijski koeficijent dodatne mase za poniranje kružnog poprečnog presjeka  $a_{33}$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (*CMAP*) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (*FCF*).  $A$  je površina poprečnog presjeka.

<sup>\*</sup> *GIOP* (Gibanje i Opterećenje) je fortran kompjutorski program za rješavanje linearnog i nelinearnog problema njihanja i opterećenja broda na harmoničkim valovima. Razvijen je u okviru rada, a organizacijska struktura je opisana u poglavlju 5.

Na slikama 3.16 i 3.17 prikazani su koeficijenti dodatne mase poniranja za kvadratni i trokutasti poprečni presjek sa omjerom širine i gaza  $B/T = 2,5$ . Na slici 3.18 prikazani su redosljedno bezdimenzijski koeficijenti prigušenja poniranja za kružni, kvadratni i trokutasti poprečni presjek, dok je na slici 3.19 prikazana usporedba amplituda bezdimenzijske uzbudne sile poniranja (zbroj amplitude Froude-Krilovljeve i amplitude difrakcijske komponente) za sva tri navedena oblika poprečnog presjeka.

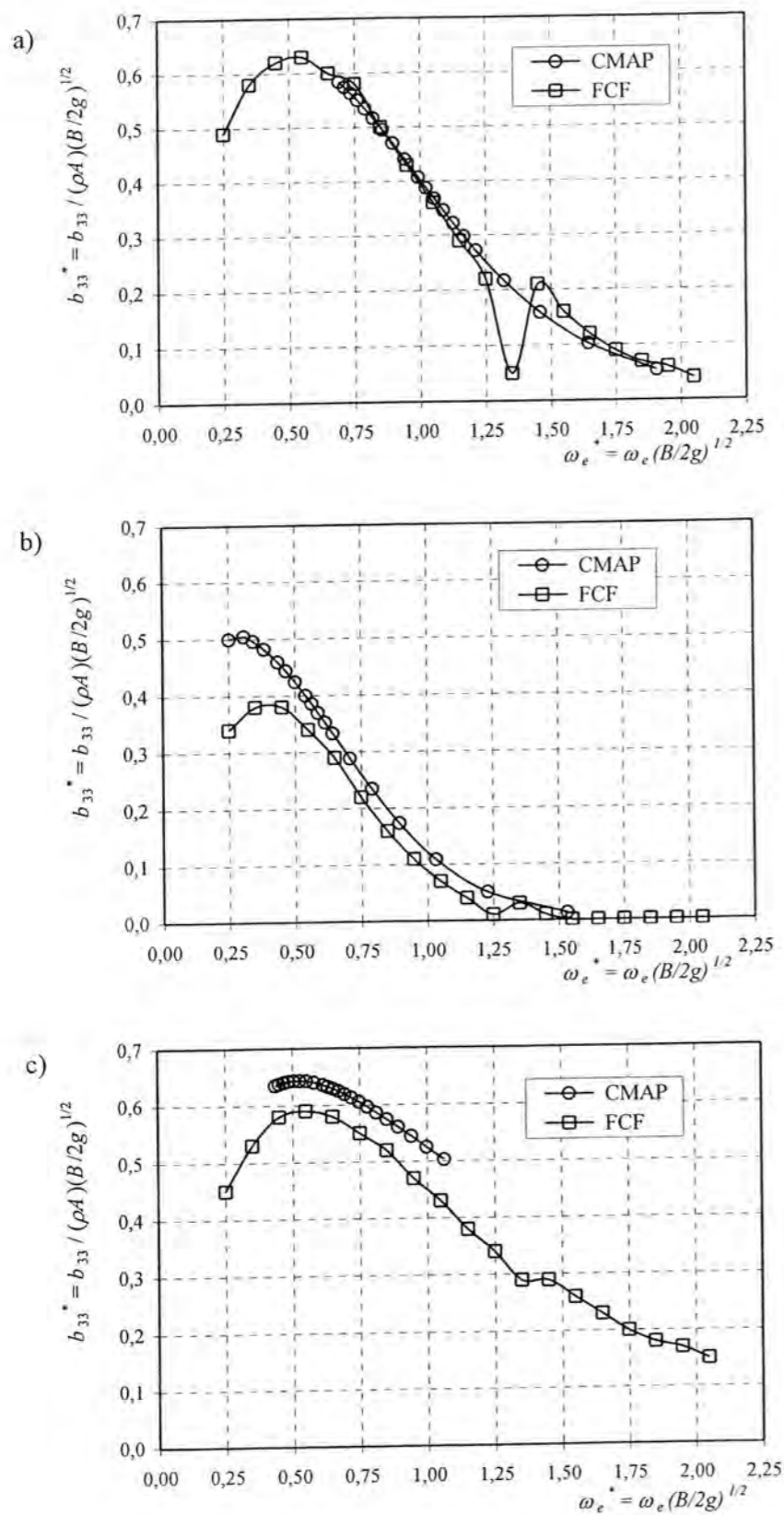


Sl. 3.16 Bezdimezijski koeficijent dodatne mase poniranja kvadratnog poprečnog presjeka  $a_{33}$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (*CMAP*) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (*FCF*).  $A$  je površina poprečnog presjeka.

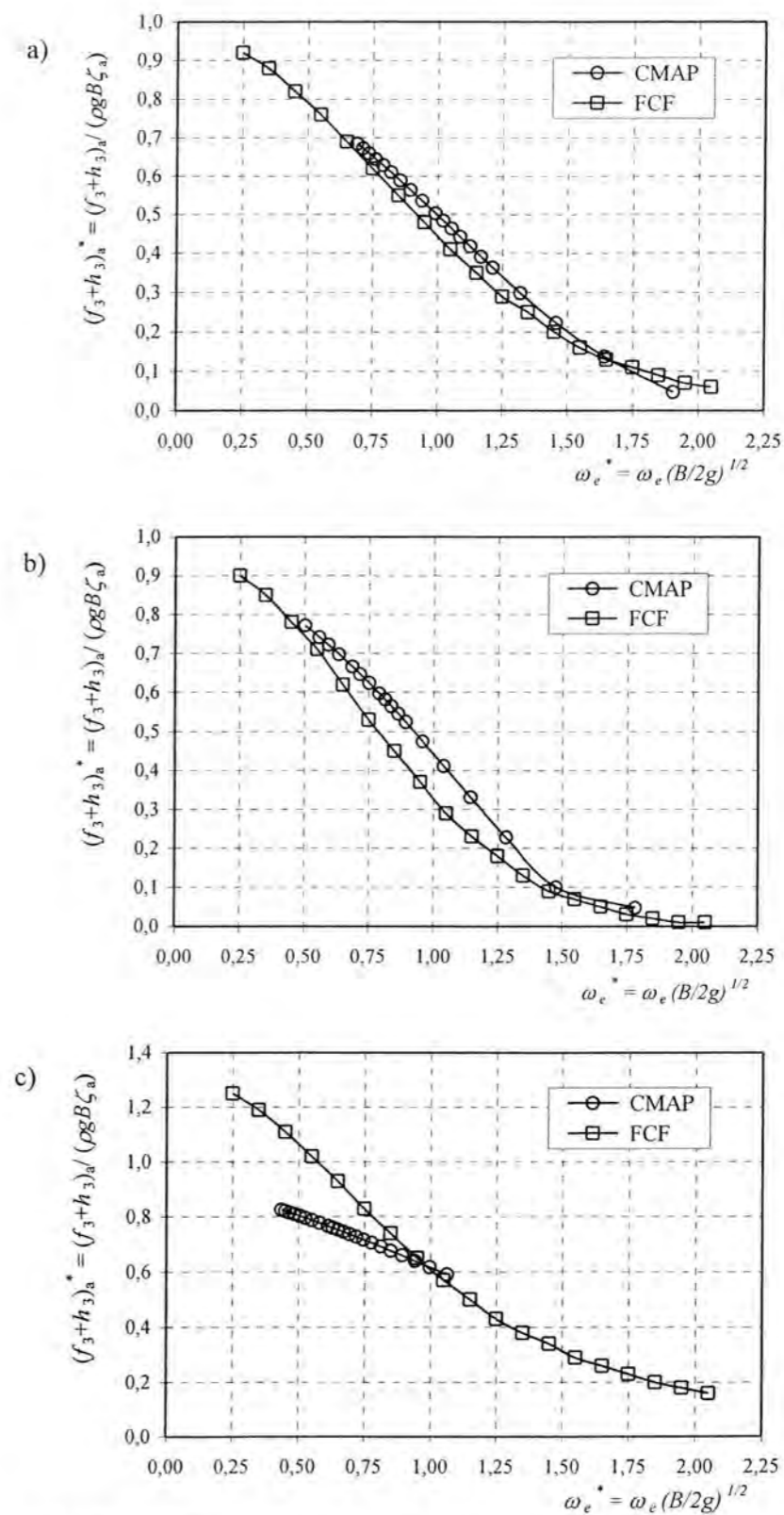


Sl. 3.17 Bezdimezijski koeficijent dodatne mase poniranja trokutastog poprečnog presjeka  $a_{33}$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (*CMAP*) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (*FCF*).  $A$  je površina poprečnog presjeka.





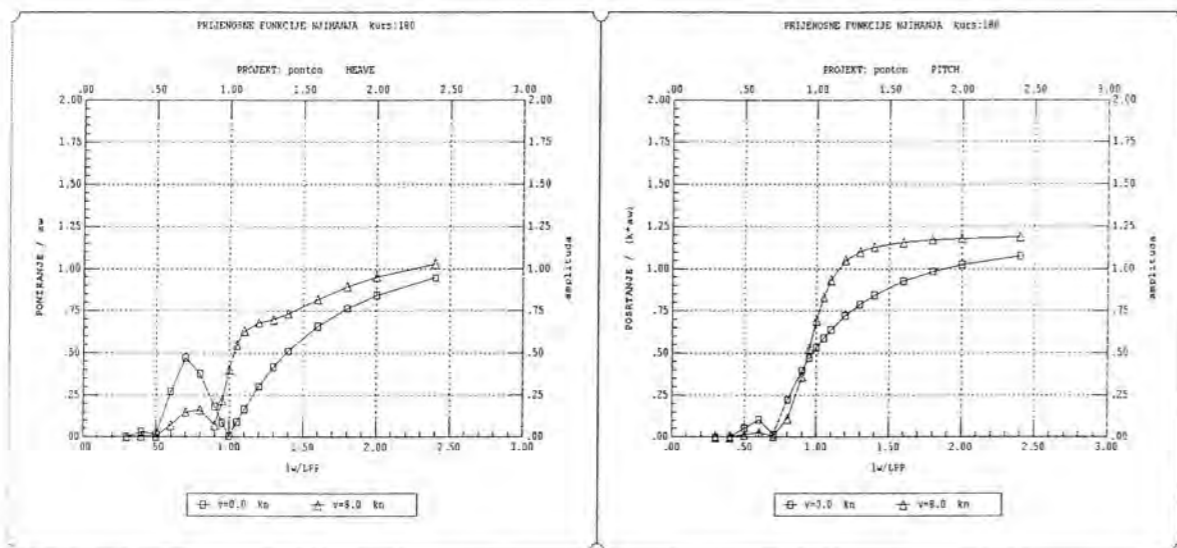
Sl. 3.18 Bezdimenzijski koeficijent prigušenja poniranja a) kružnog, b) kvadratnog, c) trokutastog poprečnog presjeka  $b_{33}$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora (FCF).



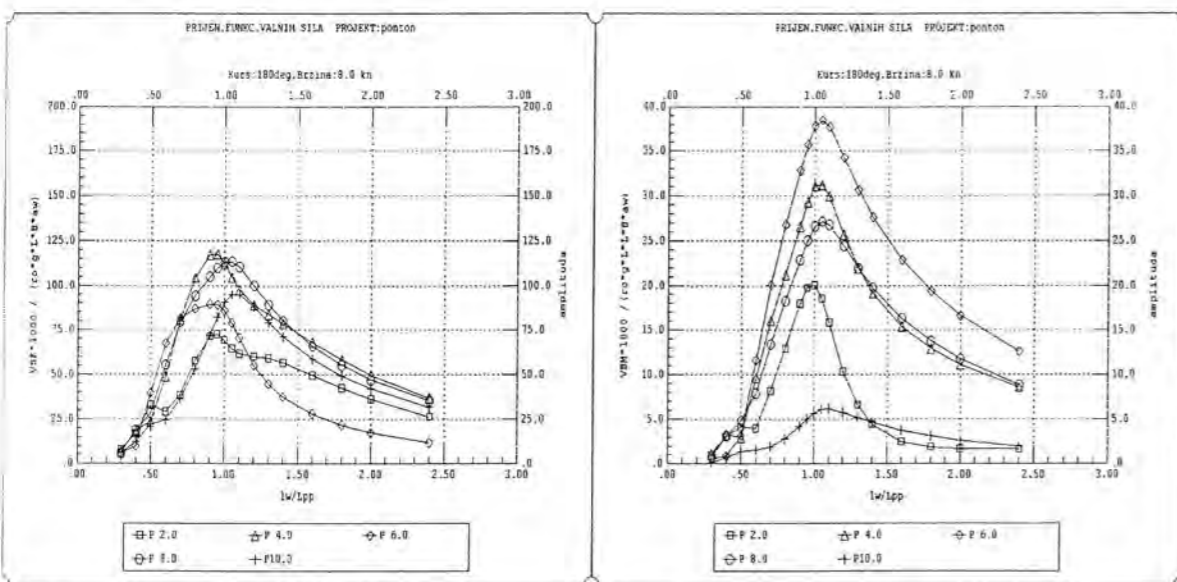
Sl. 3.19 Bezdimenzijska amplituda uzbuđne sile poniranja (zbroj amplitude Froude-Krilovljeve i difrakcijske komponente) a) kružnog, b) kvadratnog c) trokutastog, poprečnog presjeka  $(f_{33} + h_{33})_a$ , dobiven pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora (FCF).

### 3.5. PRIJENOSNE FUNKCIJE NJIHANJA I OPTEREĆENJA

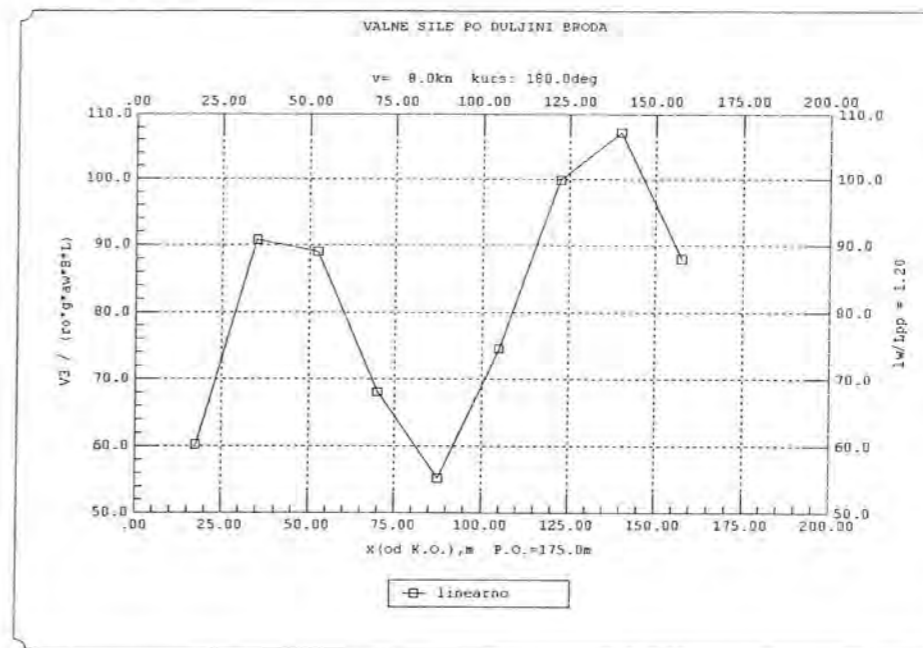
Kao rezultat linearnog proračuna njihanja i opterećenja na harmoničkim valovima prema STF formulaciji dobivene su prijenosne funkcije. Na slici 3.20 prikazane su prijenosne funkcije poniranja i posrtanja pontona pravokutnog poprečnog presjeka za dvije brzine napredovanja sa valovima u pramac, a na slici 3.21 prijenosne funkcije vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja za različite poprečne presjeke i za brzinu napredovanja  $v = 8$  čv.



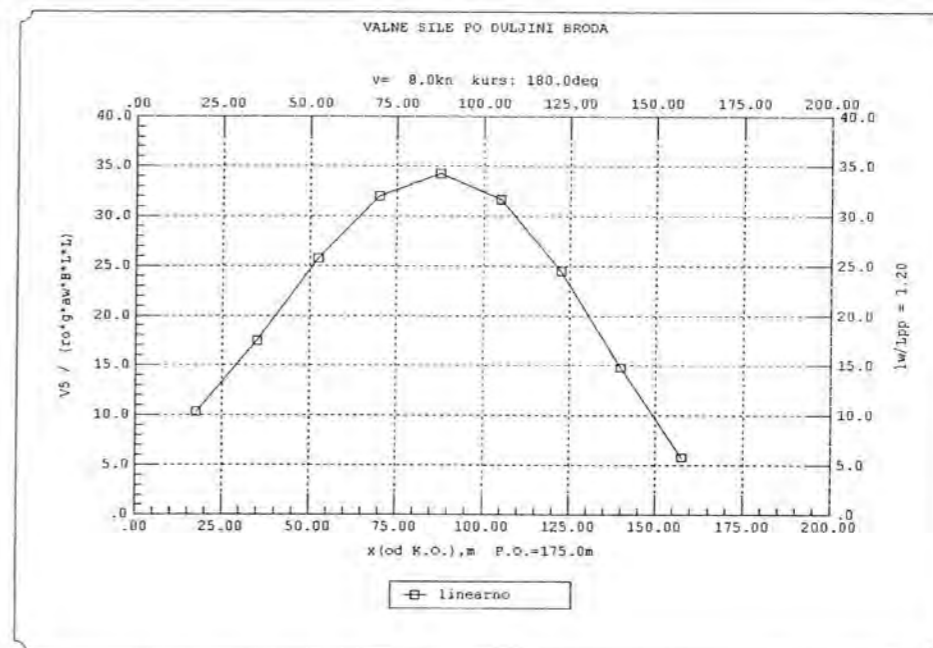
SI. 3.20 Prijenosna funkcija amplitude poniranja i posrtanja pravokutnog pontona ( $L_{pp}=175m$ ,  $B=25m$ ,  $T=10m$ ) za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).



SI. 3.21 Prijenosna funkcija amplitude vertikalne poprečne sile  $V3$  (VSF) i vertikalnog momenta savijanja  $V5$  (VBM) pravokutnog pontona za različite presjeke ( $P6 =$  gl. rebro) za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ). VSF je bezdimenzijalizirana sa  $\rho g L_{pp} B a_w$ , a VBM sa  $\rho g L_{pp}^2 B a_w$



SI. 3.22 Raspodjela amplitude vertikalne poprečne sile  $V3$  (VSF) po duljini pravokutnog pontona za omjer valne duljine i duljine broda  $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

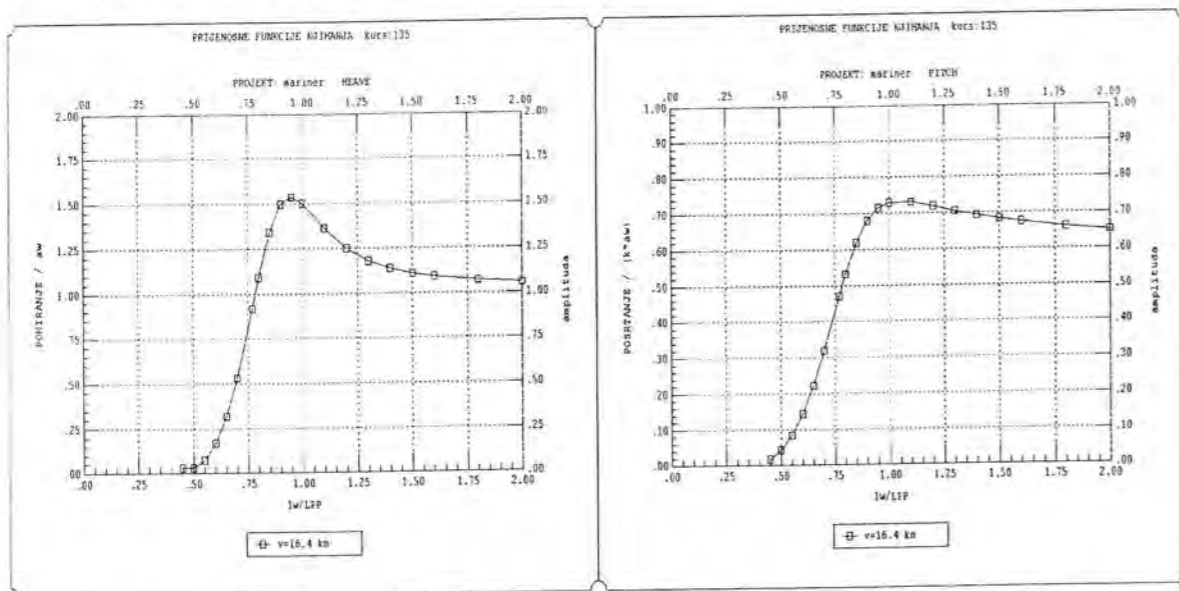


SI. 3.23 Raspodjela amplitude vertikalnih momenata savijanja  $V5$  (VBM) po duljini pravokutnog pontona za omjer valne duljine i duljine broda  $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

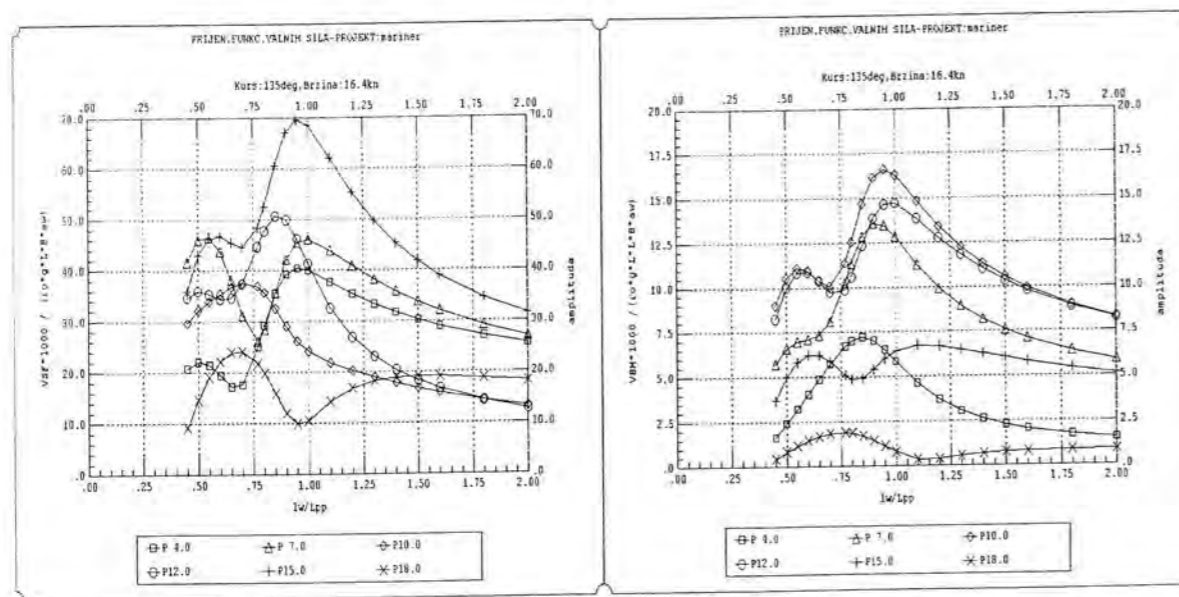
Na slikama 3.22 i 3.23 može se vidjeti uzdužna raspodjela vertikalnih poprečnih sila i momenata savijanja za relativno najnepovoljniji val duljine  $l_w = 1.2 L_{pp}$  pri brzini od 8 čvorova. Za linearni dio proračuna pri prikazu rezultata na slikama 3.20 – 3.27 nagib vala  $a_w/\lambda$  je konstantan i



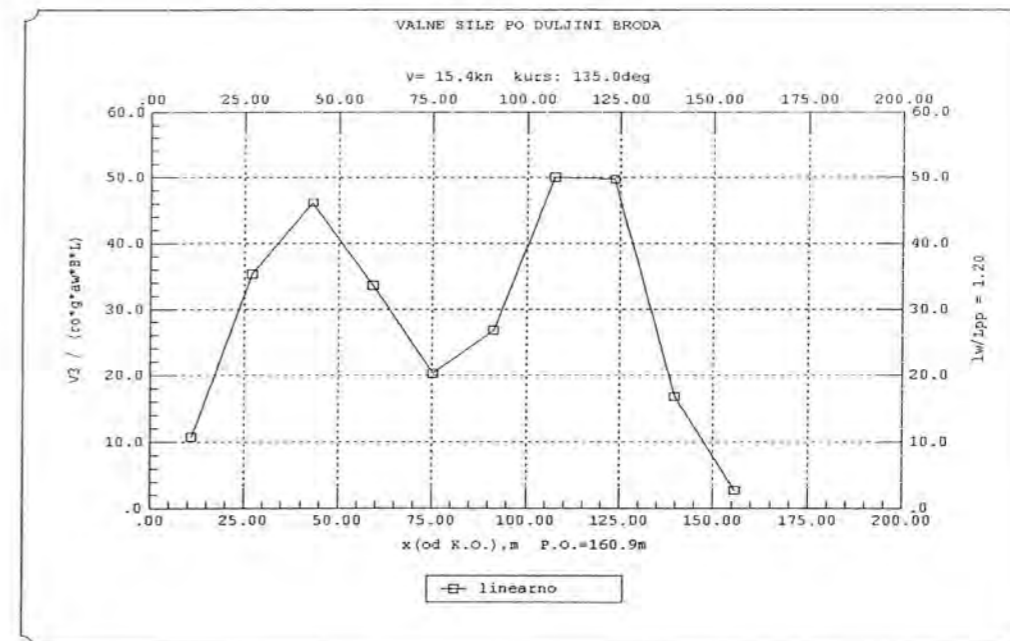
iznosi 1/80. Osim pravokutnog pontona prikazani su rezultat i za *MARINER*, a kompletni rezultati linearnog dijela proračuna njihanja i opterećenja za kontejnerski brod S175 biti će prikazani u poglavlju 5, kada će se usporediti sa rezultatima nelinearnog proračuna, tj. nakon uključivanja varijacije gaza presjeka u proračun opterećenja.



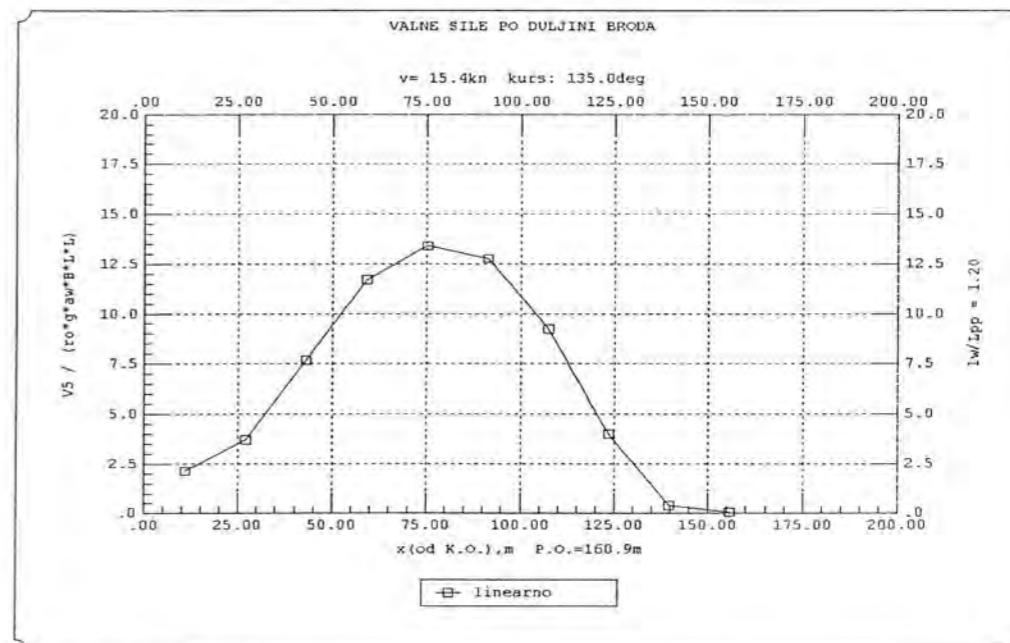
Sl. 3.24 Prijenosna funkcija amplitude poniranja i posrtanja *MARINERA* za kursni kut  $135^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).



Sl. 3.25 Prijenosna funkcija amplitude vertikalne poprečne sile  $V3$  (VSF) i vertikalnog momenta savijanja  $V5$  (VBM) *MARINERA* za različite presjeke (P10 = gl. rebro) za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ). VSF je bezdimenzijalizirana sa  $\rho g L_{pp} B a_w$ , a VBM sa  $\rho g L_{pp}^2 B a_w$ .



Sl. 3.26 Raspodjela amplitude vertikalne poprečne sile  $V3$  (VSF) po duljini broda (*MARINER*) za omjer valne duljine i duljine broda  $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut  $135^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).



Sl. 3.27 Raspodjela amplitude vertikalnih momenata savijanja  $V5$  (VBM) po duljini broda (*MARINER*) za omjer valne duljine i duljine broda  $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut  $135^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

## 4. MODEL OPTEREĆENJA BRODA NA VALOVIMA VELIKIH AMPLITUDA

### 4.1. UVOD

Vjerojatnost oštećenja strukture broda za bilo koje uvjete plovidbe trebala bi biti što je moguće manja iz više razloga. Jedan od najvažnijih je sigurnost posade i putnika. Dakle, vjerojatnost oštećenja broda ne smije biti veća od neke minimalno prihvatljive. Kriterije prihvatljivosti određuju vlade, klasifikacijska društva i druge institucije. S druge strane proces projektiranja broda zahtjeva definiciju prihvatljive vjerojatnosti od oštećenja u smislu velikog osjećaja odgovornosti, u kombinaciji sa korištenjem alata za točnije modeliranje opterećenja brodske strukture. Stoga je ova jednostavna početna izjava razlog traženja mogućnosti povećanja točnosti u predviđanju valnog opterećenja.

Linearna vrpčasta teorija u frekvencijskom području predstavljena osnovnom jednadžbom (3.64) i matematičkom formulacijom prikazanom u 3.3 osim dovoljne točnosti i pouzdanosti upotrebljiv je alat i iz razloga lakše analize ekstremnih opterećenja. Međutim, metoda se zasniva na dvije pretpostavke. Prva je linearna ovisnost valnog opterećenja i visine vala, a druga je linearizacija elevacija slobodne površine, tj. profila i pripadne kinematike vala. Iz toga razloga se općenito nelinearni problemi ne mogu riješiti ovom metodom. Stoga je razvijen model opterećenja broda na harmoničkim valovima koji će uključiti jedan dio ukupne nelinearnosti problema.

Na početku će biti pojašnjeni osnovni uzroci nelinearnosti u opterećenju. Prva dva, a to su nelinearnost samog harmoničkog vala sa članovima drugog reda i kvadratni član potencijala brzine u Bernoullijevoj jednadžbi su teorijski razmotrena i nisu uključeni u kodu programskog paketa *GIOP*, dok je treći uzrok, trenutna promjena gaza presjeka, tj. oplakane površine teorijski razrađen i implementiran u radu. Rezultati su prikazani u poglavlju 5 na kontejnerskom brodu S175. Osnovna ideja leži u pretpostavci da su, pri određivanju hidrodinamičke sile presjeka u jednadžbama njihanja (3.64), dodatna masa, prigušenje, uzbuda i povratna sila presjeka ovisni o trenutnom gazu presjeka  $T(x) + z(x,t)$  gdje je  $T(x)$  srednji gaz iz linearnog proračuna, a  $z(x,t)$  varijacija gaza uslijed njihanja broda i prolaska vala. Rješenje nelinearnog njihanja dobiveno je perturbacijskom metodom primjenom trigonometrijskih redova, a na temelju varijacije gaza presjeka i modifikacijom hidrodinamičkih koeficijenata.

U praksi se proces projektiranja konstrukcije broda još uvijek oslanja na polu-iskustvena pravila koja su prilagođavana kroz godine i stoga su jednostavna za upotrebu za standardne tipove brodova. Počevši od 1992. godine *LRS* (Lloyd's Register of Shipping) je odredio projektni moment savijanja na valovima na glavnom rebru preko izraza  $M_w = f_1 f_2 M_{w0}$ , u kojem je  $f_1$  faktor službe broda,  $f_2$  faktor valnog momenta savijanja koji se razlikuje za uvjete pregiba i progiba, a  $M_{w0}$  je



standardni moment savijanja. U kombinaciji sa proračunatim momentom savijanja na mirnoj vodi i otpornog momenta konstrukcije presjeka, određuje se maksimalno globalno naprezanje na palubi i kobilici. S druge strane brodovlasnici zahtijevaju što je moguće višu razinu operativnosti svojih brodova. Operativnost je određena ponašanjem broda pri različitim uvjetima morske površine. Uzimajući i ovo u obzir, konačan cilj projekta je brod sa poboljšanim pomorstvenim karakteristikama. Ovaj zahtjev za visokom operativnošću podrazumijeva visoku sposobnost strukture protiv oštećenja pri teškim uvjetima morskih valova. Upravo su značajniji utjecaji nelinearnosti primijećeni na stvarnim brodovima kod mjerenja odziva opterećenja u obliku valnih sila u presjeku trupa. Stoga je pažnja posvećena točnijem proračunu opterećenja, a u smislu uključivanja dijela nelinearnosti kroz varijaciju gaza presjeka. Koristi se i dalje osnovna jednačba ravnoteže sila na presjeku sa inercijskom, povratnom, uzbuđnom i hidrodinamičkom silom, s tim što su rješenja prvog reda linearna rješenja. Kako su ukupna njihanja pretpostavljena kao suma prvog, drugog i trećeg reda, izračunato je i opterećenje koje se sastoji od komponenti sila na presjeku višeg, do uključujući trećeg reda.

## 4.2. UZROCI NELINEARNOSTI OPTEREĆENJA

### 4.2.1. NELINEARNA TEORIJA POVRŠINSKIH VALOVA

Kao što je napomenuto u poglavlju 3.2 promatrano je valno gibanje idealnog fluida, tj. fluida za koji se pretpostavlja da je neviskozan, nestlačiv i homogen. Osim toga pretpostavlja se da je gibanje fluida bezvrtložno. Nadalje su razmotreni utjecaji koji su zanemareni u linearnoj teoriji. Kao prvo, mora se uvesti nelinearni rubni uvjet na slobodnoj površini, umjesto (3.6). Zato se uvodi točni kinematički i dinamički rubni uvjet (3.1) i (3.4), ali je potrebne derivacije u (3.4) prilično teško izračunati budući da formula (3.4) vrijedi samo za krivulju  $\zeta(x, z, t)$ .

Nelinearni rubni uvjet na slobodnoj površini može se dobiti iz uvjeta da je supstancijalna derivacija tlaka na slobodnoj površini jednaka nuli [83]. Ovo je potpunija kombinacija kinematičkog i dinamičkog rubnog uvjeta, budući da  $Dp/Dt = 0$  na slobodnoj površini podrazumijeva stvarnu površinu koja se giba i na kojoj je tlak konstantan. Uvrštavanjem (3.3) za tlak, dobiva se traženi rubni uvjet u obliku:

$$0 = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \nabla\phi \cdot \nabla \right) \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi + g\eta \right). \quad (4.1)$$

Sređivanjem se dobiva:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial\phi}{\partial y} + 2\nabla\phi \cdot \nabla \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla(\nabla\phi \cdot \nabla\phi) = 0. \quad (4.2)$$

Uvjet (4.2) je točan i eksplicitan rubni uvjet slobodne površine i mora se primijeniti na nepoznatu površinu  $y = \zeta$ , definiranu sa (3.4). Ovaj se rubni uvjet podesnim razvojem potencijala u Taylorov red može svesti u oblik koji vrijedi za ravninu  $y = 0$ .

$$\phi(x, \zeta, z, t) = \phi(x, 0, z, t) + \zeta \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_{y=0} + \frac{1}{2} \zeta^2 \left( \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} \right)_{y=0} + \dots \quad (4.3)$$

Korištenjem razvoja u Taylorov red u izrazima (3.4) i (4.2) dobiva se niz rubnih uvjeta koji vrijede za ravninu  $y = 0$ , zavisno o redu veličine uključenih nelinearnih članova:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial\phi}{\partial y} = 0 + O(\phi^2) \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial\phi}{\partial y} + 2\nabla\phi \cdot \nabla \frac{\partial\phi}{\partial t} - \frac{1}{g} \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) = 0 + O(\phi^3). \quad (4.5)$$

Simbol  $O(\phi^3)$  označava da je red veličine zanemarenih članova jednak ili veći od tri. Uvrštavanjem potencijala (3.12) u rubni uvjet drugog reda (4.5) dobiva se:

$$\phi = \frac{g\alpha}{\omega} e^{ky} \sin(kx - \omega t) + O(\alpha^3), \quad (4.6)$$

iz čega slijedi da su potencijal s kvadratnim članovima i linearizirani potencijal jednaki jer se kvadratni članovi međusobno poništavaju. S druge strane, elevacija slobodne površine  $\zeta$  se mora korigirati članovima drugog reda koristeći razvoj u red izraza (3.4), pa slijedi:

$$\begin{aligned} \zeta &= -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right)_{y=\zeta} = \\ &= -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right)_{y=0} + \zeta \frac{\partial}{\partial y} \left[ -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi \right)_{y=0} \right] + \dots = \\ &= -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla\phi \cdot \nabla\phi - \frac{1}{g} \frac{\partial\phi}{\partial t} \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} \right)_{y=0} + O(\phi^3). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Kombinacijom jednačbi (4.6) i (4.7) dobiva se elevacija slobodne površine s nelinearnim članovima drugog reda:

$$\begin{aligned} \zeta &= \alpha \cos(kx - \omega t) - \frac{1}{2} k\alpha^2 + k\alpha^2 \cos^2(kx - \omega t) \\ &= \alpha \cos(kx - \omega t) + \frac{1}{2} k\alpha^2 \cos(2kx - 2\omega t). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Posljednji član u izrazu (4.8), a koji predstavlja korekciju slobodne površine vala za članove drugog reda, pozitivan je za valni brijeg  $(kx - \omega t) = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ , i za valni dol  $(kx - \omega t) = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ . Zbog toga je, kao posljedica nelinearnosti, brijeg vala strmiji, a dol plosnatiji.

Rješenje (3.12) zadovoljiti će nelinearni rubni uvjet trećeg reda pod uvjetom da se jednačba (3.13) ispravi s članovima drugog reda u obliku:

$$\omega^2 = gk(1 + k^2\alpha^2) + O(k^3\alpha^3). \quad (4.9)$$

Iz jednačbe (3.13), koristeći (4.9) može se sada dobiti odgovarajući korigirani izraz za faznu brzinu:

$$\begin{aligned} V_p &= \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \sqrt{1 + k^2\alpha^2}} + O(k^3\alpha^3) = \\ &= \sqrt{\frac{g}{k} \left( 1 + \frac{1}{2} k^2\alpha^2 \right)} + O(k^3\alpha^3). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Iz (4.10) se vidi da fazna brzina ovisi o amplitudi vala, što znači da će valovi većih amplituda napredovati brže.

### 4.2.2. KVADRATNI ČLAN BERNOULLIJEVE JEDNADŽBE

Kako je pokazano u poglavlju 3.3.2 ukupna hidrodinamička sila i moment koja djeluje na brod koji se giba na valovima, može se općenito odrediti pomoću Bernoullijeve jednadžbe integracijom tlaka po uronjenoj površini trupa [16], [86],

$$H_j = -\rho \iint_S p n_j ds = -\rho \iint_S \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + gz \right) n_j ds, \quad (4.11)$$

gdje su  $n_j$  komponente normale definirane izrazom (3.25). Linearizacijom Bernoullijeve jednadžbe tlaka u tekućini (3.56), zanemareni dio ukupne hidrodinamičke sile ili hidrodinamička sila drugog reda je:

$$H_j^{(2)} = -\rho \iint_S \left( \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 \right) n_j ds, \quad (4.12)$$

gdje je  $\phi$  ukupni potencijal brzine strujanja, prema izrazu (3.41), pa slijedi brzina strujanja u obliku:

$$\begin{aligned} \nabla \phi(x, y, z, t) &= \sum_{n=1}^N \nabla \phi_n \\ &= \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=1}^N \zeta_n \left( \nabla \Phi_n^{\operatorname{Re}} + i \nabla \Phi_n^{\operatorname{Im}} \right) e^{-i(\omega_n t - \varepsilon_n)} \right] \\ &= \sum_{n=1}^N \zeta_n \sum_{k=1, D, 2}^4 \left[ \nabla \Phi_{kn}^{\operatorname{Re}} \cos(\omega_n t - \varepsilon_n) + \nabla \Phi_{kn}^{\operatorname{Im}} \sin(\omega_n t - \varepsilon_n) \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

gdje su  $\Phi_{jn}^{\operatorname{Re}}$  i  $\Phi_{jn}^{\operatorname{Im}}$  realni i imaginarni dio funkcije potencijala brzine strujanja u  $n$ -toj komponenti vala frekvencije  $\omega_n$ , određeni izrazima (3.12) za nailazni val. U ukupnom utjecaju kvadrata brzine na hidrodinamičku silu i moment sudjeluju sve komponente brzine strujanja prvog reda, a moguće ih je odrediti nakon što se proračuna njihanje broda na harmoničkom valu. Približne vrijednosti potencijala za difrakcijski val mogu se dobiti Newmanovom aproksimacijom za vitko tijelo [40], ili se može koristiti Haskindova relacija, koja povezuje silu difrakcije sa potencijalom nailaznog vala i potencijalom vala radijacije [7]. Primjena Laplaceovog operatora na funkcije potencijala brzine strujanja u izrazu (4.13) slijedi:

$$\nabla \Phi_{kn}^{\operatorname{Re,Im}} = \frac{\partial}{\partial y} \Phi_{kn}^{\operatorname{Re,Im}} + \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{kn}^{\operatorname{Re,Im}} = \Phi_{(y)kn}^{\operatorname{Re,Im}} + \Phi_{(z)kn}^{\operatorname{Re,Im}}, \quad n=1, \dots, N; \quad k=1, D, 2, 3, 4. \quad (4.14)$$

Sada se  $n$ -ta komponenta brzine može napisati u obliku [88]:

$$\nabla \phi_n = \zeta_n \left[ \Phi_{(y)n}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(y)n}) + \Phi_{(z)n}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(z)n}) \right], \quad (4.15)$$

gdje su amplitude  $\Phi_{(y)n}^a$ ,  $\Phi_{(z)n}^a$  i pripadni fazni pomaci  $\varepsilon_{(y)n}$ ,  $\varepsilon_{(z)n}$ :

$$\begin{aligned} \Phi_{(y)n}^a &= \sqrt{\left( \sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(y)kn}^{\operatorname{Re}} \right)^2 + \left( \sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(y)kn}^{\operatorname{Im}} \right)^2} \\ \Phi_{(z)n}^a &= \sqrt{\left( \sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(z)kn}^{\operatorname{Re}} \right)^2 + \left( \sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(z)kn}^{\operatorname{Im}} \right)^2} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_{(y)n} = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(y)kn}^{\operatorname{Im}}}{\sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(y)kn}^{\operatorname{Re}}}, \quad \varepsilon_{(z)n} = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(z)kn}^{\operatorname{Im}}}{\sum_{k=1, D, 2}^4 \Phi_{(z)kn}^{\operatorname{Re}}} \quad (4.17)$$

Ukupna brzina strujanja linearna je kombinacija komponenti  $\nabla \phi_n$ :

$$\nabla \phi = \sum_{n=1}^N \zeta_n \left[ \Phi_{(y)n}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(y)n}) + \Phi_{(z)n}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(z)n}) \right], \quad (4.18)$$

a kvadrat brzine je:

$$\begin{aligned} (\nabla \phi)^2 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \left[ \zeta_n \zeta_m \Phi_{(y)n}^a \Phi_{(y)m}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(y)n}) \cos(\omega_m t - \varepsilon_m - \varepsilon_{(y)m}) + \right. \\ &\quad \left. + \Phi_{(z)n}^a \Phi_{(z)m}^a \cos(\omega_n t - \varepsilon_n - \varepsilon_{(z)n}) \cos(\omega_m t - \varepsilon_m - \varepsilon_{(z)m}) \right]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Trigonometrijskim transformacijama izraz (4.19), može se odvojiti na niskofrekventni dio, čija je frekvencija jednaka razlici frekvencija valnih komponenti i visokofrekventni dio čija je frekvencija jednaka zbroju frekvencija valnih komponenti. Osim toga funkcija se istim transformacijama može odvojiti na vremenski ovisni i vremenski neovisni dio, pa slijedi transformirani oblik kvadrata brzine strujanja:

$$\begin{aligned} (\nabla \phi)^2 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \zeta_n \zeta_m \left\{ \Phi_{(y)n}^a \Phi_{(y)m}^a \cos(\varepsilon_{(y)n} - \varepsilon_{(y)m}) + \Phi_{(z)n}^a \Phi_{(z)m}^a \cos(\varepsilon_{(z)n} - \varepsilon_{(z)m}) \right\} \\ &\quad \cos[(\omega_n - \omega_m)t - (\varepsilon_n - \varepsilon_m)] + \\ &\quad \left\{ \Phi_{(y)n}^a \Phi_{(y)m}^a \sin(\varepsilon_{(y)n} - \varepsilon_{(y)m}) + \Phi_{(z)n}^a \Phi_{(z)m}^a \sin(\varepsilon_{(z)n} - \varepsilon_{(z)m}) \right\} \sin[(\omega_n - \omega_m)t - (\varepsilon_n - \varepsilon_m)] \end{aligned} \quad (4.20)$$

U slučaju niskofrekventnog područja, doprinos kvadratnog člana Bernoullijeve jednadžbe hidrodinamičkoj sili i momentu drugog reda slijedi ako su izraz (4.20) uvrsti u izraz (4.12):

$$\begin{aligned} H_j^{(2)} &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \zeta_n \zeta_m P_{jnm} \cos[(\omega_n - \omega_m)t - (\varepsilon_n - \varepsilon_m)] + \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \zeta_n \zeta_m Q_{jnm} \sin[(\omega_n - \omega_m)t - (\varepsilon_n - \varepsilon_m)], \end{aligned} \quad (4.21)$$

gdje su  $P_{jnm}$  i  $Q_{jnm}$  bifrekventne prijenosne funkcije koje se dobiju integracijom vremenski neovisnog dijela funkcije kvadrata potencijala brzine (4.19) po oplakanoj površini  $S$ , gdje je  $C_x$  krivulja poprečnog presjeka:

$$\begin{aligned} P_{jnm} &= \frac{1}{4} \rho \int_{L, C_x} \left[ \Phi_{(y)n}^a \Phi_{(y)m}^a \cos(\varepsilon_{(y)n} - \varepsilon_{(y)m}) + \Phi_{(z)n}^a \Phi_{(z)m}^a \cos(\varepsilon_{(z)n} - \varepsilon_{(z)m}) \right] n_j ds dx \\ Q_{jnm} &= \frac{1}{4} \rho \int_{L, C_x} \left[ \Phi_{(y)n}^a \Phi_{(y)m}^a \sin(\varepsilon_{(y)n} - \varepsilon_{(y)m}) + \Phi_{(z)n}^a \Phi_{(z)m}^a \sin(\varepsilon_{(z)n} - \varepsilon_{(z)m}) \right] n_j ds dx. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Srednja vrijednost utjecaja kvadrata brzine na hidrodinamičku silu i moment proporcionalna je kvadratu amplitude vala i slijedi iz (4.21), uz  $n = m$ , eliminacijom nesimetričnih članova reda i primjenom (4.22):



$$H_j^{(2)} = \sum_{n=1}^N \zeta_n^2 P_{jnm}, \quad (4.23)$$

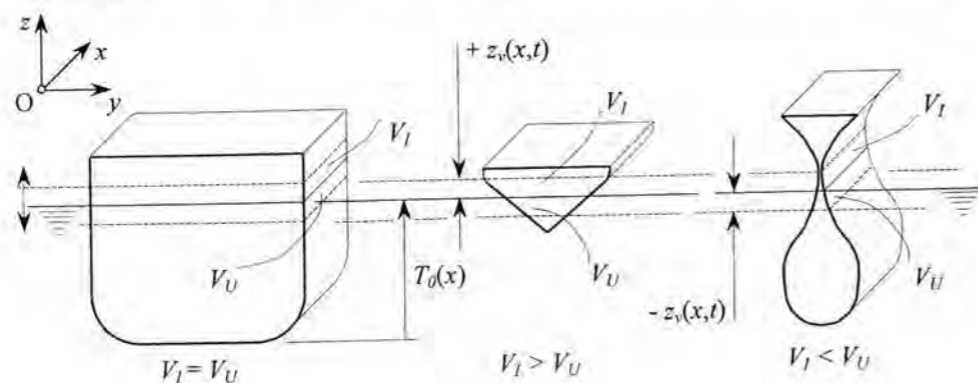
a komponente sila i momenata u vertikalnoj ravnini su:

$$\begin{aligned} H_2^{(2)} &= \frac{1}{4} \rho \iint_S (\nabla \phi)^2 n_2 dS \\ H_3^{(2)} &= \frac{1}{4} \rho \iint_S (\nabla \phi)^2 n_3 dS \\ H_4^{(2)} &= \frac{1}{4} \rho \iint_S (\nabla \phi)^2 (n_3 y - n_2 z) dS. \end{aligned} \quad (4.24)$$

### 4.2.3. PROMJENA GAZA PRESJEKA PRI NJIHANJU BRODA

Dvodimenzijaska dodatna masa i prigušenje u linearnoj teoriji se računaju za srednji gaz presjeka. Međutim, gaz presjeka mijenja se tijekom njihanja broda zbog pomaka broda i zbog prolaska vala. Hidrodinamičke komponente normalnih tlakova koji djeluju na oplakanu površinu ovisne su o obliku uronjenog presjeka broda. Na valovima većih amplituda veće su i amplitude njihanja broda, pa varijacija dvodimenzijaskih hidrodinamičkih koeficijenata i dvodimenzijaska Froude-Krilovljeve i difrakcijske sile postaje značajnija. Povratna sila računa se u linearnoj teoriji s pretpostavkom ravnih bokova broda. U slučaju većih valova tj. amplituda njihanja, razlika povratne sile urona i izrona također postaje značajnija.

Povratne sile i momenti u jednadžbi (3.28) ovise isključivo o obliku uronjenog presjeka, odnosno o širini i udaljenosti presjeka od težišta broda. Promjenom gaza broda  $T$  tijekom plovidbe povratne sile ne mijenjaju se linearno u ovisnosti o pomacima njihanja, kao što se računa u linearnoj teoriji. U stvarnosti bokovi broda ne moraju biti ravni pa povratne sile i momenti ovise o trenutnoj površini vodne linije. Sukladno tome, kod kvadratnog poprečnog presjeka širina zadržava konstantnu vrijednost obzirom na promjenu gaza, sl. 4.1. Kod svih ostalih brodskih presjeka neravnog boka, vrijednost površine dijela presjeka koji uranja i izranja, osim o gasu, ovisi i o obliku presjeka. Primjerice, kod trokutastog presjeka ta je površina znatno veća prilikom urona nego prilikom izrona, odnosno obrnuto kod pramčanog presjeka sa bulbom, sl. 4.1. Povratne sile naročito su značajne pri nižim frekvencijama kada se praktički uravnotežuju sa uzbuđom, te točnost njihovog određivanja ima značajan utjecaj na proračun nelinearnog opterećenja broda.

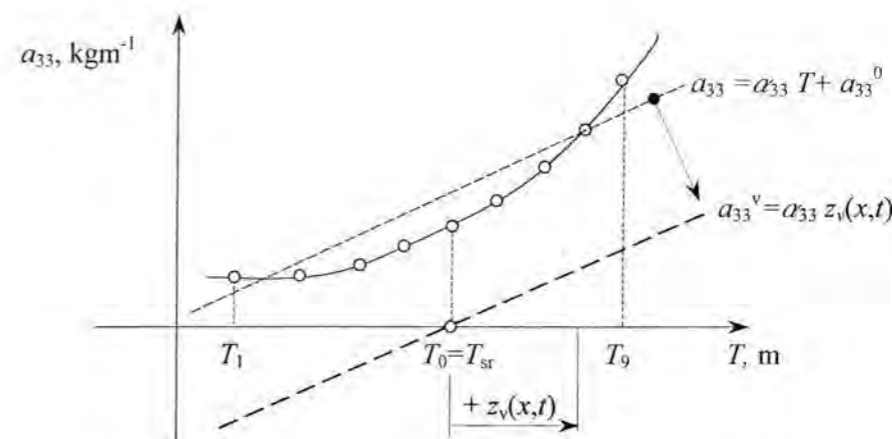


Sl. 4.1 Uron/izron karakterističnih presjeka trupa broda

Hidrodinamičke sile i momenti koje nastaju zbog radijacijskog problema, odnosno problema u kojem tijelo oscilira na mirnoj vodi, manifestiraju se kao sile hidrodinamičke reakcije, tj. kao dodatna masa i prigušenje. Te komponente naročito dolaze do izražaja pri višim frekvencijama, gdje su inercijska i uzbuđna sila najvažnije komponenti ravnoteže.

Uzbuđne sile i momenti nastaju djelovanjem nailaznog vala na brod u ravnotežnom položaju i njegovim raspršenjem o trup i predstavljaju osnovni uzrok poniranja i posrtanja. Ovisnost ovih sila i momenata o uronu presjeka uvjetovana je promjenom oplakane površine trupa, pa je kod većih pomaka broda značajna, naročito Froude-Krilovljeva komponenta.

Princip izračuna koeficijenata linearne ovisnosti dodatne mase presjeka,  $\alpha_{33}$  prigušenja,  $\beta_{33}$  povratne sile presjeka  $\chi_{33}$ , Froude-Krilovljeve komponente uzbuđe presjeka  $\gamma_3$  i difrakcijske komponente uzbuđe presjeka  $\epsilon_3$ , prikazan je na slici 4.2.



Sl. 4.2 Princip određivanja koeficijenata linearne ovisnosti

Kod pramčanih rebara primjerenije bi bilo upotrijebiti aproksimaciju polinomom drugog ili trećeg stupnja. Budući da većina presjeka vitkog brodskog trupa uglavnom odgovara kvadratnom smatra se da utjecaj odstupanja izračunatih vrijednosti za pramčani presjek od aproksimacije linearnom funkcijom ne može značajno utjecati na promjenjivu dodatnu masu i prigušenje cijelog broda. Slično se može zaključiti i kod aproksimacije ovisnosti dvodimenzijaska uzbuđe o gasu. Kod većine presjeka podudarnost izračunatih vrijednosti od aproksimacije linearnom funkcijom dobra je, posebice za Froude-Krilovljevu silu na presjeku. Kod pramčanih i krmenih rebara ovisnost difrakcijske sile presjeka o gasu ne može se zadovoljavajuće točno izraziti linearnom funkcijom. Međutim, u ukupnoj uzbuđnoj sili Froude-Krilovljeva sila ima mnogo značajniji udio od difrakcijske pa greška linearne aproksimacije ovisnosti dvodimenzijaska difrakcijske sile o gasu ne utječe znatno na točnost ukupne uzbuđe, posebice stoga što se netočnost odnosi samo na pojedine krajnje presjeka broda.

Dakle, kod svih presjeka čija se kontura boka oko srednjeg položaja može približno izraziti linearnom funkcijom, može se sa zadovoljavajućom sigurnošću upotrijebiti linearni model aproksimacije ovisnosti dvodimenzijaskih koeficijenata o promjeni gaza presjeka. Detaljnija analiza pretpostavki linearne aproksimacije može se pronaći u [87].

Promjena gaza presjeka  $z_v$ , prikazana je na sl. 4.3, a uzrokovana je promjenom položaja broda tijekom njihanja kao i promjenom položaja vala u odnosu na tijelo:

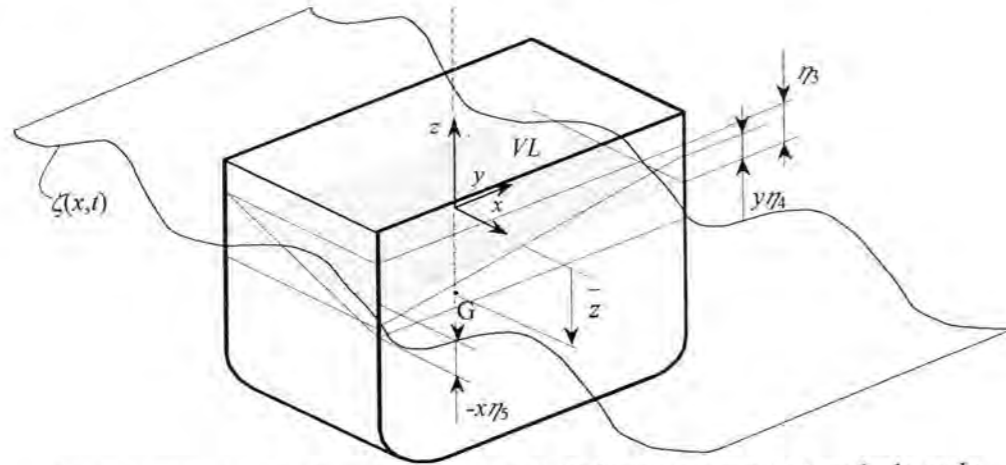
$$z_v(x, t) = \eta_3(t) - x\eta_5(t) - y\eta_4(t) - \zeta(x, t), \quad (4.25)$$

te uzrokuje promjenu rasporeda tlaka po oplakanoj površini prema (3.56). Budući da se promatra opterećenje broda u vertikalnoj uzdužnoj ravnini, maksimumi kojih se javljaju pri njihanju broda

stalnim kursnim kutom  $\beta=180^\circ$ , promjena položaja broda uzrokovana je poniranjem i posrtanjem, te se promjena gaza presjeka može izraziti kao:

$$z_v(x,t) = \eta_3(t) - x\eta_5(t) - \zeta(x,t), \quad (4.26)$$

gdje su  $\eta_3$  i  $x\eta_5$  izroni presjeka zbog poniranja i posrtanja, a  $\zeta(x,t)$  je trenutna visina vala na zadanom presjeku.



Sl. 4.3 Pomaci presjeka uslijed poniranja, ljujanja, posrtanja i prolaska vala

Trenutni dvodimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja, te povratni koeficijent i dvodimenzijska uzbudna sila mogu se izraziti kao zbroj dijela ovisnog o frekvenciji osciliranja i vremenski ovisnog dijela uslijed varijacije gaza i prolaska vala:

$$\begin{aligned} a_{33}(\omega, x, t) &= a_{33}^L(\omega, x) + a_{33}^V(\omega, x, t) \\ b_{33}(\omega, x, t) &= b_{33}^L(\omega, x) + b_{33}^V(\omega, x, t) \\ c_{33}(x, t) &= c_{33}^L(x) + c_{33}^V(x, t) \\ f_3(\omega, x, t) &= f_3^L(\omega, x) + f_3^V(\omega, x, t) \\ h_3(\omega, x, t) &= h_3^L(\omega, x) + h_3^V(\omega, x, t), \end{aligned} \quad (4.27)$$

uz,

$$\begin{aligned} a_{33}^V(\omega, x, t) &= \alpha_{33}(\omega, x)z_v(x, t) \\ b_{33}^V(\omega, x, t) &= \beta_{33}(\omega, x)z_v(x, t) \\ c_{33}^V(x, t) &= \rho g \chi_{33}(x)z_v(x, t) \\ f_3^V(\omega, x, t) &= \rho \gamma_3(\omega, x)z_v(x, t) \\ h_3^V(\omega, x, t) &= \rho \varepsilon_3(\omega, x)z_v(x, t), \end{aligned} \quad (4.28)$$

gdje su  $\alpha_{33}$ ,  $\beta_{33}$ ,  $\chi_{33}$ ,  $\gamma_3$  i  $\varepsilon_3$  koeficijenti linearne ovisnosti promjene gaza presjeka dobiveni linearnom regresijom. Navedeni koeficijenti linearne ovisnosti  $\alpha_{33}$  i  $\beta_{33}$  predstavljaju promjenu koeficijenata dodatne mase i prigušenja za srednji položaj presjeka koja se dešava pri jediničnoj promjeni gaza u odnosu na srednji gaz. Koeficijent linearne ovisnosti  $\chi_{33}$  množen s  $\rho g$  označava promjenu vrijednosti povratnog koeficijenta izračunatog za srednji položaj presjeka pri jediničnoj promjeni gaza. Ovaj koeficijent zapravo predstavlja promjenu širine presjeka u odnosu na srednji gaz. Koeficijenti linearne ovisnosti  $\gamma_3$  i  $\varepsilon_3$  označavaju promjenu vrijednosti Froude-Krilove i difrakcijske sile izračunate za srednji položaj presjeka pri jediničnoj promjeni gaza.

### 4.3. MODEL NELINEARNOG OPTEREĆENJA NA HARMONIČKIM VALOVIMA

Osnovni razlog razvoja modela nelinearnog opterećenja broda u obliku koji uključuje promjenu podvodne geometrije, tj. promjenu gaza presjeka, je da se na taj način može uključiti najvažniji nelinearni doprinos za povećanje točnosti i drastično smanjenje kompjutorskog proračunskog vremena, a to je doprinos hidrostatičke povratne i uzbudne sile. U literaturi se ovakve metode tretiranja efekata nelinearnosti za bolju procjenu opterećenja broda nazivaju slabo nelinearne metode (engl. *weakly nonlinear method*).

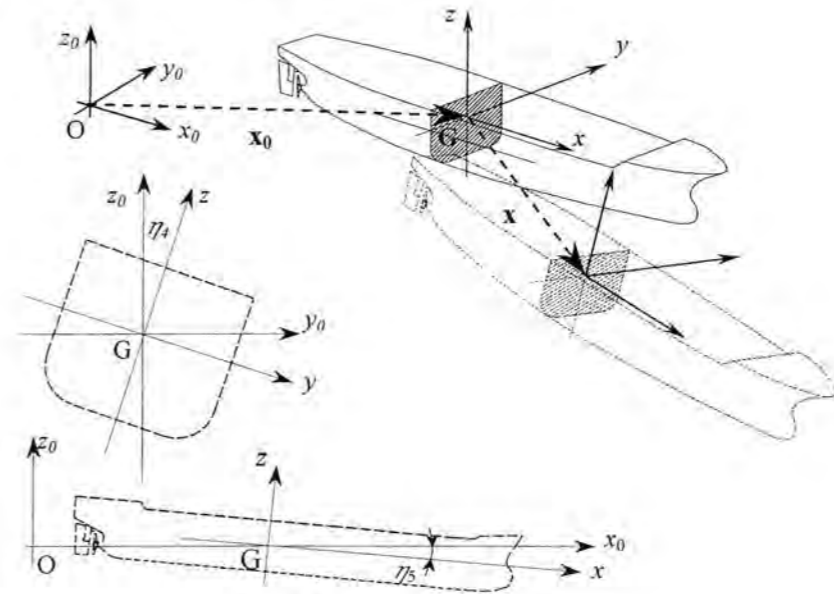
#### 4.3.1 KOORDINATNI SUSTAV BRODA

Ispravno rješenje problema opterećenja zahtijeva definiciju odgovarajućih koordinatnih sustava. Uvode se dva koordinatna sustava, sl. 4.4. Prvi je fiksni koordinatni sustav  $x_0y_0z_0$  sa ishodištem u mirnoj slobodnoj površini  $O$ . Ravnina  $x_0y_0$  poklapa se sa slobodnom površinom u mirovanju, a os  $z_0$  postavljena je vertikalno prema gore. Drugi je desni pravokutni pomični koordinatni sustav  $xyz$  koji je vezan uz brod s ishodištem  $O^S \equiv G$  u težištu tijela. Os  $x$  i  $y$  paralelne su s vodnom linijom u stanju mirovanja broda s pozitivnim smjerom osi  $x$  prema pramcu, odnosno prema lijevom boku broda, os  $y$ . Os  $z$  okomita je na ravninu  $XY$  i usmjerena prema gore.

Prijelaz s fiksnog na pomični koordinatni sustav sastoji se od translacije i rotacije. Općenito, položaj pomičnog sustava u odnosu na fiksni, određena je sa šest parametara, od kojih se tri odnose na translacijske pomake, a tri na kutove rotacije. Ako je početno stanje određeno s izrazom  $Ox_0y_0z_0 \equiv O^Sxyz$ , nakon pomaka broda translacija može biti definirana sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x_{0O^S} \\ y &= y_0 + y_{0O^S} \\ z &= z_0 + z_{0O^S}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

gdje su  $x_{0O^S}$ ,  $y_{0O^S}$ ,  $z_{0O^S}$  komponente vektora  $OO^S$  koji određuje položaj ishodišta  $O^S$  pomičnog koordinatnog sustava u odnosu na fiksni.



Sl. 4.4 Koordinatni sustav broda



Prirodni odabir kutova rotacije, kao kutova koje zatvaraju odgovarajuće osi obaju koordinatnih sustava, nije ujedno i najpraktičniji. Naime, za formulaciju dinamičkih jednadžbi njihanja krutog tijela, najprikladnije je rastaviti njihanje sa šest stupnjeva slobode na translacijska i rotacijska gibanja pri čemu se rotacijska događaju oko osi koje su vezane za brod. Sa toga je stanovišta najprimjerenije odabrati takozvane Eulerove kutove prilagođene posebnostima njihanja broda. Takvim izborom, prikazanim slikom 4.4. kutovi mogu biti međusobno pridruženi na način da varijacija jednog kuta ne utječe na promjenu vrijednosti preostala dva. Polazeći od položaja broda u stanju mirovanja, pozitivan pomak u smjeru osi  $x=\eta_1$  odgovara napredovanju, pozitivan pomak u smjeru osi  $y=\eta_2$  odgovara bočnom pomaku ulijevo, pozitivan pomak u smjeru osi  $z=\eta_3$  odgovara izronu, rotacija oko osi  $x'=\eta_4$  odgovara uranjanju desnog boka broda, rotacija oko osi  $y'=\eta_5$  odgovara uronju pramca i na kraju rotacija oko osi  $z'=\eta_6$  odgovara pomaku pramca ulijevo.

Transformaciju između fiksnog i pomičnog koordinatnog sustava može se definirati na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} x_0 - x_{0G} \\ y_0 - y_{0G} \\ z_0 - z_{0G} \end{bmatrix} = [\Phi][\Theta][\Psi] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

gdje su matrice  $[\Phi]$ ,  $[\Theta]$  i  $[\Psi]$  definirane sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} [\Phi] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \eta_4 & -\sin \eta_4 \\ 0 & \sin \eta_4 & \cos \eta_4 \end{bmatrix} \\ [\Theta] &= \begin{bmatrix} \cos \eta_5 & 0 & \sin \eta_5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta_5 & 0 & \cos \eta_5 \end{bmatrix} \\ [\Psi] &= \begin{bmatrix} \cos \eta_6 & -\sin \eta_6 & 0 \\ \sin \eta_6 & \cos \eta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.30a)$$

te se matrica transformacije  $\mathbf{T}=[\Phi][\Theta][\Psi]$  može pisati kao:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \eta_5 \cos \eta_6 & \cos \eta_6 \sin \eta_4 \sin \eta_5 - \cos \eta_4 \sin \eta_6 & \cos \eta_4 \cos \eta_6 \sin \eta_5 + \sin \eta_4 \sin \eta_6 \\ \cos \eta_5 \sin \eta_6 & \cos \eta_4 \cos \eta_6 + \sin \eta_4 \sin \eta_5 \sin \eta_6 & \cos \eta_4 \sin \eta_5 \sin \eta_6 - \cos \eta_6 \sin \eta_4 \\ -\sin \eta_5 & \cos \eta_5 \sin \eta_4 & \cos \eta_4 \cos \eta_5 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Budući da je matrica  $\mathbf{T}$  ortogonalna, slijedi da je njena inverzna matrica jednaka transponiranoj:

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \eta_5 \cos \eta_6 & \cos \eta_5 \sin \eta_6 & -\sin \eta_5 \\ \cos \eta_6 \sin \eta_4 \sin \eta_5 - \cos \eta_4 \sin \eta_6 & \cos \eta_4 \cos \eta_6 + \sin \eta_4 \sin \eta_5 \sin \eta_6 & \cos \eta_5 \sin \eta_4 \\ \cos \eta_4 \cos \eta_6 \sin \eta_5 + \sin \eta_4 \sin \eta_6 & \cos \eta_4 \sin \eta_5 \sin \eta_6 - \cos \eta_6 \sin \eta_4 & \cos \eta_4 \cos \eta_5 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^T \quad (4.32)$$

Pretpostavljajući male rotacijske pomake;  $\sin \eta_k \approx \eta_k$  i  $\cos \eta_k \approx 0$ , matrice (4.31) i (4.32) prelaze u oblik:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \eta_4 \eta_5 - \eta_6 & \eta_5 + \eta_4 \eta_6 \\ \eta_6 & 1 + \eta_4 \eta_5 \eta_6 & \eta_5 \eta_6 - \eta_4 \\ -\eta_5 & \eta_4 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \eta_6 & -\eta_5 \\ \eta_4 \eta_5 - \eta_6 & 1 + \eta_4 \eta_5 \eta_6 & \eta_4 \\ \eta_5 + \eta_4 \eta_6 & \eta_5 \eta_6 - \eta_4 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}^T. \quad (4.33)$$

Poznavajući matricu transformacije i položaj određene točke u odnosu na jedan od koordinatnih sustava, može se definirati položaj točke u odnosu drugi koordinatni sustav služeći se sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 &= \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{x}_{0G} \\ \mathbf{x} &= \mathbf{T} \cdot (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{0G}), \end{aligned} \quad (4.34)$$

gdje je  $\mathbf{x}$  vektor položaja u odnosu na pomični koordinatni sustav,  $\mathbf{x}_0$  je vektor položaja u odnosu na fiksni koordinatni sustav, a  $\mathbf{x}_{0G}$  je vektor translacije ishodišta.

#### 4.3.2. JEDNADŽBE NELINEARNOG DINAMIČKOG OPTEREĆENJA BRODA

Općenito se ukupna dinamička sila i moment na poprečnom presjeku trupa broda  $V_j^T(t)$  mogu izraziti kao razlika inercijske sile i momenta presjeka i povratne, uzbudne, i hidrodinamičke sile i momenta presjeka,

$$V_j^T(\omega_e, t) = I_j(\omega_e, t) - R_j(\omega_e, t) - E_j(\omega_e, t) - D_j(\omega_e, t), \quad j=3,5, \quad (4.35)$$

gdje  $j=3,5$  označava komponente opterećenja u vertikalnoj uzdužnoj ravnini, a to su ukupna vertikalna poprečna sila ( $V_3^T$ ) i ukupni vertikalni moment savijanja ( $V_5^T$ ). Ove su sile rezultat poniranja i posrtanja broda na valovima velikih amplituda (sl. 4.4). Sa druge strane može se smatrati da se komponente opterećenja sastoje od linearnog dijela, koji ovisi o frekvenciji njihanja broda i vremenski ovisnog nelinearnog dijela ili perturbacije:

$$V_j^T(\omega_e, t) = V_j(\omega_e) + V_j^P(t), \quad j=3,5. \quad (4.36)$$

Ukupna dinamička sila i moment na presjeku se mogu pretpostaviti u obliku trigonometrijskog niza  $N$ -tog reda:

$$\begin{Bmatrix} V_3^T \\ V_5^T \end{Bmatrix} = \left\{ \sum_{n=1}^N \begin{bmatrix} V_{3n}^{\text{Re}} + iV_{3n}^{\text{Im}} \\ V_{5n}^{\text{Re}} + iV_{5n}^{\text{Im}} \end{bmatrix} e^{ni\omega_e t} \right\}, \quad (4.37)$$

gdje za  $n=1$  slijedi linearno rješenje

$$\begin{Bmatrix} V_3 \\ V_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_3^{\text{Re}} + iV_3^{\text{Im}} \\ V_5^{\text{Re}} + iV_5^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{i\omega_e t}, \quad (4.38)$$

koje se dobije proračunom opterećenja opisanim u poglavlju 3. Vertikalna poprečna sila i vertikalni moment savijanja 2. i 3. reda slijede ako se postavi  $N=3$ , pa je perturbacijski dio sile i momenta:

$$\begin{Bmatrix} V_3^P \\ V_5^P \end{Bmatrix} = \left\{ \sum_{n=2}^3 \begin{bmatrix} V_{3n}^{\text{Re}} + iV_{3n}^{\text{Im}} \\ V_{5n}^{\text{Re}} + iV_{5n}^{\text{Im}} \end{bmatrix} e^{ni\omega_e t} \right\}. \quad (4.39)$$

Sve komponente sila i momenata na presjeku,  $I_j$ ,  $R_j$ ,  $E_j$ ,  $D_j$ , su kompleksne funkcije i također se sastoje od linearnog dijela i harmonika drugog i trećeg reda. Mogu se odrediti tek nakon što je napravljen proračun nelinearnog odziva njihanja. Razlog tome je što kao i u linearnom proračunu, komponente opterećenja ovise o proračunatim njihanjima. Tako će i komponente njihanja višeg reda direktno sudjelovati u izrazima za komponente sila i momenata istog višeg reda. Osim toga pojaviti će se i utjecaj komponenti njihanja drugog reda u komponenti sile trećeg reda, a zbog kombinacije sa koeficijentima dodatne mase i prigušenja uslijed promjene gaza. Izvod pojedinih komponenti sila i momenata drugog i trećeg reda biti će prikazan nakon određivanja

komponenti njihanja višeg reda. Komponente valnih sila na presjeku prvog reda predstavljaju linearna rješenja i ovdje se neće posebno naglašavati.

### 4.3.3. NELINEARNE JEDNADŽBE NJIHANJA BRODA

#### 4.3.3.1. Osnovna formulacija jednadžbi njihanja

Njihanje broda na harmoničkim valovima u vertikalnoj uzdužnoj ravnini podrazumijeva harmonično osciliranje u vremenu uz održavanje stalnog kursnog kuta  $\beta = 180^\circ$  i stalne brzine. Dvije spregnute jednadžbe njihanja za poniranje i posrtanje mogu se pisati kao:

$$\begin{aligned} [M + A_{33}(\omega_e, t)]\ddot{\eta}_3 + \frac{d}{dt}[M + A_{33}(\omega_e, t)]\dot{\eta}_3 + B_{33}(\omega_e, t)\dot{\eta}_3 + C_{33}(t)\eta_3 + \\ A_{35}(\omega_e, t)\ddot{\eta}_5 + \frac{d}{dt}A_{35}(\omega_e, t)\dot{\eta}_5 + B_{35}(\omega_e, t)\dot{\eta}_5 + C_{35}(t)\eta_5 = F_3(t)e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} A_{53}(\omega_e, t)\ddot{\eta}_3 + \frac{d}{dt}A_{53}(\omega_e, t)\dot{\eta}_3 + B_{53}(\omega_e, t)\dot{\eta}_3 + C_{53}(t)\eta_3 + [I_5 + A_{55}(\omega_e, t)]\ddot{\eta}_5 + \\ \frac{d}{dt}[I_5 + A_{55}(\omega_e, t)]\dot{\eta}_5 + B_{55}(\omega_e, t)\dot{\eta}_5 + C_{55}(\omega_e, t)\eta_5 = F_5(t)e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.41)$$

gdje su koeficijenti dodatne mase, prigušenja, povratni koeficijenti i uzbudna sila ovisni o vremenu što proizlazi iz promjene gaza za zadanu frekvenciju tijekom njihanja broda i prolaska vala, kako je definirano jednadžbama (4.27) i (4.28).

Koristeći navedene pretpostavke, jednadžbe njihanja mogu se napisati u sljedećem obliku, [87]:

$$\begin{aligned} \left( M + A_{33}^{\omega_e} + \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} dx \right) \ddot{\eta}_3 + \frac{d}{dt} \left( \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} dx \right) \dot{\eta}_3 + \left( B_{33}^{\omega_e} + \int_L \beta_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} dx \right) \dot{\eta}_3 + \\ \left( C_{33} + \rho g \int_L \chi_{33}^x z_v^{x,t} dx \right) \eta_3 + \left( A_{35}^{\omega_e} - \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \ddot{\eta}_5 + \frac{d}{dt} \left( \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \dot{\eta}_5 + \\ \left( B_{35}^{\omega_e} - \int_L \beta_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \dot{\eta}_5 + \left( C_{35} - \rho g \int_L \chi_{33}^x z_v^{x,t} x dx \right) \eta_5 = \left[ F_3 + \rho \alpha \int_L (\gamma_{33}^x + \varepsilon_{33}^x) z_v^{x,t} dx \right] e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \left( A_{53}^{\omega_e} - \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \ddot{\eta}_3 + \frac{d}{dt} \left( A_{53}^{\omega_e} - \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \dot{\eta}_3 + \left( B_{53}^{\omega_e} - \int_L \beta_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x dx \right) \dot{\eta}_3 + \\ \left( C_{53} - \rho g \int_L \chi_{33}^x z_v^{x,t} x dx \right) \eta_3 + \left( I_{55} + A_{55}^{\omega_e} + \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x^2 dx \right) \ddot{\eta}_5 + \frac{d}{dt} \left( \int_L \alpha_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x^2 dx \right) \dot{\eta}_5 + \\ \left( B_{55}^{\omega_e} + \int_L \beta_{33}^{\omega_e, x} z_v^{x,t} x^2 dx \right) \dot{\eta}_5 + \left( C_{55} + \rho g \int_L \chi_{33}^x z_v^{x,t} x^2 dx \right) \eta_5 = \left[ F_5 - \rho \alpha \int_L (\gamma_{33}^x + \varepsilon_{33}^x) z_v^{x,t} x dx \right] e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.43)$$

gdje drugi član na desnoj strani jednadžbi predstavlja vremenski promjenjivi dio amplitude uzbudne sile poniranja, odnosno posrtanja.

#### 4.3.3.2. Korekcijski hidrodinamički, povratni i uzbudni koeficijenti

Ako se u jednadžbe (4.42) i (4.43) uvrsti izraz za promjenu gaza presjeka i elevaciju vala:

$$\begin{aligned} z_v(x, t) = \eta_3(t) - x\eta_5(t) - \zeta(x, t) \\ \zeta = \alpha(\cos kx + i \sin kx)e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.44)$$

spregnute jednadžbe njihanja za poniranje i posrtanje mogu se pisati u sljedećem obliku,

$$\begin{aligned} (M + A_{33} + \Delta A_0 \eta_3 - \Delta A_1 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 0})\ddot{\eta}_3 + [i\omega_e (\Delta A_0 \eta_3 - \Delta A_1 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 0}) + \\ + B_{33} + \Delta B_0 \eta_3 - \Delta B_1 \eta_5 - \Delta B_{\zeta 0}]\dot{\eta}_3 + (C_{33} + \Delta C_0 \eta_3 - \Delta C_1 \eta_5 - \Delta C_{\zeta 0})\eta_3 + \\ + (A_{35} - \Delta A_1 \eta_3 + \Delta A_2 \eta_5 + \Delta A_{\zeta 1})\ddot{\eta}_5 + [i\omega_e (-\Delta A_1 \eta_3 + \Delta A_2 \eta_5 + \Delta A_{\zeta 1}) + \\ + B_{35} - \Delta B_1 \eta_3 + \Delta B_2 \eta_5 + \Delta B_{\zeta 1}]\dot{\eta}_5 + (C_{35} - \Delta C_1 \eta_3 + \Delta C_2 \eta_5 + \Delta C_{\zeta 1})\eta_5 = \\ = [F_3 + \Delta F_0 \eta_3 - \Delta F_1 \eta_5 - \Delta F_{\zeta 0}]e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} (A_{53} - \Delta A_1 \eta_3 + \Delta A_2 \eta_5 + \Delta A_{\zeta 1})\ddot{\eta}_3 + [i\omega_e (-\Delta A_1 \eta_3 + \Delta A_2 \eta_5 + \Delta A_{\zeta 0}) + \\ + B_{53} - \Delta B_1 \eta_3 + \Delta B_2 \eta_5 - \Delta B_{\zeta 1}]\dot{\eta}_3 + (C_{53} - \Delta C_1 \eta_3 + \Delta C_2 \eta_5 + \Delta C_{\zeta 1})\eta_3 + \\ + (I_{55} + A_{55} + \Delta A_2 \eta_3 - \Delta A_3 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 2})\ddot{\eta}_5 + [i\omega_e (\Delta A_2 \eta_3 - \Delta A_3 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 2}) + \\ + B_{55} + \Delta B_2 \eta_3 - \Delta B_3 \eta_5 - \Delta B_{\zeta 2}]\dot{\eta}_5 + (C_{55} + \Delta C_2 \eta_3 - \Delta C_3 \eta_5 - \Delta C_{\zeta 2})\eta_5 = \\ = [F_5 + \Delta F_1 \eta_3 - \Delta F_2 \eta_5 - \Delta F_{\zeta 1}]e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.46)$$

gdje su uvedeni novi koeficijenti radi jednostavnosti pisanja, [87]:

- koeficijenti korekcije inercijske sile	- koeficijenti korekcije sile prigušenja
$\Delta A_0 = \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x) dx$	$\Delta B_0 = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x) dx$
$\Delta A_1 = \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x)x dx$	$\Delta B_1 = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x)x dx$
$\Delta A_2 = \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x)x^2 dx$	$\Delta B_2 = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x)x^2 dx$
$\Delta A_3 = \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x)x^3 dx$	$\Delta B_3 = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x)x^3 dx$
$\Delta A_{\zeta 0}^{\text{Re}} = \alpha \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x) \cos kx dx$	$\Delta B_{\zeta 0}^{\text{Re}} = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x) \cos kx dx$
$\Delta A_{\zeta 0}^{\text{Im}} = \alpha \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x) \sin kx dx$	$\Delta B_{\zeta 0}^{\text{Im}} = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x) \sin kx dx$
$\Delta A_{\zeta 1}^{\text{Re}} = \alpha \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x)x \cos kx dx$	$\Delta B_{\zeta 1}^{\text{Re}} = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x)x \cos kx dx$
$\Delta A_{\zeta 1}^{\text{Im}} = \alpha \int_L \alpha_{33}(\omega_e, x)x \sin kx dx$	$\Delta B_{\zeta 1}^{\text{Im}} = \int_L \beta_{33}(\omega_e, x)x \sin kx dx$



- koeficijenti korekcije povratne sile

$$\begin{aligned} \Delta C_0 &= \rho g \int_L \chi_{33}(x) dx \\ \Delta C_1 &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)x dx \\ \Delta C_2 &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)x^2 dx \\ \Delta C_3 &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)x^3 dx \\ \Delta C_{\zeta 0}^{Re} &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)\cos kx dx \\ \Delta C_{\zeta 0}^{Im} &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)\sin kx dx \\ \Delta C_{\zeta 1}^{Re} &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)x \cos kx dx \\ \Delta C_{\zeta 1}^{Im} &= \rho g \int_L \chi_{33}(x)x \sin kx dx \end{aligned}$$

- koeficijenti korekcije uzbudne sile

$$\begin{aligned} \Delta F_0 &= \rho \alpha \int_L [\gamma_3(\omega_e, x) + \varepsilon_3(\omega_e, x)] dx \\ \Delta F_1 &= \rho \alpha \int_L [\gamma_3(\omega_e, x) + \varepsilon_3(\omega_e, x)]x dx \\ \Delta F_2 &= \rho \alpha \int_L [\gamma_3(\omega_e, x) + \varepsilon_3(\omega_e, x)]x^2 dx \\ \Delta F_{\zeta 0} &= \rho \alpha \int_L [\gamma_3(\omega_e, x) + \varepsilon_3(\omega_e, x)]\zeta dx \\ \Delta F_{\zeta 1} &= \rho \alpha \int_L [\gamma_3(\omega_e, x) + \varepsilon_3(\omega_e, x)]x\zeta dx \end{aligned}$$

(4.48)

#### 4.3.4. RJEŠENJE PROBLEMA NJIHANJA BRODA PRIMJENOM TRIGONOMETRIJSKIH NIZOVA

Rastave li se nelinearni pomaci broda  $\eta_3$  i  $\eta_5$  koji ponire i posrće na harmoničkom valu na dio pomaka dobiven linearnim jednadžbama njihanja  $\eta_{3L}$  i  $\eta_{5L}$  i na dio koji se odnosi na smetnju odnosno perturbaciju  $\eta_{3P}$  i  $\eta_{5P}$ , jednadžbe (4.45) i (4.46) prelaze u sljedeći oblik:

$$\begin{aligned} &(M + A_{33} + A_0\eta_3 - \Delta A_1\eta_5 - \Delta A_{\zeta 0})(\ddot{\eta}_{3L} + \ddot{\eta}_{3P}) + \\ &[i\omega_e(A_0\eta_3 - \Delta A_1\eta_5 - \Delta A_{\zeta 0}) + B_{33} + \Delta B_0\eta_3 - \Delta B_1\eta_5 - \Delta B_{\zeta 0}](\dot{\eta}_{3L} + \dot{\eta}_{3P}) + \\ &(C_{33} + \Delta C_0\eta_3 - \Delta C_1\eta_5 - \Delta C_{\zeta 0})(\eta_{3L} + \eta_{3P}) + \\ &(A_{35} - \Delta A_1\eta_3 + \Delta A_2\eta_5 + \Delta A_{\zeta 1})(\ddot{\eta}_{5L} + \ddot{\eta}_{5P}) + \\ &[i\omega_e(-\Delta A_1\eta_3 + \Delta A_2\eta_5 + \Delta A_{\zeta 1}) + B_{35} - \Delta B_1\eta_3 + \Delta B_2\eta_5 + \Delta B_{\zeta 1}](\dot{\eta}_{5L} + \dot{\eta}_{5P}) + \\ &(C_{35} - \Delta C_1\eta_3 + \Delta C_2\eta_5 + \Delta C_{\zeta 1})(\eta_{5L} + \eta_{5P}) \\ &= [F_3 + \Delta F_0\eta_3 - \Delta F_1\eta_5 - \Delta F_{\zeta 0}]e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} &(A_{53} - \Delta A_1\eta_3 + \Delta A_2\eta_5 + \Delta A_{\zeta 1})(\ddot{\eta}_{3L} + \ddot{\eta}_{3P}) + \\ &[i\omega_e(-\Delta A_1\eta_3 + \Delta A_2\eta_5 + \Delta A_{\zeta 1}) + B_{53} - \Delta B_1\eta_3 + \Delta B_2\eta_5 + \Delta B_{\zeta 1}](\dot{\eta}_{3L} + \dot{\eta}_{3P}) + \\ &(C_{53} - \Delta C_1\eta_3 + \Delta C_2\eta_5 + \Delta C_{\zeta 1})(\eta_{3L} + \eta_{3P}) + \\ &(I_{55} + A_{53} + \Delta A_2\eta_3 - \Delta A_3\eta_5 - \Delta A_{\zeta 2})(\ddot{\eta}_{5L} + \ddot{\eta}_{5P}) + \\ &[i\omega_e(\Delta A_2\eta_3 - \Delta A_3\eta_5 - \Delta A_{\zeta 2}) + B_{53} + \Delta B_2\eta_3 - \Delta B_3\eta_5 - \Delta B_{\zeta 2}](\dot{\eta}_{5L} + \dot{\eta}_{5P}) + \\ &(C_{53} + \Delta C_2\eta_3 - \Delta C_3\eta_5 - \Delta C_{\zeta 2})(\eta_{5L} + \eta_{5P}) = \\ &= [F_5 - \Delta F_1\eta_3 - \Delta F_2\eta_5 - \Delta F_{\zeta 1}]e^{i\omega_e t}. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Ako se nadalje označi ukupna varijacija pojedinih hidrodinamičkih i povratnih koeficijenata i uzbudne sile kao:

$$\begin{aligned} \Delta A_{33} &= \Delta A_0\eta_3 - \Delta A_1\eta_5 - \Delta A_{\zeta 0} \\ \Delta B_{33} &= \Delta B_0\eta_3 - \Delta B_1\eta_5 - \Delta B_{\zeta 0} \\ \Delta C_{33} &= \Delta C_0\eta_3 - \Delta C_1\eta_5 - \Delta C_{\zeta 0} \\ \Delta A_{35} &= \Delta A_1\eta_3 + \Delta A_2\eta_5 + \Delta A_{\zeta 1} \\ \Delta B_{35} &= \Delta B_1\eta_3 + \Delta B_2\eta_5 + \Delta B_{\zeta 1} \\ \Delta C_{35} &= \Delta C_1\eta_3 + \Delta C_2\eta_5 + \Delta C_{\zeta 1} \\ \Delta F_3 &= \Delta F_0\eta_3 - \Delta F_1\eta_5 - \Delta F_{\zeta 0} \\ \Delta A_{53} &= \Delta A_1\eta_3 - \Delta A_2\eta_5 - \Delta A_{\zeta 1} \\ \Delta B_{53} &= \Delta B_1\eta_3 - \Delta B_2\eta_5 - \Delta B_{\zeta 1} \\ \Delta C_{53} &= \Delta C_1\eta_3 - \Delta C_2\eta_5 - \Delta C_{\zeta 1} \\ \Delta A_{55} &= \Delta A_2\eta_3 + \Delta A_3\eta_5 + \Delta A_{\zeta 2} \\ \Delta B_{55} &= \Delta B_2\eta_3 + \Delta B_3\eta_5 + \Delta B_{\zeta 2} \\ \Delta C_{55} &= \Delta C_2\eta_3 + \Delta C_3\eta_5 + \Delta C_{\zeta 2} \\ \Delta F_5 &= \Delta F_1\eta_3 - \Delta F_2\eta_5 - \Delta F_{\zeta 1} \end{aligned} \quad (4.51)$$

jednadžbe (4.49) i (4.50) moguće je napisati u obliku:

$$\begin{aligned} &(M + A_{33})\ddot{\eta}_{3L} + B_{33}\dot{\eta}_{3L} + C_{33}\eta_{3L} + A_{35}\ddot{\eta}_{5L} + B_{35}\dot{\eta}_{5L} + C_{35}\eta_{5L} + \\ &(M + A_{53})\ddot{\eta}_{3P} + B_{53}\dot{\eta}_{3P} + C_{53}\eta_{3P} + A_{55}\ddot{\eta}_{5P} + B_{55}\dot{\eta}_{5P} + C_{55}\eta_{5P} + \\ &\Delta A_{33}\ddot{\eta}_{3L} + (i\omega_e \Delta A_{33} + \Delta B_{33})\dot{\eta}_{3L} + \Delta C_{33}\eta_{3L} + \Delta A_{35}\ddot{\eta}_{5L} + \\ &(i\omega_e \Delta A_{35} + \Delta B_{35})\dot{\eta}_{5L} + \Delta C_{35}\eta_{5L} + \Delta A_{53}\ddot{\eta}_{3P} + (i\omega_e \Delta A_{53} + \Delta B_{53})\dot{\eta}_{3P} + \\ &+ \Delta C_{53}\eta_{3P} + \Delta A_{55}\ddot{\eta}_{5P} + (i\omega_e \Delta A_{55} + \Delta B_{55})\dot{\eta}_{5P} + \Delta C_{55}\eta_{5P} = [F_3 + \Delta F_3]e^{i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} &A_{53}\ddot{\eta}_{3L} + B_{53}\dot{\eta}_{3L} + C_{53}\eta_{3L} + (A_{55} + I_{55})\ddot{\eta}_{5L} + B_{55}\dot{\eta}_{5L} + C_{55}\eta_{5L} + \\ &A_{53}\ddot{\eta}_{3P} + B_{53}(\omega_e)\dot{\eta}_{3P} + C_{53}\eta_{3P} + (A_{55} + I_{55})\ddot{\eta}_{5P} + B_{55}\dot{\eta}_{5P} + C_{55}\eta_{5P} + \\ &\Delta A_{53}\ddot{\eta}_{3L} + (i\omega_e \Delta A_{53} + \Delta B_{53})\dot{\eta}_{3L} + \Delta C_{53}\eta_{3L} + \Delta A_{55}\ddot{\eta}_{5L} + \\ &(i\omega_e \Delta A_{55} + \Delta B_{55})\dot{\eta}_{5L} + \Delta C_{55}\eta_{5L} + \Delta A_{53}\ddot{\eta}_{3P} + (i\omega_e \Delta A_{53} + \Delta B_{53})\dot{\eta}_{3P} + \\ &\Delta C_{53}\eta_{3P} + \Delta A_{55}\ddot{\eta}_{5P} + (i\omega_e \Delta A_{55} + \Delta B_{55})\dot{\eta}_{5P} + \Delta C_{55}\eta_{5P} = [F_5 + \Delta F_5]e^{i\omega_e t}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Linearni izrazi na lijevoj strani jednadžbe (4.52) mogu se izjednačiti s linearnom uzbudnom silom, a linearni izraz na lijevoj strani jednadžbe (4.53) sa linearnim uzbudnim momentom:

$$\begin{aligned} &(M + A_{33}(\omega_e))\ddot{\eta}_{3L} + B_{33}(\omega_e)\dot{\eta}_{3L} + C_{33}\eta_{3L} + A_{35}(\omega_e)\ddot{\eta}_{5L} + B_{35}(\omega_e)\dot{\eta}_{5L} + C_{35}\eta_{5L} = F_3 e^{i\omega_e t} \\ &A_{53}(\omega_e)\ddot{\eta}_{3L} + B_{53}(\omega_e)\dot{\eta}_{3L} + C_{53}\eta_{3L} + (A_{55}(\omega_e) + I_{55})\ddot{\eta}_{5L} + B_{55}(\omega_e)\dot{\eta}_{5L} + C_{55}\eta_{5L} = F_5 e^{i\omega_e t}, \end{aligned} \quad (4.54)$$

te se ti izrazi u daljnjem traženju rješenja neće uzimati u obzir. Osim toga, umnožak varijacije hidrodinamičkih koeficijenata i perturbacije pomaka pretpostavlja se malom veličinom drugog

reda, te će se u daljnjem izvodu jednadžbi njihanja zanemariti. Nakon navedenih promjena proizlaze spregnute nelinearne jednadžbe njihanja u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} & (M + A_{33}(\omega_e))\ddot{\eta}_{3P} + B_{33}(\omega_e)\dot{\eta}_{3P} + C_{33}\eta_{3P} + A_{35}(\omega_e)\ddot{\eta}_{5P} + B_{35}(\omega_e)\dot{\eta}_{5P} + C_{35}\eta_{5P} \\ & = \Delta F_3 e^{i\omega_e t} - \Delta A_{33}(\omega_e)\ddot{\eta}_{3L} - (i\omega_e \Delta A_{33}(\omega_e) + \Delta B_{33}(\omega_e))\dot{\eta}_{3L} - \Delta C_{33}\eta_{3L} - \\ & \quad \Delta A_{35}(\omega_e)\ddot{\eta}_{5L} - (i\omega_e \Delta A_{35}(\omega_e) + \Delta B_{35}(\omega_e))\dot{\eta}_{5L} - \Delta C_{35}\eta_{5L} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} & A_{53}(\omega_e)\ddot{\eta}_{3P} + B_{53}(\omega_e)\dot{\eta}_{3P} + C_{53}\eta_{3P} + (A_{55}(\omega_e) + I_{55})\ddot{\eta}_{5P} + B_{55}(\omega_e)\dot{\eta}_{5P} + C_{55}\eta_{5P} \\ & = \Delta F_5 e^{i\omega_e t} - \Delta A_{53}(\omega_e)\ddot{\eta}_{3L} - (i\omega_e \Delta A_{53}(\omega_e) + \Delta B_{53}(\omega_e))\dot{\eta}_{3L} - \Delta C_{53}\eta_{3L} - \\ & \quad \Delta A_{55}(\omega_e)\ddot{\eta}_{5L} - (i\omega_e \Delta A_{55}(\omega_e) + \Delta B_{55}(\omega_e))\dot{\eta}_{5L} - \Delta C_{55}\eta_{5L} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Spregnute nelinearne jednadžbe poniranja i posrtanja mogu se prikazati jednostavnije u matricnom obliku:

$$\begin{aligned} & \left[ \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e} \right] \left\{ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} + \left[ \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e} \right] \left\{ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} + \left[ \mathbf{C}_{jj} \right] \left\{ \boldsymbol{\eta}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} = \left\{ \Delta \mathbf{F}_j^{\omega_e, t} \right\} e^{i\omega_e t} - \\ & \left[ \Delta \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e, t} \right] \left\{ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{jL}^{\omega_e, t} \right\} - \left[ i\omega_e \Delta \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e, t} + \Delta \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e, t} \right] \left\{ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{jL}^{\omega_e, t} \right\} - \left[ \mathbf{C}_{jj}^t \right] \left\{ \boldsymbol{\eta}_{jL}^{\omega_e, t} \right\}, \quad j=3,5, \end{aligned} \quad (4.58)$$

gdje su:

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e} \right] &= \begin{bmatrix} M + A_{33}(\omega_e) & A_{35}(\omega_e) \\ A_{53}(\omega_e) & A_{55}(\omega_e) \end{bmatrix} \\ \left[ \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e} \right] &= \begin{bmatrix} B_{33}(\omega_e) & B_{35}(\omega_e) \\ B_{53}(\omega_e) & B_{55}(\omega_e) \end{bmatrix} \\ \left[ \mathbf{C}_{jj} \right] &= \begin{bmatrix} C_{33} & C_{35} \\ C_{53} & C_{55} \end{bmatrix} \\ \left[ \Delta \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e, t} \right] &= \begin{bmatrix} \Delta A_{33}(\omega_e, t) & \Delta A_{35}(\omega_e, t) \\ \Delta A_{53}(\omega_e, t) & \Delta A_{55}(\omega_e, t) \end{bmatrix} \\ \left[ \Delta \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e, t} \right] &= \begin{bmatrix} i\omega_e \Delta A_{33}(\omega_e, t) + \Delta B_{33}(\omega_e, t) & i\omega_e \Delta A_{35}(\omega_e, t) + \Delta B_{35}(\omega_e, t) \\ i\omega_e \Delta A_{53}(\omega_e, t) + \Delta B_{53}(\omega_e, t) & i\omega_e \Delta A_{55}(\omega_e, t) + \Delta B_{55}(\omega_e, t) \end{bmatrix} \\ \left[ \Delta \mathbf{C}_{jj}^t \right] &= \begin{bmatrix} \Delta C_{33}(t) & \Delta C_{35}(t) \\ \Delta C_{53}(t) & \Delta C_{55}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Linearni pomaci su sljedećeg oblika:

$$\begin{Bmatrix} \eta_{3L} \\ \eta_{5L} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \eta_{3L}^{\text{Re}} + i\eta_{3L}^{\text{Im}} \\ \eta_{5L}^{\text{Re}} + i\eta_{5L}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{i\omega_e t}, \quad (4.60)$$

a brzine i ubrzanja funkcije linearnog pomaka (4.60) su:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\eta}_{3L} \\ \dot{\eta}_{5L} \end{Bmatrix} = i\omega_e \begin{Bmatrix} \eta_{3L}^{\text{Re}} + i\eta_{3L}^{\text{Im}} \\ \eta_{5L}^{\text{Re}} + i\eta_{5L}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{i\omega_e t}, \quad \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_{3L} \\ \ddot{\eta}_{5L} \end{Bmatrix} = -\omega_e^2 \begin{Bmatrix} \eta_{3L}^{\text{Re}} + i\eta_{3L}^{\text{Im}} \\ \eta_{5L}^{\text{Re}} + i\eta_{5L}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{i\omega_e t}. \quad (4.61)$$

Izraze na desnoj strani jednadžbe (4.58) moguće je izračunati iz rješenja linearnog njihanja broda i pomoću postupka proračuna varijabilnih dijelova hidrodinamičkih koeficijenata i hidrodinamičke uzbuđene opisanog u poglavlju 4.2.3. Rješenja jednadžbe (4.58), tj.  $\eta_{3P}$  i  $\eta_{5P}$  pretpostavljaju se trigonometrijskim nizom  $N$ -tog reda sljedećeg oblika [89]:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \eta_{3P} \\ \eta_{5P} \end{Bmatrix} &= \left\{ \sum_{n=2}^N \begin{Bmatrix} \eta_{3Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{3Pn}^{\text{Im}} \\ \eta_{5Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{5Pn}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t} \right\} \\ \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_{3P} \\ \dot{\eta}_{5P} \end{Bmatrix} &= \left\{ \sum_{n=2}^N ni\omega_e \begin{Bmatrix} \eta_{3Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{3Pn}^{\text{Im}} \\ \eta_{5Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{5Pn}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t} \right\} \\ \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_{3P} \\ \ddot{\eta}_{5P} \end{Bmatrix} &= \left\{ \sum_{n=2}^N (-n^2\omega_e^2) \begin{Bmatrix} \eta_{3Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{3Pn}^{\text{Im}} \\ \eta_{5Pn}^{\text{Re}} + i\eta_{5Pn}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t} \right\}. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Za specijalan slučaj rješenja njihanja drugog reda sistem spregnutih nelinearnih jednadžbi poniranja i posrtanja (4.58) je:

$$\begin{aligned} & -4\omega_e^2 \left[ \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e} \right] \left\{ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} + 2i\omega_e \left[ \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e} \right] \left\{ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} + \left[ \mathbf{C}_{jj} \right] \left\{ \boldsymbol{\eta}_{jP}^{\omega_e, t} \right\} = \left\{ \Delta \mathbf{F}_j^{\omega_e, t} \right\} e^{i\omega_e t} + \\ & \omega_e^2 \left[ \Delta \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e, t} \right] \left\{ \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{jL}^{\omega_e, t} \right\} - i\omega_e \left[ i\omega_e \Delta \mathbf{A}_{jj}^{\omega_e, t} + \Delta \mathbf{B}_{jj}^{\omega_e, t} \right] \left\{ \dot{\boldsymbol{\eta}}_{jL}^{\omega_e, t} \right\} - \left[ \mathbf{C}_{jj}^t \right] \left\{ \boldsymbol{\eta}_{jL}^{\omega_e, t} \right\}, \quad j=3,5. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Sada se spregnute jednadžbe poniranja i posrtanja u matricnom obliku (4.58) za opći niz rješenja  $N$ , koristeći izraze (4.59) – (4.62) mogu napisati u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=2}^N \begin{bmatrix} -n^2\omega_e^2(M + A_{33}) + C_{33} & -n\omega_e B_{33} & -n^2\omega_e^2 A_{35} + C_{35} & -n\omega_e B_{35} \\ n\omega_e B_{33} & -n^2\omega_e^2(M + A_{33}) + C_{33} & n\omega_e B_{35} & -n^2\omega_e^2 A_{35} + C_{35} \\ -n^2\omega_e^2 A_{53} + C_{53} & -n\omega_e B_{53} & -n^2\omega_e^2(I_5 + A_{55}) + C_{55} & -n\omega_e B_{55} \\ n\omega_e B_{53} & -n^2\omega_e^2 A_{53} + C_{53} & n\omega_e B_{55} & -n^2\omega_e^2(I_5 + A_{55}) + C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{3Pn}^{\text{Re}} \\ \eta_{3Pn}^{\text{Im}} \\ \eta_{5Pn}^{\text{Re}} \\ \eta_{5Pn}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t} \\ & = \sum_{n=1}^{N-1} \begin{Bmatrix} \Delta F_{3n}^{\text{Re}} \\ \Delta F_{3n}^{\text{Im}} \\ \Delta F_{5n}^{\text{Re}} \\ \Delta F_{5n}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t} + \begin{bmatrix} K_{11n}^{\text{Re}} & -K_{11n}^{\text{Im}} & K_{12n}^{\text{Re}} & -K_{12n}^{\text{Im}} \\ K_{11n}^{\text{Im}} & K_{11n}^{\text{Re}} & K_{12n}^{\text{Im}} & K_{12n}^{\text{Re}} \\ K_{21n}^{\text{Re}} & -K_{21n}^{\text{Im}} & K_{22n}^{\text{Re}} & -K_{22n}^{\text{Im}} \\ K_{21n}^{\text{Im}} & K_{21n}^{\text{Re}} & K_{22n}^{\text{Im}} & K_{22n}^{\text{Re}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_{3L}^{\text{Re}} \\ \eta_{3L}^{\text{Im}} \\ \eta_{5L}^{\text{Re}} \\ \eta_{5L}^{\text{Im}} \end{Bmatrix} e^{ni\omega_e t}, \end{aligned} \quad (4.64)$$

gdje su elementi matrice  $\mathbf{K}$ :

$$\begin{aligned} K_{11n}^{\text{Re}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{33n}^{\text{Re}} + (n-1)\omega_e \Delta B_{33n}^{\text{Im}} - \Delta C_{33n}^{\text{Re}} \\ K_{11n}^{\text{Im}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{33n}^{\text{Im}} - (n-1)\omega_e \Delta B_{33n}^{\text{Re}} - \Delta C_{33n}^{\text{Im}} \\ K_{12n}^{\text{Re}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{35n}^{\text{Re}} + (n-1)\omega_e \Delta B_{35n}^{\text{Im}} - \Delta C_{35n}^{\text{Re}} \\ K_{12n}^{\text{Im}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{35n}^{\text{Im}} - (n-1)\omega_e \Delta B_{35n}^{\text{Re}} - \Delta C_{35n}^{\text{Im}} \\ K_{21n}^{\text{Re}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{53n}^{\text{Re}} + (n-1)\omega_e \Delta B_{53n}^{\text{Im}} - \Delta C_{53n}^{\text{Re}} \\ K_{21n}^{\text{Im}} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{53n}^{\text{Im}} - (n-1)\omega_e \Delta B_{53n}^{\text{Re}} - \Delta C_{53n}^{\text{Im}} \end{aligned} \quad (4.65)$$



$$\begin{aligned} K_{21n}^{Im} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{55n}^{Im} - (n-1) \omega_2 \Delta B_{55n}^{Re} - \Delta C_{55n}^{Im} \\ K_{22n}^{Re} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{55n}^{Re} + (n-1) \omega_2 \Delta B_{55n}^{Im} - \Delta C_{55n}^{Re} \\ K_{55n}^{Im} &= (n-1)^2 \omega_e^2 \Delta A_{55}^{Im} - (n-1) \omega_2 \Delta B_{55}^{Re} - \Delta C_{55}^{Im} \end{aligned}$$

a ukupna varijacija komponenti  $n$  rješenja, pojedinih hidrodinamičkih i povratnih koeficijenata i uzbudne sile kao:

$$\begin{aligned} \Delta A_{331} &= \Delta A_0 \eta_3 - \Delta A_1 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 0} \\ \Delta A_{351} &= \Delta A_{531} = -(\Delta A_1 \eta_3 - \Delta A_2 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 1}) \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} \Delta A_{551} &= \Delta A_2 \eta_3 - \Delta A_3 \eta_5 - \Delta A_{\zeta 2} \\ \Delta A_{33n} &= \Delta A_0 \eta_{3Pn} - \Delta A_1 \delta_{5n} \\ \Delta A_{35n} &= \Delta A_{53n} = -(\Delta A_1 \eta_{3Pn} - \Delta A_2 \eta_{5Pn}) \\ \Delta A_{55n} &= \Delta A_2 \eta_{3Pn} - \Delta A_3 \eta_{5Pn} \end{aligned} \quad (4.67)$$

Analogni izrazi vrijede i za dodatne koeficijente prigušenja i povratne sile. Dodatna vrijednost uzbude računa se na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \Delta F_{31} &= \Delta F_0 \eta_3 - \Delta F_1 \eta_5 \\ \Delta F_{51} &= \Delta F_1 \eta_3 - \Delta F_2 \eta_5 \end{aligned} \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned} \Delta F_{3n} &= \Delta F_0 \eta_{3Pn} - \Delta F_1 \eta_{5Pn} \\ \Delta F_{5n} &= \Delta F_1 \eta_{3Pn} - \Delta F_2 \eta_{5Pn} \end{aligned} \quad (4.69)$$

Nakon uvrštavanja u sustav jednadžbi i sređivanjem za navedeni se slučaj dobije sustav od  $4(N-1)$  jednadžbi, te slijede rješenja kao realni i imaginarni dio pomaka višeg reda;  $\eta_{3Pn}$  i  $\eta_{5Pn}$ ,  $n = 2, \dots, N$ . U radu je uključen utjecaj pomaka do zaključno trećeg reda, tj.  $N=3$ , pa za takav slučaj ukupni pomak poniranja i posrtanja može prikazati kao:

$$\eta_j^T(\omega_e, t) = \eta_{jL}(\omega_e) e^{i\omega_e t} + \eta_{j2}(\omega_e, t) e^{2i\omega_e t} + \eta_{j3}(\omega_e, t) e^{3i\omega_e t}; \quad j = 3, 5. \quad (4.70)$$

#### 4.3.5. SILE I MOMENTI DRUGOG I TREĆEG REDA

Nakon što su proračunati pomaci broda u vertikalnoj uzdužnoj ravnini drugog i trećeg reda, mogu se definirati valne sile i momenti drugog i trećeg reda prema izrazima (4.35) – (4.39). U prikazu ukupnog procesa vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja komponente 2. i 3. reda su upravo one koje će dati razliku pregiba i progiba. Ukupni proces valnog opterećenja u vertikalnoj uzdužnoj ravnini se može prikazati kao:

$$V_j^T(x, \omega_e, t) = V_{jL}^{amp} \cos(\omega_e t - \varphi_{jL}) + V_{j2}^{amp} \cos(2\omega_e t - \varphi_{j2}) + V_{j3}^{amp} \cos(3\omega_e t - \varphi_{j3}), \quad (4.71)$$

gdje su amplitude procesa linearnog, drugog i trećeg reda valnog opterećenja:

$$V_{jL}^{amp} = \sqrt{(V_{jL}^{Re})^2 + (V_{jL}^{Im})^2}, \quad V_{jn}^{amp} = \sqrt{(V_{jn}^{Re})^2 + (V_{jn}^{Im})^2}, \quad j = 3, 5; \quad n = 2, 3,$$

uz kompleksne funkcije komponenti valnog opterećenja:

$$\{V_{jL}\} = \{V_{jL}^{Re} + iV_{jL}^{Im}\} e^{i\omega_e t}; \quad j = 3, 5$$

$$\{V_{jn}\} = \{V_{jn}^{Re} + iV_{jn}^{Im}\} e^{m\omega_e t}, \quad j = 3, 5; \quad n = 2, 3.$$

Nadalje se iz procesa vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja mogu odrediti prijenosne funkcije  $V_j^{TF}(x, \omega_e)$ ,  $j = 3, 5$  kao:

$$V_j^{TF}(x, \omega_e, t) = \frac{V_{jL}^{amp}}{\alpha} \cos(\omega_e t - \varphi_{jL}) + \frac{V_{j2}^{amp}}{\alpha^2} \cos(2\omega_e t - \varphi_{j2}) + \frac{V_{j3}^{amp}}{\alpha^3} \cos(3\omega_e t - \varphi_{j3}), \quad j = 3, 5. \quad (4.72)$$

##### 4.3.5.1. Inercijska sila i moment

Inercijska sila i moment uslijed njihanja broda mogu se dobiti integracijom sile i momenta inercije presjeka po duljini broda. Sile i moment inercije presjeka dobiju se kao produkt mase presjeka i ubrzanja presjeka direktno iz izraza (3.73) i (3.75), zamjenom ubrzanja dobivenog pomoću pomaka prvog reda sa ukupnim ubrzanjima presjeka koji uključuju komponente pomaka poniranja i posrtanja višeg reda, pa slijedi:

$$I_3(x, t) = \int_x^L m^x (\ddot{\eta}_3^T - \xi \ddot{\eta}_5^T) d\xi \quad (4.73)$$

$$I_5(x, t) = - \int_x^L m^x (\xi - x) (\ddot{\eta}_3^T - \xi \ddot{\eta}_5^T) d\xi, \quad (4.74)$$

gdje se ukupno ubrzanje poniranja  $\ddot{\eta}_3^T(t)$  i posrtanja  $\xi \ddot{\eta}_5^T(t)$  presjeka može dobiti derivacijom izraza (4.70) po vremenu:

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_3^T(\omega_e, t) &= -\omega_e^2 \eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} - 4\omega_e^2 \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} - 9\omega_e^2 \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t} \\ \ddot{\eta}_5^T(\omega_e, t) &= -\omega_e^2 \eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} - 4\omega_e^2 \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} - 9\omega_e^2 \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t} \end{aligned} \quad (4.75)$$

U izrazima (4.73) i (4.74)  $m^x$  je masa presjeka po jedinici duljine broda. Integrira se po dijelu duljine broda koji se nalazi ispred promatranog presjeka.

Uvrštavanjem (4.75) u (4.73) i (4.74) slijedi:

$$\begin{aligned} I_3(x, t) &= \int_x^L m^x [-\omega_e^2 (\eta_{3L}^C - \xi \eta_{5L}^C) e^{i\omega_e t} - 4\omega_e^2 (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) e^{2i\omega_e t} - 9\omega_e^2 (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) e^{3i\omega_e t}] d\xi, \\ I_5(x, t) &= \int_x^L m^x (\xi - x) [-\omega_e^2 (\eta_{3L}^C - \xi \eta_{5L}^C) e^{i\omega_e t} - 4\omega_e^2 (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) e^{2i\omega_e t} - 9\omega_e^2 (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) e^{3i\omega_e t}] d\xi \end{aligned} \quad (4.76)$$

Iz izraza (4.76) lako se može odvojiti dio inercijske sile i momenta koji je vezan za  $e^{i\omega_e t}$ , a koji je zapravo, u prethodnom poglavlju već izračunati linearni dio, zatim na dio koji je vezan za  $e^{2i\omega_e t}$  pa predstavlja drugi harmonik i na kraju dio vezan za  $e^{3i\omega_e t}$  koji predstavlja treći harmonik inercijske sile i momenta kao komponente vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja. Slijedi da je inercijska sila drugog i trećeg reda:

$$I_{32}^C(x, t) = -4 \int_x^L m^x \omega_e^2 (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) d\xi \quad (4.77)$$

$$I_{33}^C(x, t) = -9 \int_x^L m^x \omega_e^2 (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) d\xi,$$

a inercijski moment drugog i trećeg reda je:

$$I_{52}^C(x, t) = -4 \int_x^L m^x (\xi - x) \omega_e^2 (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) d\xi \quad (4.76)$$

$$I_{53}^C(x, t) = -9 \int_x^L m^x (\xi - x) \omega_e^2 (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) d\xi.$$

#### 4.3.5.1. Hidrostatička povratna sila i moment

Hidrostatička povratna sila  $R_3$  i hidrostatički povratni moment  $R_5$  dani su izrazima:

$$R_3(x, t) = -\rho g \int_x^L b_v^{x,t} (\eta_3^T - \xi \eta_5^T) d\xi \quad (4.77)$$

$$R_5(x, t) = \rho g \int_x^L b_v^{x,t} (\xi - x) (\eta_3^T - \xi \eta_5^T) d\xi, \quad (4.78)$$

gdje su  $\eta_3^T$  i  $\eta_5^T$  kompleksne funkcije ukupnih pomaka poniranja i posrtanja:

$$\begin{aligned} \eta_3^T(\omega_e, t) &= \eta_{3L}(\omega_e) e^{i\omega_e t} + \eta_{32}(\omega_e, t) e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}(\omega_e, t) e^{3i\omega_e t} \\ \eta_5^T(\omega_e, t) &= \eta_{5L}(\omega_e) e^{i\omega_e t} + \eta_{52}(\omega_e, t) e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}(\omega_e, t) e^{3i\omega_e t}, \end{aligned} \quad (4.79)$$

a  $b_v(x, t)$  je širina poprečnog presjeka koja ovisi položaju presjeka  $x$  i promjeni gaza presjeka  $z_v$  izražena kao:

$$b_v(x, t) = B(x) + \chi_{33}(x) z_v(x, t), \quad (4.80)$$

gdje je  $\chi_{33}$  koeficijenti linearne ovisnosti promjene gaza presjeka dobiven linearnom regresijom kako je opisano u poglavlju 4.2.3. Promjena gaza presjeka  $z_v(x, t)$  dana je izrazom (4.26):

$$z_v(x, t) = \eta_{3L}(t) - x \eta_{5L}(t) - \zeta(x, t) = z_v^C e^{i\omega_e t} = [\eta_{3L}^C(\omega_e) - x \eta_{5L}^C(\omega_e) - \zeta^C(x)] e^{i\omega_e t}, \quad (4.81)$$

uz elevaciju slobodne površine:

$$\zeta = \zeta^C e^{i\omega_e t} = \alpha (\cos kx + i \sin kx) e^{i\omega_e t}, \quad (4.82)$$

koja će u daljnjoj formulaciji komponenti opterećenja zadržati samo linearne članove. Oznaka  $C$  kod simbola u izrazima (4.79), (4.81) i (4.82) označava da se radi o kompleksnim funkcijama koje će dovesti do realnog i imaginarnog dijela rješenja za  $R_3$  i  $R_5$ .

Ako se izraz (4.82) uvrsti u (4.81) pa u (4.80) i koristeći (4.79) hidrostatička povratna sila i moment (4.77), (4.78) imaju slijedeći oblik:

$$R_3(x, t) = -\rho g \int_x^L \left\{ \left[ B^x + \chi_{33}^x z_v^C \right] \left( \eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t} \right) - \xi \left( \eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t} \right) \right\} d\xi \quad (4.83)$$

$$R_5(x, t) = \rho g \int_x^L \left\{ \left[ B^x + \chi_{33}^x z_v^C \right] (\xi - x) \left( \eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t} \right) - \xi \left( \eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t} \right) \right\} d\xi. \quad (4.84)$$

Nakon sređivanja može se odvojiti dio povratne sile i momenta koji je vezan za  $e^{i\omega_e t}$ , a koji je zapravo linearni dio već proračunat u prethodnom poglavlju, zatim na dio koji je vezan za  $e^{2i\omega_e t}$  pa predstavlja drugi harmonik i na kraju dio vezan za  $e^{3i\omega_e t}$  koji predstavlja treći harmonik hidrostatičke povratne sile i momenta kao komponente vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja. Slijedi da je hidrostatička povratna sila drugog i trećeg reda:

$$R_{32}^C(x, t) = -\rho g \left\{ \int_x^L \left[ B^x (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) - \chi_{33}^x z_v^C (\eta_{3L}^C - \xi \eta_{5L}^C) \right] d\xi \right\} \quad (4.85)$$

$$R_{33}^C(x, t) = -\rho g \left\{ \int_x^L \left[ B^x (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) - \chi_{33}^x z_v^C (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) \right] d\xi \right\},$$

a hidrostatički povratni moment drugog i trećeg reda:

$$R_{52}^C(x, t) = -\rho g \left\{ \int_x^L \left[ B^x (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) - \chi_{33}^x z_v^C (\eta_{3L}^C - \xi \eta_{5L}^C) \right] d\xi \right\} \quad (4.86)$$

$$R_{53}^C(x, t) = -\rho g \left\{ \int_x^L \left[ B^x (\eta_{33}^C - \xi \eta_{53}^C) - \chi_{33}^x z_v^C (\eta_{32}^C - \xi \eta_{52}^C) \right] d\xi \right\}.$$

U izrazima (4.85) i (4.86) zanemareni su umnošci komponenti trećeg reda poniranja i posrtanja sa varijacijom gaza presjeka, budući bi oni dali nove članove za komponente četvrtog reda povratne hidrostatičke sile i momenta.

#### 4.3.5.3. Uzbudna sila i moment

Uzbudna sila i moment koji se odnose na dio broda ispred promatranog poprečnog presjeka  $x$  mogu se direktno dobiti iz jednadžbi (3.80) i (3.81):

$$E_3(x, t) = \rho \alpha \left[ \int_x^L (f_3 + h_3) d\xi + \left( \frac{U}{i\omega_e} h_3 \right)_{\xi=x} \right] e^{i\omega_e t} \quad (4.87)$$

$$E_5(x, t) = -\rho \alpha \left[ \int_x^L (\xi - x) (f_3 + h_3) + \frac{U}{i\omega_e} h_3 \right] d\xi e^{i\omega_e t}, \quad (4.88)$$

korekcijom linearne Froude-Krilovljeve i difrakcijske sile presjeka (4.27) i (4.28) za promjenu gaza presjeka,



$$\begin{aligned} f_3(\omega, x, t) &= f_3^L(\omega, x) + \rho\gamma_3(\omega, x)z_v(x, t) \\ h_3(\omega, x, t) &= h_3^L(\omega, x) + \rho\varepsilon_3(\omega, x)z_v(x, t), \end{aligned} \quad (4.89)$$

gdje su  $\gamma_3$  i  $\varepsilon_3$  koeficijenti linearne ovisnosti promjene gaza presjeka i označavaju promjenu vrijednosti Froude-Krilove i difrakcijske sile izračunate za srednji položaj presjeka pri jediničnoj promjeni gaza. Promjena gaza presjeka  $z_v(x, t)$  i elevacija slobodne površine definirani su izrazima (4.81) i (4.82).

Froude-Krylovljeva sila i difrakcijska sila presjeka dane su izrazima:

$$f_3^L = ge^{-ik\xi \cos \beta} \int_{C_\xi} N_3 e^{iky \sin \beta} e^{kz} dl \quad (4.90)$$

$$h_3^L = \omega e^{-ik\xi \cos \beta} \int_{C_\xi} (iN_3 - N_2 \sin \beta) \times e^{iky \sin \beta} e^{kz} \psi_3 dl. \quad (4.91)$$

Ako se izraz (4.89) uz korištenje (4.81) i (4.82) uvrsti u (4.87) i (4.88) uzbudna sila i moment imaju sljedeći oblik:

$$E_3(x, t) = \rho\alpha \left\{ \int_x^L [f_3^L + h_3^L + (\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) z_v^C e^{i\omega_e t}] d\xi + \frac{U}{i\omega_e} (h_3^L + \varepsilon_3^C z_v^C e^{i\omega_e t})_x \right\} e^{i\omega_e t} \quad (4.92)$$

$$E_5(x, t) = -\rho\alpha \left\{ \int_x^L (\xi - x) [f_3^L + h_3^L + (\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) z_v^C e^{i\omega_e t}] + \frac{U}{i\omega_e} (h_3^L + \varepsilon_3^C z_v^C e^{i\omega_e t})_x \right\} d\xi e^{i\omega_e t}. \quad (4.93)$$

Odvajanjem dijela uzbudne sile i momenta koji je vezan za  $e^{2i\omega_e t}$  dobiva se drugi harmonik uzbudne sile i momenta kao komponente vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja. Slijedi da je uzbudna sila i moment drugog reda:

$$E_{32}^C(x, t) = \rho\alpha \left\{ \int_x^L [(\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) z_v^C] d\xi + \frac{U}{i\omega_e} (\varepsilon_3^C z_v^C)_x \right\} \quad (4.94)$$

$$E_{52}^C(x, t) = -\rho\alpha \left\{ \int_x^L (\xi - x) (\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) + \frac{U}{i\omega_e} \varepsilon_3^C \right\} z_v^C d\xi. \quad (4.95)$$

Za određivanje uzbudne sile i momenta trećeg reda neophodno je uvesti promjenu gaza presjeka drugog reda, na način da se umjesto linearnih pomaka poniranja i posrtanja u izraz (4.81) uvrste komponente pomaka drugog reda  $\eta_{32}^C$ , a komponente vala drugog reda zanemare, pa slijedi:

$$z_{v(2)}(x, t) = z_{v(2)}^C e^{2i\omega_e t} = (\eta_{32}^C - x\eta_{52}^C) e^{2i\omega_e t}. \quad (4.96)$$

Sada se uzbudna sila i moment trećeg reda mogu odrediti kao:

$$E_{33}^C(x, t) = \rho\alpha \left\{ \int_x^L [(\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) z_{v(2)}^C] d\xi + \frac{U}{i\omega_e} (\varepsilon_3^C z_{v(2)}^C)_x \right\} \quad (4.97)$$

$$E_{53}^C(x, t) = -\rho\alpha \left\{ \int_x^L (\xi - x) (\gamma_3^C + \varepsilon_3^C) + \frac{U}{i\omega_e} \varepsilon_3^C \right\} z_{v(2)}^C d\xi. \quad (4.98)$$

#### 4.3.5.4. Hidrodinamička sila i moment

Već je u poglavlju 3 rečeno da se integracijom tlaka po površini trupa dobiju amplitude sila i momenata. Zgodnom podjelom ukupnog potencijala (3.41) dobivene sile i momenti se mogu podijeliti na dvije komponente (3.59). Jedna je hidrodinamička sila i moment  $G_j$ , koja nastaje zbog pripadajućih šest stupnjeva slobode njihanja (3.61). Budući da su vertikalna poprečna sila ili vertikalni moment savijanja interesantni za neki poprečni presjek  $C_x$ , uvijek se računaju, pa tako i hidrodinamička komponenta, za dio površine trupa  $S^*$  ispred promatranog poprečnog presjeka. Uz  $dS^* = dl d\xi$ , slijedi da je hidrodinamička sila i moment zbog njihanja tijela sa šest stupnjeva slobode:

$$G_j^* = \rho \sum_{k=1}^6 \zeta_k \left[ -i\omega_e \iint_{L^* C_x} n_j^* \phi_k dld\xi + U \iint_{L^* C_x} m_j \phi_k dld\xi - U \int_{C_x} n_j^* \phi_k dl \right]. \quad (4.99)$$

Nadalje, kako je izvedeno u poglavlju 3.3.3. (3.86)-(3.95) dobiju se kompleksne amplitude hidrodinamičke sile poniranja i hidrodinamičkog momenta posrtanja:

$$G_3^*(x, t) = \int_L^x \left( \eta_3^T - \xi \eta_5^T + \frac{U}{i\omega_e} \eta_5^T \right) t_{33} d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left[ \left( \eta_3^T - \xi \eta_5^T + \frac{U}{i\omega_e} \eta_5^T \right) t_{33} \right]_{\xi=x} \quad (4.100)$$

$$G_5^*(x, t) = - \int_L^x (\xi - x) (\eta_3^T - \xi \eta_5^T) t_{33} d\xi + \frac{U}{i\omega_e} \left( -\eta_3^T + x\eta_5^T - \frac{U}{i\omega_e} \eta_5^T \right) \int_L^x t_{33} d\xi, \quad (4.101)$$

gdje su  $\eta_3^T$  i  $\eta_5^T$  kompleksne funkcije ukupnih pomaka poniranja i posrtanja, prema izrazu (4.79). Hidrodinamička sila i moment mogu se odrediti preko izrazu za hidrodinamičku silu presjeka:

$$t_{33} = \omega_e^2 \alpha_{33} - i\omega_e b_{33}, \quad (4.102)$$

koristeći se korekcijom linearne dodatne mase i prigušenja presjeka (4.27) i (4.28) za promjenu gaza presjeka:

$$\begin{aligned} a_{33}(\omega_e, x, t) &= a_{33}^L(\omega_e, x) + \alpha_{33}(\omega, x)z_v(x, t) \\ b_{33}(\omega_e, x, t) &= b_{33}^L(\omega_e, x) + \beta_{33}(\omega, x)z_v(x, t), \end{aligned} \quad (4.103)$$

gdje su  $\alpha_{33}$  i  $\beta_{33}$  koeficijenti linearne ovisnosti promjene gaza presjeka i označavaju promjenu vrijednosti dodatne mase i prigušenja izračunate za srednji položaj presjeka pri jediničnoj promjeni gaza. Promjena gaza presjeka  $z_v(x, t)$  i val definirani su izrazima (4.81) i (4.82).

Ako se izraz (4.103) uz korištenje (4.81) i (4.82) uvrsti u (4.100) i (4.101) hidrodinamička sila i moment imaju sljedeći oblik:

$$\begin{aligned} G_3^*(x, t) &= \int_x^L \left[ (\eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t}) - \xi (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \right] + \\ &\quad \frac{U}{i\omega_e} (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \left[ \omega_e^2 (a_{33}^L + \alpha_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) - i\omega_e (b_{33} + \beta_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) \right] d\xi + \\ &\quad \frac{U}{i\omega_e} \left[ (\eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t}) - \xi (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \right] + \\ &\quad \frac{U}{i\omega_e} (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \left[ \omega_e^2 (a_{33}^L + \alpha_{33} z_v^C e^{i\omega_e t})_x - i\omega_e (b_{33} + \beta_{33} z_v^C e^{i\omega_e t})_x \right], \end{aligned} \quad (4.104)$$

$$\begin{aligned}
 G_5^*(x, t) = & - \int_x^L (\xi - x) \left[ (\eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t}) - \xi (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \right] \\
 & \left[ \omega_e^2 (a_{33}^L + \alpha_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) - i\omega_e (b_{33} + \beta_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) \right] d\xi + \\
 & \frac{U}{i\omega_e} \left[ - (\eta_{3L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{32}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}^C e^{3i\omega_e t}) + \xi (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) + \right. \\
 & \left. \frac{U}{i\omega_e} (\eta_{5L}^C e^{i\omega_e t} + \eta_{52}^C e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}^C e^{3i\omega_e t}) \right] \int_x^L \left[ \omega_e^2 (a_{33}^L + \alpha_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) - i\omega_e (b_{33} + \beta_{33} z_v^C e^{i\omega_e t}) \right] d\xi.
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

Odvajanjem dijela hidrodinamičke sile i momenta koji su vezan za  $e^{2i\omega_e t}$  i  $e^{3i\omega_e t}$  dobiva se drugi i treći harmonik hidrodinamičke sile i momenta kao komponente vertikalne poprečne sile i vertikalnog momenta savijanja. Množenjem kompleksnih funkcija pomaka trećeg reda sa promjenom dvodimenzijskih koeficijenata dodatne mase i prigušenja dobivaju se članovi koji bi išli uz rješenja sila i momenata četvrtog reda, ali su oni zanemareni kao izuzetno male veličine. Razlog uzimanja u obzir i veličina trećeg reda leži u tome što, za razliku od njihovanja, opterećenja pokazuju znatnu nelinearnost i u članovima trećeg i drugog reda. Slijedi da je hidrodinamička sila drugog i trećeg reda:

$$\begin{aligned}
 G_{32}^{*C}(x, t) = & \int_x^L \left[ a_{33}^L(x) Z_1^2 + b_{33}^L(x) Z_2^2 + \alpha_{33}(x) Z_3^L + \beta_{33}(x) Z_4^L \right] d\xi + \\
 & \left[ a_{33}^L(x) Z_{1U}^2 + b_{33}^L(x) Z_{2U}^2 + \alpha_{33}(x) Z_{3U}^L + \beta_{33}(x) Z_{4U}^L \right]_{\xi=x}
 \end{aligned} \tag{4.106}$$

$$\begin{aligned}
 G_{33}^{*C}(x, t) = & \int_x^L \left[ a_{33}^L(x) Z_1^3 + b_{33}^L(x) Z_2^3 + \alpha_{33}(x) Z_3^2 + \beta_{33}(x) Z_4^2 \right] d\xi + \\
 & \left[ a_{33}^L(x) Z_{1U}^3 + b_{33}^L(x) Z_{2U}^3 + \alpha_{33}(x) Z_{3U}^2 + \beta_{33}(x) Z_{4U}^2 \right]_{\xi=x},
 \end{aligned} \tag{4.107}$$

a hidrodinamički moment drugog i trećeg reda je:

$$\begin{aligned}
 G_{52}^{*C}(x, t) = & \int_x^L (\xi - x) \left[ a_{33}^L(x) W_1^2 + b_{33}^L(x) W_2^2 + \alpha_{33}(x) W_3^L + \beta_{33}(x) W_4^L \right] d\xi + \\
 & \int_x^L \left[ a_{33}^L(x) W_{1U}^2 + b_{33}^L(x) W_{2U}^2 + \alpha_{33}(x) W_{3U}^L + \beta_{33}(x) W_{4U}^L \right] d\xi
 \end{aligned} \tag{4.108}$$

$$\begin{aligned}
 G_{53}^{*C}(x, t) = & \int_x^L (\xi - x) \left[ a_{33}^L(x) W_1^3 + b_{33}^L(x) W_2^3 + \alpha_{33}(x) W_3^2 + \beta_{33}(x) W_4^2 \right] d\xi + \\
 & \int_x^L \left[ a_{33}^L(x) W_{1U}^3 + b_{33}^L(x) W_{2U}^3 + \alpha_{33}(x) W_{3U}^2 + \beta_{33}(x) W_{4U}^2 \right] d\xi.
 \end{aligned} \tag{4.109}$$

U izrazima (4.106) i (4.107) koeficijenti  $Z_x^y$  označavaju dio ubrzanja i brzine koji pripada koeficijentu dodatne mase ili prigušenja. Indeks  $x$  označava redni broj koeficijenta i eventualni utjecaj brzine napredovanja  $U$ , a indeks  $y$  označava red rješenja pomaka koji je korišten pri proračunu ubrzanja i može biti  $L =$  linearni pomak,  $2 =$  pomak drugog reda i  $3 =$  pomak trećeg

reda. Jednako vrijedi za koeficijent  $W$ , koji se pojavljuje u izrazima za hidrodinamički moment drugog i trećeg reda (4.108) i (4.109). Koeficijenti  $Z$  i  $W$  mogu se izračunati kao:

$$\begin{aligned}
 Z_1^j &= \omega_e^2 \eta_{3j}^C - iU\omega_e \eta_{5j}^C - \omega_e^2 \xi \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 Z_2^j &= -i\omega_e \eta_{3j}^C - U\eta_{5j}^C + i\omega_e \xi \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 Z_3^j &= z_v^C (\omega_e^2 \eta_{3j}^C - iU\omega_e \eta_{5j}^C - \omega_e^2 \xi \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 Z_4^j &= z_v^C (-i\omega_e \eta_{3j}^C - U\eta_{5j}^C + i\omega_e \xi \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 Z_{1U}^j &= -iU\omega_e \eta_{3j}^C - iU^2 \eta_{5j}^C + iU\omega_e x \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 Z_{2U}^j &= -U\eta_{3j}^C + i \frac{U^2}{\omega_e} \eta_{5j}^C + Ux \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 Z_{3U}^j &= z_v^C (-iU\omega_e \eta_{3j}^C - iU^2 \eta_{5j}^C + iU\omega_e x \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 Z_{4U}^j &= z_v^C \left( -U\eta_{3j}^C + i \frac{U^2}{\omega_e} \eta_{5j}^C + Ux \eta_{5j}^C \right), \quad j = L, 2
 \end{aligned} \tag{4.110}$$

$$\begin{aligned}
 W_1^j &= -\omega_e^2 \eta_{3j}^C + \omega_e^2 \xi \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 W_2^j &= i\omega_e \eta_{3j}^C - i\omega_e \xi \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 W_3^j &= z_v^C (-\omega_e^2 \eta_{3j}^C + \omega_e^2 \xi \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 W_4^j &= z_v^C (i\omega_e \eta_{3j}^C - i\omega_e \xi \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 W_{1U}^j &= iU\omega_e \eta_{3j}^C + iU^2 \eta_{5j}^C - iU\omega_e x \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 W_{2U}^j &= U\eta_{3j}^C - i \frac{U^2}{\omega_e} \eta_{5j}^C - Ux \eta_{5j}^C, \quad j = 2, 3 \\
 W_{3U}^j &= z_v^C (iU\omega_e \eta_{3j}^C + iU^2 \eta_{5j}^C - iU\omega_e x \eta_{5j}^C), \quad j = L, 2 \\
 W_{4U}^j &= z_v^C \left( U\eta_{3j}^C - i \frac{U^2}{\omega_e} \eta_{5j}^C - Ux \eta_{5j}^C \right), \quad j = L, 2,
 \end{aligned} \tag{4.111}$$

uz kompleksnu amplitudu linearne promjene gaza na presjeku:

$$z_v^C = [\eta_{3L}^C(\omega_e) - x\eta_{5L}^C(\omega_e) - \zeta^C(x)]. \tag{4.112}$$

Sve komponente opterećenja na presjeku koji prema izrazu (4.35) daju vertikalnu poprečnu silu i vertikalni moment savijanja su prikazane kao kompleksne funkcije, što znači da ih je potrebno rastaviti na realni i imaginarni dio. Tada se mogu zbrojiti svi realni dijelovi valnih komponenti i svi imaginarni dijelovi, ali samo istog reda rješenja. Na kraju se ukupni proces valnog opterećenja u vertikalnoj uzdužnoj ravnini može prikazati preko izraza (4.71).



## 5. BRODSKA KONSTRUKCIJA NA MORSKIM VALOVIMA

### 5.1. STANJE MORA KAO SLUČAJNI PROCES

U prethodnim poglavljima opisana je procedura proračuna odziva opterećenja broda isključivo na harmoničkim valovima. Međutim, uvjeti i područje eksploatacije broda gotovo nikad nisu harmonički. Morski valovi koje će brod susresti za vrijeme eksploatacije su stohastički proces kojeg je moguće definirati jedino u domeni vjerojatnosti. Opterećenje brodske konstrukcije u vertikalnoj ravnini, a naročito vertikalni moment savijanja, nastalo kao rezultat djelovanja morskih valova, izrazito su nelinearna pojava [95]. Zbog stohastičke prirode morskih valova i opterećenje je moguće analizirati samo u domeni vjerojatnosti [96].

Mnogobrojna teorijska i eksperimentalna istraživanja su pokazala da se proces morskih valova ravna prema normalnom zakonu raspodjele vjerojatnosti. U područjima ograničenog vremena i prostora proces morskih valova može se smatrati stacionarnim, što znači da statističke karakteristike procesa ne ovise o trenutku u kojem se promatra i homogenim (zakoni vrijede na širem području), pa se smatra da ima ergodička svojstva. Vrijeme trajanja takvog procesa za kojeg se može smatrati stacionarnim iznosi obično do nekoliko sati, a prognoze njihanja i opterećenja kratkoročnim. Izraz dugoročna prognoza podrazumijeva proračun opterećenja za vijek broda u službi i može se opisati većim brojem kratkoročnih vremenskih intervala. Rezultat statističke analize odziva je raspodjela ekstremnih vrijednosti opterećenja u obliku vjerojatnosti premašenja različitih razina odziva. Na taj način se može odrediti i projektno opterećenje.

Kod kratkoročnih prognoza proces morskih valova je opisan sa srednjom vrijednosti, varijancom i autokorelacijskom funkcijom u vremenskom području i funkcijom spektralne gustoće u frekvencijskom području. Za takav slučajni proces  $\zeta(t)$  funkcija gustoće vjerojatnosti ima oblik  $f_{\zeta\zeta}(\zeta_1; t_1; \zeta_2; t_2)$ . Najjednostavnija statistička mjera koja predstavlja matematičko očekivanje produkta slučajnog procesa u vremenu  $t_1$  i  $t_2$  (ili  $t$  i  $t+\tau$ ) na istoj realizaciji je autokorelacijska funkcija:

$$R_w(t_1, t_2) = E[\zeta_w(t_1) \cdot \zeta_w(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_1 \zeta_2 \cdot f_{\zeta\zeta}(\zeta_1; t_1; \zeta_2; t_2) d\zeta_1 d\zeta_2, \quad (5.1)$$

čije je svrha definiranje utjecaja realizacije slučajnog procesa u trenutku  $t_2$  s obzirom na realizaciju u ranijem trenutku vremena  $t_1$ . Autokorelacijska funkcija slučajnog procesa morskih valova je realna funkcija pa se može razviti u red primjenom Fourierovog integrala, tj. ako se dozvoli da period

takve funkcije ide u beskonačnost;  $T \rightarrow \infty$ . Autokorelacijska funkcija  $R_w(\tau)$  i funkcija spektralne gustoće  $S_w(\omega)$ , prema Wiener-Khintchineovom teoremu [96] čine Fourierov transformacijski par:

$$R_w(\tau) = \int_0^{\infty} S_w(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

$$S_w(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_w(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau.$$
(5.2)

Za potrebe proračuna njihanja i čvrstoće broda na morskom valovlju potrebno je poznavati spektralnu gustoću ili energetski spektar procesa morskih valova. Ako se promatra trodimenzijska uzburkanost, onda će ordinate valnog profila  $\zeta_w(x, y, t)$  biti funkcija triju varijabli, položaja  $x$  i  $y$  te vremena  $t$ . Ako se postavi pravac pod kutom  $\theta$  prema osima  $x, y$  dobiva se spektar energije valova  $S_w(\omega, \theta)$  kao funkcija frekvencije  $\omega$  i kuta  $\theta$ . Za takav način opisa trodimenzijske uzburkanosti mora neophodno je imati dvodimenzijski spektar. Pri dvodimenzijskoj uzburkanosti, ordinata vala  $\zeta_w(x, t)$  predstavlja funkciju vremena samo za zadanu koordinatu  $x$ . U tom slučaju moramo poznavati jednodimenzijski spektar energije valova  $S_w(\omega)$  koji ne zavisi od kuta  $\theta$ . U proračunu poniranja, posrtanja, opterećenja i čvrstoće broda u današnje vrijeme koriste se jednodimenzijski spektri energije valova određenog stanja mora. Na primjer, mrtvo more ima jednodimenzijski karakter, a kao takvo odgovara opisu harmoničkog vala. Eksperimentalni jednodimenzijski spektar je najčešći i najlakši način za određivanje stanja mora, a dobiva se na osnovi procijenjene realizacije spektra uzburkanosti, a pri tome se koriste dvije metode. Prva se sastoji u tome da se u fiksiranoj točki mora zapisuje proces promjene razine mora  $\zeta_w(t)$  kao funkciju vremena. Drugi način je stereofotosnimka profila mora  $\zeta_w(x)$  u određenom trenutku vremena.

## 5.2. ODZIV LINEARNOG DINAMIČKOG MODELA

### 5.2.1. PROJEKTNO STANJE MORA

Određivanje opterećenja prema kojem treba dimenzionirati konstrukciju složen je i važan problem projektiranja broda, jer od ovog rješenja zavise svi daljnji rezultati proračuna. Osnovno načelo rješavanja ovog problema je približavanje projektnih opterećenja maksimalnim realno mogućim vrijednostima.

Dosad upotrebljavane determinističke metode opisa morskih valova samo su uvjetno odgovarale realnoj prirodi valova i stvarnom ponašanju broda kao dinamičkog sustava. Naravno da su onda i svi proračuni čvrstoće broda pri tome nosili taj uvjetni karakter i nisu dozvoljavali otkrivanje pravih mogućih rezervi u pogledu čvrstoće konstrukcije. Danas se koriste vjerojatnosne metode koje imaju odgovarajuće prednosti, budući da uzimaju u obzir slučajni karakter valnog opterećenja, umjesto nekog uvjetnog izbora pojedinih determinističkih vrijednosti ili realizacija. Proračun čvrstoće broda mora se zasnivati na stanju mora koje brod može susresti u procesu eksploatacije ili onoga stanja mora koje je najnepogodnije s obzirom na valne sile koje djeluju na brod. S obzirom na globalnu čvrstoću, od svog opterećenja najveću važnost imaju momenti savijanja na sredini broda, pa se u daljnjem tekstu razmatraju prijenosne funkcije i statistika odziva momenta savijanja na glavnom rebro.

Stanje mora zadano je spektralnom gustoćom valnih ordinata ili valnim spektrom  $S_w(\omega_e)$  koji karakterizira proces morskih valova i funkcija je susretne frekvencije, značajne visine vala  $h_{1/3}$  i perioda  $T_z$ . Detaljnija teorija spektra morskih valova koja uključuje način određivanja i vrste

valnih spektara, izbor pojedinih parametara za različite projektne uvjete, te definiciju značajne visine vala može se pronaći u [56] i [86]. Osnovna veličina koja definira stanje mora je vjerojatnost vezana za pojavu određene valne visine  $h$ , odnosno vjerojatnost njenog premašenja. Ta je vjerojatnost definirana funkcijom gustoće vjerojatnosti  $f(h)$  i funkcijom raspodjele vjerojatnosti  $F(h)$ . Površina ispod funkcije  $f(h)$  predstavlja vjerojatnost pojave vala u granicama visine  $h + \Delta h$ , tj.:

$$f(h) = p\{h \leq h^* \leq h + \Delta h\}.$$
(5.3)

Funkcija raspodjele vjerojatnosti  $F(h)$  predstavlja vjerojatnost pojave vala koji neće prijeći određenu visinu  $h_1$ , dok je vjerojatnost premašenja te visine vala određena izrazom:

$$p\{h \geq h_1\} = 1 - p\{h \leq h_1\} = \int_{h_1}^{\infty} f(h) dh.$$
(5.4)

Ako ta vjerojatnost, tj. vrijednost integrala u (5.4) iznosi 0,33, onda apscisa težišta dijela površine od  $h_1$  do beskonačno, određene krivuljom  $f(h)$ , predstavlja značajnu visinu vala, tj. općenito prema [56] slijedi:

$$h_{1/n} = n \int_{h_{1/n}}^{\infty} \frac{h^2}{4D_w} e^{-\frac{h^2}{8D_w}} dh,$$
(5.5)

čije je numeričko rješenje za  $n = 3$ , prema [56],  $h_{1/3} = 4\sqrt{D_w}$ , čime je uspostavljena veza između disperzije valnog spektra  $D_w$  i značajne visine vala  $h_{1/3}$ .

### 5.2.2. SPEKTAR ODZIVA PRVOG REDA

Pri njihanju broda na morskim valovima valne sile se smatraju slučajnim izlaznim procesom, a posljedica su ulaznog procesa morskih valova. Za proračun spektra odziva valnih sila na morskim valovima, npr. momenta savijanja  $S_M(\omega_e)$ , izraz (5.8), neophodno je poznavati prijenosne funkcije opterećenja broda (momenta savijanja)  $H_M(\omega_e)$  i spektar valnih ordinata  $S_w(\omega_e)$  koji karakterizira proces morskih valova i funkcija je susretne frekvencije  $\omega_e$ , značajne visine vala  $h_{1/3}$  i perioda  $T_z$ . Na malim se valovima brod promatra kao linearni dinamički sustav, što podrazumijeva sva ograničenja koja sa sobom nosi linearna teorija.

Budući se brod kreće proizvoljnim kursnim kutom i brzinom, frekvencija osciliranja broda  $\omega_e$  je različita od frekvencije vala  $\omega_w$  i definirana je poznatim izrazom:

$$\omega_e = \left| \omega_w - \frac{\omega_w^2}{g} U \cos \beta \right|.$$
(5.6)

Stoga se i spektri uzbude i odziva mogu prikazati kao funkcije efektivne frekvencije, pa se takvi spektri nazivaju efektivni spektar morskih valova i efektivni spektar odziva broda. Izraz (5.7) predstavlja efektivni spektar procesa morskih valova, a dobije se kao posljedica zakona o očuvanju energije, tj. energija valova u nekom rasponu frekvencija mora biti ista, bez obzira da li je označena kao susretna ili valna, pa slijedi:

$$S_w(\omega_e) = \frac{S_w(\omega_w)}{1 - \frac{2\omega_w U \cos \beta}{g}}.$$
(5.7)



Kao rješenje linearnog modela njihanja i opterećenja broda na harmonijskom valu koristi se kvadrat modula linearne prijenosne funkcije slučajnog procesa valnih sila  $H_1(\omega_e)$ , a naziva se operator amplitude odziva (RAO, response amplitude operator). U slučaju da se promatra odziv linearnog momenta savijanja slijedi odzivni spektar prvog reda:

$$S_M^L(\omega_e) = |H_1^M(\omega_e)|^2 S_w(\omega_e). \quad (5.8)$$

Određivanjem gustoće odzivnog spektra mogu se nadalje odrediti i momenti spektra odziva (5.9), koji su potrebni za daljnji proračun i prognozu ekstremnih odziva ([96], [97]), npr. vertikalnog momenta savijanja, kao:

$$m_{Mn} = \int_0^\infty S_M(\omega_e) \omega_e^n d\omega_e, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.9)$$

Kao temelj izbora stanja mora može se uzeti disperzija momenta savijanja na glavnom rebru, koja se dobije iz izraza (5.9) za  $n = 0$ :

$$m_{M0} = D_M = \int_0^\infty S_w(\omega_e) |H_1^M(\omega_e)|^2 d\omega_e, \quad (5.10)$$

gdje je  $H_1^M(\omega_e)$  linearna prijenosna funkcija momenta savijanja na glavnom rebru koja ima maksimum pri realnim efektivnim spektrima  $S_w(\omega_e)$ .

### 5.2.3. PROGNOZA EKSTREMNIH ODZIVA LINEARNOG MODELA

Određivanjem momenata spektra odziva (5.9) i uz pretpostavku uskog spektra, može se raspodjela maksimalnih vrijednosti vertikalnog momenta savijanja aproksimirati Rayleighovom raspodjelom. Nadalje je potrebno odrediti period pojavljivanja maksimalnih vrijednosti.  $T_p$ , [96]:

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{m_{M2}}{m_{M4}}}, \quad (5.11)$$

gdje je  $m_{M2}$  drugi, a  $m_{M4}$  četvrti moment površine ispod odzivnog spektra momenta savijanja. Kod uskih odzivnih spektara prosječni period između susjednih nepravilnih maksimuma se može aproksimirati sa periodom između nultih vrijednosti [96] (engl. zero upcrossing) preko izraza:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_{M0}}{m_{M2}}}. \quad (5.12)$$

gdje je  $m_{M0}$  nulti moment odzivnog spektra momenta savijanja. Broj maksimalnih vrijednosti  $K$  koji se pojavljuje unutar nekog vremena  $T$  se zatim određuje kao  $K = T / T_0$ .

Ako se sada promatra interval koji sadrži upravo  $K$  vrijednosti odziva momenta savijanja, potrebno je odrediti očekivanu najveću odzivnu (najvjerojatniju maksimalnu) amplitudu momenta savijanja  $M_m$ . Približno rješenje može se dobiti ako se u izrazu (5.13) za prosječnu vrijednost  $1/n$  najvećih zabilježaka momenta savijanja postavi  $n = K$ , uz pretpostavljenu Rayleighijevu raspodjelu funkcije gustoće vjerojatnosti:

$$\overline{M}_{1/n} = n \int_{M_{1/n}}^\infty M f_M(M) dM = n \int_{M_{1/n}}^\infty e^{-\frac{M^2}{2D_M}} dM. \quad (5.13)$$

Ovo rješenje je približno zbog toga što  $\overline{M}_{1/n}$  predstavlja očekivanje  $1/K$  najvećih momenta savijanja u velikom uzorku  $U = u \cdot K$  koji je mogao biti dobiven sakupljanjem  $u$  uzoraka svaki od kojih sadrži  $K$  momenata savijanja. Zato  $u$  najvećih momenata savijanja možda neće biti jednoliko raspoređeni na svaki uzorak, pa će stoga očekivanje najvećih momenata savijanja, uzeto iz svakog uzorka, biti manje od očekivanja od  $u$  najvećih uzetih od svih  $u \cdot K$  momenata savijanja zajedno. Zato se očekuje da je  $M_m < \overline{M}_{1/K}$ . Vjerojatnost da barem jedna amplituda momenta savijanja prelazi vrijednost  $M_{1/n}$ , u  $K$  nezavisnih uzoraka momenta savijanja je:

$$P[M > M_{1/n}] = 1 - F_M(M_{1/n}) = 1 - \{1 - g(M_{1/n})\}^K. \quad (5.14)$$

Vjerojatnost da maksimalna amplituda momenta savijanja  $M_m$  leži o intervalu  $(M_{1/n}, M_{1/n} + dM_{1/n})$  je vjerojatnost da barem jedna amplituda momenta savijanja  $M$  prelazi vrijednost  $M_{1/n}$  minus vjerojatnost da barem jedna amplituda momenta savijanja prelazi vrijednost  $M_{1/n} + dM_{1/n}$ , tj.:

$$P[M_{1/n} < M_m \leq (M_{1/n} + dM_{1/n})] = f_{M_m}(M_{1/n}) dM_{1/n} = \\ = P[M > M_{1/n}] - P[M > M_{1/n} + dM_{1/n}] = F_M(M_{1/n} + dM_{1/n}) - F_M(M_{1/n}). \quad (5.15)$$

Stoga je funkcija gustoće vjerojatnosti maksimalne amplitude momenta savijanja:

$$f_{M_m}(M_{1/n}) = \frac{dF_M(M_{1/n})}{dM_{1/n}} = K - \{1 - g(M_{1/n})\}^{K-1} \frac{dg(M_{1/n})}{dM_{1/n}}. \quad (5.16)$$

Matematičko očekivanje maksimalne amplitude momenta savijanja je:

$$E[M_m] = \int_0^\infty M_{1/n} f_{M_m}(M_{1/n}) dM_{1/n} = \sqrt{2D_M} \int_0^\infty u^{1/2} K e^{-u} (1 - e^{-u})^{K-1} du, \quad (5.17)$$

uz supstituciju  $u = \frac{M_{1/n}^2}{2D_M}$ .

Nakon razvoja dijela podintegralne funkcije u (5.17) u red, rješenje integrala:

$$E[M_m] = \sqrt{2D_M} \int_0^\infty u^{1/2} \left\{ K e^{-u} - K(K-1)e^{-2u} + \frac{K(K-1)(K-2)}{2!} e^{-3u} \dots \right\} du, \quad (5.18)$$

prema [56] je:

$$E[M_m] = \sqrt{2D_M} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[ K - \frac{K(K-1)}{2!\sqrt{2}} + \frac{K(K-1)(K-2)}{3!\sqrt{3}} \dots \right]. \quad (5.19)$$

Izraz (5.19) predstavlja očekivanje maksimalne amplitude momenta savijanja kao funkcije veličine uzorka momenta savijanja  $K$ . Za velike vrijednosti  $K$  proračun je dugotrajan pa se koristi približna formula u koju je uključena i korekcija za širinu odzivnog spektra momenta savijanja  $\varepsilon_M$ :

$$M_m = \sqrt{2D_M \ln K} \sqrt{1 - \varepsilon_M^2}, \quad \text{uz} \quad \varepsilon_M = \sqrt{1 - \frac{m_{M2}}{m_{M0} m_{M4}}}, \quad (5.20)$$

gdje je:  $M_m$  - očekivana vrijednost najvjerojatnije maksimalne amplitude momenta savijanja,

$K$  - ukupan broj promatranih amplituda momenta savijanja,

$\varepsilon_M$  - širina spektra momenta savijanja,

$m_{M0}$  - nulti moment spektra momenta savijanja ili disperzija  $D_M$ ,

$m_{M2}$  - drugi moment spektra momenta savijanja,

$m_{M4}$  - četvrti moment spektra momenta savijanja.

### 5.3. ODZIV NELINEARNOG DINAMIČKOG MODELA

Nelinearne se komponente opterećenja strukture trupa broda ne mogu, kao što je pokazano u prethodnom poglavlju, smatrati malim veličinama i zanemariti, a naročito ne kod ekstremnih stanja mora ili kod brodova sa otvorenim širokim pramčanim poprečnim presjecima. Ovaj se zaključak može potvrditi i eksperimentalnim podacima na harmoničkim valovima koji pokazuju značajan udio viših harmonika [29]. Zato nelinearni efekti mogu imati važnu ulogu u analizi strukture trupa, bez obzira da li se radi o prognozi maksimalnog valnog opterećenja ili analizi zamora. Svrha ovog poglavlja je postavka i analiza procedure za procjenu odzivnog spektra valnog opterećenja koji će uključiti komponente valnih sila višeg reda, a koji će onda poslužiti za procjenu funkcije gustoće vjerojatnosti opterećenja trupa, npr. vertikalnog momenta savijanja na morskim valovima, te za procjenu najvjerojatnijih ekstremnih odziva opterećenja.

Postoje dva osnovna pristupa u određivanju statističkih karakteristika proizvoljnog vremenski ovisnog odziva na periodičku uzbudu. Prvi je pristup vezan za analitičku proceduru i izvodi se u frekvencijskom području, a drugi je vezan za direktnu analizu u vremenskom području jednostavnim računanjem i uređivanjem podataka u vremenski histogram. Prva se metoda zasniva na linearnim i nelinearnim frekvencijskim odzivnim funkcijama, na osnovi kojih se može odrediti zatvorena formulacija za opis statističkih svojstava procesa. Određivanje statističkih karakteristika linearnih procesa je dobro opisano i riješeno, te se primjenjuje u raznim poljima, pa tako i u brodogradnji. Za opis funkcije gustoće vjerojatnosti ovog tipa signala određena je Gaussova raspodjela, dok maksimalne vrijednosti slijede Rayleighovu raspodjelu, budući da spadaju u tzv. uske spektre. Za široke spektre raspodjela ekstrema se ravna po Riceovoj funkciji.

Matematičke osnove za proračun funkcije gustoće vjerojatnosti za rješavanje problema drugog reda dao je Siegert [76], a nastavili su Rice [98] i Neal [99]. Međutim, veći dio problema se odnosi na određivanje raspodjele ekstremnih vrijednosti za odvojene amplitude. Prema istom principu primijenjenom u teoriji rješavanja problema drugog reda, Longuet [57] i Vinje i Skjoldal [100] su pokazali da se raspodjela ekstremnih vrijednosti može odrediti koristeći zajedničke funkcije vjerojatnosti varijabli i njihovih vremenskih derivacija, a za umjereno kvadratne procese. Kao rezultat slijedi izraz u obliku razvoja perturbacijskih redova. Ovu su metodu primijenili Jensen i Pedersen [27] za predviđanje ekstremnih opterećenja trupa broda. Rezultat praktične primjene je dobiven uz pretpostavku malog utjecaja veličina drugog reda i uskopojasnog odzivnog spektra.

Problem koji se zapaža u novijim istraživanjima je i značajan utjecaj veličina trećeg reda na ukupno opterećenje trupa broda. Odziv sistema kod uključivanja veličina iznad drugog reda i sa značajnim intenzitetom nelinearnih komponenti je zapravo u suprotnosti sa prethodno navedenom osnovnom pretpostavkom u analitičkom pristupu o pojavi malih nelinearnosti drugog reda. Kod procjene funkcije raspodjele ekstremnih opterećenja pri jačem utjecaju komponenti višeg reda, odzivni spektar postaje širi, što predstavlja dodatni problem čak i za linearni sistem.

Mogući put za određivanje statističkih karakteristika stvarnih opterećenja trupa broda je analiza velikog broja vremenski ovisnih podataka, a što zapravo predstavlja drugu prethodno spomenutu metodu. Nedostatak ove metode je taj što dobiveni statistički pokazatelji odgovaraju uvjetima testiranja za vrijeme bilježenja određenog skupa podataka i na taj se način statističke karakteristike ne poklapaju sa istim veličinama za općenita stanja mora. Dobra strana je da se mogu dobiti statistički pokazatelji za bilo koji tip odziva. Model koji slijedi unutar ovog poglavlja je Volterra model trećeg reda koji omogućuje relativno brzo generiranje ukupnog odziva nelinearnog valnog opterećenja u vremenskom području na osnovi rješenja valnog opterećenja prvog reda (linearnog), drugog i trećeg reda. Osim toga izvedena je formulacija prijenosnih funkcija drugog i trećeg reda koje su potrebne za određivanje spektra odziva i procjenu ekstremnih opterećenja.

#### 5.3.1. VOLTERRA MODEL TREĆEG REDA

Upotreba Volterrinog modela započinje 1958. god. kada je Wiener [101] uveo metodu za analizu nelinearnih strujnih krugova. Predstavljena metoda se zasnivala na modelu funkcijskih redova ili tzv. razvoju Volterrinih redova. Kasnije su mnogi istraživači primijenili ovu metodu u brodograevnim proračunima za analizu pojave uzrokovanih ulazim procesom morskih valova: 1966. god. Hasselman [102], 1979. god. Jensen i Pedersen [27], 1982. god. Dalzell [103], 1991. god. Kim i Yue [104], 1995. god. Adegeest [38] i 2000. god. Pastoor i Krekel [105].

Nelinearni odnosi između ulaznog signala sa jedne strane i izlaznog sa druge se općenito mogu opisati modelom Volterrinih redova sa memorijom. Memorijski efekt se predstavlja pomoću redova funkcionala do uključivo trećeg reda, a pomoću izraza:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) + n(t), \quad (5.21)$$

u kojem je ukupni nelinearni izlaz iz sistema  $y(t)$  jednak sumi linearnog ili vremenski ovisnog izlaza prvog reda  $y_1(t)$ , kvadratnog ili vremenski ovisnog izlaza drugog reda  $y_2(t)$  i kubnog ili vremenski ovisnog izlaza trećeg reda  $y_3(t)$ . Budući da se niti jedan analitički model ne poklapa u potpunosti sa fizičkim modelom,  $n(t)$  predstavlja sve zanemarene članove viših redova i grešku mjerenja. Pretpostavlja se da ovaj član nije u ovisnosti sa prve tri izlazne komponente, te će se stoga u daljnjem tekstu pretpostaviti da je jednak nuli, a što neće utjecati na krajnji rezultat. Volterrini funkcionali definirani u jednadžbi (5.21) dani su izrazom:

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(t_1) \zeta(t-t_1) dt_1 \quad (5.22)$$

$$y_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(t_1, t_2) \zeta(t-t_1) \zeta(t-t_2) dt_1 dt_2 \quad (5.23)$$

$$y_3(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_3(t_1, t_2, t_3) \zeta(t-t_1) \zeta(t-t_2) \zeta(t-t_3) dt_1 dt_2 dt_3. \quad (5.24)$$

Funkcije  $h_1(t_1)$ ,  $h_2(t_1, t_2)$  i  $h_3(t_1, t_2, t_3)$  predstavljaju linearnu, kvadratnu i kubnu Volterrinu jezgru u vremenskom području ili impulsni odziv. Ove funkcije, u obliku trenutnog odziva predstavljaju memorijski efekt sistema u vremenskom području, a utječu na linearni odziv u trenutku  $t$  zbog trenutne uzbude u trenutku  $t-t_1$ , kvadratni odziv uslijed dvije trenutne uzbude u trenucima  $t-t_1$  i  $t-t_2$  i na kraju utječe i na kubni odziv ili odziv trećeg reda uslijed trenutne uzbude u trenutku  $t-t_1$ ,  $t-t_2$  i  $t-t_3$ . Kod stvarnih, fizikalno mogućih modela  $t_1$ ,  $t_2$  i  $t_3$  su, naravno, pozitivne veličine, što onda znači da je trenutni odziv prouzročila uzbuda iz prethodnog trenutka. Može se također izvesti da su funkcije  $h_2(t_1, t_2)$  i  $h_3(t_1, t_2, t_3)$  jednoznačno određene i simetrične u odnosu na varijable [106].

Frekvencijske jezgre  $H_1(\omega)$ ,  $H_2(\omega_1, \omega_2)$ ,  $H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  predstavljaju linearnu, kvadratnu i kubnu frekvencijsku odzivnu (prijenosnu) funkciju, koja se dobije jednostrukom, dvostrukom i trostrukom Fourierovom transformacijom jezgri iz vremenske domene. Ove jezgre također pokazuju ista svojstva simetričnosti u odnosu na varijable kao i jezgre iz vremenskog područja.

Ako se jezgre iz vremenskog područja i profil vala ovisan o vremenu  $\zeta(t)$ , prikažu u ekvivalentnom obliku u frekvencijskom području, slijedi izraz:

$$y_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_1(\omega) Z(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5.25)$$



$$y_2(t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\omega_1, \omega - \omega_1) Z(\omega_1) Z(\omega - \omega_1) e^{i\omega t} d\omega_1 d\omega \quad (5.26)$$

$$y_3(t) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_3(\omega_1, \omega - \omega_1, \omega - \omega_2) Z(\omega_1) Z(\omega_2 - \omega_1) Z(\omega - \omega_1) e^{i\omega t} d\omega d\omega_1 d\omega_2, \quad (5.27)$$

u kojem se pomoću podesno izabrane supstitucije u sve tri jednadžbe pojavljuje isti eksponent  $i\omega t$ . Prednost ove supstitucije dolazi do izražaja za vrijeme procesa dobivanja stvarnih podataka ovisnih o vremenu, a mogu se dobiti jednostrukom inverznom brzom Fourierovom transformacijom (FFT). Bitno je napomenuti da su različiti redovi odziva međusobno ovisni. Budući bi zgodno bilo imati međusobno neovisne izlazne veličine prvog, drugog i trećeg reda, ukupni se izlaz može napisati u obliku procesa trećeg reda sa nultom srednjom vrijednošću i sa ukupnom srednjom vrijednošću  $\bar{y} = \bar{y}_2$ :

$$y(t) - \bar{y} = y_1(t) + [y_2(t) - \bar{y}_2] + y_3(t) = y_a(t) + y_b(t) + y_c(t) \quad (5.28)$$

Izrazi  $y_a(t)$ ,  $y_b(t)$  i  $y_c(t)$  predstavljaju uzajamno neovisne izlazne veličine iz sistema za koje vrijedi:

$$y_a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [H_1(\omega) + C(\omega)] Z(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5.29)$$

$$y_b(t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\omega_1, \omega - \omega_1) Z(\omega_1) Z(\omega - \omega_1) e^{i\omega t} d\omega_1 d\omega - \bar{y}_2 \quad (5.30)$$

$$y_c(t) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_3(\omega_1, \omega_2 - \omega_1, \omega - \omega_2) Z(\omega_1) Z(\omega_2 - \omega_1) Z(\omega - \omega_1) e^{i\omega t} d\omega d\omega_1 d\omega_2 - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C(\omega) Z(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5.31)$$

$$\bar{y}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\omega, -\omega) |Z(\omega)|^2 d\omega \quad (5.32)$$

$$C(\omega) = 3 \int_{-\infty}^{\infty} H_3(\omega_1, -\omega_1, \omega) |Z(\omega_1)|^2 d\omega_1 \quad (5.33)$$

Funkcija frekvencijskog odziva  $C(\omega)$  uzima u obzir doprinos trećeg reda za nisko područje frekvencija, koje se na harmoničkim valovima pojavljuju kao dodatni poremećaj prvog harmonika na komponentu prvog reda. Ako su poznate linearne i nelinearne odzivne funkcije u frekvencijskom području, Volterrini model nudi mogućnost izvođenja simulacije odziva broda u proizvoljnim, slučajnim uvjetima stanja mora, a što zapravo i je osnovno prirodno stanje morske površine.

### 5.3.2. PRIBLIŽNI VOLTERRA MODEL

Osnovni problem kod Volterrinih modela nekog promatranog sistema je određivanje dvodimenzijskih i trodimenzijskih nelinearnih frekvencijskih odzivnih funkcija u frekvencijskom području. Direktni proračun u frekvencijskom području bio bi izuzetno težak zadatak. Druga mogućnost je određivanje ovih funkcija iz postojećih podataka dobivenih u ovisnosti o vremenu. Glavni problem koji se ovdje pojavljuje je naglo povećavanje količine podataka koji su potrebni za točnu procjenu odzivnih frekvencijskih funkcija drugog, a naročito trećeg reda. Ovaj problem je riješen približnim modelom kako slijedi i proračunom prijenosnih funkcija opterećenja drugog i trećeg reda u uzdužnoj vertikalnoj ravnini kroz modificiranu STF teoriju (poglavlje 5).

Za procjenu nelinearnih frekvencijskih odzivnih funkcija na osnovu rezultata na harmoničkim valovima uglavnom se koriste dva osnovna tipa modeliranja sistema trećeg reda. Prvi od tih modela primijenio je O'Dea 1992. god. [24] za analizu nelinearnog njihanja modela S175 sa valovima u pramac. Promatran je odziv trećeg reda na harmoničkim valovima uz utjecaj komponente prvog harmonika kako je predloženo u prethodnom poglavlju. Odzivna funkcija drugog reda  $H_2(\omega_1, \omega_2)$  je zamijenjena dodatnom funkcijom  $A_2(\omega_1 + \omega_2)$ , a odzivna funkcija trećeg reda  $H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  sa  $A_3(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)$ . Nakon toga, izvršena višespektralna analiza zabilježenih podataka njihanja na morskim valovima, potvrdila je dominantnu ulogu efekata trećeg reda u području valnih frekvencija. Prema drugom tipu, Adageest [38], modeliranje nelinearnog odziva opterećenja trupa broda kao linearnog frekvencijskog prijenosnog postupka daje dobre rezultate ako se uvrsti nulti memorijski efekt za kvadratnu ili kubnu transformaciju. Takvim modelom su frekvencijske odzivne funkcije uvedene u izrazima (5.25)-(5.27) preuređene kao frekvencijske odzivne funkcije  $i$ -tog reda sa konstantnim parametrima linearnog sistema  $B_i(\omega)$ :

$$H_1(\omega) = B_1(\omega) \quad (5.34)$$

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = B_2(\omega_1) B_2(\omega_2) \quad (5.35)$$

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = B_3(\omega_1) B_3(\omega_2) B_3(\omega_3), \quad (5.36)$$

a neki karakteristični rezultati ovakvog modela su:

$$H_2(\omega, \omega) = B_2^2(\omega) \quad (5.37)$$

$$H_3(\omega, \omega, \omega) = B_3^3(\omega) \quad (5.38)$$

$$H_2(\omega, -\omega) = B_2(\omega) B_2(-\omega) = |B_2(\omega)|^2 \quad (5.39)$$

$$H_3(\omega, \omega, -\omega) = B_3(\omega) B_3(\omega)^2 \quad (5.40)$$

Nadalje je potrebno rezultate na harmoničkim valovima iskoristiti kroz točne i pogodne izraze za izabrani nelinearni model odziva na morskim valovima. Koristeći jednakosti dane izrazima (5.37)-(5.40) mogu se odrediti potrebne frekvencijske odzivne funkcije  $B_1(\omega)$ ,  $B_2(\omega)$  i  $B_3(\omega)$  iz odziva na harmoničkim valovima. Harmonički val sa valnom frekvencijom  $\omega_w$  se može napisati kao:

$$\zeta(t) = a_w \cos \omega_w t, \quad (5.41)$$

ili njegova Fourierova transformacija

$$Z(\omega) = \pi [a_w \delta(\omega_w - |\omega|)]. \quad (5.42)$$

Ukupni izlaz u obliku prva tri funkcionala ima oblik:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_3(t) \quad (5.43)$$

Ako se u izraze za svaki pojedini funkcional kompletnog Volterrovog modela trećeg reda (5.25)-(5.27) uvrsti Fourierova transformacija elevacije valne površine (5.42) i iskoristi simetrija jezgri iz frekvencijskog područja, dobivaju se sljedeći izrazi odziva prvog, drugog i trećeg reda:

$$y_1(t) = a_w \operatorname{Re} [H_1(\omega_w) e^{i\omega_w t}] \quad (5.44)$$

$$y_2(t) = a_w^2 \frac{1}{2} \operatorname{Re} [H_2(\omega_w, -\omega_w) + H_2(\omega_w, \omega_w) e^{2i\omega_w t}] \quad (5.45)$$

$$y_3(t) = a_w^3 \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{4} H_3(\omega_w, \omega_w, \omega_w) e^{3i\omega_w t} + \frac{3}{4} H_3(\omega_w, \omega_w, -\omega_w) e^{i\omega_w t} \right] \quad (5.46)$$

Sa druge strane ukupan odziv  $y(t)$  dobiven na harmoničkim valovima određen je redom uključenih harmonika i može se napisati u obliku:

$$y(t) = \operatorname{Re} [R_0 + R_1 e^{i\omega_w t} + R_2 e^{2i\omega_w t} + R_3 e^{3i\omega_w t}] \quad (5.47)$$

u kojem su  $R_i$  kompleksne amplitude svakog pojedinog harmonika. Ove se amplitude mogu dobiti Fourierovom analizom odziva na harmoničkim valovima u vremenskom području ili direktno očitati iz rezultata odziva na harmoničkim valovima u frekvencijskom području.

Amplituda i faza odzivne frekvencijske funkcije  $B_2(\omega)$  je onda definirana izračunatom ili izmjerenom komponentom drugog harmonika kao:

$$B_2^2(\omega_w) = H_2(\omega_w, \omega_w) = \frac{2}{a_w^2} R_2 \quad (5.48)$$

Stupanj podudaranja komponenti drugog reda izabranog modela sa stvarnim promatranim fizikalnim sistemom, bez obzira dali se radi o njihovom opterećenju, može se provjeriti usporedbom izmjerene ili izračunate srednje vrijednosti, sa ekvivalentnim izrazom koji sarži  $B_2(\omega_w)$  određen iz drugog harmonika, tj.:

$$H_2(\omega_w, -\omega_w) = \frac{2}{a_w^2} R_0 \approx |B_2(\omega_w)|^2 \quad (5.49)$$

Odzivna frekvencijska funkcija prvog i trećeg reda se sada mogu odrediti iz izraza:

$$B_3^3(\omega_w) = H_3(\omega_w, \omega_w, \omega_w) = \frac{4}{a_w^3} R_3 \quad (5.50)$$

$$B_1(\omega_w) = \frac{R_1}{a_w} - \frac{3}{4} a_w^2 B_3(\omega_w) B_3(\omega_w) \quad (5.51)$$

### 5.3.3. UKUPNI SPEKTAR ODZIVA

Odzivni spektar ukupnog nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja može se odrediti na temelju analogije s linearnim modelom, pa slijedi izraz za funkciju gustoće spektra energije izlaznog nelinearnog procesa (npr. vertikalni moment savijanja)  $S_M(\omega_e)$ , [107] [99]:

$$S_M(\omega_e) = S_M^L(\omega_e) + S_M^{(2)}(\omega_e) + S_M^{(3)}(\omega_e), \quad (5.52)$$

gdje je prvi član linearni dio ukupnog odzivnog spektra ili spektar odziva prvog reda, definiran izrazom (5.7) u funkciji susretne frekvencije, koji slijedi iz jednadžbe za autokorelacijsku funkciju izlaznog linearnog procesa (5.1), primjenom Wiener-Khinchinovog teorema [97] i koristeći linearnu prijenosnu funkciju momenta savijanja  $H_1^M(\omega_e)$ :

$$S_M^L(\omega_e) = |H_1^M(\omega_e)|^2 S_w(\omega_e). \quad (5.53)$$

Preostala dva člana u izrazu (5.52) slijede iz jednadžbe autokorelacijske funkcije izlaznog nelinearnog procesa [88] i određuje se na isti način kao i u slučaju linearnog procesa [86]. Slijedi konačni izraz za autokorelacijsku funkciju nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja:

$$R_M(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} H_1(-\omega) H_1(\omega) S_w(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} H_2(-\omega, \omega) S_w(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} H_2(-\omega, \omega) S_w(\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_2(\omega_1, \omega_1 + \omega) H_2(\omega_1, \omega + \omega_1) S_w(\omega) S_w(\omega + \omega_1) e^{i\omega\tau} d\omega d\omega_1 \quad (5.54)$$

Izraz (5.54) sadrži tri člana od kojih je prvi jednak linearnom dijelu procesa, drugi je doprinos nelinearnog dijela neovisan o vremenu, a treći član je vremenski ovisan doprinos nelinearnog procesa. Budući da se radi o stacionarnom, homogenom procesu koji ima nultu srednju vrijednost, članovi autokorelacijske funkcije su nezavisni. Članovi spektra odziva iz izraza (5.52) su onda:

$$S_M^{(2,1)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H_2^M(\omega, -\omega) S_w(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} H_2^M(\omega, -\omega) S_w(\omega) d\omega \quad (5.55)$$

$$S_M^{(2,2)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H_2^M(\omega_1, \omega + \omega_1) H_2^M(\omega_1, \omega + \omega_1) S_w(\omega) S_w(\omega + \omega_1) d\omega_1$$

Ako se promatra raspon susretnih frekvencija  $\omega_e$ , koristeći izraz (5.8) koji povezuje valni i efektivni spektar, te definirajući područje frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2 = \omega_1 + \omega_e$  slijedi:

$$S_M^{(2,1)}(\omega_e) = \int_{-\infty}^{\infty} [H_2^M(\omega_e, -\omega_e) S_w(\omega_e)]^2 d\omega_e \quad (5.56)$$

$$S_M^{(2,2)}(\omega_e) = \int_{-\infty}^{\infty} [H_2^M(\omega_1, \omega_2)]^2 S_w(\omega_1) S_w(\omega_2) d\omega_1$$

Izraz (5.56) se može podijeliti u dva područja integracije,  $-\infty < \omega_1 \leq 0$  i  $0 \leq \omega_1 < \infty$ . Kada je  $\omega_1 < 0$  drugi integral u (5.56) predstavlja doprinos nelinearnog momenta savijanja pri frekvenciji  $\omega_e$  uslijed dva vala, jedan frekvencije  $|\omega_1|$  i drugi frekvencije  $|\omega_1| + \omega_e$ . Malo je vjerojatno da će ovaj udio nelinearnog momenta savijanja biti značajan, pa se integral preko negativnog područja  $\omega_1$



može zanemariti. Koristeći približni Volterra model za određivanje frekvencijskih odzivnih (prijenosnih) funkcija drugog reda kao prijenosne funkcije linearnog modela sa konstantnim parametrima, izrazi (5.34) – (5.36), te uz osnovne karakteristike tog modela (5.37) – (5.40) slijedi izraz za spektar odziva drugog reda u funkciji susretne frekvencije:

$$S_M^{(2,1)}(\omega_e) = \int_0^\infty [B_2(\omega_e)]^2 S_w(\omega_e) d\omega_e$$

$$S_M^{(2,2)}(\omega_e) = \int_0^\infty [B_2(\omega_1)B_2(\omega_1 + \omega_e)]^2 S_w(\omega_1)S_w(\omega_1 + \omega_e) d\omega_1$$
(5.57)

### 5.3.4. PROGNOZA EKSTREMNIH ODZIVA NELINEARNOG MODELA

Najvjerojatnija ekstremna vrijednost koja će se pojaviti u  $K$  promatranja je također slučajna varijabla koja se ravna po vlastitim zakonima raspodjele vjerojatnosti, a koji se razlikuju od zakona raspodjele za početnu varijablu sadržanu u  $K$  promatranja.

U prethodnim je poglavljima već naglašen značaj poznavanja ekstremnih amplituda momenata savijanja pri određivanju projektnog opterećenja. Naravno da je procjena ekstremnih vrijednosti povezana sa periodom koji obuhvaća čitav operativni vijek broda. U linearnoj analizi kinematika vala kod stacionarnog stanja mora je modelirana kao gausovski proces. Zbog linearne ovisnosti amplitude odziva i amplitude vala, odziv je također pretpostavljen kao proces Gaussove raspodjele koji se može opisati sa srednjom vrijednošću i varijancom. Ako se promatra samo odziv valnog opterećenja, može se pretpostaviti nulta srednja vrijednost. Proračun najvjerojatnijih maksimalnih odzivnih amplituda valnih sila za slučaj linearnog vertikalnog momenta savijanja je prikazan u poglavlju 5.2.3.

Nelinearna analiza podrazumijeva odziv koji odstupa od standardnog gausovskog procesa. Ova se odstupanja mogu odrediti na osnovi statističkih momenata u obliku srednje vrijednosti  $\mu$ , varijance  $\sigma^2$ , koeficijenta nesimetričnosti  $c_3$  i koeficijenta spljoštenosti  $c_4$ . Za procjenu ekstremnih vrijednosti ne-gausovskog procesa koriste se razne metode [60] [108], koje uglavnom koriste aproksimaciju kubnim Hermitskim polinomom [61]. Metoda predstavlja funkcionalnu transformaciju nelinearnog odziva u standardni gausovski proces. Izračunati nelinearni odziv (vertikalni moment savijanja)  $M_T(t)$  se koristi za određivanje polinoma  $f(M^*(t))$  standardnog gausovog procesa  $M^*(t)$ :

$$M_T(t) \equiv f(M^*(t)) = a_0 + a_1 M^* - a_2 M^{*2} + a_3 M^{*3},$$
(5.58)

gdje se nepoznati koeficijenti  $a_0, a_1, a_2, a_3$  određuju rješavanjem sistema jednadžbi koje se dobiju izjednačavanjem prva četiri statistička momenta (srednja vrijednost, standardna devijacija, nesimetričnost i spljoštenost) stvarnog  $M_T(t)$  i modeliranog procesa  $f(M^*(t))$ . U slučaju da se umjesto Rayleighove raspodjele koristi Poissonova raspodjela vjerojatnosti ekstrema, tj. ako se pretpostavi da su pojedinačni maksimumi međusobno nezavisni (relativno širok spektar), funkcija raspodjele maksimuma  $F_p(M)$  nelinearnog odziva  $M$  je:

$$F_p(M) = 1 - e^{-\frac{u^2(M)}{2}},$$

gdje je  $u(M)$  inverzna funkcija od  $f(M^*)$  koja se dobije realnim rješenjem:

$$M = \sum_{j=0}^3 a_j u^j$$
(5.59)

Prognoza ekstremnih vrijednosti se može dobiti kao i za slučaj linearnog modela [96] uz korištenje transformacije za  $u(M)$  u odnosu između nultog perioda i perioda pojave maksimalnih vrijednosti:

$$T_p^* = T_0^* e^{\frac{u^2(M)}{2}},$$
(5.60)

gdje se izraz za nulti period nelinearnog procesa [96] može izračunati kao:

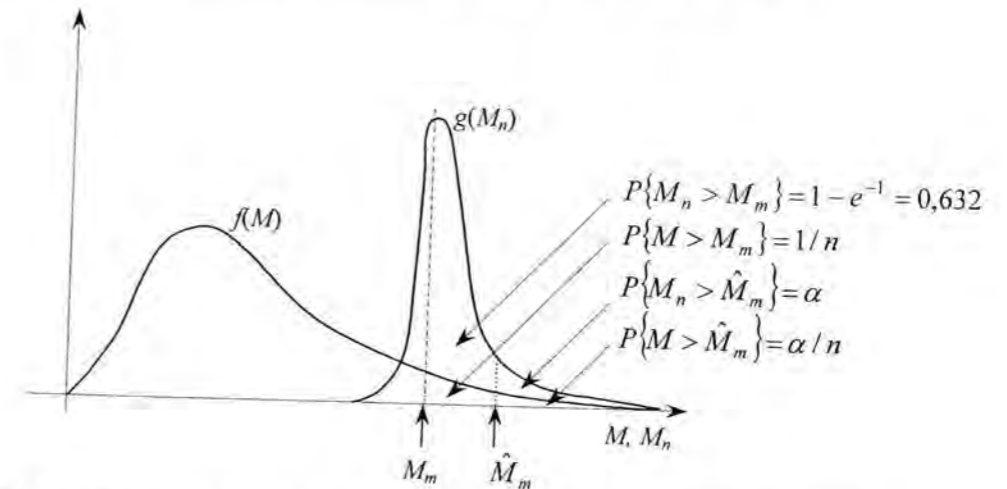
$$T_0^* = \frac{16\pi}{5 + c_4} \sqrt{\frac{m_{M0}^*}{m_{M2}^*}}$$
(5.61)

Jednostavna procjena najvjerojatnije maksimalne odzivne amplitude ukupnog momenta savijanja  $M_m^*$  se može dobiti koristeći izraz (5.20) za najvjerojatniji maksimalni odziv momenta savijanja linearnog modela, kao:

$$M_m^* = \sqrt{2m_{M0}^* \ln K^*} \sqrt{1 - (\varepsilon_M^*)^2},$$
(5.62)

gdje je  $m_{M0}^*$  nulti moment ukupnog spektra odziva  $S_M$  (5.62), a  $K^*$  broj maksimalnih vrijednosti koji se pojavljuje unutar nekog vremena  $T$ ;  $K^* = T/T_p$ .  $T_p$  predstavlja period pojavljivanja maksimalnih vrijednosti (5.11) koje uključuju nelinearne komponente.

Ako se pokuša izračunati vjerojatnost da će neka ekstremna vrijednost  $M_n$ , gdje  $n$  označava broj promatranih najvećih vrijednosti u nekom velikom uzorku, prijeći najvjerojatniju maksimalnu vrijednost  $M_m$  (5.62), prema [106] se može uočiti da ta vjerojatnost iznosi 63,2%, a što je izuzetno velika vjerojatnost, slika 5.1. Stoga se najvjerojatnija ekstremna vrijednost ne bi trebala koristiti u projektnoj fazi bez upotrebe faktora rizika  $\alpha$ . Rješavanje ovog problem podrazumijeva određivanje projektne ekstremne vrijednosti  $\hat{M}_m$ , a što predstavlja zasebno područje.



Sl. 5.1 Vjerojatnost premašenja najvjerojatnije ekstremne vrijednosti  $M_m$  i projektne ekstremne vrijednosti momenta savijanja  $\hat{M}_m$

## 6. REZULTATI NUMERIČKOG PRORAČUNA I POTVRDA KODA RAČUNARSKOG PROGRAMA

U ovom poglavlju prikazani su rezultati izloženih teorijskih razmatranja preko izvršenja koda računarskog programa *GIOP*. Naglasak je stavljen i na potvrdu valjanosti koda preko usporedbe sa rezultatima drugih programa, eksperimentalnih rezultata i iz dostupne literature.

Precizna usporedba, koja bi zahtijevala točno poklapanje rezultata bila bi moguća jedino kada bi se koristila ista teorija sa vrlo sličnim algoritmima. Čak i kada bi se koristila identična vrpčasta teorija, način izračuna hidrodinamičkih koeficijenata je vrlo različit. Upravo stoga je u trećem poglavlju prikazana usporedba hidrodinamičkih koeficijenata dobivenih po dvije metode, konformnim preslikavanjem i uskim nanašanjem izvora po presjeku. Ako bi se rezultati usporedili sa dostupnim podacima iz literature [91], mogla bi se pronaći manja odstupanja, a naročito kod uzbudne sile presjeka. Budući da je gotovo nemoguće osigurati takve uvjete usporedbe rezultata, jedan dio odstupanja se može protumačiti upravo kao posljedica različitih kodova programa. Druga je pretpostavka da su razlike nastale zbog nešto različite geometrije forme trupa broda i raspodjele masa i radijusa inercije po duljini male.

Kod prikaza i usporedbe rezultata proračuna naglasak je stavljen na prijenosne funkcije njihanja i opterećenja u uzdužnoj vertikalnoj ravnini i na raspodjeli valnih sila po duljini broda za određene uvjete plovidbe. Osim ovih rezultata prikazan je i proces njihanja i valnih sila.

### 6.1. ANALIZA KONTEJNERSKOG BRODA S175

#### 6.1.1. GLAVNE DIMENZIJE I OSNOVNI PODACI

Za prikaz rezultata numeričkog proračuna linearne i nelinearne analize izabran je kontejnerski brod S175, za kojeg postoji niz dokumentiranih podataka budući je bio izabran kao testni primjer niza eksperimenata i kompjuterskih studija (*ITTC* [23]). Brod napreduje relativno velikom brzinom od 20 čvorova ( $F_r=0,25$ ) sa valovima u pramac, ima koeficijent punoće od 0,57 i pramčani bulb. Glavni podaci o brodu dani su u tablici 6.1. Geometrija broda je opisana preko krivulja 21 poprečnog presjeka, s tim što je kod proračuna dvodimenzijskih koeficijenata metodom konformnog preslikavanja pramčani bulb zanemaren. Geometrijski opis kontejnerskog broda S175 prikazan je na slici 6.1

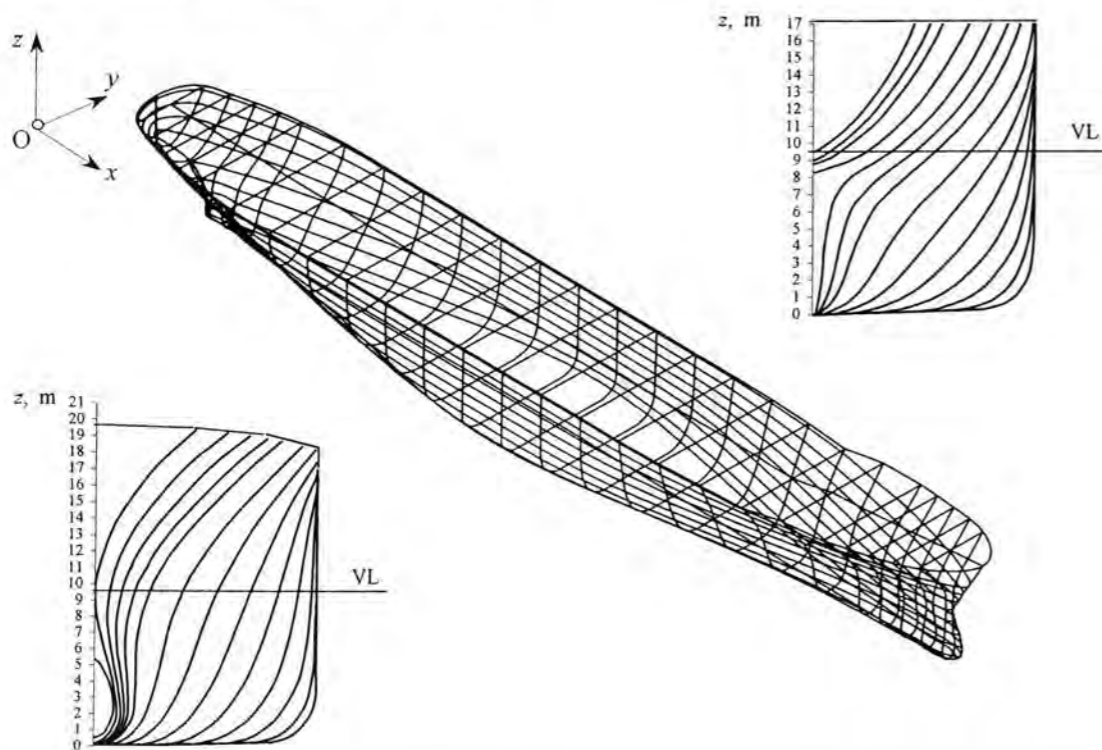


Tab 6.1 Glavne dimenzije i osnovni podaci za kontejnerski brod S175

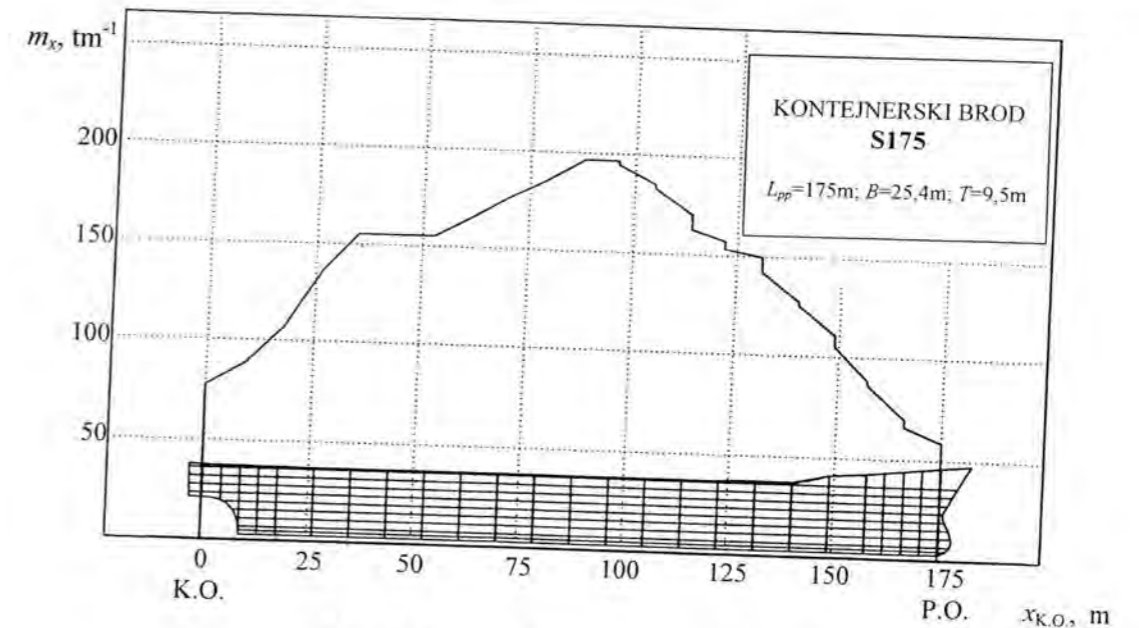
Duljina između okomica	$L_{pp}$	175,0	m
Širina	$B$	25,4	m
Visina	$H$	17,4	m
Gaz, projektni	$T$	9,5	m
Trim ( $T_{aft} - T_{for}$ )		0,02	
Istisnina	$\Delta$	24764	t
Koeficijent punoće	$C_B$	0,57	
Uzdužno težište mase (iza glavnog rebra)	$LCG$	2,8	m
Poprečna metacentarska visina	$GM$	0,98	m
Vertikalni položaj težišta istisnine	$KB$	5,3	m
Vertikalni položaj težišta mase	$z_R$	9,55	m
Uzdužni radijus inercije	$k_{yy}$	42,8	m
Poprečni radijus inercije	$k_{xx}$	8,3	m
Površina vodne linije	$A_{wp}$	3147	m <sup>2</sup>
Koeficijent poprečnog presjeka gl. rebra	$C_{MS}$	0,97	

### 6.1.2. GEOMETRIJA I RASPODJELA MASE PO DULJINI BRODA

Za proračun opterećenja nužno je poznavati raspodjelu masa i uzdužnog radijusa inercije mase po duljini broda. Na slici 6.2 prikazana je početna raspodjela masa po duljini broda sa kojom se ulazi u proračun. Zadovoljenje prvog i drugog uvjeta plovnosti, te ukupnog radijusa inercije dovodi do male korekcije u raspodjeli mase.



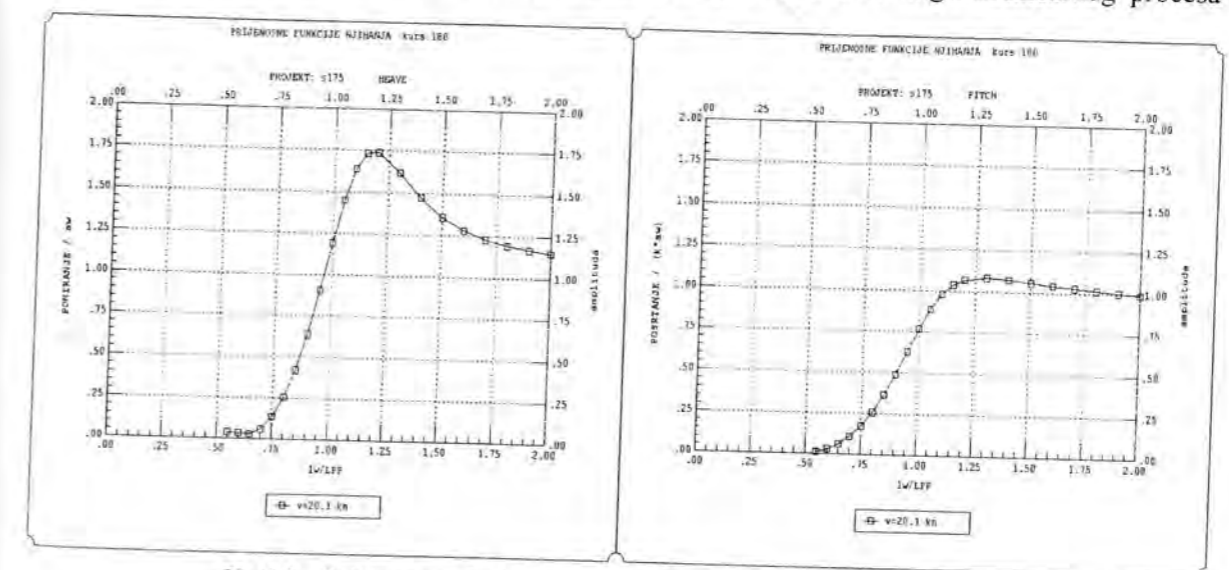
Sl. 6.1 Geometrijski opis kontejnerskog broda S175 sa pramčanim i krmenim rebrima



Sl. 6.2 Raspodjela mase po duljini broda

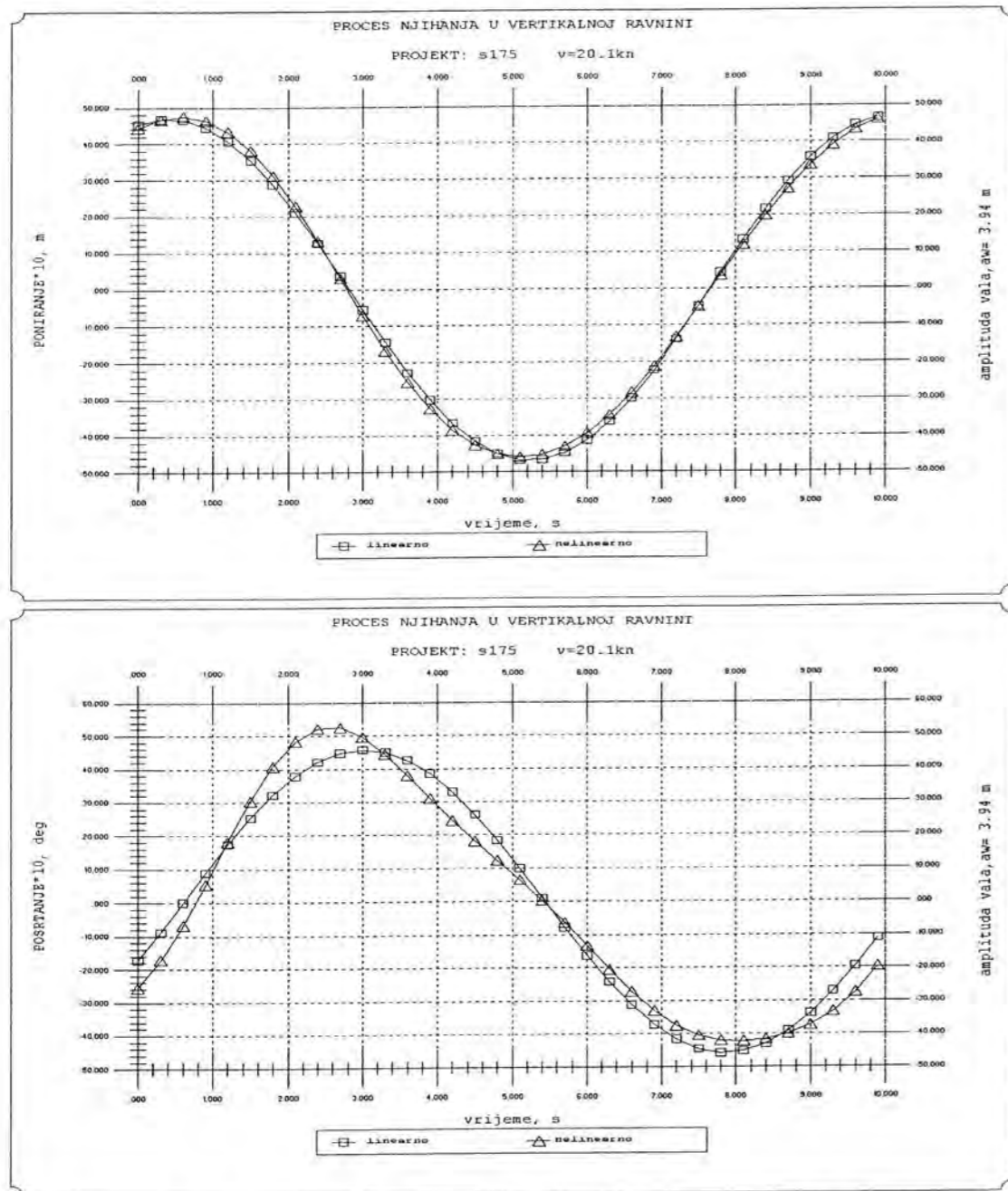
### 6.1.3. NJIHANJE

Rezultati njihanja prikazani u ovom poglavlju odnose se na vertikalnu uzdužnu ravninu zbog čega je kursni kut fiksiran na valove u pramac ( $\beta = 180^\circ$ ) i brzinu napredovanja od 21 čvor ( $F_n = 0,25$ ), a sastoje se iz dva dijela. Prvi se rezultati njihanja odnose na linearne prijenosne funkcije poniranja i posrtanja za dvije brzine napredovanja, slika 6.3, pri navedenim uvjetima plovbe. Prilikom proračuna nagib vala je zadržan konstantnim i iznosi  $\lambda/a_w = 80$ . Drugi dio rezultata odnosi se na nelinearni dio proračuna modificiranom STF metodom prikazanom kroz poglavlje 4. Na slikama 6.4, 6.5 i 6.6 prikazana je usporedba linearnog i nelinearnog procesa



Sl. 6.3 Prijenosne funkcije amplitude poniranja i posrtanja za brzinu napredovanja  $v = 20,1$  čv ( $F_n = 0,25$ ) i za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w = 80$  ( $\lambda = l_w$ ).

poniranja i posrtanja za tri različita harmonička vala karakterizirana omjerom valne duljine i duljine broda između okomica  $\lambda/L_{pp}$  (1,8; 1,2; 0,6). Procesi su prikazani u vremenskom području trajanja jednog osnovnog perioda pojedinog procesa poniranja ili posrtanja, a prikazani su u stvarnim veličinama, poniranje u metrima, a posrtanje u stupnjevima. Pozitivan pomak poniranja je vertikalno prema gore u smjeru osi z, što predstavlja izron, a negativan pomak poniranja predstavlja uron broda. Jednako tako, u skladu sa usvojenim koordinatnim sustavom, pozitivan pomak posrtanja predstavlja uranjanje pramca.



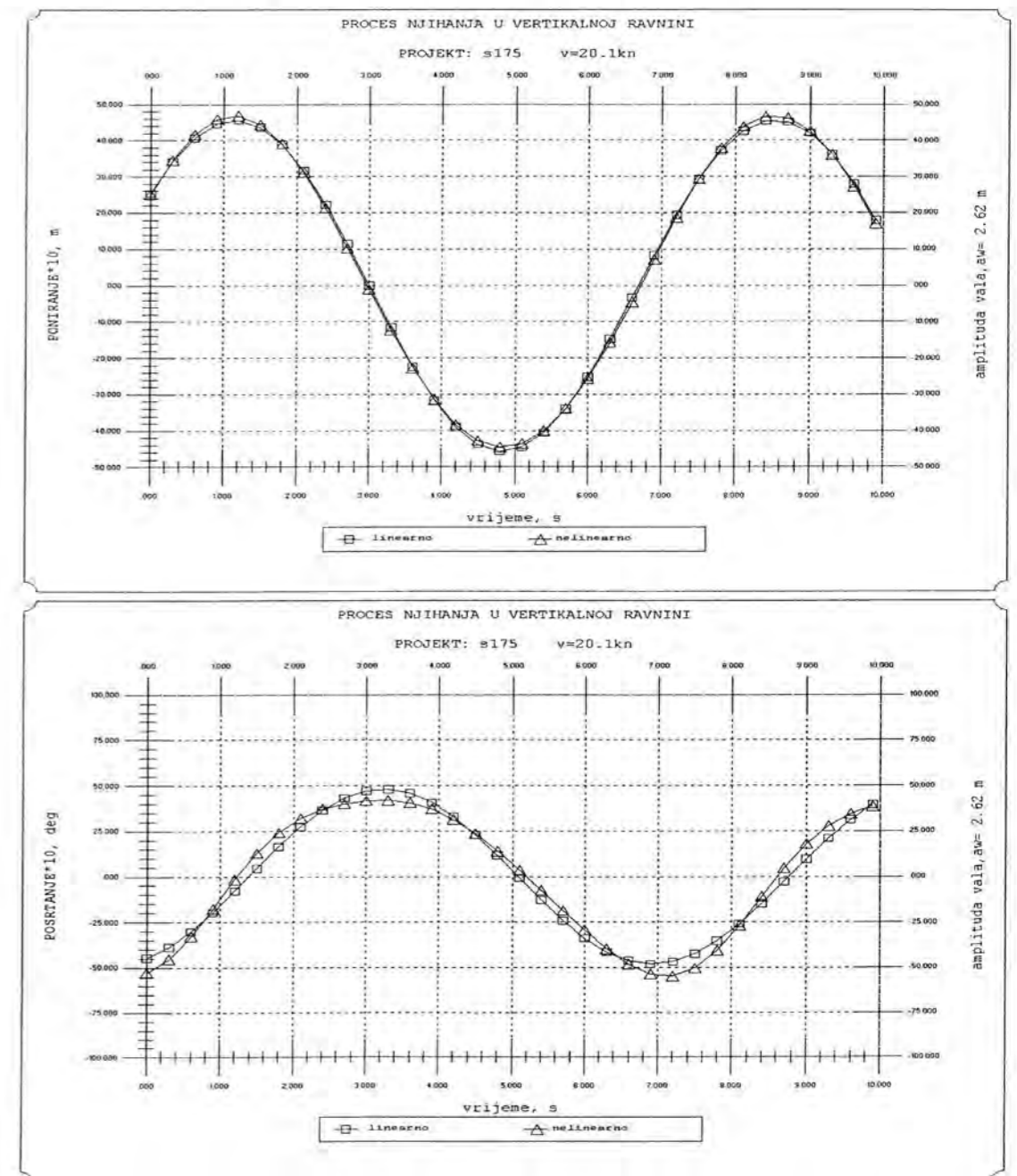
Sl. 6.4 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od  $v=20,1$  čv i sa  $\lambda/L_{pp}=1,8$  i  $\lambda/a_w=80$ )

Općenito se ukupni proces poniranja može dobiti preko izraza (4.70) u kojem je  $\eta_{3L}$  kompleksna amplituda poniranja dobivena linearnim proračunom (STF), a  $\eta_{32}$  i  $\eta_{33}$  predstavljaju kompleksne amplitude poniranja drugog i trećeg reda dobivenih modificiranom STF metodom u vremenskom području, pa slijedi:

$$\eta_3(\omega_e, t) = \eta_{3L}(\omega_e) e^{i\omega_e t} + \eta_{32}(\omega_e, t) e^{2i\omega_e t} + \eta_{33}(\omega_e, t) e^{3i\omega_e t}, \quad (6.1)$$

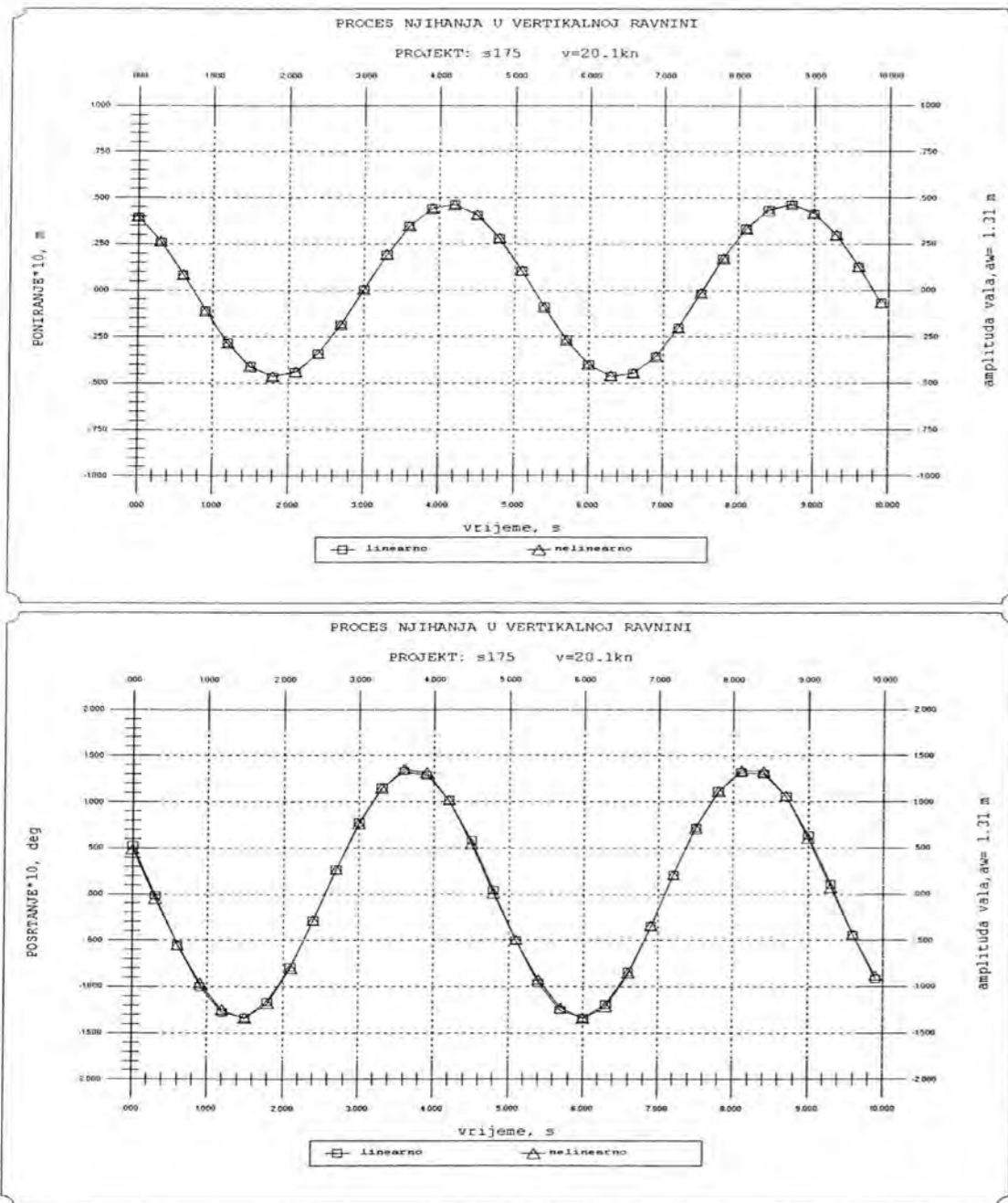
gdje se prvi indeks 3 odnosi na poniranje, a indeksi L, 2, 3 se odnose na linearnu, komponentu drugog i trećeg reda poniranja. Jednako tako vrijedi i za ukupni proces posrtanja:

$$\eta_5(\omega_e, t) = \eta_{5L}(\omega_e) e^{i\omega_e t} + \eta_{52}(\omega_e, t) e^{2i\omega_e t} + \eta_{53}(\omega_e, t) e^{3i\omega_e t}. \quad (6.2)$$



Sl. 6.5 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od  $v=20,1$  čv i sa  $\lambda/L_{pp}=1,2$  i  $\lambda/a_w=80$ )

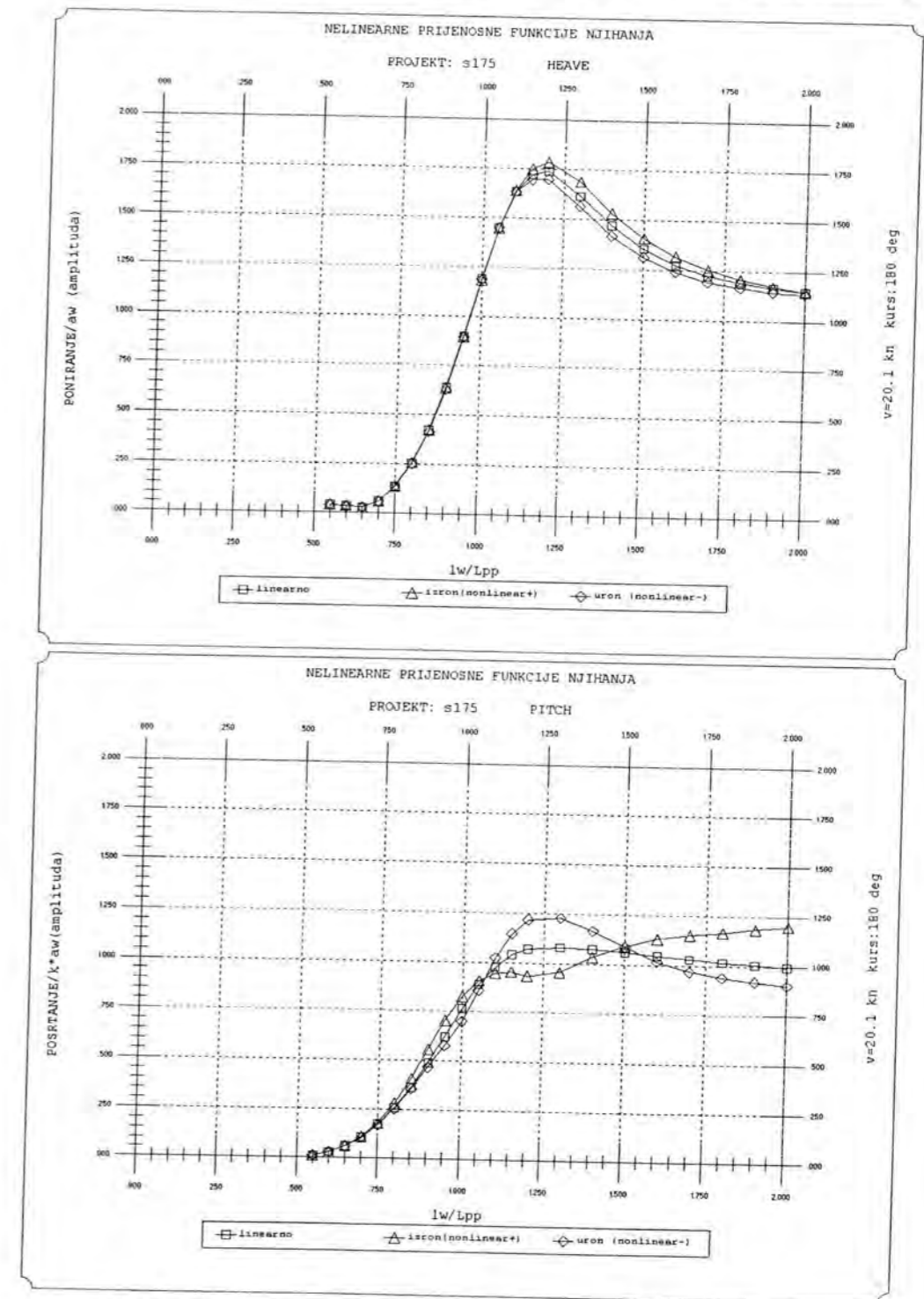




Sl. 6.6 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od  $v=20,1$  čv i sa  $\lambda/L_{pp}=0,6$  i  $\lambda/a_w=80$ )

Osim usporedbe linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja, rezultati nelinearnog proračuna njihanja su dani i u obliku nelinearnih prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja. Na slici 6.7 prikazan je usporedba linearne i nelinearne prijenosne funkcije poniranja i zasebno posrtanja. Budući se pretpostavka postavljena u poglavlju 4.2.3. o realnim neokomitim bokovima broda, koji uvjetuju različite vrijednosti urona i izrona za iste uvjete plovidbe, pokazala ispravnom, nelinearni rezultati poniranja i posrtanja se sastoje od dvije krivulje za isti harmonički val. Jedna se odnosi na maksimalnu vrijednosti procesa poniranja (izron), a druga na minimalnu vrijednost procesa poniranja (uron). Može se primijetiti da vrijednosti urona i izrona za isti val i uvjete plovidbe nisu iste i da se razlikuju po čitavom rasponu susretnih ili valnih frekvencija, tj. omjera valnih duljina i

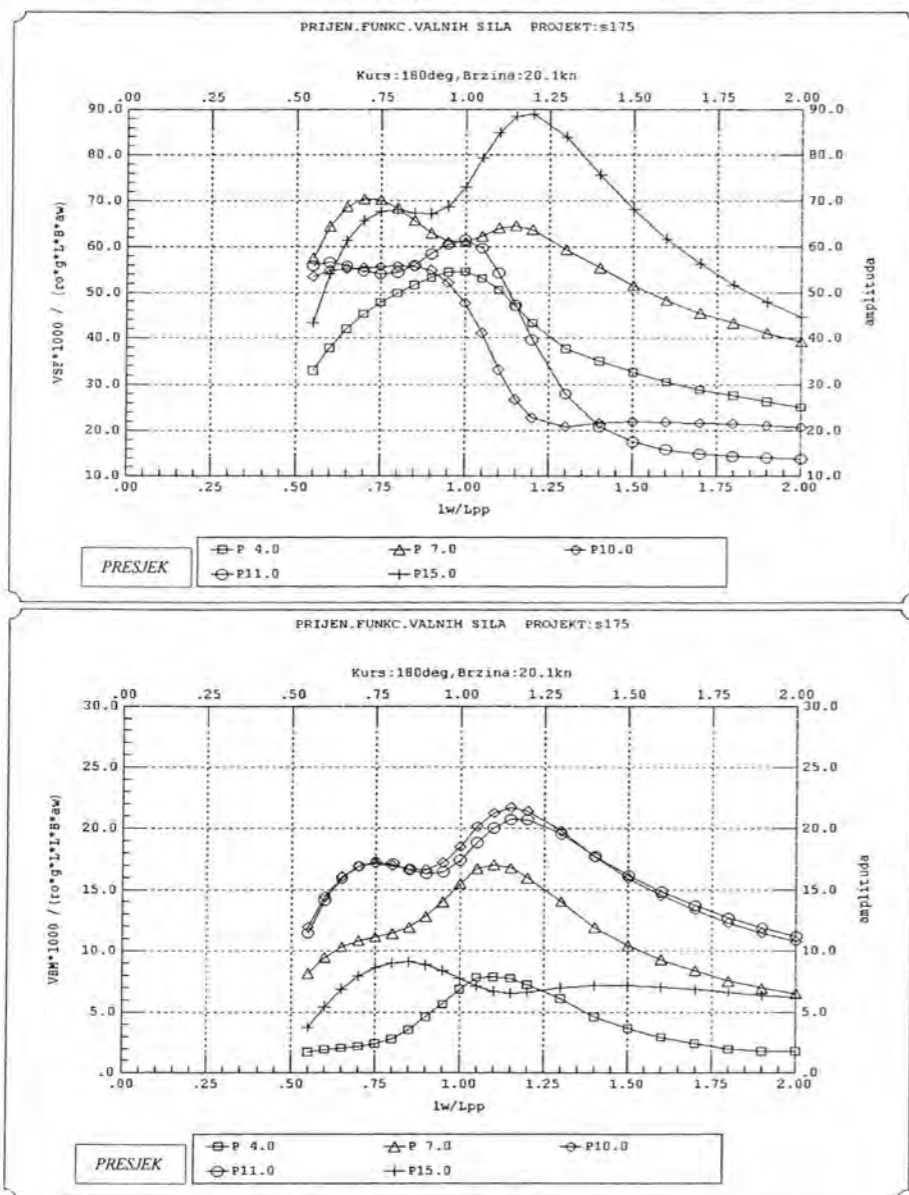
duljina broda  $\lambda/L_{pp}$ . Isto vrijedi i za proces posrtanja, sa napomenom da su razlike urona i izrona pramca, tj. pozitivnih i negativnih vrijednosti posrtanja za isti harmonički val još izraženije.



Sl. 6.7 Prijenosne funkcija amplitude poniranja i posrtanja  $v = 20,1$  čv za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

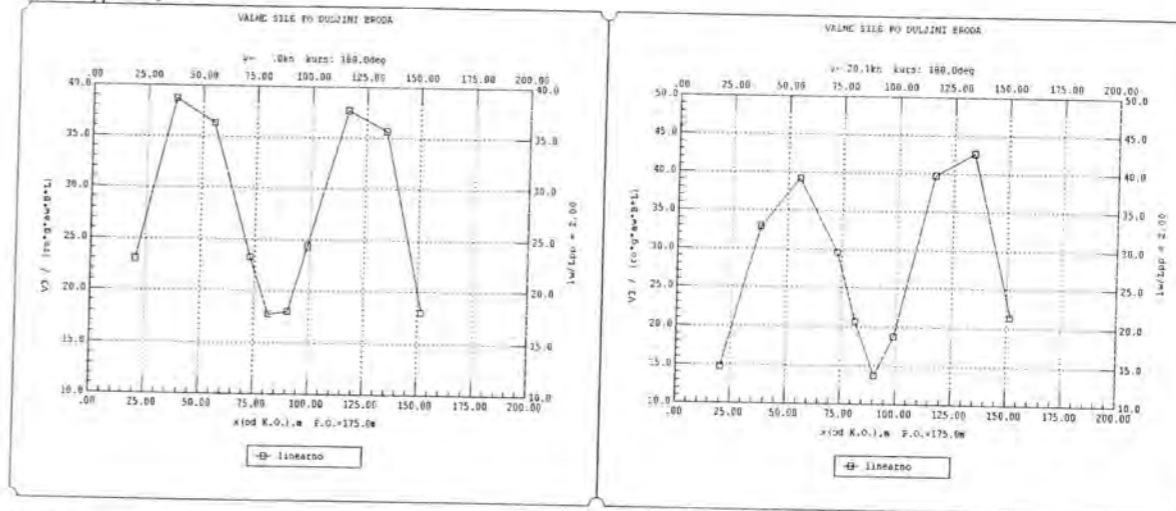
### 6.1.4. OPTEREĆENJE

Prikazani rezultati opterećenja također vrijede za vertikalnu uzdužnu ravninu ( $\beta=180^\circ$ ) i za iste uvjete plovidbe ( $F_n=0,25$ ) koji su naznačeni kod prikaza rezultata njihanja i sa konstantnim nagibom vala  $\lambda/a_w=80$ . Također se sastoje i od dva dijela, rezultata linearnog proračuna i rezultata nelinearnog proračuna koji je nastavak rješenja njihanja. Linearnim modulom programa *GIOP*, obzirom na kursni kut mogu se dobiti i rezultati horizontalnih poprečnih sila i momenata savijanja, te torzijskog momenta. Ovdje nisu posebno naglašeni jer je kursni kut fiksiran na valove u pramac čime promatrana vertikalna poprečna sila i moment savijanja poprimaju maksimalne vrijednosti. Prvi dio rezultata je prikazan u obliku linearnih prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile (VSF) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) za niz poprečnih presjeka, slika 6.8 i u obliku raspodjele istih po duljini broda, slika 6.9, 6.10 za tri različita harmonička vala  $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,5)$  i za dvije brzine napredovanja ( $F_n=0; F_n=0,25$ ). Na svim je prikazanim slikama u ovom poglavlju vertikalna poprečna sila bezdimenzionalizirana sa  $\rho g B L_{pp} a_w$ , a vertikalni moment savijanja sa  $\rho g B L_{pp}^2 a_w$ .

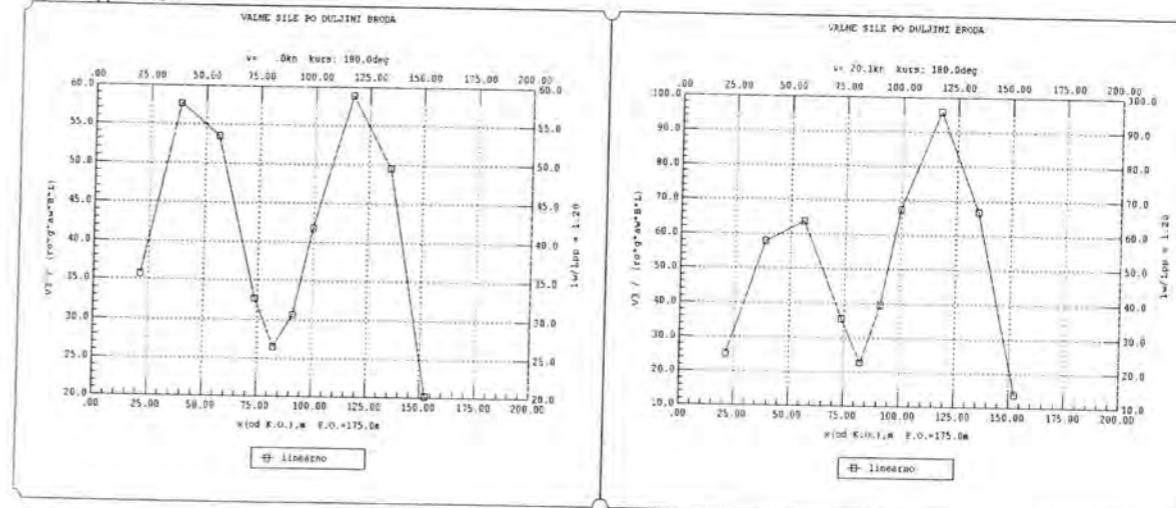


Sl. 6.8 Prijenosne funkcije amplitude vertikalne poprečne sile (VSF) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) za niz poprečnih presjeka.

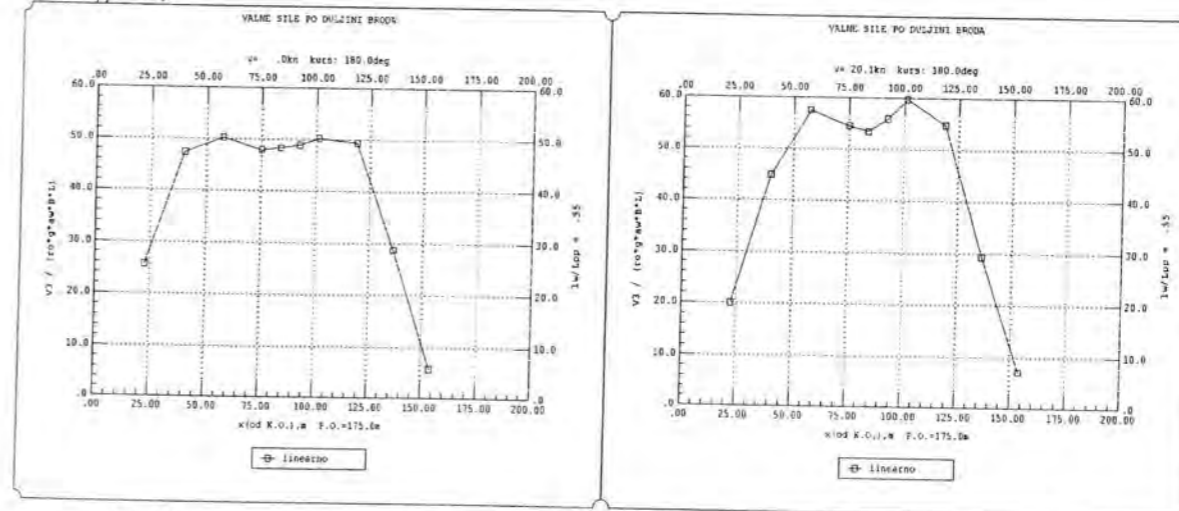
#### a) $\lambda/L_{pp} = 2,0$



#### b) $\lambda/L_{pp} = 1,2$



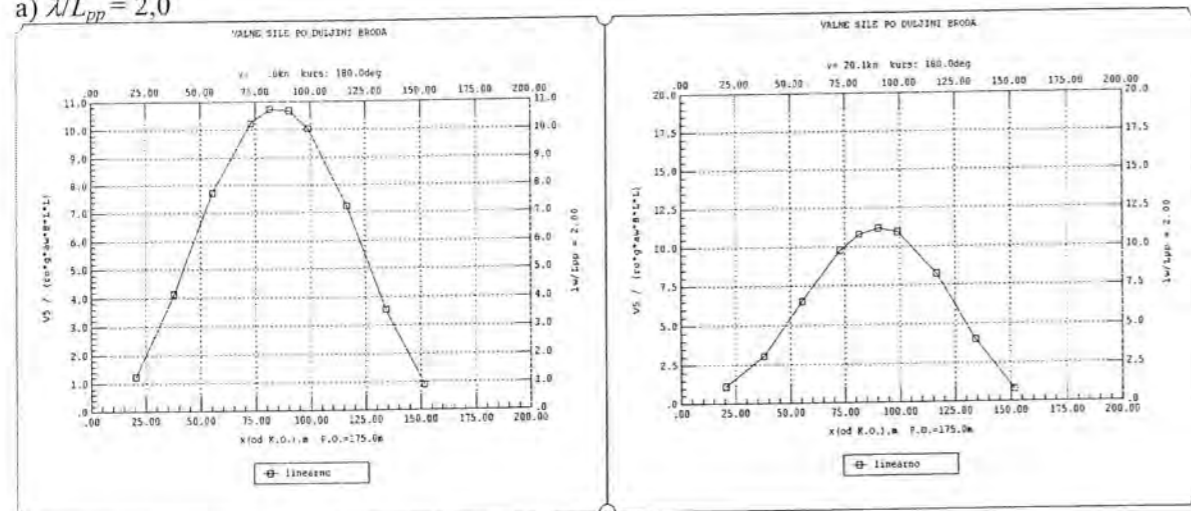
#### c) $\lambda/L_{pp} = 0,5$



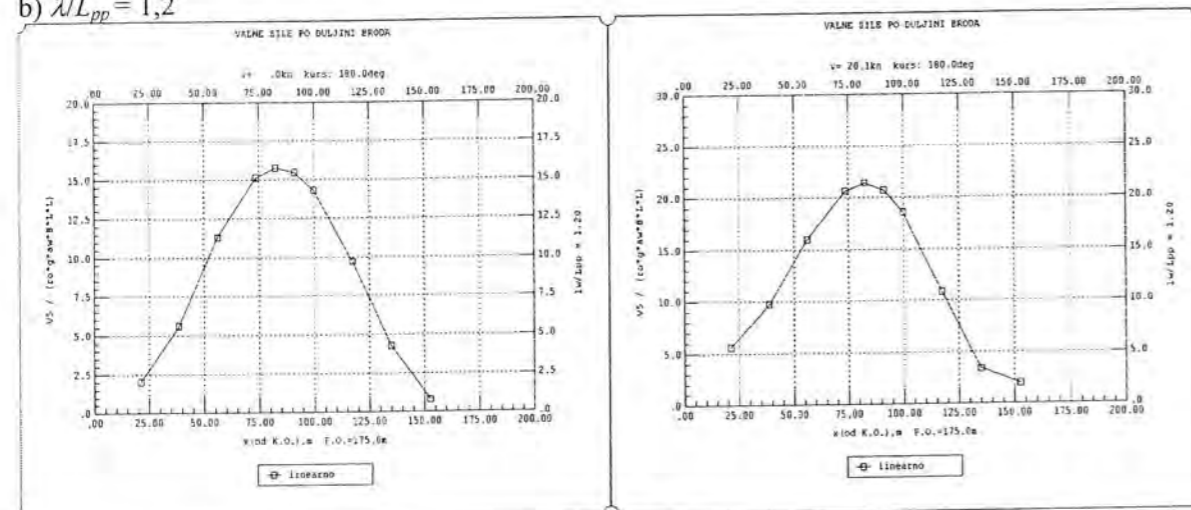
Sl. 6.9 Raspodjela amplitude vertikalne poprečne sile (V3) po duljini broda za dvije brzine napredovanja, nultu i,  $v = 20,1$  čv, te za tri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,5)$ .



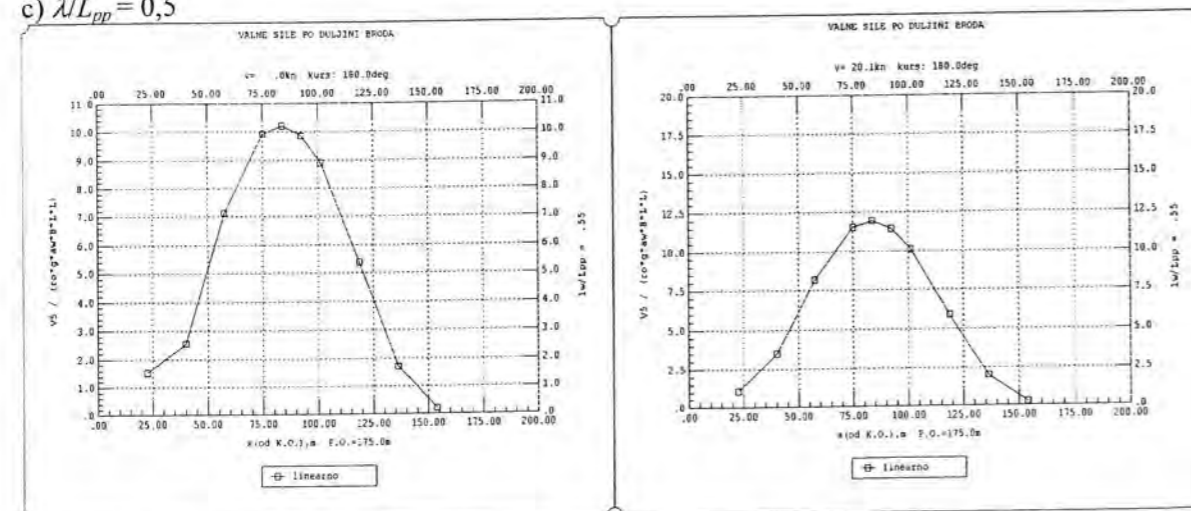
a)  $\lambda/L_{pp} = 2,0$



b)  $\lambda/L_{pp} = 1,2$

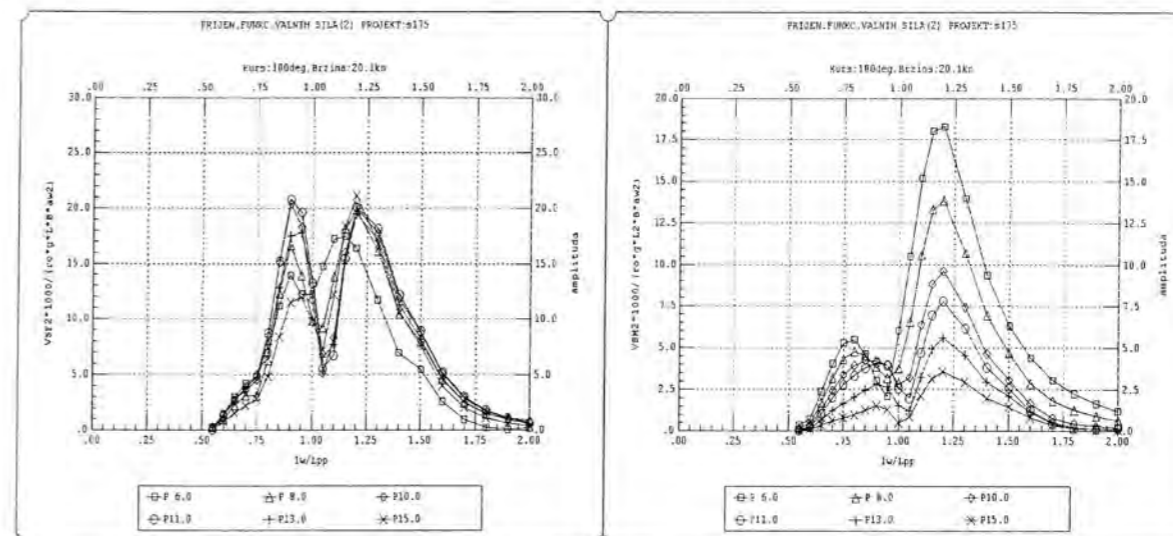


c)  $\lambda/L_{pp} = 0,5$

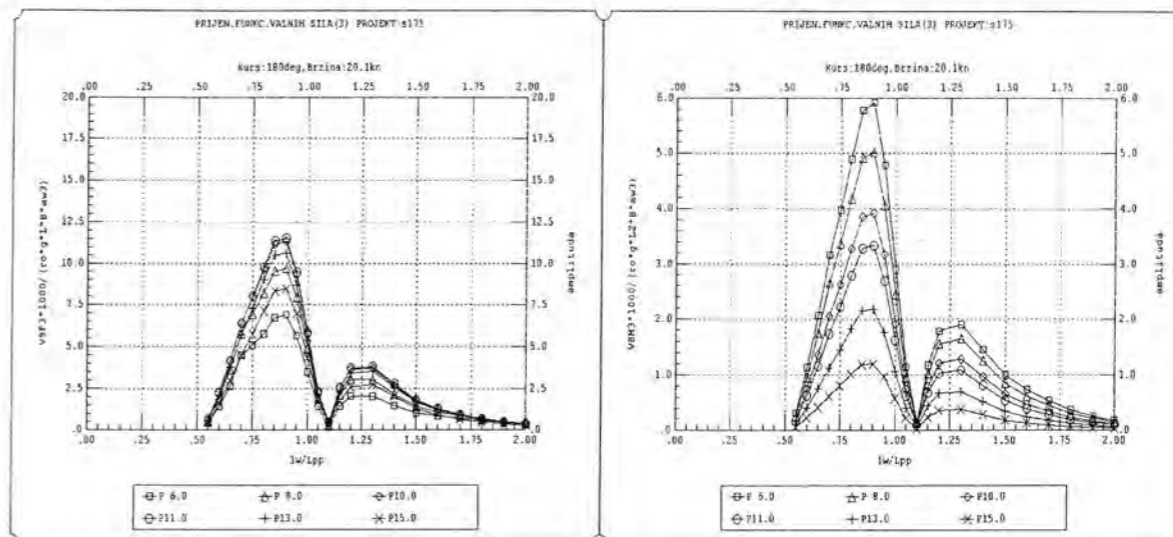


Sl. 6.10 Raspodjela amplituda vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za dvije brzine napredovanja, nultu i,  $v = 20,1$  čv, te za tri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (2,0; 1,2; 0,5).

Drugi dio rezultata se odnosi na nelinearni dio proračuna opterećenja, a obuhvaća prijenosne funkcije drugog (slika 6.11) i trećeg (slika 6.12) harmonika vertikalne poprečne sile (VSF2) i vertikalnog momenta savijanja (VBM2) za niz poprečnih presjeka i navedene uvjete plovidbe. Osim prijenosnih funkcija prikazana je usporedba procesa linearne i nelinearne vertikalne



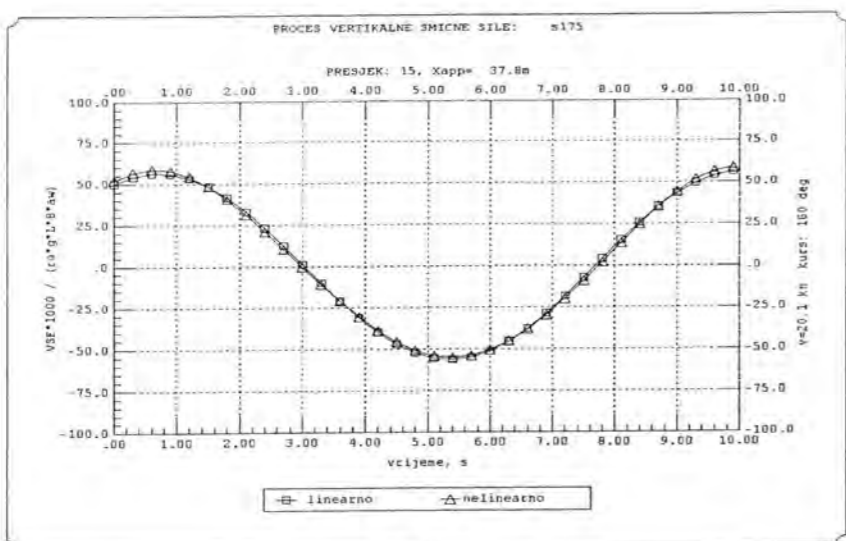
Sl. 6.11 Prijenosna funkcija drugog harmonika vertikalne poprečne sile  $VSF2=B_2^{(3)}(l_w/L_{pp})$  i vertikalnog momenta savijanja  $VBM2=B_2^{(5)}(l_w/L_{pp})$  za niz poprečnih presjeka.



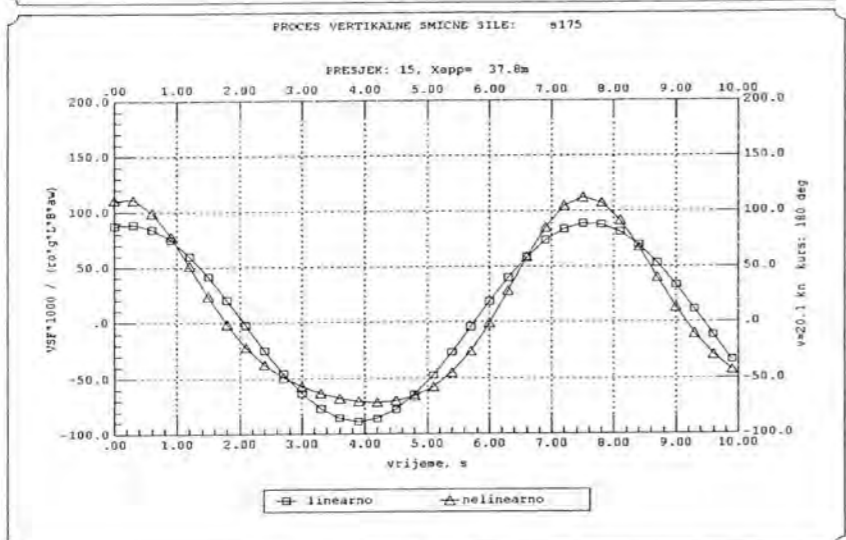
Sl. 6.12 Prijenosna funkcija trećeg harmonika vertikalne poprečne sile  $VSF3=B_3^{(3)}(l_w/L_{pp})$  i vertikalnog momenta savijanja  $VBM3=B_3^{(5)}(l_w/L_{pp})$  za niz poprečnih presjeka.

poprečne sile (slika 6.13) i usporedba linearne i nelinearne procesa vertikalnog momenta savijanja (slika 6.14 i 6.15) za tri različita harmonička vala ( $\lambda/L_{pp} = 2,0; 1,2; 0,6$ ) i za presjeka gdje se očekuju njihove maksimalne vrijednosti (presjek 11, glavno rebro za moment savijanja i presjek 15 za poprečnu silu). Slično njihovom, ukupni proces poprečne sile i momenta savijanja dobiva se sumiranjem linearne procesa sile ili momenta dobivenog linearnim proračunom (STF) sa komponentama sile i momenta drugog i trećeg reda, dobivenih modificiranom STF metodom u vremenskom području, preko izraza:

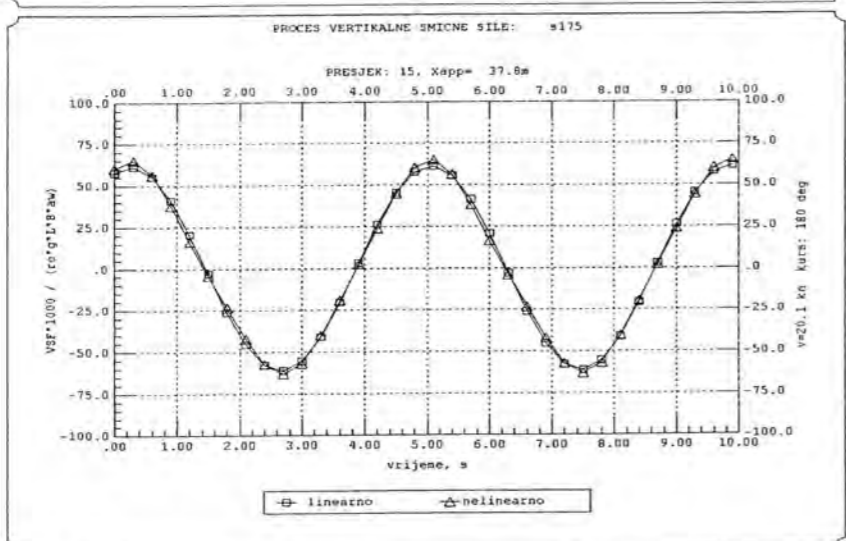
a)  $\lambda/L_{pp} = 2,0$



b)  $\lambda/L_{pp} = 1,2$

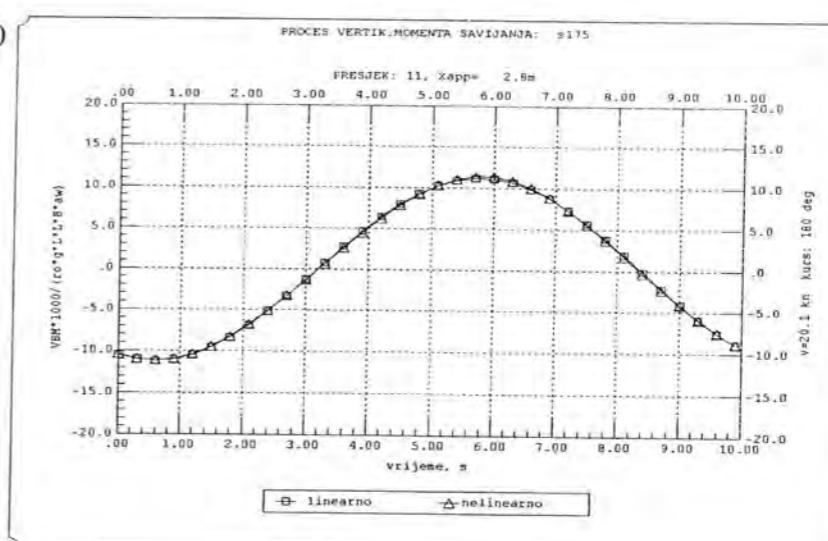


c)  $\lambda/L_{pp} = 0,6$

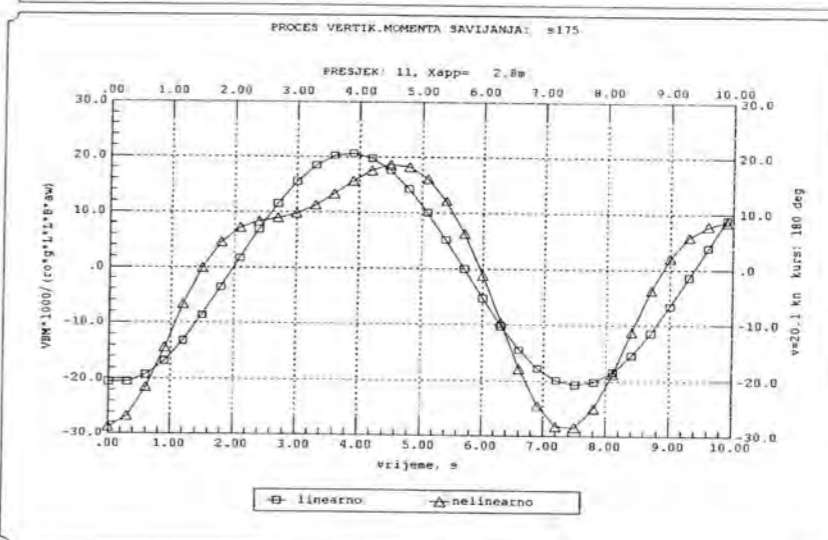


Sl. 6.13 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalne poprečne sile (VSP) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ) tri omjera valne duljine i duljine broda između okomica  $\lambda/L_{pp}$  (2,0; 1,2; 0,6) i nagib vala  $\lambda/a_w = 80$

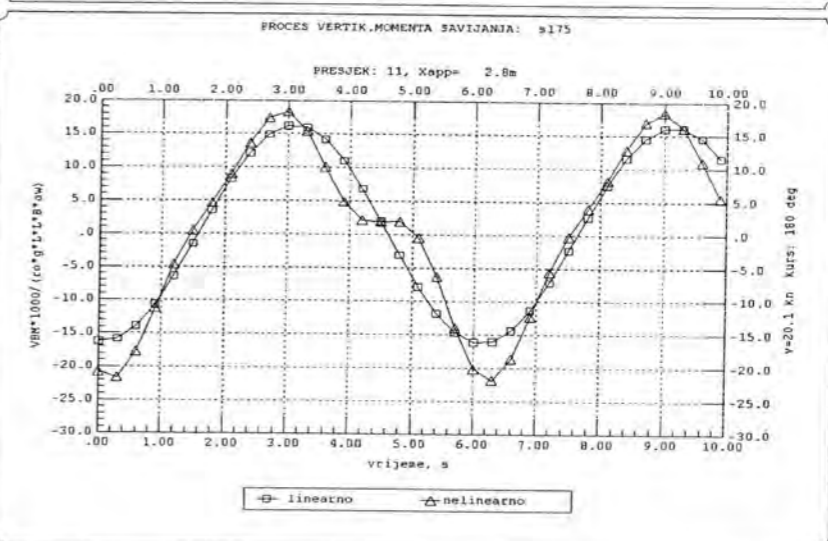
a)  $\lambda/L_{pp} = 2,0$



b)  $\lambda/L_{pp} = 1,2$



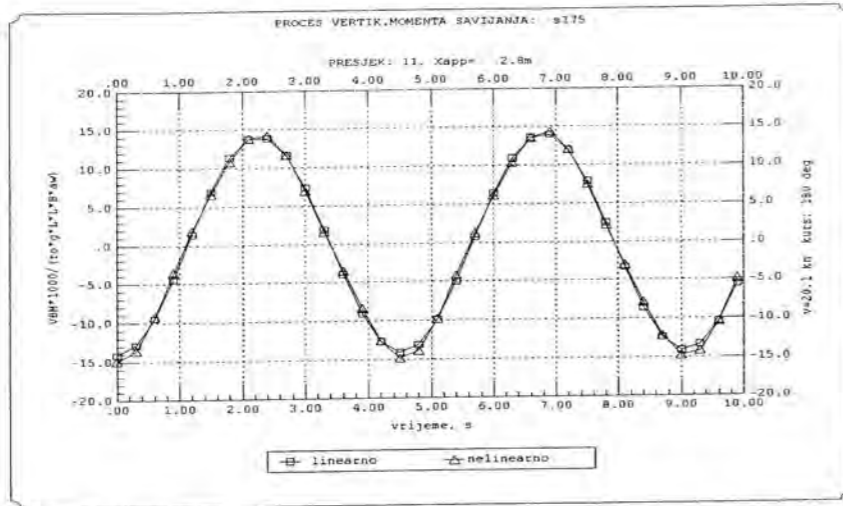
c)  $\lambda/L_{pp} = 0,9$



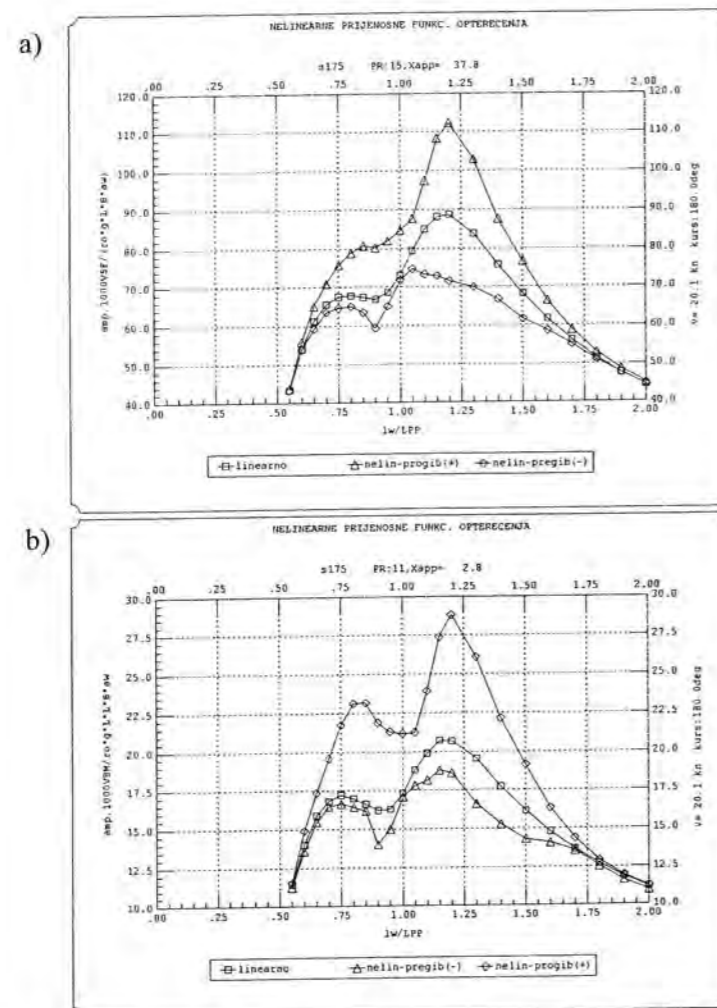
Sl. 6.14 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 11 (glavno rebro) za četiri omjera valne duljine i duljine broda između okomica  $\lambda/L_{pp}$  (2,0; 1,2; 0,9; 0,6) i nagib vala  $\lambda/a_w = 80$



d)  $\lambda/L_{pp} = 0,6$



Sl. 6.15 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 15 pri  $\lambda/L_{pp}=0,6$

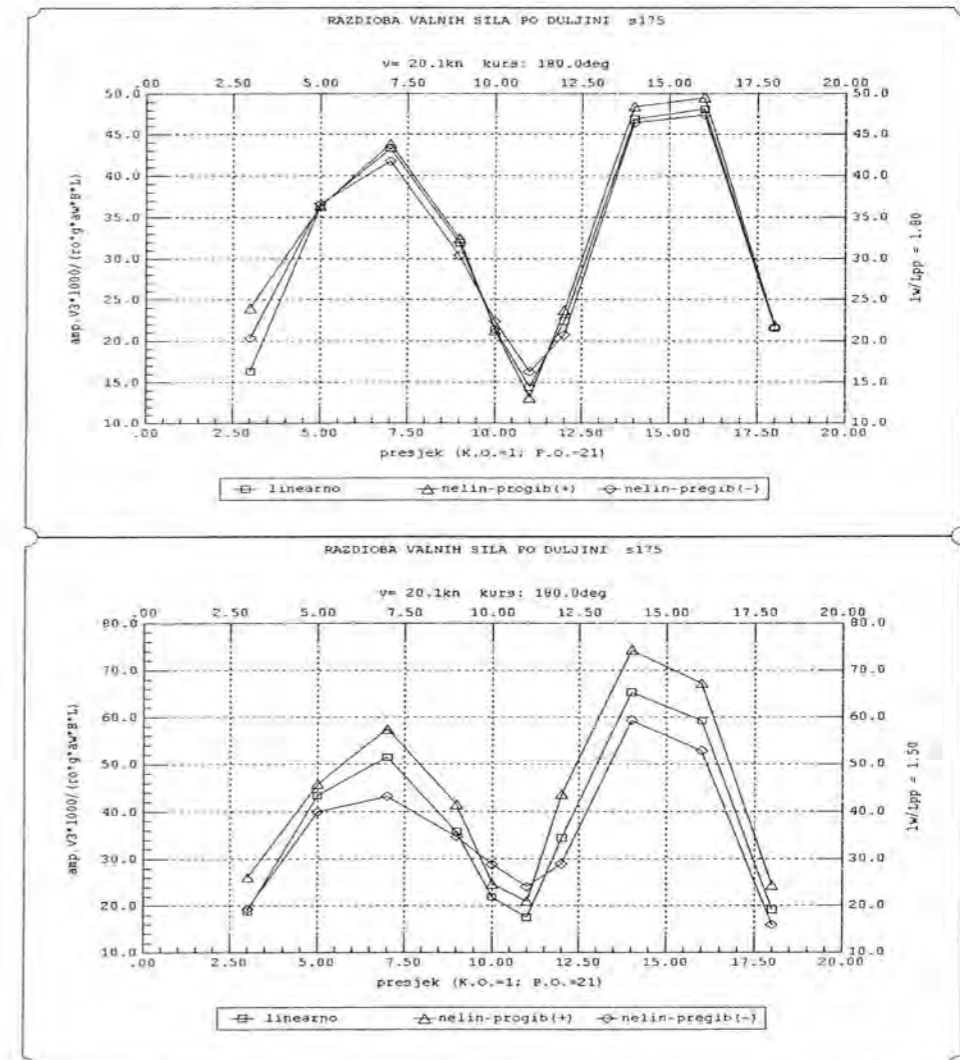


Sl. 6.16 Usporedba linearne i nelinearne prijenosne funkcije amplitude  
a) vertikalne poprečne sile (V3F) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ),  
b) vertikalnog momenta savijanja (VBM) na glavnom rebu (presjek 11)

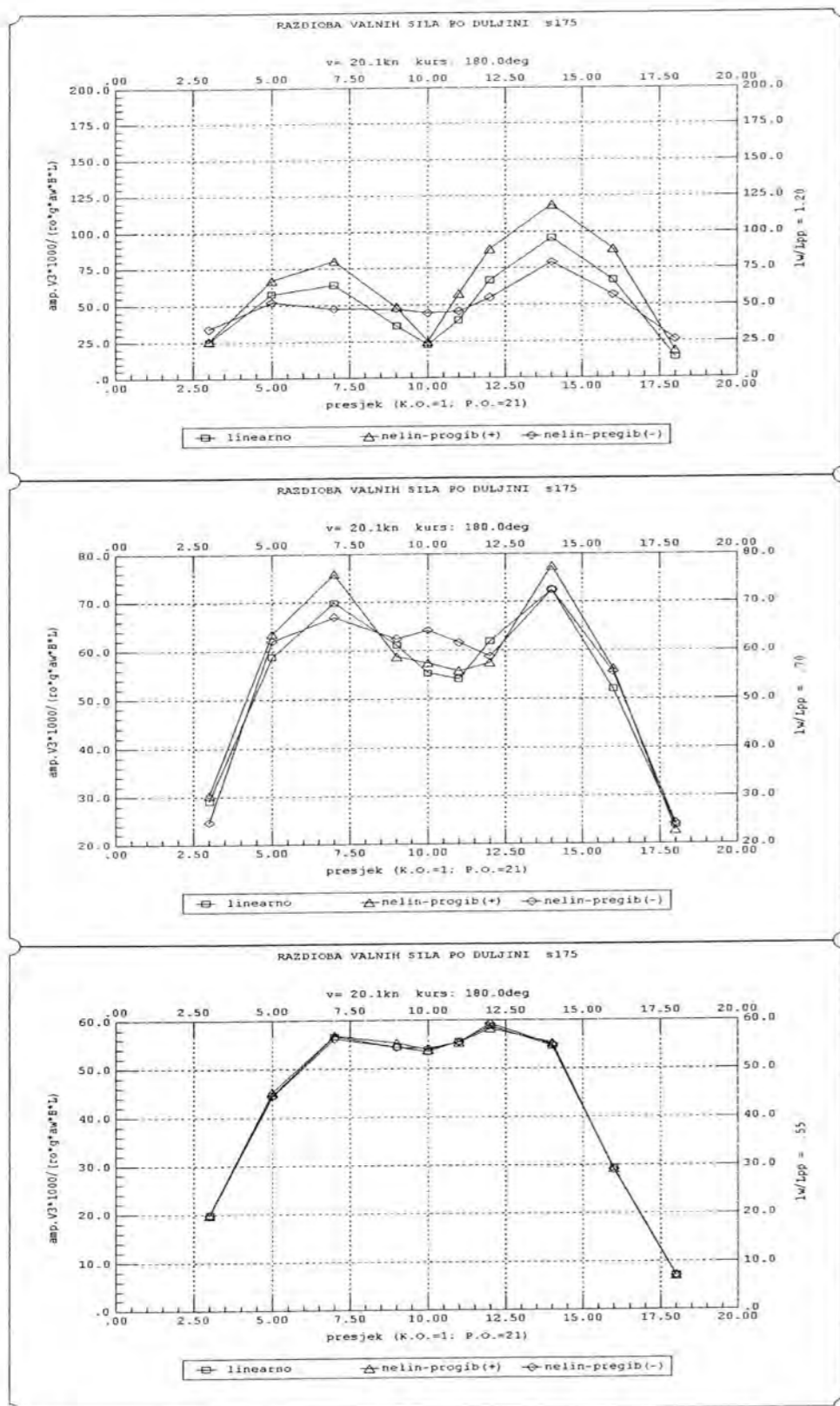
$$V_3(\omega_e, t, x) = V_{3L}(\omega_e, x)e^{i\omega_e t} + V_{32}(\omega_e, t, x)e^{2i\omega_e t} + V_{33}(\omega_e, t, x)e^{3i\omega_e t} \quad (6.3)$$

$$V_5(\omega_e, t, x) = V_{5L}(\omega_e, x)e^{i\omega_e t} + V_{52}(\omega_e, t, x)e^{2i\omega_e t} + V_{53}(\omega_e, t, x)e^{3i\omega_e t}$$

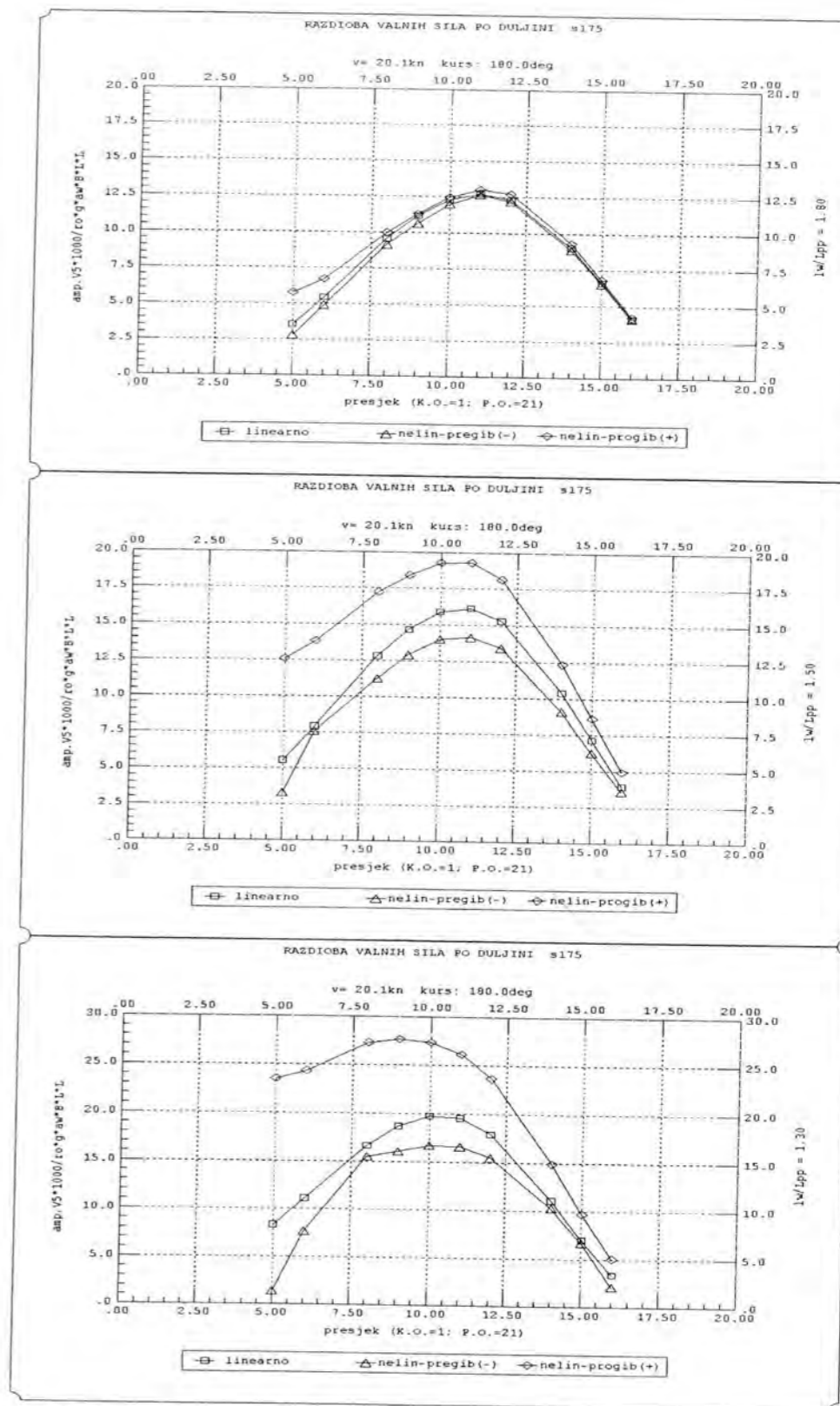
ili preko izraza (4.70) za dobivanje nelinearnih prijenosnih funkcija, slika 6.16. Procesi su prikazani u vremenskom području trajanja jednog osnovnog perioda i u bezdimenzijskom obliku. Pozitivna vrijednost vertikalne poprečne sile predstavlja stanje progiba, a negativna stanje pregiba broda. Jednako tako, u skladu sa usvojenim koordinatnim sustavom i rješenjima posrtanja pozitivna vrijednost momenta savijanja predstavlja stanje pregiba, a negativna stanje progiba. Stoga se nelinearni rezultati sile i momenta sastoje od dvije krivulje za isti harmonički val. Jedna se odnosi na maksimalnu vrijednost procesa poprečne sile (progib), a druga na minimalnu vrijednost (pregib). Isto vrijedi i za proces vertikalnog momenta savijanja, a može se primijetiti da vrijednosti pregibnog i progibnog momenta savijanja i poprečne sile za isti val i uvjete plovidbe nisu iste i da se razlikuju po čitavom rasponu susretnih frekvencija. Na slikama 6.17 i 6.18 prikazane su usporedbe raspodjele linearne i nelinearne amplitude vertikalne poprečne sile po duljini, za pet različitih omjera  $\lambda/L_{pp}$  (1,8; 1,5; 1,2; 0,7; 0,5), a na slikama 6.19 i 6.20 prikazane su usporedbe raspodjele linearne i nelinearne amplitude vertikalnog momenta savijanja po duljini, za šest različitih omjera  $\lambda/L_{pp}$  (1,8; 1,5; 1,2; 1,0; 0,7; 0,5).



Sl. 6.17 Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne poprečne sile (V3) po duljini broda za dva omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (1,8; 1,5).

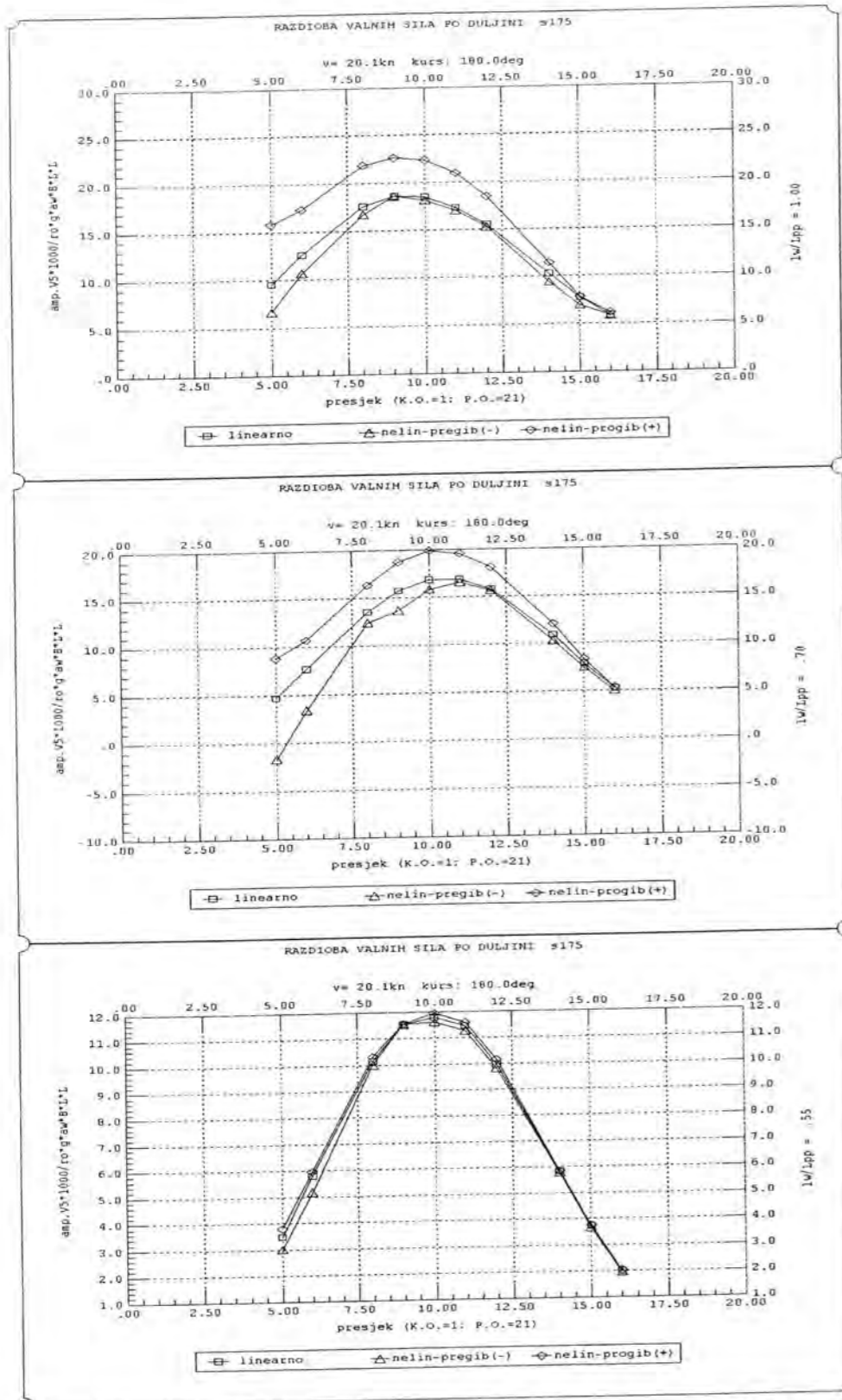


Sl. 6.18 Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne poprečne sile (V3) po duljini za tri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (1,2; 0,7; 0,5).



Sl. 6.19 Usporedba raspodjele amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za tri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (1,8; 1,5; 1,2).



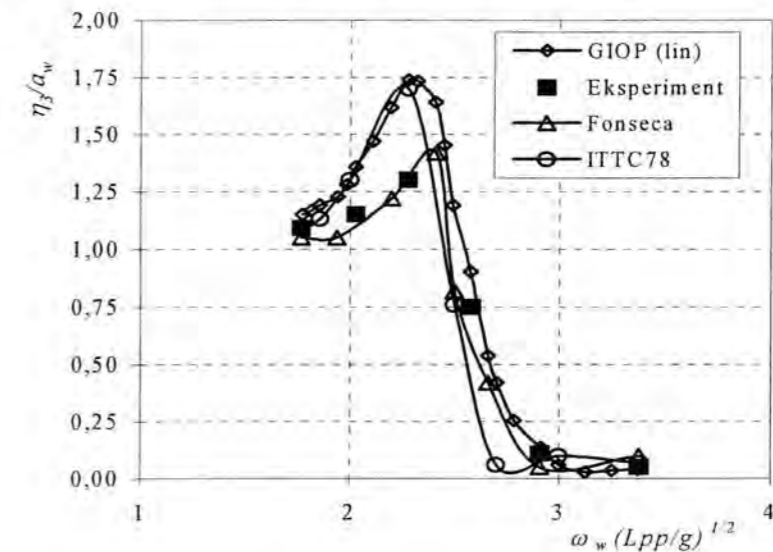


Sl. 6.20 Usporedba raspodjele amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za tri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (1,0; 0,7; 0,5).

## 6.2. USPOREDBA REZULTATA I POTVRDA KODA RAČUNARSKOG PROGRAMA

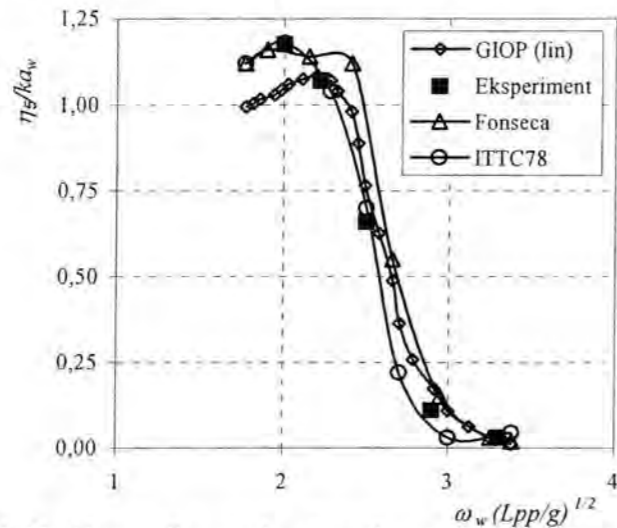
Usporedba linearnog i nelinearnog proračuna njihanja i opterećenja u vertikalnoj uzdužnoj ravnini primijenjenom modificiranom *STF* teorijom kroz računarski program *GIOP* može se iz slika 6.4 – 6.6 zaključiti da se kao posljedica uključivanje nelinearnih utjecaja varijacije gaza presjeka i nekomitih stijenki boka javlja nešto veći izron i manji uron u odnosu na linearni proces poniranja na istom harmoničkom valu. Općenito razlike nisu velike i iznose maksimalno do 5% veće amplitude izrona za najveći promatrani val amplitude  $a_w=3,9$  m pri  $\lambda/L_{pp}=1,8$ . Sa smanjenjem duljine, tj. visine vala razlike postaju sve manje da bi se pri  $\lambda/L_{pp}=0,5$  linearni i nelinearni proces poniranja gotovo podudarali. Dakle, povećanjem visine vala utjecaj nelinearnosti u poniranju postaje sve značajniji. Slične osobine pokazuje i nelinearni proces posrtanja u odnosu na linearni, ali su razlike još izraženije. Ako se promatraju nelinearne prijenosne funkcije, slika 6.7, najveće razlike su u području najznačajnijih frekvencija, tj u području od  $\lambda/L_{pp}=1,1 - 1,5$ .

Promatrajući nelinearne procese opterećenja kroz slike 6.13 i 6.14 može se primijetiti da promatrane nelinearnosti najviše dolaze do izražaja za valove približno jednake duljini broda, tj. u rasponu  $\lambda/L_{pp}=1,0-1,3$ . Smanjenjem duljine vala utjecaji nelinearnosti se smanjuju pa su za  $\lambda/L_{pp}=0,5$  razlike gotovo zanemarive. Slično se događa i povećanjem valne duljine do omjera  $\lambda/L_{pp}=2,0$ , što se može vidjeti i iz amplituda nelinearnih prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile i momenta savijanja, slika 6.16. Amplitude prijenosne funkcije opterećenja drugog i trećeg reda najveće vrijednosti poprimaju oko  $\lambda/L_{pp}=1,0$ , slike 6.11 i 6.12. Općenito se može zaključiti da su razlike linearnog i nelinearnog procesa opterećenja znatno veće u odnosu na razlike kod poniranja i posrtanja. Kroz prikaz prijenosnih funkcija opterećenja ili kroz raspodjelu amplituda nelinearne vertikalne poprečne sile i nelinearnog momenta savijanja po duljini broda, slike 6.17 – 6.20, može se zaključiti da su momenti savijanja uslijed progiba znatno veći od onih od pregiba po čitavom rasponu praktički značajnih frekvencija i po čitavoj duljini broda. Isto su tako i nelinearne poprečne sile znatno veće za stanje progiba nego pregiba, samo sa tom razlikom što je maksimalni moment savijanja progiba karakteriziran negativnom vrijednošću za razliku od maksimalne poprečne sile koja je pozitivna veličina, a što proizlazi iz usvojenog koordinatnog sustava i konvencije predznaka sila i momenata na presjeku. Nakon analize dobivenih rezultata, provedena je usporedba linearnog i nelinearnog proračuna njihanja i opterećenja izrađenim računarskim programom *GIOP* sa



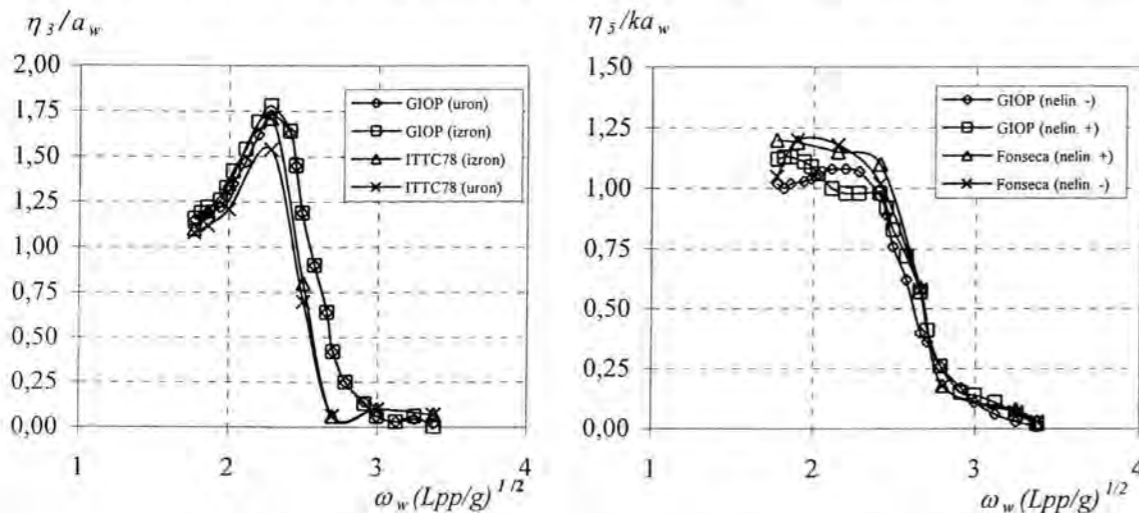
Sl. 6.21 Usporedba amplituda prijenosnih funkcija poniranja *SI75* na valovima u pramac pri  $F_n=0,25$

rezultatima iz dostupne literature, a prikazana je na slikama 6.21 – 6.25. Na slikama 6.21 i 6.22. prikazana je usporedba linearnog proračuna poniranja i posrtanja sa eksperimentalnim rezultatima na modelu u bazenu [92], sa rezultatima Fonsece i Guedes Soaresa [38] i sa analizom koju je proveo ITTC [23]. Može se uočiti dosta dobro poklapanje rezultata linearne prijenosne funkcije poniranja i posrtanja, naročito sa analizom provedenom u okviru ITTC-a. Nešto slabije je podudaranje sa eksperimentalnim podacima, ali samo u području maksimalnih vrijednosti prijenosne funkcije poniranja i posrtanja. Usporedba rezultata prijenosnih funkcija nelinearnom



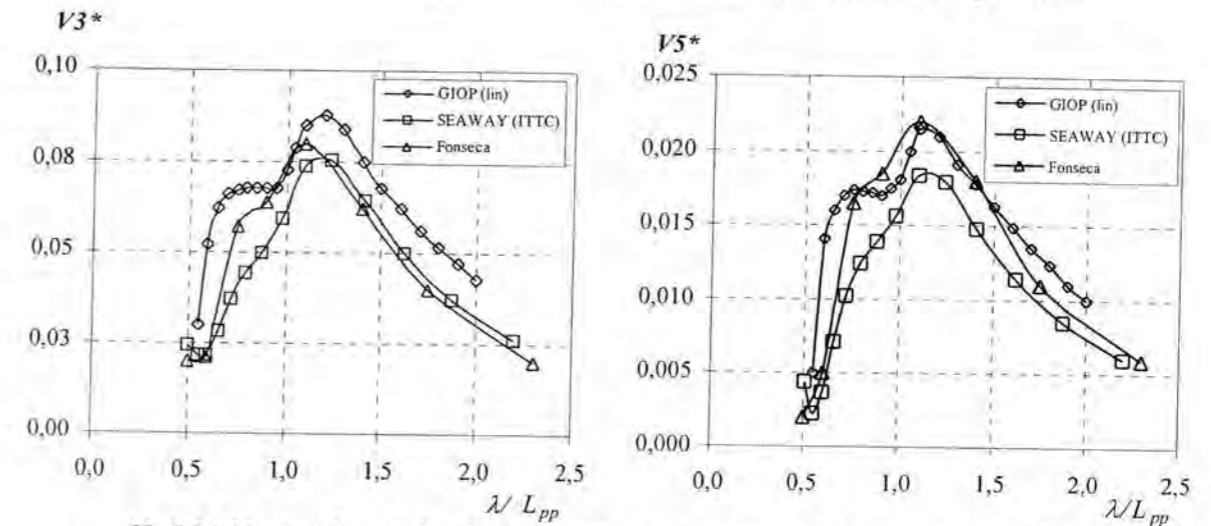
SI. 6.22 Usporedba amplituda prijenosnih funkcija posrtanja S175 na valovima u pramac pri  $F_n=0.25$

modificiranom STF teorijom prikazana je na slici 6.23. Prijenosne funkcije poniranja su uspoređene sa rezultatima analize provedene od ITTC-a [23] koje određuju maksimalne i minimalne vrijednosti, dok su prijenosne funkcije nelinearnog posrtanja uspoređene sa rezultatima Fonsece i Guedes Soaresa [38] dobivenih također na osnovi vrpčaste teorije u vremenskoj domeni sa uključivanjem memorijskog efekta vezanog za oscilacije slobodne površine. Kod prijenosne funkcije poniranja podudaranje rezultata u cijelom području frekvencija je vrlo dobro, dok se kod posrtanja primjećuju male razlike u području maksimalnih odziva. Maksimalna odstupanja kod uranjanja pramca su ispod 10%, što je u granicama prihvatljivosti, a razlike se kod poniranja

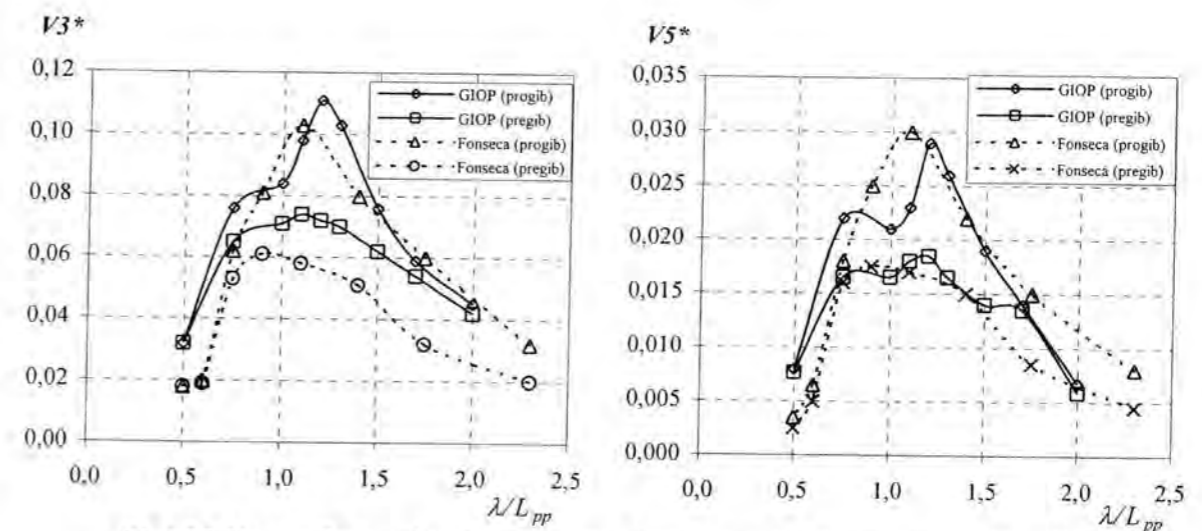


SI. 6.23 Usporedba amplituda prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja S175 na valovima u pramac pri  $F_n=0.25$  dobivenih nelinearnim proračunom pomoću modificirane STF teorije

moju protumačiti različitim metodama određivanja hidrodinamičkih koeficijenata presjeka. Usporedba linearnog proračuna opterećenja, tj. amplituda valnih sila u uzdužnoj vertikalnoj ravnini, poprečne sile ( $V3$ ) i momenta savijanja ( $V5$ ) prikazana je na slici 6.24. Rezultati iz GIOP-a su uspoređeni sa računarskim programom SEAWAY [93] razvijenog na fakultetu za strojarstvo i pomorsku tehnologiju u Delftu i sa rezultatima rada Fonsece [38]. Sa slike je vidljivo odlično podudaranje vertikalnog momenta savijanja u cijelom frekvencijskom području sa rezultatima Fonsece, ali su rezultati u odnosu na ITTC nešto veći uz zadržavanje oblika funkcije. Razlike su moguće zbog vjerojatno različitih uvjeta krcanja, tj. nešto različite raspodjele mase po duljini. Na slici 6.25 je prikazana usporedba rezultata nelinearnog proračuna amplituda poprečne sile i momenta savijanja posebno za progib i pregib, sa rezultatima [38]. Vidljivo je odlično podudaranje rezultata obzirom na različitu teorijsku formulaciju uključivanja nelinearnosti u proračun.



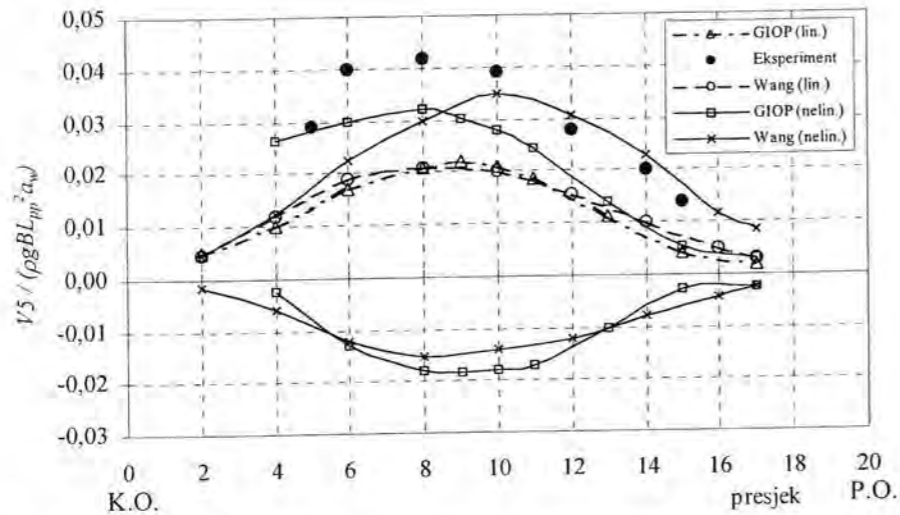
SI. 6.24 Usporedba amplituda prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile ( $V3$ ) na  $0,75\%L_{pp}$  i vertikalnog momenta savijanja ( $V5$ ) na glavnom rebru S175 na valovima u pramac pri  $F_n=0,25$  dobivenih linearnom STF metodom,  $V3^*=V3/\rho g B L_{pp} a_w$  i  $V5^*=V5/\rho g B L_{pp}^2 a_w$  ( $\lambda a_w=80$ ).



SI. 6.25 Usporedba amplituda prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile ( $V3$ ) na  $0,75\%L_{pp}$  i vertikalnog momenta savijanja ( $V5$ ) na glavnom rebru za stanje pregiba i progiba za kontejnerski brod S175 na valovima u pramac pri  $F_n=0,25$  dobivenih modificiranom STF metodom.



Kao završna usporedba, rezultati prikazani kroz slike 6.19, 6.24 i 6.25 preuređeni su za prikaz raspodjele linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja ( $V_5$ ) po duljini S175 za već navedene uvjete plovidbe, slika 6.26. Usporedba rezultata je provedena sa rezultatima eksperimenta (Watanabe i ostali [92], 1989.) i sa rezultatima Wanga [94]. Može se primijetiti izuzetno podudaranje rezultata linearnog momenta savijanja za val u pramac  $\lambda/L_{pp}=1,2$  nagiba  $\lambda/a_w=80$  pri  $F_n=0,25$ . U odnosu na eksperimentalne rezultate za progibni moment  $GIOP$  daje nešto niže vrijednosti što se može protumačiti uključivanjem samo jednog dijela nelinearnosti prisutnih u opterećenju.



Sl. 6.26 Usporedba amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja ( $V_5$ ) po duljini broda S175 za stanje pregiba (negativno) i progiba (pozitivno) za val  $\lambda/L_{pp}=1,2$  i  $\lambda/a_w=80$  u pramac pri  $F_n=0,25$ .

### 6.3. NUMERIČKI PRIMJER PRORAČUNA EKSTREMNIH ODZIVA VERTIKALNOG MOMENTA SAVIJANJA KONTEJNERSKOG BRODA NA MORSKIM VALOVIMA

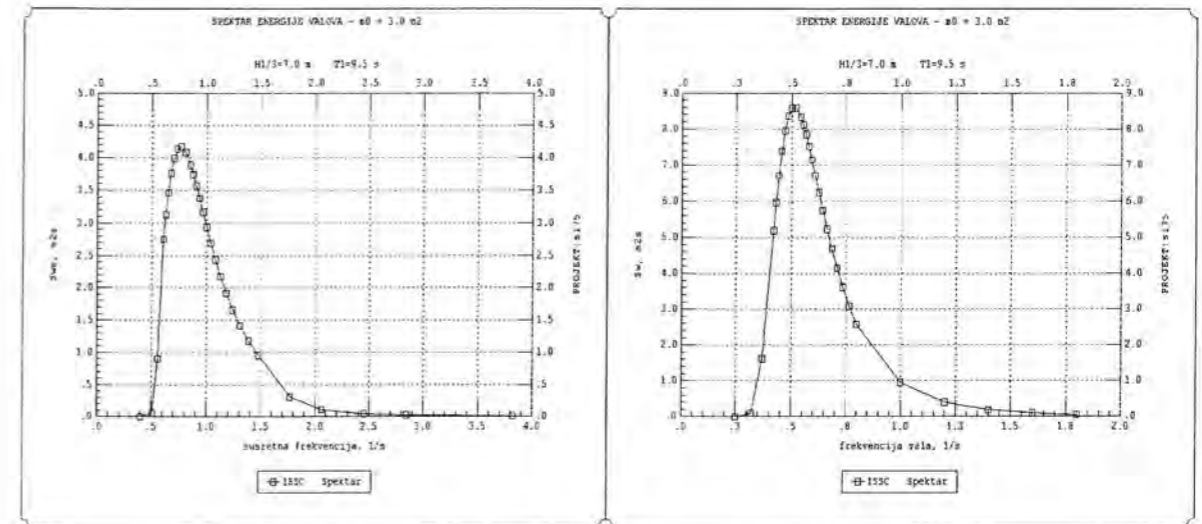
Numerički proračun ukupnog odziva vertikalnog momenta savijanja na kojeg djeluje stohastička pobuda, tj. morski valovi, izveden je za kontejnerski brod S175 na glavnom rebru (presjek 11) pri uvjetima plovidbe navedenim u poglavlju 5.2. Stanje mora opisano je standardnim izrazom za Pierson-Moskowitzov spektar valova:

$$S_w(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}}, \quad (6.4)$$

koji u slučaju da su dostupni jedino podaci o značajnoj visini vala  $h_{1/3}$  i karakteristični period vala  $T_1$  prelazi u standardni I.S.S.C. spektar, sa parametrima  $A$  i  $B$  definiranim kao:

$$A = \frac{173 h_{1/3}^2}{T_1^4}; \quad B = \frac{691}{T_1^4}. \quad (6.5)$$

Za primjer proračuna izabrano je ekstremno stanje mora Sjevernog Atlantika (kvadranti 8 i 9), slika 6.27, za koje postoje godišnji podaci za sve smjerove napredovanja valova [111], [112], a kao projektne vrijednosti izabrani su: značajna visina vala  $h_{1/3} = 7,0$  m i odgovarajući karakteristični period vala  $T_1 = 9,5$  s<sup>-1</sup>. Ovakav izbor vrijednosti parametara za izraz (6.4) predstavlja samo jedan od načina određivanja projektne stanja mora i to preko maksimalne značajne visine vala.

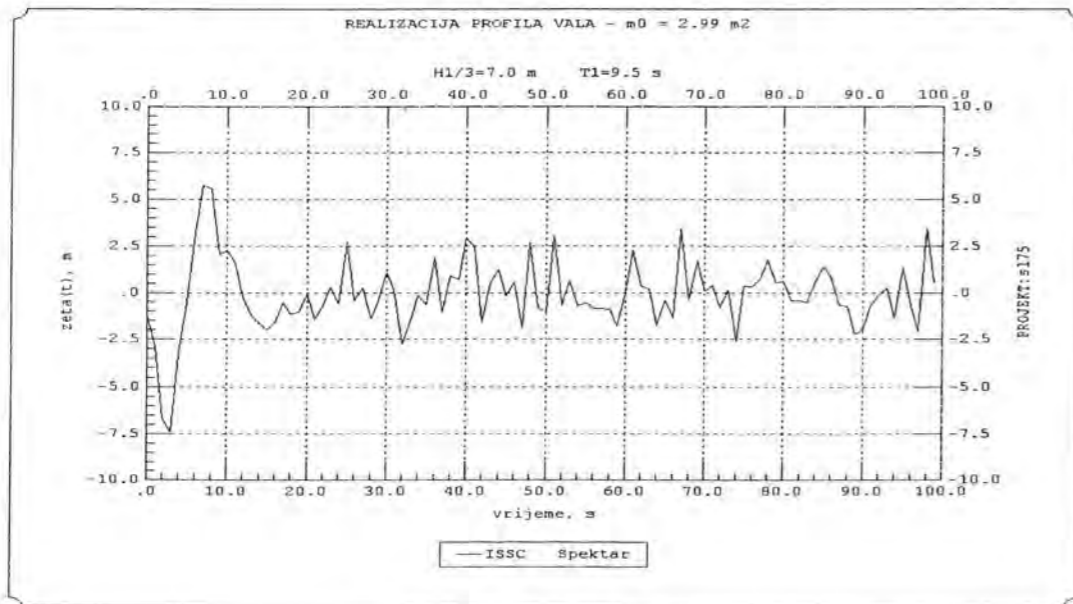


Sl. 6.27 Spektar valova (I.S.S.C.) za ekstremno stanje mora Sjevernog Atlantika ( $h_{1/3} = 7,0$  m,  $T_1 = 9,5$  s<sup>-1</sup>) kao funkcija susretne frekvencije i valne frekvencije

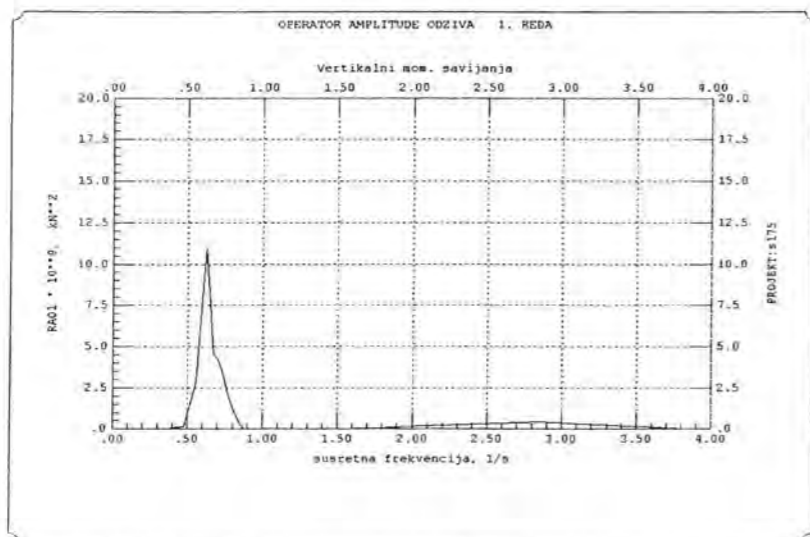
Budući je energija vala proporcionalna sa polovicom kvadrata visine vala realizacija vala  $\zeta(t)$  je izvedena iz diskretiziranog valnog spektra (slika 6.27) sa slučajno generiranim faznim pomacima i prikazana je na slici 6.28.

Karakteristike linearnog i nelinearnog modela opterećenja broda u uzdužnoj vertikalnoj ravnini i u frekvencijskom području su izražene pomoću prijenosnih funkcija prvog  $H_1(\omega_e)$ , drugog  $H_2(\omega_1, \omega_2)$  i trećeg reda  $H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ , tj. pripadnim operatorima amplitude odziva

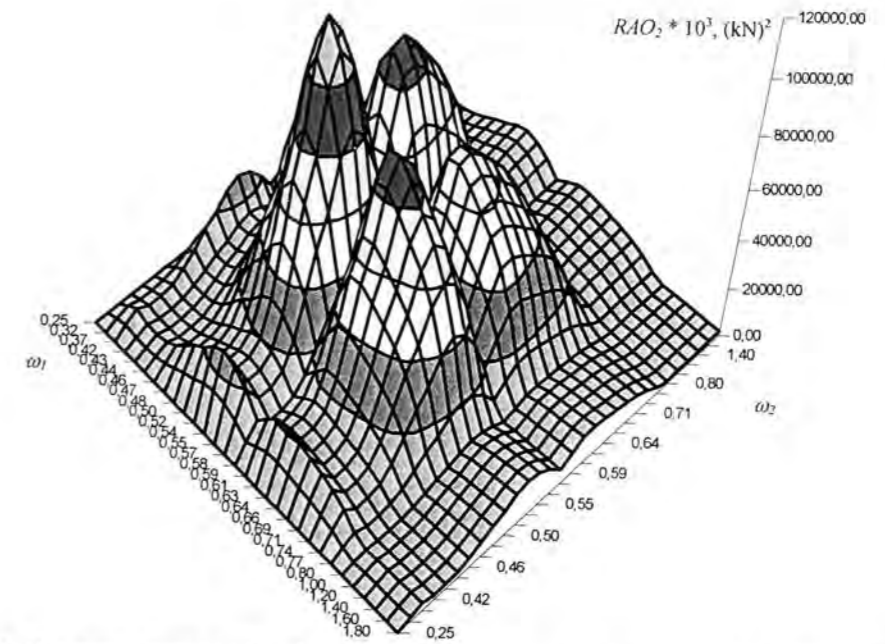
$|H_1(\omega_e)|^2$ ,  $|H_2(\omega_1, \omega_2)|^2$ ,  $|H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3)|^2$ . Prijenosna funkcija linearnog dijela odziva momenta savijanja na glavnom rebu kontejnerskog broda *SI75* pri brzini napredovanja od  $v=21,0$  čv i kursnim kutom  $\beta = 180^\circ$ , u bezdimenzijskom obliku prikazana je na slici 5.10, a njezin linearni operator amplitude odziva na slici 6.29. Operator amplitude odziva drugog reda kao funkcija dviju varijabli  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , koji uključuje utjecaj drugih harmonika prikazan je na slici 6.30. Na slici 6.31. prikazan je isti operator amplitudni operator, ali samo za dijagonalne elemente, tj.  $H_2(\omega_e, \omega_e)$ . Spektar odziva momenta savijanja na glavnom rebu, tj. spektar gustoće energije momenta savijanja, izračunat je prema izrazima (5.62)-(5.67) za linearni i nelinearni dio modela i prikazan je na slici 6.32. Budući da su linearni i nelinearni dio korelacijski nezavisni, spektar ukupnog odziva momenta savijanja na glavnom rebu može se dobiti jednostavnim sumiranjem spektra odziva linearnog dijela i spektra odziva nelinearnog kvadratnog dijela u frekvencijskom području, izraz (5.62). Usporedba rezultata u obliku ukupnog spektra odziva i spektra odziva prvog reda, u ovom primjeru samo vertikalnog momenta savijanja, prikazana je na slici 6.33.



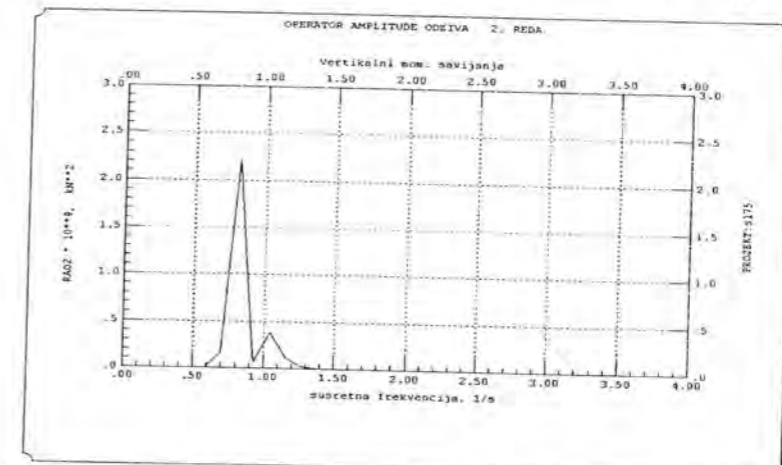
Sl. 6.28 Realizacija vala



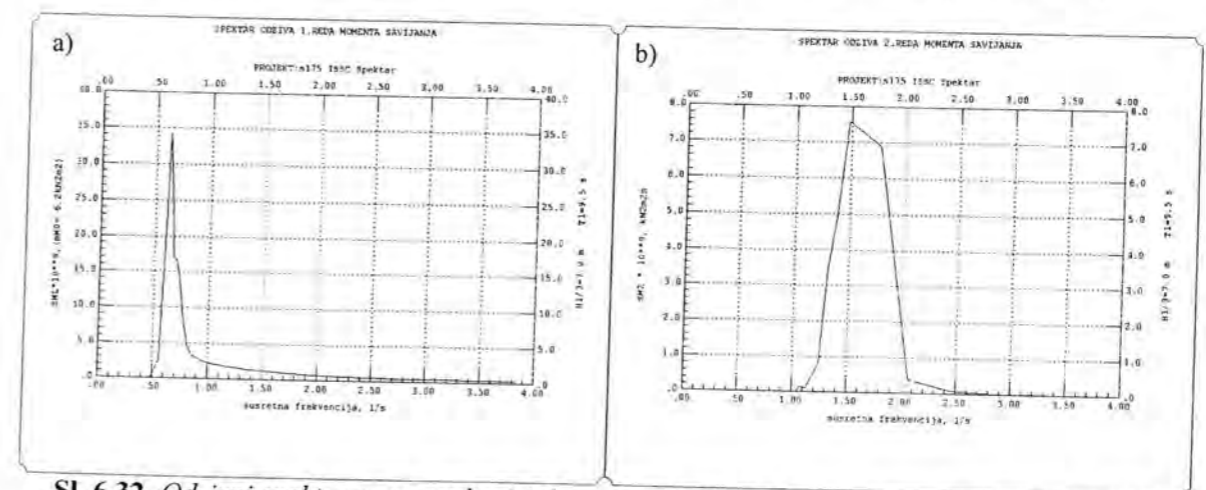
Sl. 6.29 Operator amplitude odziva momenta savijanja prvog reda  $|H_1^M(\omega_e)|^2$



Sl. 6.30 Operator amplitude odziva momenta savijanja drugog reda  $|H_2^M(\omega_1, \omega_2)|^2$

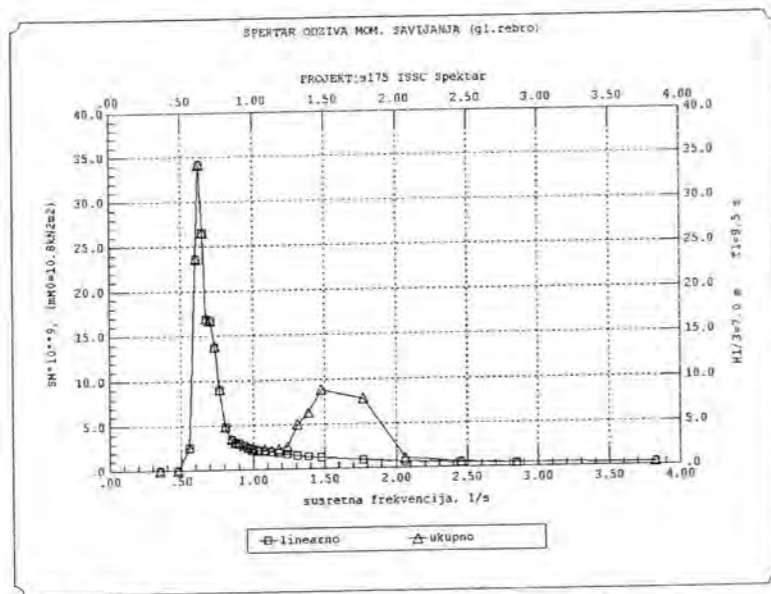


Sl. 6.31 Operator amplitude odziva momenta savijanja drugog reda  $|H_2^M(\omega_e, \omega_e)|^2$



Sl. 6.32 Odzivni spektar prvog reda a) i drugog reda b) vertikalnog momenta savijanja *SI75*





Sl. 6.33 Usporedba ukupnog odzivnog spektra i spektra odziva prvog reda (linearnog) vertikalnog momenta savijanja S175 na glavnom rebru

Usporedba najvjerojatnije maksimalne odzivne amplitude vertikalnog momenta savijanja  $M_m$  na glavnom rebru dobivene proračunom na linearnom i nelinearnom modelu opterećenja, zajedno sa osnovnim ulaznim parametrima prikazana je u tablici 6.2.

Tab. 6.2. Usporedba najvjerojatnije maksimalne odzivne amplitude momenta savijanja na glavnom rebru S175 dobivene na linearnom i nelinearnom modelu valnog opterećenja

- trajanje procesa vertikalnog momenta savijanja u navedenim uvjetima (kurs, brzina, područje plovidbe)	$T = 3 \text{ h} = 10800 \text{ s}$
- nulti moment spektra odziva 1. reda (linearnog)	$m_{M0} = 6,23 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2$
- nulti moment ukupnog odzivnog spektra	$m_{M0}^* = 10,79 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2$
- drugi moment spektra odziva 1. reda (linearnog)	$m_{M2} = 7,65 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2 \text{s}^{-2}$
- drugi moment ukupnog spektra odziva	$m_{M2}^* = 19,6 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2 \text{s}^{-2}$
- četvrti moment spektra odziva 1. reda (linearnog)	$m_{M4} = 23,89 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2 \text{s}^{-4}$
- četvrti moment ukupnog spektra odziva	$m_{M4}^* = 57,3 \cdot 10^9 \text{ kN}^2 \text{m}^2 \text{s}^{-4}$
- period pojavljivanja maksimalnih vrijednosti	$T_p = 3,7 \text{ s}$
- period između nultih vrijednosti	$T_0 = 5,7 \text{ s}$
- broj momenata savijanja u promatranom periodu $T$	$K = 1907$
- broj ukupnog momenata savijanja u promatranom periodu $T$	$K^* = 2941$
- širina odzivnog spektra prvog reda	$\epsilon_M = 0,58$
- širina ukupnog odzivnog spektra	$\epsilon_M^* = 0,60$

## 7. ZAKLJUČAK

U prikazanom radu definirana je procedura za proračun nelinearnog valnog opterećenja i ekstremnih odziva opterećenja strukture u vertikalnoj uzdužnoj ravnini. Posebna pažnja je posvećena jednoj od nelinearnosti prisutnih pri plovidbi broda na valovima velikih amplituda, za koju je pretpostavljeno da ima najveći utjecaj u analizi stvarnih opterećenja na morskim valovima, a to je varijacija gaza presjeka uslijed njihanja broda i prolaska vala. Pretpostavka se pokazala točnom budući se iz usporedbe rezultata sa drugim metodama i računarskim programima koji uključuju rješenje drugih problema, kao što je nelinearnost slobodne površine ili kvadratni član u Bernoulliovoj jednadžbi tlaka, općenito može vidjeti dosta dobro poklapanje rezultata. Analiza je provedena na harmoničkim valovima za vertikalnu uzdužnu ravninu, tj. analizirane su vertikalna poprečna sila i vertikalni moment savijanja sa valovima u pramac, budući se smatra da su pri takvim uvjetima plovidbe ove valne sile maksimalne. Utjecaj varijacije gaza presjeka je pokazao nesimetričnosti u vertikalnom momentu savijanja i vertikalnoj poprečnoj sili za uvjete pregiba i progiba. Korištena je modificirana STF vrpčasta teorija za formulaciju jednadžbi njihanja i opterećenja, a za određivanje hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase, prigušenja i uzbude presjeka korištene su metode konformnog preslikavanja i Frankova metoda uskog nanašanja izvora po presjeku. Usporedba je pokazala izuzetno dobro podudaranje rezultata dvodimenzijskih koeficijenata za kružni i kvadratni poprečni presjek i nešto malo lošije za trokutasti poprečni presjek. Razlog je taj što je kao primjer trokutastog poprečnog presjeka za proračun metodom konformnog preslikavanja uzet krajnji krmeni poprečni presjek kontejnerskog broda S175 koji se svojom formom i omjerom  $B/T$  ipak nešto razlikuje od pravog trokutastog presjeka koji je korišten u proračunu Frankovom metodom (FCF) i kod usporedbe rezultata dvodimenzijskih koeficijenata dodatne mase, prigušenja i uzbude.

Kao rezultat prikazanog rada općenito se mogu izvesti slijedeći zaključci:

- Razvijeni se matematički model, kojim su definirane jednadžbe dinamičkog nelinearnog opterećenja smatra ispravnim.
- Rješenja postavljenog modela nelinearnog opterećenja, temeljenog na modificiranoj STF metodi, jasno su pokazala nelinearne efekte pri njihanju i u opterećenju strukture za promatrani kontejnerski brod.
- Razvijeni računarski program obuhvaća primjenu linearnog modela opterećenja u vertikalnoj i horizontalnoj ravnini, te primjenu nelinearnog modela opterećenja u vertikalnoj uzdužnoj ravnini za vrijednosti Froudovog broja koji odgovara osnovnoj vrpčastoj linearnoj teoriji.

- Proširenje postojeće spektralne teorije proračuna odziva linearnog dinamičkog modela na nelinearni odziv opterećenja na morskim valovima omogućuje točniji izračun spektra odziva.
- Računarski program je proširen i za proračun ukupnog odziva vertikalnog momenta savijanja i vertikalne poprečne sile na morskim valovima. Ukupni odziv podrazumijeva uzimanje u obzir spektra odziva drugog reda. Spektar odziva prvog reda se zasniva na prijenosnim funkcijama linearnog modela, dok spektar odziva drugog reda koristi kvadratne prijenosne funkcije izračunate primjenom približnog Volterra modela.

Dodatno, na osnovi teorijskih postavki linearnog i nelinearnog modela opterećenja, analiza rezultata prikazanih u šestom poglavlju upućuje na sljedeće zaključke:

- Procesi poniranja i posrtanja u vremenskom području pokazuju pretpostavljenu nesimetričnost urona i izrona, tj. vrijednosti urona i izrona za isti harmonički val i iste uvjete plovidbe nisu identični i razlikuju se po čitavom rasponu susretnih ili valnih frekvencija, tj. omjera valnih duljina i duljina broda  $\lambda/L_{pp}$ . Općenito, razlike nisu velike, pogotovo za poniranje. Za amplitude vala koje odgovaraju  $\lambda/L_{pp}=0,5-1,5$  rezultati linearnog i nelinearnog proračuna poniranja su gotovo identični. Razlike se uočavaju tek kod izuzetno velikih valnih amplituda ( $a_w > 3,5m$ ). Iste se razlike mogu uočiti i u frekvencijskom području. Kod posrtanja razlike su malo izraženije i u vremenskom i frekvencijskom području.
- Simulacija nelinearnog opterećenja ukazuje da uključena nelinearnost najviše dolazi do izražaja za valove približno jednake duljini broda, tj u rasponu  $\lambda/L_{pp}=1,0-1,3$ . Smanjenjem duljine vala utjecaj nelinearnost se smanjuje, pa su za  $\lambda/L_{pp}=0,5$  razlike gotovo zanemarive. Slično se događa i povećanjem valne duljine do omjera  $\lambda/L_{pp}=2,0$ , što se može vidjeti i iz amplituda nelinearnih prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile i momenta savijanja u frekvencijskom području. Amplitude prijenosne funkcije opterećenja drugog i trećeg reda najveće vrijednosti poprimaju upravo oko  $\lambda/L_{pp}=1,0$ . Općenito se može zaključiti da su razlike linearnog i nelinearnog procesa opterećenja znatno veće u odnosu na razlike kod njihanja. Kroz prikaz prijenosnih funkcija opterećenja ili kroz raspodjelu amplituda nelinearne vertikalne poprečne sile i nelinearnog momenta savijanja po duljini broda, može se zaključiti da su momenti savijanja uslijed progiba znatno veći od onih od pregiba po čitavom rasponu praktički značajnih frekvencija i po čitavoj duljini broda. Isto su tako i nelinearne poprečne sile veće za stanje progiba nego pregiba.
- Dodatnom analizom pojedinih komponenti ukupne sile i momenta na poprečnom presjeku ukazuje na dominantnu ulogu povratne sile i momenta preko čitavog raspona frekvencija. Pri nižim frekvencijama uzbudna sila i moment postaju značajniji i uravnotežuju se sa povratnim silama i momentima. Pri većim frekvencijama inercijska i hidrodinamička sila i moment postaju značajniji. Analizom komponenti sila i momenta drugog i trećeg reda općenito se zapaža isti trend promjene komponenti u odnosu na frekvenciju kao i kod linearnih komponenti. Dodatno je naglašen utjecaj inercijske sile i momenta trećeg reda koja postaje reda veličine drugog reda preko čitavog raspona frekvencija. Jednako je i naglašeniji utjecaj hidrodinamičke sile i momenta drugog reda pri većim frekvencijama. Uzbudna sila i moment trećeg reda su po čitavom rasponu frekvencija znatno manje od preostalih komponenti trećeg reda, te se mogu zanemariti.
- Rezultati proračuna ukupnog odziva primijenjeni su za određivanje najvjerojatnijeg maksimalnog vertikalnog momenta savijanja i poprečne sile za neko ekstremno stanje mora. Računarski program omogućuje upotrebu nekoliko tipova spektara (PM, JONSWAP, Tabain) ali se lako može proširiti i za druge spektre.

- Primjer proračuna ekstremnih odziva, tj. najvjerojatnijih maksimalnih amplituda vertikalnog momenta savijanja za kontejnerski brod pokazuje znatnu razliku u korist procjene ekstremnih odziva vertikalnog momenta savijanja upotrebom ukupnog spektra odziva u odnosu na procjenu istih vrijednosti iz rezultata linearnog modela opterećenja.

Iz navedenoga se smatra da je cilj istraživanja ispunjen, budući da prikazani model proračuna i njegova rješenja predstavljaju doprinos proučavanju problema opterećenja broda i procjeni točnijeg odziva strukture prilikom njihanja broda na valovima velikih visina. Rezultati ovog rada mogu ponuditi projektantima brodske strukture racionalni model za analizu ekstremnih opterećenja kojima će brod biti izložen za vrijeme eksploatacije, a u smislu procjene najvjerojatnijih maksimalnih vrijednosti valnog opterećenja za ekstremno stanje mora.

Obzirom da je prikazani model opterećenja na valovima velikih amplituda pokazao dobre rezultate može se smatrati pogodnim kao temelj za budući istraživački rad. U tom smislu bi i razvijeni računarski program mogao poslužiti kao polazište za primjenu budućih aplikacija. Taj bi budući istraživački rad trebao biti zasnovan na poboljšanju postojećih metoda i razvoju novih, a koje bi kao temelj koristile vrpčastu teoriju. Naravno da bi pri tome trebalo voditi računa da proširenje modela za primijenjene teorijske metode bude do razine pogodne za praktičnu upotrebu.

Poboljšanja modela bi mogla ići u sljedećim pravcima:

- Potpuno rješenje problema potencijala difrakcije umjesto korištenja Haskindove relacije.
- Upotreba kvadratnog modela aproksimacije ovisnosti dvodimenzionalnih koeficijenata o promjeni gaza presjeka.
- Proširenje Volterra modela za članove trećeg, četvrtog i petog reda sa proračunom ukupnog spektra odziva koji bi uključio spektar odziva trećeg reda upotrebom kubne prijenosne funkcije.

Proširenje modela bi moglo obuhvatiti:

- Proračun raspodjele hidrodinamičkog tlaka po oplakanoj površini trupa.
- Uključenje viskoznog prigušenja ljuljanja sa ciljem poboljšanja rezultata opterećenja koja koriste pomake ljuljanja.
- Prikaz statistike odziva u obliku dijagrama kratkoročne i dugoročne prognoze koja bi se temeljila na nelinearnom stohastičkom modelu.



## POPIS LITERATURE

- [1] IMO, *Bulk Carrier Safety, Report of the Correspondence group on the safety of ship carrying solid bulk cargoes, MSC 65/INF,IS*, 1995
- [2] Fricke, W.: *Fatigue control in structural design of different ship types*, Proceedings VI<sup>th</sup> Congress of the IMAM, Varna 1993, pp. 134-144.
- [3] Part-Report, disaster of m/s *ESTONIA*, 1995
- [4] Froude, W.: *On the Rolling Ships*, Institute of Naval Archit..., Trans.2, pp.180-229, 1861.
- [5] Krylov, A.: *A new theory for the pitching and heaving motion of ship in waves*, Transactions of Royal Institute of Naval Architects, 1896.
- [6] Lewis, F. M.: *The Inertia of the Surrounding a Vibrating Ship*, Trans. SNAME, 37:1-20, 1929.
- [7] Haskind, M. D.: *The exciting forces and wetting of the ships in waves*, DTMB, Translation, (307), 1962.
- [8] Ursell, F.: *On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of the Fluid*, Quart. Journal of Mechanic and Applied Mathematics., vol. 2, no. 169, 1949.
- [9] Frank, W.: *Oscillation of Cylinders In or Below the Free Surface of Deep Fluids*, NSRDC, Washington, D.C., Report 2375, 1967.
- [10] Bai, K.J., Yeung R.W.: *Numerical Solutions to Free Surface Flow Problems*, 10<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, Cambridge, Mass, 1974.
- [11] Korvin-Kroukovsky, B. V., Jacobs, W., R.: *Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves*, TRANS. SNAME, vol. 65. 1957.
- [12] Jacobs, W. R.: *The Analytical Calculation of Ship Bending Moments in Regular Waves*, Journal of Ship Research, vol. 2, no. 1, 1958.
- [13] Gerritsma, J., Baukelman W.: *Analysis of the modified strip theory for the calculations of ship motions and wave bending moments*, International Shipbuilding Progress, vol. 14, No. 156, 1967.
- [14] Tasai, F., Takaki, M.: *Theory and calculation of ship response in regular waves*, Symposium of Seaworthiness of Ships, Society of Naval Architecture of Japan, 1969.
- [15] Ogilvie, T.F., Tuck, E.O.: *A Rational Strip Theory of Ship Motion, Part I*, Dept. of Naval Arch., Univ. of Michigan, Rep. No. 013, 1969

- [16] Salvesen, N., Tuck, E. O., Faltinsen, O.: *Ship Motion and Sea Loads*, SNAME Transactions, vol. 78, 1970.
- [17] Blok, J. J., Beukelman, W.: *The High-Speed Displacement Ship Systematic series Hull Forms Seakeeping Characteristics*, trans. SNAME, 92:125-150, 1984.
- [18] Keuning, J. A.: *Distribution of Added Mass and Damping along the Length of a Ship Model at High Forward Speed*, Report No. 817-P, Ship Hydrodynamics Laboratory, Delft University of Technology, 1988.
- [19] Watanabe, I.: *Practical method for diffraction pressure on a ship hull running in oblique wave*, Journal of KSNA, 221, 1994.
- [20] Ito, A.: *Hydrodynamic pressure acting on a ship in short waves*, M. Journal of KSNA, 222, 1994.
- [21] Tanizawa, K.: *Experimental study of wave pressure on VLCC running in short waves*, Journal of SNAJ, 174, 1994.
- [22] Sclavounos, P. D.: *Computation of wave ship interaction*, Advances in Marine Hydrodynamics-Computational Mechanics Publications, pp.177-231., 1996.
- [23] ITTC, Proceedings of International Towing Tank Conference, Kobe, Japan, 1987.
- [24] O'Dea J. F., Powers, E. and Zselecsky, J.: *Experimental determination of nonlinearities in vertical plane ship motions*, Int. Proc. of 19<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, Seoul, Korea, 1992, pp. 53-70.
- [25] Faltinsen, O. M.: *Wave and current induced motions of floating production systems*, Applied Ocean Research, Vol. 15 pp. 351-370, 1994.
- [26] Ohksu, M.: *Hydrodynamics of Ships in Waves*; Computational Mechanics Publications 1996.
- [27] Jensen, J. J., and Pedersen, P. T.: *Wave-induced bending moment in ship – a quadratic theory*, Proceedings RINA Supplementary Papers, 121, pp. 151-165, 1979.
- [28] Bruzzone, D., Pittaluga, A., Podenzana, B.: *Feasibility of second-order strip-theory for longitudinal strength of ships*, Proceedings 6th International Symposium on Practical design of Ship and Mobile Units, Seoul, pp.1.530-1.540., 1995.
- [29] Adegeest, L. J. M.: *Third-order Volterra modelling of ship response based on regular wave results*, Technical Report 988 MEMT 30, Delft University of Technology, Ship Hydromechanics Laboratory. 1994.
- [30] Fujino, M. and Yoon, B.S.: *A Practical method of Estimating motions and Wave Loads in Large Amplitudes Waves*, Int. Shipbuilding. Progress, Vol. 33, No. 385, 1986.
- [31] Guedes Soares, C.: *transient Response of Ship Hulls to Wave Impact*, International Shipbuilding Progress, 36, pp.137-192, 1989.
- [32] Chen, R. Z., Shen, J. W.: *A comparison of the long-term prediction of the wave-induced bending moment with IACS standards*, Shipbuilding of China, 3., 1990.
- [33] Finkelstein, A. B.: *The Initial Value Problem for Transient Water Waves*, Comm. on Pure and Applied mathematics, Vol.10, pp.511-522, 1957.
- [34] Cummins, W. E.: *The Impulse Response Function and Ship Motions*, Schifftechnik, 9:101\_109, June 1962.
- [35] Fonseca, N., Guedes Soares, C.: *Time-Domain Analysis of Large Amplitude Vertical Ship Motions and Wave Load*, Journal of Ship Research, Vol. 42, No.2, June 1998, pp.139-153.

- [36] Xia, J., Wang, Z.: *Time-Domain Hydroelasticity Theory of Ships Responding to Waves*, Journal of Ship Research, Vol.41, No.4, 1997.
- [37] Kaplan, P.: *Computer simulation/prediction of ship motion and load in seaway*, Proceedings International Conference on Seakeeping and weather – RINA, 1995.
- [38] Adegeest, L.J.M.: *Nonlinear Hull Girder Loads of Ships*; PhD Thesis; Delft University of Technology, 1995.
- [39] Xia, J., Wang, Z., Jensen, J. J.: *Non-linear wave loads and ship response by a time-domain strip theory*, DCAMM report no. 569, Technical University of Denmark, 1998.
- [40] Newman, J. N.: *The theory of ship motions*, Advances in Applied Mechanics, 18, 1978.
- [41] Newman, J. N., Sclavounos, P. D.: *The Unified Theory of Ship Motions*, Proceedings, 13<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, Tokyo, 1980.
- [42] Iwashita, H.: *Wave forces acting on a blunt ship with forward speed in oblique seas*, Journal of SNAJ, 176 pp. 83-98, 1994.
- [43] Ito, A., Iwashita, H., Okada, T.: *Wave forces acting on a blunt ship with forward speed in oblique seas*, Journal of SNAJ, 178 pp.161-168, 1995.
- [44] Arn, S., Lee, H.S., Lee, S. K.: *A computation of hydrodynamics forces by using 3-D higher order panel method*, Proceedings 6th Int. Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units, Seoul, Korea, pp.1382-1393, 1995.
- [45] Lin, W. M., Meinhold, M., Salvensen, Yue, D.: *Large amplitude motions and wave loads for ship design*, Proceedings 20th Symposium on Naval Hydrodynamics, Santa Barbara, California, pp. 192-213, 1994.
- [46] Sclavounos, P.: *Computation of wave ship interaction*, Advanced in Marine Hydrodynamics - Computational Mechanics Publications, pp.177-231, 1996.
- [47] Sclavounos, P. D., Nakos, D. E. and Huang, Y.: *Seakeeping and wave induced loads on ships with flare by Rankine Panel Method*, Proceedings 6<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa, pp.57-77, 1993.
- [48] Nakos, D. E., Kring, D. and Sclavounos, P. D.: *Rankine panel methods for transient free-surface flows*, Proceedings 6<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa, pp.613-632, 1993.
- [49] Kring, D., Huang, Y. F., Sclavounos, P., Vada, T., Broathen, A.: *Nonlinear ship motion and wave induced loads by a Rankine Method*, Proceedings on Naval Hydrodynamics, Trondheim, 1996.
- [50] Beck, R., Cao, Y., Lee, T. H.: *Fully nonlinear water wave computations using the desingularized method*, Proceedings 6th Int. Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa, USA, pp.3-20, 1993.
- [51] Scorpio, S. M., Beck, R. F., Korsmeyer, F. T.: *Non-linear wave computation using a multipole accelerated desingularised method*, Proceedings 21 st Symposium on Naval Hydrodynamics, Trondheim, 1996.
- [52] Maskew, B., Tidd, D., Fraser, J. S.: *Prediction of nonlinear hydrodynamic characteristics of complex vessels using a numerical time-domain approach*, Proceedings 6th Int. Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa, pp. 591-612, 1993.
- [53] Xue, M., Yue, D. K. P.: *Fully non-linear three-dimensional interaction between water waves and a surface-piercing body*, Proceedings 10th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Oxford, UK, 1995.



- [54] Huang, Y.: *Non-linear Ship Motions by Rankin Panel Method*, MIT, Cambridge, USA, 1996.
- [55] St. Denis, M. and Pierson, W. J.: *On the Motion of Ships in Confused Seas*, Trans. SNAME 61, (280-359) 1956.
- [56] Price, W. G., and Bishop, R. E. D.: *Probabilistic Theory of Ship Dynamic*, London, 1980.
- [57] Longuet-Higgins, M. S.: *The Effect of Non-linearities on Statistical Distributions in the Theory of Sea Waves*, Journal of Fluid Mechanics, Vol.17, pp-459-480, 1963.
- [58] Jensen, J. J.: *Stochastic Extreme Load Prediction for Marine Structures*, Proceedings 12<sup>th</sup> Nordic Seminar on Computational Mechanics, Helsinki, pp.178-194, 1999.
- [59] Winterstein, S. R.: *Non-normal Response and Fatigue Damage*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.111, No.10, pp.1291-1295, 1985.
- [60] Jensen, J. J. and Dogliani, M.: *Wave-induced Ship Hull Vibrations in Stochastic Seaway*, Marine Structures, (9):353-387, 1996.
- [61] Winterstein, S. R.: *Non-linear Vibration Models for Extremes and Fatigue*, Journal of Engineering Mechanics, 114(10): 1772-1790, 1988.
- [62] Jensen, J. J.: *Wave Induced Hydroelastic Response of Fast Monohull Ships*, Int. Seminar on Hydroelasticity for Ship Structural Design, Genova, 1996
- [63] Wirsching, P. H. and Light, M. C.: *Fatigue Under Wide Band Random Stresses*, ASCE, Vol.106, 1980.
- [64] Gudes Soares, C., Dias, S.: *Probabilistic models of still water load effects in containers*, Marine Structures, 9, No.3/4, pp.287-312, 1996.
- [65] Guedes Soares, C., Schellin, T. E.: *Non-linear effects on long term distribution of wave induced loads for tankers*, Proceedings OMAE, Vol.2, Firenza, pp.79-85, 1996.
- [66] Casella, G., Dogliani, M, and Guedes Soares, C.: *Reliability based design of primary structure of oil tankers*, Proceedings OMAE96, Vol.2, Firenza 1996, pp. 217-224.)
- [67] Nitta, A., Hironori, A., and Atsushi, M.: *Basic of IACS Unified Longitudinal Strength Standard*, Marine Structures, 5(1):1-21, 1992.
- [68] Guedes Soares, C.: *Long term distribution of non-linear wave induced vertical bending moments*, Marine Structures, 6, pp.475-483, 1993.
- [69] Jankowski, J.: *Ship motion and loads formulation of rules*, Publication of Polski Rejester Statkow, Classification No.2, Gdansk, 1993.
- [70] Friis Hansen, P.: *On combination of slamming and wave induced responses*, Journal of Ship Research, 38, No.2, pp.104-114, 1994.
- [71] Guedes Soares, C.: *On the definition of rule requirements for wave induced vertical bending moments*, Marine Structures, 9, No.3/4, pp.409-425, 1996.
- [72] Bitner-Gregersen, E., Cramer, E. H. and Loseth, R.: *Uncertainties of Load Characteristics and Fatigue Damage of Ship Structures*, Marine Structures, 8, pp. 97-117, 1995.
- [73] Cramer, E. H., Loseth, r. and Olaisen, K.: *Fatigue assessment of ship structure*, Marine Structures, 8, no.4, pp. 359-383, 1995.
- [74] Wang, X., Jiao, G., Moan, T.: *Analysis of oil production ship considering load combination ultimate strength and structural reliability*, Proceedings SNAME, New York, 1996.

- [75] Naess, A.: *Second-order strip theory for the response statistic of wave induced ship hull vibrations in random seas*, Marine Structures, 9, No.3-4, pp. 389-408, 1996.
- [76] Kac, M. and Siebert, A. J. F.: *On the theory of noise in radio receivers with square law detectors*, Journal of Applied Physics 18, 383-397, 1947.
- [77] Ochi, M. K., Ahn, K.: *Probability distribution to non-gaussian random processes*, Probabilistic Engineering Mechanics, 9, pp. 255-264., 1994.
- [78] Guedes Soares, C., Schellin, T. E.: *Long term distribution of non-linear wave induced vertical bending moments on a containership*, Marine Structures, 9, No.3/4, pp.333-352, 1996.
- [79] Jensen, J. J., Banke, L., Dogliani, M.: *Long term prediction of wave-induced loads using a quadratic strip theory*, Proceedings NAV 94, Vol. Session V, Rome, 1994.
- [80] Maes, M., Breitung, K. W.: *Direct approximation of the extreme value distribution on non-homogenous gaussian random fields*, Proceedings OMAE, Vol.2, Firenza 1996, pp. 103-109.
- [81] Moan, T.; Berge, S.: *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Ship and Offshore Structures Congress; (Report of Committee 1.2: Loads)*; Trondheim 1997.
- [82] Schellin, T. E., Ostergaard, C., Guedes Soares, C.: *Uncertainty assessment of low frequency load effects for containership*, Marine structures, 9, no3/4, pp.313-331., 1996.
- [83] Newman, J. N.: *Marine Hydrodynamics*, The MIT Press Cambridge, The Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, 1977.
- [84] *ITTC Symbols and Terminology List*, 1993.
- [85] De Jong, I. B.: *Computation of the hydrodynamic coefficients of oscillating cylinders*, NSRC TNO Report No. 145 S.
- [86] Zamarin, A.: *Hidrodinamičko opterećenja vitkog broda na morskim valovima*, Magistarski rad, Tehnički Fakultet Sveučilišta u Rijeci, 1998.
- [87] Prpić-Oršić, J.: *Modifikacija STF metode proračuna njihanja vitkih tijela na harmoničkom valu za područje nelinearnih značajki odziva*, Doktorska disertacija, Tehnički Fakultet Sveučilišta u Rijeci, 1994.
- [88] Čorić, V.: *Numeričko modeliranje sidrenih sustava pomorskih konstrukcija*, Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 1990.
- [89] Pierson, W.J. and Moskowitz, L.: *A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory S.A. Kitaigorodsku*, Tech. Rep. US Naval Oceanographic Office, 1963.
- [90] Tabain, T: *Predskazivanje valjanja malih brodova pri istovremenom djelovanju nepravilnih valova i vjetra*, Doktorska disertacija, Zagreb, 1985,
- [91] Pedersen, T.: *Wave Load Prediction – a Design Tool*, PhD Thesis, Dept. of Naval Architecture and Offshore Engineering, Technical University of Denmark, 2000.
- [92] Watanabe, I., Ueno, M. and Sawada, H.: *Effects of Bow Flare Shape to the Wave Load of a Container Ship*, JSNAJ, Vol.166, 1989.
- [93] Journeé, J. M. J.: *Theoretical and User Manual of SEAWAY Release 4.19*, Delft University of Tehnology, 2001.
- [94] Wang, Z. H.: *Hydroelastic Analysis of High-Speed Ships*, PhD Thesis, Dept. of Naval Architecture and Offshore Engineering, Technical University of Denmark, 2000.

- [95] Hughes, O. F.: *Ship Structural Design*, Dept. of Nav. Arch. Univ. of New South Wales, Sydney, Australia, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [96] Jensen, J. J.: *Load and Global Response of Ship*, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, 2001.
- [97] Bishop, R. E. D. and Price, W. G.: *Hydroelasticity of Ships*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1979.
- [98] Bedrosian, E. and Rice, S. O.: *The output properties of volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic gaussian inputs*, International Proceedings of the IEEE, Vol.59, 1971
- [99] Neal, E.: *Second-order hydrodynamic forces due to stochastic excitation*, Int. Proc. of 10<sup>th</sup> Symposium on Naval Hydrodynamics, 1974
- [100] Vinje, T. and Skjoldal, S. O.: *On the calculation of the statistical distribution of a maxima and minima of slightly non-linear quadratic stationary stochastic variables*, International Shipbuilding Progress 22, 265-274, 1975.
- [101] Wiener, N.: *Nonlinear problems in random theory*, Cambridge Mass.: M. I. T. Press. 1958.
- [102] Hasselman, K.: *On non-linear ship motions in irregular waves*, Journal of Ship Research 10, 64-68, 1966.
- [103] Dalzell, J. F.: *An investigation of the applicability of the third degree functional polynomial of nonlinear ship motion problems*, Technical Report SIT-DL-82-9-2275, Stevens Institute of Technology, New Jersey, 1982.
- [104] Kim, M. H. and Yue, D. K. P.: *Sum and difference frequency wave loads on a body in unidirectional gaussian seas*, Journal of Ship Research 35(2), 127-140, 1991.
- [105] Pastoor, L. W. and Krekel, M.: *Nonlinear Extreme Vertical Hull Girder Bending Moments in a North Sea FPSO*, Int. Conference on Ship and Shipping Research, Venice, 2000.
- [106] Ochi, M. K.: *Applied Probability and Stochastic Processes in Engineering and Physical Sciences*, University of Florida, John Wiley & Sons, New York, 1990.
- [107] Troesch, A. W.: *Effects of Nonlinearities on Hull Springing*, Marine Tehnology. Vol.21, No4, pp. 356-363, 1984.
- [108] Mansour, A. E. and Jensen, J. J.: *Slightly Nonlinear Extreme Loads and Load Combinations*, Journal of Ship Research, Vol. 39. No.2, pp. 139-149, 1995.
- [109] McTaggart, K., Datta, I. and Stirling, A.: *Motions and Loads of a Hydroelastic Frigate Model in Severe Seas*, SNAME Transactions, Vol.105, pp.427-453, 1997.
- [110] Xia, J., Wang, Z. and Jensen, J. J.: *Nonlinear Wave Loads and Ship Responses by a Time-Domain Strip Theory*, Journal of Ship Research, Vol.41, No.4, 1998.
- [111] Hogben, N. and Lamb, F.E.: *Ocean statistics*, H.M.S.O., London, 1967.
- [112] Young, I.R., Holland, G.J.: *Atlas of the Ocean*, OSIS, Interactive CD-ROM, Elsevier Science Ltd., Melbourne, Australia, 1997
- [113] Kato, H.: *On the Frictional Resistance to the Rolling of Ship*, Journal of Naval Architects of Japan, Vol.102 (1958)(NSRDC Translation, 1966)
- [114] Tanaka, W.: *A Study on the Bilge Keels, Part 4, On the Eddy-Making Resistance to the Rolling of a Ship Hull*, Journal of Naval Architects of Japan, Vol.109 (1960)
- [115] Vugts, J. H.: *The Hydrodynamic Coefficients for Swaying, Heaving and Rolling Cylinders in a Free Surface*, Shipbuilding Laboratory, Technological University Delft, 1968.

## POPIS OZNAKA, SIMBOLA I SKRAĆENICA

### OZNAKE I SIMBOLI

$a_{jk}$	dvodimenzijski koeficijent dodatne mase presjeka
$a_{jk}^A$	$a_{jk}$ za krajnji krmeni presjek
$a_{33}^L$	linearni koeficijenti dodatne mase poniranja presjeka
$a_{33}^V$	vremenski ovisni koeficijent dodatne mase poniranja presjeka
$a_w$	amplituda vala
$A_{jk}$	koeficijent dodatne mase za brod ( $j, k = 1, 2, \dots, 6$ )
$A_{jk}^0$	dio $A_{jk}$ neovisan o brzini
$A_{WP}$	površina vodne linije
$b$	maksimalna širina poprečnog presjeka
$b_{jk}$	dvodimenzijski koeficijent dodatne mase presjeka
$b_{jk}^A$	$b_{jk}$ za krajnji krmeni presjek
$b_{34}$	viskozno prigušenje pri ljuljanju presjeka
$b_{33}^L$	linearni koeficijenti prigušenja poniranja presjeka
$b_{33}^V$	vremenski ovisni koeficijent prigušenja poniranja presjeka
$b_v$	širina poprečnog presjeka u ovisnosti o vremenu
$B$	širina broda
$c_{33}^L$	linearni koeficijenti povratne sile presjeka
$c_{35}^L$	linearni koeficijenti povratnog momenta presjeka
$c_{33}^V$	vremenski ovisni koeficijent povratne sile presjeka
$c_{35}^V$	vremenski ovisni koeficijent povratnog momenta presjeka
$C_0$	oplakivana površina presjeka kod FCF
$d$	gaz presjeka
$dl$	dio luka oko poprečnog presjeka
$D_j$	ukupna hidrodinamička sila i moment na presjeku
$D_{jL}$	linearna hidrodinamička sila i moment na presjeku
$D_{j2(3)}$	hidrodinamička sila i moment drugog i trećeg reda na presjeku
$D_M$	dispersija odzivnog spektra momenta savijanja
$D_w$	dispersija valnog spektra
$E_j$	uzbudna sila i moment na dijelu trupa
$f_j$	Froude Krylovljeva sila presjeka
$f_{33}^L$	linearni koeficijenti Froude Krylovljeve sile presjeka
$f_{33}^V$	vremenski ovisni koeficijent Froude Krylovljeve sile presjeka
$f, f_{\zeta\zeta}$	funkcija gustoće vjerojatnosti
$F_j$	uzbudna sila i moment



$F_n$	Froudov broj
$g$	ubrzanje sile teže
$G_j$	kompleksna hidrodinamička sila i moment zbog njihanja broda
$\overline{GM}$	metacentarska visina
$G^*(z, \omega, t)$	kompleksni potencijal za pulsirajući izvor jedinične jakosti
$h_j$	'sila' difrakcije presjeka
$h_{33}^L$	linearni koeficijenti difrakcijske sile presjeka
$h_{33}^V$	vremenski ovisni koeficijent difrakcijske sile presjeka
$h_j^A$	$h_j$ za krajnji krmeni presjek
$h_{1,3}$	značajna visina vala
$H(x, y, z, 0; t)$	realni potencijal izvora točke
$H_j$	ukupna hidrodinamičke sile i moment na presjeku
$H_{jL}$	linearna komponenta hidrodinamičke sile i momenta na presjeku
$H_{j2(3)}$	hidrodinamička sila i moment drugog i trećeg reda
$H_1, H$	frekvencijska odzivna (prijenosna) funkcija prvog reda (linearna)
$H_2$	frekvencijska odzivna (prijenosna) funkcija drugog reda
$H_3$	frekvencijska odzivna (prijenosna) funkcija trećeg reda
$i$	imaginarna jedinica
$i_x, i_y$	moment tromosti mase presjeka oko osi $x, y$
$\mathbf{i}, \mathbf{j}$	jedinični vektori u smjeru osi $x, y$
$I_j$	moment inercije u $j$ tom smjeru
$I_j$	ukupna inercijska sila i moment na presjeku
$I_{jL}$	linearna komponenta inercijske sile i momenta na presjeku
$I_{j2(3)}$	inercijske sila i moment drugog i trećeg reda na presjeku
$I_{jk}$	centrifugalni moment inercije
$I_{WP}$	moment inercije površine vodne linije
$I_{ij}^{(m)}$	koeficijent utjecaja u fazi s ubrzanjem u $i$ toj središnjoj točki obzirom na $j$ ti ravnocrtni segment pri $m$ tom obliku njihanja
$J_{ij}^{(m)}$	koeficijent utjecaja u fazi s brzinom u $i$ toj središnjoj točki obzirom na $j$ ti ravnocrtni segment pri $m$ tom obliku njihanja
$K^*$	koeficijent prigušenja
$k$	valni broj
$K$	broj vrijednosti odziva momenta savijanja
$L_w$	duljina vala
$L$	duljina broda
$L_{pp}$	duljina između okomica
$m^x$	masa presjeka po jedinici duljine
$m_i$	komponente generaliziranog vektora koji uključuje gradijent potencijala brzine napredovanja
$(m)$	oznaka oblika njihanja ( $m=2,3,4$ redosljedno označavaju zanašanje, poniranje i ljuljanje)
$m_0, m_2, m_4$	nulli, drugi i četvrti moment spektra
$M$	masa broda
$M_{jk}$	generalizirana matrica masa broda
$M_m$	najvjerojatnija maksimalna odzivna amplituda momenta savijanja
$M_0$	moment savijanja na mirnoj vodi
$M_s$	mjerilo kod konformnog preslikavanja
$M_w$	projektorni moment savijanja na valu
$M_{WP}$	moment površine vodne linije
$M(\omega)^{(m)}$	sila ili moment dodatne mase za $m$ ti oblik njihanja pri frekvenciji $\omega$
$\mathbf{n}$	jedinični vektor normale
$n_j$	komponente vektora normale
$N$	broj parametara konformnog preslikavanja
$N$	broj segmenata koji definiraju polovicu uronjenog presjeka u srednjem položaju
$N_j$	dvodimenzijske generalizirane komponente normale presjeka ( $j=2,3,4$ )

$N(\omega)^{(m)}$	sila ili moment prigušenja za $m$ ti oblik njihanja pri frekvenciji $\omega$
$OM$	udaljenost vodne linije do metacentra presjeka
$p$	tlak
$p_0$	atmosferski tlak
$p_a^{(m)}$	hidrodinamički tlak u fazi s ubrzanjem za $m$ ti oblik njihanja
$p_v^{(m)}$	hidrodinamički tlak u fazi s brzinom za $m$ ti oblik njihanja
$p_r$	vjerojatnost nastupanja nekog događaja
$R_j$	ukupna povratna sila na poprečnom presjeku
$R_{jL}$	linearna komponenta povratne sile na poprečnom presjeku
$R_{j2(3)}$	komponenta drugog i trećeg reda povratne sile na poprečnom presjeku
$R_w = R_{\zeta\zeta}$	autokorelacijska funkcija
$Q_{(j)}^{(m)}$	jakost izvora u fazi s ubrzanjem duž $j$ tog segmenta za $m$ ti oblik njihanja
$Q_{(j-1)}^{(m)}$	jakost izvora u fazi s brzinom duž $j$ tog segmenta za $m$ ti oblik njihanja
$s$	koeficijent površine presjeka ili duljinska varijabla preko $C_x$
$s_j$	duljina $j$ -tog segmenta
$S, S_0$	trenutna oplakana površina trupa broda
$S_F$	slobodna površina
$S_w$	spektar energije valova
$S_M$	spektar odziva vertikalnog momenata savijanja
$S_P$	spektar odziva vertikalne poprečne sile
$t$	varijabla vremena
$T$	gaz broda
$T_0$	period vala
$T_e$	susretni period vala
$T_l$	karakteristični period vala
$\overline{T_e}$	očekivani period
$T_{jk}$	hidrodinamička sila i moment u $j$ -tom smjeru zbog pomaka u $k$ -tom smjeru
$u$	horizontalna komponenta brzine čestice fluida
$U$	brzina gibanja tijela kroz fluid (brzina broda)
$v$	vertikalna komponenta brzine čestice fluida
$\mathbf{v}$	vektor brzine strujanja fluida
$v_i^{(m)}$	komponenta normalne brzine na $i$ toj točki za $m$ ti oblik njihanja
$\mathbf{v}^{(m)}$	brzina gibanja točke cilindra točki i tog segmenta
$V_j$	komponente ukupnog dinamičkog opterećenja
$V_{3L}$	linearna komponenta vertikalne poprečne sile na poprečnom presjeku
$V_{5L}$	linearna komponenta vertikalnog momenta savijanja na poprečnom presjeku
$V_{32}$	komponenta drugog reda vertikalne poprečne sile na poprečnom presjeku
$V_{33}$	komponenta trećeg reda vertikalne poprečne sile na poprečnom presjeku
$V_{52}$	komponenta drugog reda vertikalnog momenta savijanja na poprečnom presjeku
$V_{53}$	komponenta trećeg reda vertikalnog momenta savijanja na poprečnom presjeku
$V_p$	fazna brzina vala
$z$	$z$ koordinata težišta presjeka
$\mathbf{z}$	kompleksna točka polja u području fluida ( $z=x+iy$ )
$z, z_v$	promjena gaza presjeka uslijed njihanja i prolaska vala
$z_i$	kompleksna središnja točka $i$ tog segmenta ( $z_i=x_i+iy_i$ )
$z_G$	vertikalni položaj težišta broda
$Z$	Fourierova transformacija harmonijskog vala
$x_A$	$x$ koordinata za krajnji krmeni presjek
$x_i$	apscisa $i$ te središnje točke (slika 4.5.)
$x, y, z$	pomični koordinatni sustav
$x_0, y_0, z_0$	nepomični koordinatni sustav
$y_i$	ordinata $i$ te središnje točke (slika 4.5.)
$y_1, y_2, y_3$	Volterrini funkcionali
$Y(t)$	slučajni izlazni harmonijski proces
$W$	otporni moment površine poprečnog presjeka

$\alpha$	amplituda vala, faktor rizika
$\alpha_i$	kut između $i$ tog segmenta i pozitivne osi $x$
$\alpha_{33}$	koeficijent linearne ovisnosti dodatne mase presjeka
$\beta$	kut između slučajnog vala i kursa broda, kursni kut
$\beta_{33}$	koeficijent linearne ovisnosti prigušenja presjeka
$\chi_{33}$	koeficijent linearne ovisnosti povratne sile presjeka
$\delta$	Diracova delta funkcija
$\Delta A$	koeficijenti korekcije dodatne mase
$\Delta B$	koeficijenti korekcije prigušenja
$\Delta C$	koeficijenti korekcije povratne sile
$\Delta F$	koeficijenti korekcije uzbudne sile
$\varepsilon$	širina spektra procesa
$\varepsilon_3$	koeficijent linearne ovisnosti difrakcijske sile presjeka
$\phi$	amplituda potencijala brzine fluida
$\Phi_{(j)}$	potencijal brzine za $j$ ti oblik njihanja
$\gamma_3$	koeficijent linearne ovisnosti Froude Krylovljeve sile presjeka
$\Gamma$	gama funkcija
$\eta_j$	generalizirani pomaci ( $j = 1, 2, \dots, 6$ odnose se na zalijetanje, zanašanje, poniranje, ljuljanje, posrtanje i zaošijanje)
$\eta_3^T$	ukupna kompleksna amplituda poniranja presjeka
$\eta_5^T$	ukupna kompleksna amplituda posrtanja presjeka
$\eta_{3L}$	linearna kompleksna amplituda poniranja presjeka neovisna o vremenu
$\eta_{5L}$	linearna kompleksna amplituda posrtanja presjeka neovisna o vremenu
$\eta_{3P}$	vremenski ovisna kompleksna amplituda poniranja presjeka
$\eta_{5P}$	vremenski ovisna kompleksna amplituda posrtanja presjeka
$\omega_e$	susretna frekvencija
$\xi$	varijabla integracije u smjeru osi $x$
$\xi_j$	apscisa $j$ te krajnje točka segmenta na $C_x$
$\psi_j$	dvodimenzijski potencijal brzine
$\zeta, \zeta_w$	elevacija vala
$\zeta_j$	amplitude njihanja ( $j = 1, 2, \dots, 6$ odnose se na zalijetanje, zanašanje, poniranje, ljuljanje, posrtanje i zaošijanje)

## SKRAĆENICE

CG	položaj težišta mase po visini
CMAF	Conformal Mapping (metoda konformnog preslikavanja)
FCF	Frank Close Fit (Frankova metoda uskog nanašanja izvora po presjeku)
$F_n$	Froudiv broj, $F_n = U / \sqrt{gL_{pp}}$
GIOP	GIbanje i OPterećenje
HBM	Horizontal bending moment (horizontalni moment savijanja)
HSF	Horizontal shear force (horizontalna poprečna sila)
IACS	International Association of Classification Societies
ISSC	International Ship Structure Committee
ITTC	International Towing Tank Conference
JONSWAP	Joint North Sea Waves Analysis Project
KO	krmena okomica
LPP	duljina između okomica
PM	Pierson-Moskowitz spektar
PO	pramčana okomica
STF	Salvinsen-Tuck-Faltinsen
TM	torzijski moment

VBM	Vertical Bending Moment (vertikalni moment savijanja)
VBM2	vertikalni moment savijanja drugog reda
VBM3	vertikalni moment savijanja trećeg reda
VSF	Vertical Shear Force (vertikalna poprečna sila)
VSF2	vertikalna poprečna sila drugog reda
VSF3	vertikalna poprečna sila trećeg reda
TF	Transfer Function (prijenosna funkcija)
RAO	Response Amplitude Operator (operator amplitude odziva)
ST	Strip Theory
FEM	Finite Element Method
MKE	metoda konačnih elemenata
RPM	Rankine Panel Method



## POPIS SLIKA

<b>Sl. 2.1a</b>	<i>Varijacija vertikalnog momenta savijanja na glavnom rebru u ovisnosti o visini vala (<math>\lambda/L_{pp}=1</math>)</i>	17
<b>Sl. 2.1b</b>	<i>Raspodjela maksimalnog pregibnog i progibnog momenta savijanja po duljini, uz <math>\lambda/L_{pp}=1</math> i <math>a_w/L_{pp}=1/30</math></i>	17
<b>Sl. 3.1</b>	<i>Definicija koordinatnog sustava</i>	20
<b>Sl. 3.2</b>	<i>Polje brzina ravninskog progresivnog vala u fluidu neograničene dubine</i>	22
<b>Sl. 3.3</b>	<i>Tlocrt ravninskog progresivnog sistema valova koji se širi u smjeru osi <math>x</math>, pod kutom <math>\beta</math>, relativno u odnosu na os <math>x'</math></i>	23
<b>Sl. 3.4</b>	<i>Definicija linearnih i kutnih pomaka</i>	25
<b>Sl. 3.5</b>	<i>Napredovanje broda na harmoničkim valovima kursnim kutom <math>\beta</math></i>	25
<b>Sl. 3.6</b>	<i>Definicija smjera nailaznog vala</i>	26
<b>Sl. 3.7</b>	<i>Definicija znakovlja kod opisa dinamičkih sila uzrokovanih valovima</i>	26
<b>Sl. 3.8</b>	<i>Pomaci presjeka uslijed poniranja, ljuljanja i posrtanja</i>	34
<b>Sl. 3.9</b>	<i>Odnosi ravnina preslikavanja</i>	38
<b>Sl. 3.10</b>	<i>Koordinatni sustavi za poniranje</i>	40
<b>Sl. 3.11</b>	<i>Dvodimenzijski rubni uvjet</i>	44
<b>Sl. 3.12</b>	<i>Aproksimacija presjeka pravocrtnim segmentima</i>	46
<b>Sl. 3.13</b>	<i>Aproksimacija uronjenog dijela presjeka cilindra <math>C_0</math> nizom pravocrtnih segmenata</i>	47
<b>Sl. 3.14</b>	<i>Oscilacije ljuljanja</i>	47
<b>Sl. 3.15</b>	<i>Bezdimenzijski koeficijent dodatne mase za poniranje kružnog poprečnog presjeka <math>a_{33}</math>, dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF). A je površina poprečnog presjeka</i>	50
<b>Sl. 3.16</b>	<i>Bezdimenzijski koeficijent dodatne mase poniranja kvadratnog poprečnog presjeka <math>a_{33}</math>, dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF). A je površina poprečnog presjeka</i>	51
<b>Sl. 3.17</b>	<i>Bezdimenzijski koeficijent dodatne mase poniranja trokutastog poprečnog presjeka <math>a_{33}</math>, dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora (FCF). A je površina poprečnog presjeka</i>	51

SI. 3.18	Bezdimenzijski koeficijent prigušenja poniranja a) kružnog, b) kvadratnog, c) trokutastog poprečnog presjeka $b_{33}$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora (FCF) .....	52
SI. 3.19	Bezdimenzijska amplituda uzbudne sile poniranja (zbroj amplitude Froude-Krilovljeve i difrakcijske komponente) a) kružnog, b) kvadratnog c) trokutastog, poprečnog presjeka $(f_{33} + h_{33})_0$ , dobiveni pomoću metode konformnog preslikavanja (CMAP) i Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF).....	53
SI. 3.20	Prijenosna funkcija amplitude poniranja i posrtanja pravokutnog pontona ( $L_{pp}=175m$ , $B=25m$ , $T=10m$ ) za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	54
SI. 3.21	Prijenosna funkcija amplitude vertikalne smične sile V3 (VSF) i vertikalnog momenta savijanja V5 (VBM) pravokutnog pontona za različite presjeke (P6 = gl. rebro) za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ). VSF je bezdimenzijalizirana sa $\rho g L_{pp} B a_w$ , a VBM sa $\rho g L_{pp}^2 B a_w$ .....	54
SI. 3.22	Raspodjela amplituda vertikalne smične sile V3 (VSF) po duljini pravokutnog pontona za omjer valne duljine i duljine broda $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	55
SI. 3.23	Raspodjela amplituda vertikalnih momenata savijanja V5 (VBM) po duljini pravokutnog pontona za omjer valne duljine i duljine broda $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	55
SI. 3.24	Prijenosna funkcija amplitude poniranja i posrtanja MARINERA za kursni kut $135^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	56
SI. 3.25	Prijenosna funkcija amplitude vertikalne smične sile V3 (VSF) i vertikalnog momenta savijanja V5 (VBM) MARINERA za različite presjeke (P10 = gl. rebro) za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	56
SI. 3.26	Raspodjela amplituda vertikalne smične sile V3 (VSF) po duljini broda (MARINER) za omjer valne duljine i duljine broda $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut $135^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	57
SI. 3.27	Raspodjela amplituda vertikalnih momenata savijanja V5 (VBM) po duljini broda (MARINER) za omjer valne duljine i duljine broda $l_w/L_{pp}=1.2$ , za kursni kut $135^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	57
SI. 4.1	Uron/izron karakterističnih presjeka trupa broda .....	64
SI. 4.2	Princip određivanja koeficijenata $\alpha_{33}$ , $\beta_{33}$ , $\chi_{33}$ , $\gamma_3$ , $\epsilon_3$ .....	65
SI. 4.3	Pomaci presjeka uslijed poniranja, ljuljanja, posrtanja i prolaska vala .....	66
SI. 4.4	Koordinatni sustav broda.....	67
SI. 5.1	Vjerojatnost premašenja najvjerojatnije ekstremne vrijednosti $M_m$ i projektne ekstremne vrijednosti momenta savijanja $\hat{M}_m$ .....	97
SI. 6.1	Geometrijski opis kontejnerskog broda S175 sa pramčanim i krmnim rebrima .....	100
SI. 6.2	Raspodjela mase po duljini broda .....	101
SI. 6.3	Prijenosne funkcije amplitude poniranja i posrtanja za brzinu napredovanja $v = 20,1$ čv ( $F_n=0,25$ ) i za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	101
SI. 6.4	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od $v=20,1$ čv i sa $\lambda/L_{pp}=1,8$ i $\lambda/a_w=80$ ) .....	102
SI. 6.5	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od $v=20,1$ čv i sa $\lambda/L_{pp}=1,2$ i $\lambda/a_w=80$ ) .....	103
SI. 6.6	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa poniranja i posrtanja (valovi u pramac pri brzini od $v=20,1$ čv i sa $\lambda/L_{pp}=0,6$ i $\lambda/a_w=80$ ) .....	104
SI. 6.7	Prijenosne funkcije amplitude poniranja i posrtanja $v = 20,1$ čv za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	105
SI. 6.8	Prijenosne funkcije amplitude vertikalne smične sile (VSF) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) za niz poprečnih presjeka.....	106

SI. 6.9	Raspodjela amplituda vertikalne poprečne sile (V3) po duljini broda za dvije brzine napredovanja, nultu i, $v = 20,1$ čv, te za tri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,5)$ .....	107
SI. 6.10	Raspodjela amplituda vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za dvije brzine napredovanja, nultu i, $v = 20,1$ čv, te za tri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,5)$ .....	108
SI. 6.11	Prijenosna funkcija drugog harmonika vertikalne poprečne sile $VSF2=B_2^{(3)}(l_w/L_{pp})$ i vertikalnog momenta savijanja $VBM2=B_2^{(5)}(l_w/L_{pp})$ za niz poprečnih presjeka .....	109
SI. 6.12	Prijenosna funkcija trećeg harmonika vertikalne poprečne sile $VSF3=B_3^{(3)}(l_w/L_{pp})$ i vertikalnog momenta savijanja $VBM3=B_3^{(5)}(l_w/L_{pp})$ za niz poprečnih presjeka .....	109
SI. 6.13	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalne poprečne sile (VSF) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ) tri omjera valne duljine i duljine broda između okomica $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,6)$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ .....	110
SI. 6.14	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 11 (glavno rebro) za četiri omjera valne duljine i duljine broda između okomica $\lambda/L_{pp}(2,0; 1,2; 0,9; 0,6)$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ .....	111
SI. 6.15	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 15 pri za $\lambda/L_{pp}=0,6$ .....	112
SI. 6.16	Usporedba linearne i nelinearne prijenosne funkcije amplitude a) vertikalne poprečne sile (VSF) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ), b) vertikalnog momenta savijanja (VBM) na glavnom rebro (presjek 11) .....	112
SI. 6.17	Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne poprečne sile (V3) po duljini broda za dva omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(1,8; 1,5)$ .....	113
SI. 6.18	Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne poprečne sile (V3) po duljini za tri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(1,2; 0,7; 0,5)$ .....	114
SI. 6.19	Usporedba raspodjele amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za tri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(1,8; 1,5; 1,2)$ .....	115
SI. 6.20	Usporedba raspodjele amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda za tri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}(1,0; 0,7; 0,5)$ .....	116
SI. 6.21	Usporedba amplituda prijenosnih funkcija poniranja S175 na valovima u pramac pri $F_n=0,25$ .....	117
SI. 6.22	Usporedba amplituda prijenosnih funkcija posrtanja S175 na valovima u pramac pri $F_n=0,25$ .....	118
SI. 6.23	Usporedba amplituda prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja S175 na valovima u pramac pri $F_n=0,25$ dobivenih nelinearnim proračunom pomoću modificirane STF teorije .....	118
SI. 6.24	Usporedba amplituda prijenosnih funkcija vertikalne smične sile (V3) na $0,75\%L_{pp}$ i vertikalnog momenta savijanja (V5) na glavnom rebro S175 na valovima u pramac pri $F_n=0,25$ dobivenih linearnom STF metodom, $V3^*=V3/\rho g B L_{pp} a_w$ i $V5^*=V5/\rho g B L_{pp}^2 a_w$ ( $\lambda/a_w=80$ ) .....	119
SI. 6.25	Usporedba amplituda prijenosnih funkcija vertikalne poprečne sile (V3) na $0,75\%L_{pp}$ i vertikalnog momenta savijanja (V5) na glavnom rebro za stanje pregiba i progiba za kontejnerski brod S175 na valovima u pramac pri $F_n=0,25$ dobivenih modificiranom STF metodom .....	119
SI. 6.26	Usporedba amplituda linearnog i nelinearnog vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda S175 za stanje pregiba (negativno) i progiba (pozitivno) za val $\lambda/L_{pp}=1,2$ i $\lambda/a_w=80$ u pramac pri $F_n=0,25$ .....	120
SI. 6.27	Spektar valova (I.S.S.C.) za ekstremno stanje mora Sjevernog Atlantika ( $h_{1/3} = 7,0$ m $T_1 = 9,5$ s <sup>-1</sup> ) kao funkcija susretne frekvencije i valne frekvencije .....	121



SI. 6.28	Realizacija vala .....	122
SI. 6.29	Operator amplitude odziva momenta savijanja prvog reda $ H_1(\omega) ^2$ .....	122
SI. 6.30	Operator amplitude odziva momenta savijanja drugog reda $ H_2(\omega_1, \omega_2) ^2$ .....	123
SI. 6.31	Operator amplitude odziva momenta savijanja drugog reda $ H_2^M(\omega_e, \omega_e) ^2$ .....	123
SI. 6.32	Odzivni spektar prvog reda a) i drugog reda b) vertikalnog momenta savijanja S175.....	123
SI. 6.33	Usporedba ukupnog odzivnog spektra i spektra odziva prvog reda (linearnog) vertikalnog momenta savijanja S175 na glavnom rebru.....	124
SI. P1.1	Dvodimenzijski problem za potencijal $\psi_k$ .....	149
SI. P1.2	Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za tri različita oblika poprečnog presjeka po Frankovoj metodi uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF) .....	150
SI. P1.3	Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za a) kružni i b) kvadratni ( $B/T=2,5$ ) oblik poprečnog presjeka po metodi konformnog preslikavanja (CMAP) .....	151
SI. P1.4	Bezdimenzijska amplituda uzbudne sile poniranja (zbroy Froude-Krylov i difrakcijske komponente) za tri različita oblika poprečnog presjeka po Frankovoj metodi uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF) .....	154
SI. P1.5	Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za: a) kružni, b) kvadratni ( $B/T=2,5$ ) i c) trokutasti oblik poprečnog presjeka po metodi konformnog preslikavanja (CMAP) .....	154
SI. P3.1	Raspodjela amplituda vertikalne smične sile (V3) po duljini broda za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ , te za četiri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}$ (2,0; 1,2; 1,0; 0,55).....	157
SI. P3.2	Raspodjela amplituda vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda, kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ , te za četiri omjera valne duljine i duljine broda $\lambda/L_{pp}$ (2,0; 1,2; 1,0; 0,55).....	158
SI. P3.3	Prijenosne funkcije amplitude vertikalne smične sile (VSF) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) za niz poprečnih presjeka, kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ) .....	158
SI. P3.4	Simulacija linearnog i nelinearnog procesa a) vertikalne smične sile (VSF) i b) vertikalnog momenta savijanja na presjeku 11 ( $3/4L_{pp}$ ) sa valovima u pramac za omjer $\lambda/L_{pp}=1,2$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ .....	159
SI. P3.5	Usporedba linearne i nelinearne prijenosne funkcije amplitude vertikalne smične sile (VSF) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ), za kursni kut $180^\circ$ i nagib vala $\lambda/a_w=80$ ( $\lambda=l_w$ ).....	159
SI. P3.6	Prijenosna funkcija drugog harmonika vertikalne smične sile (VSF2) i vertikalnog momenta savijanja (VBM2) za niz poprečnih presjeka, kursni kut $180^\circ$ .....	160
SI. P3.7	Prijenosna funkcija trećeg harmonika vertikalne smične sile (VSF3) i vertikalnog momenta savijanja (VBM3) za niz poprečnih presjeka, nultu brzinu, kursni kut $180^\circ$ ...	160
SI. P3.8	Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne smične sile ( $\lambda/L_{pp}=1,2$ ) i momenta savijanja ( $\lambda/L_{pp}=0,6$ ) po duljini broda za kursni kut $180^\circ$ , nagib vala $\lambda/a_w=80$ .....	160
SI. P4.1	Osnovni koncept programa GIOP.....	161
SI. P4.2	Mogućnosti prikaza rezultata.....	164

## POPIS TABLICA

Tab. 6.1	Glavne dimenzije i osnovni podaci za kontejnerski brod S175.....	100
Tab. 6.2	Usporedba najvjerojatnije maksimalne odzivne amplitude momenta savijanja na glavnom rebru S175 dobivene na linearnom i nelinearnom modelu valnog opterećenja .....	124
Tab. P4.1	Tijek proračuna i opis funkcija potprograma.....	162
Tab. P4.2	Popis ulaznih datoteka sa osnovnim sadržajem.....	163
Tab. P4.3	Popis izlaznih datoteka (međurezultati i rezultati) sa osnovnim sadržajem.....	165

# PRILOG 1

## HIDRODINAMIČKI KOEFICIJENTI, UZBUDNA SILA I MOMENT PRESJEKA

### HIDRODINAMIČKI KOEFICIJENTI

Hidrodinamički koeficijenti jednadžbe njihanja izraženi su jednadžbom (3.62) u obliku integracije harmonijskog dijela potencijala  $\phi_k$  ( $k=1,2,\dots,6$ ) po oplakivanoj površini trupa. Koristeći pretpostavku vitkog trupa izraz za koeficijente može se reducirati na integrale dvodimenzijских dodatnih masa i prigušenja presjeka po duljini broda.

Posebnost *STF* teorije je u primjeni Stokesovog teorema pri definiranju hidrodinamičkih sila i momenata. Stokesova formula svodi integral uzet po zakrivljenoj krivulji, odnosno plošni integral, na integral po prostornoj krivulji.

Jedan od oblika Stokesovog teorema glasi:

$$\iint_{S_0} (\mathbf{n} \times \nabla) \times \mathbf{q} dS_0 = \int_C \mathbf{dl} \times \mathbf{q}, \quad (\text{P2.1})$$

gdje je  $S_0$  oplakivana površina određena zatvorenom krivuljom  $C$  kao rubom. Veličina  $\mathbf{q}$  predstavlja proizvoljnu vektorsku funkciju, a  $d\mathbf{l}$  je element smjera luka  $C$ . Primjenjujući izraz (P2.1) na dio površine trupa  $S_0$  naprijed od poprečnog presjeka  $C_x$ , zatvorena krivulja  $C$  sastojati će se od konture trupa  $C_x$  i vodne linije. Ako se uzme da je  $\mathbf{q} = \phi U \mathbf{i}$  (za  $j = 1,2,3$ ) i  $\mathbf{q} = \phi U \mathbf{i} \times \mathbf{r}$  (za  $j=4,5,6$ ), koristeći određene [10] vektorske relacije, može se izvesti sljedeća varijanta Stokesovog teorema:

$$\iint_{S_0} n_j U \frac{\partial}{\partial x} \phi dS_0 = U \iint_{S_0} m_j \phi dS_0 - U \int_{C_x} n_j \phi dl, \quad (\text{P2.2})$$

gdje je  $\phi$  derivabilna skalarna funkcija. Linijski integral uzduž vodne linije ovdje je zanemaren zbog pretpostavke da je kut između vodne linije i osi  $x$  mali.

Uvrštavajući izraz (P2.2) u (P2.1) dobije se:

$$T_{jk} = -\rho i \omega_e \iint_{S_0} n_j \phi_k dS_0 + U \rho \iint_{S_0} m_j \phi_k dS_0 - U \rho \int_{C_x} n_j \phi_k dl, \quad (\text{P2.3})$$



gdje se  $C_A$  odnosi na krajnji krmeni presjek broda. Koristeći izraz (3.55), može se definirati dio hidrodinamičke sile  $T_{jk}$  neovisan o brzini  $U$ :

$$T_{jk}^0 = -\rho i \omega_e \iint_{S_0} n_j \phi_k^0 dS_0, \quad (\text{P2.4})$$

te dio linijskog integrala na bilo kojem poprečnom presjeku  $C_x$ , koji ne ovisi o brzini  $U$ :

$$t_{jk} = -\rho i \omega_e \int_{C_x} n_j \phi_k^0 dS_0, \quad (\text{P2.5})$$

Koeficijenti dodatne mase i prigušenja (P2.3) mogu se, pomoću o brzini neovisnih izraza (P2.4) i (P2.5), izraziti korištenjem relacija za potencijal (3.51)-(3.27). Slijedi da je za  $j, k = 1, 2, 3, 4$ :

$$T_{jk} = T_{jk}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{jk}^A, \quad (\text{P2.6})$$

gdje se  $t_{jk}^A$  odnosi na linijski integral (P2.5) izračunat za krajnji krmeni presjek.

Za  $j=5, 6$  i  $k=1, 2, 3, 4$ :

$$T_{5k} = T_{5k}^0 - \frac{U}{i\omega_e} T_{3k}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{5k}^A, \quad (\text{P2.7})$$

$$T_{6k} = T_{6k}^0 + \frac{U}{i\omega_e} T_{2k}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{6k}^A, \quad (\text{P2.8})$$

Za  $j=1, 2, 3, 4$  i  $k=5, 6$ :

$$T_{j5} = T_{j5}^0 + \frac{U}{i\omega_e} T_{j3}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{j5}^A - \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{j3}^A, \quad (\text{P2.9})$$

$$T_{j6} = T_{j6}^0 - \frac{U}{i\omega_e} T_{j2}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{j6}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{j2}^A, \quad (\text{P2.10})$$

Za  $j=k=5, 6$ :

$$T_{55} = T_{55}^0 + \frac{U}{i\omega_e} T_{55}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{55}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{53}^A, \quad (\text{P2.11})$$

$$T_{66} = T_{66}^0 + \frac{U}{i\omega_e} T_{22}^0 + \frac{U}{i\omega_e} t_{66}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} t_{62}^A, \quad (\text{P2.12})$$

Pri izvođenju jednažbi (P2.11) i (P2.12) korišten je sljedeći odnos simetrije  $T_{jk}^0 = T_{kj}^0$ . Važno je naglasiti da je u izvodima vrpčaste teorije njihanja broda uobičajeno primijeniti tzv. "pretpostavke vrpčaste teorije" u početnom formuliranju problema, dok je u Salvesen, Tuck i Faltinsenovoj teoriji usvojena samo pretpostavka da nema sprege između stacionarnog i nestacionarnog područja perturbacije strujanja. Odnosno, koeficijenti u jednažbi njihanja uključuju utjecaj brzine napredovanja, te su u principu valjani za otvorena tijela. Rezultati dobiveni u ovoj fazi proračuna odgovaraju, zapravo, onima unutar linearne teorije za otvorena tijela pri nultoj brzini napredovanja. Važno je napomenuti da krajnji izrazi,  $t_{jk}^A$ , u koeficijentima (P2.6-P2.12) nisu rezultat primjene aproksimacija vrpčaste teorije, već linijskog integrala u Stokesovom teoremu.

O vremenu ovisni koeficijenti izraženi su u jednažbama (P2.6-P2.12) pomoću o vremenu neovisnog površinskog integrala (P2.4) i linijskog integrala (P2.5). Sljedeći je korak pojednostavljenje izraza koji pretpostavljaju nultu brzinu u svrhu numeričkog izračunavanja.

Najjednostavnije je primijeniti sljedeće aproksimacije vrpčaste teorije. Ako se pretpostavi da su maksimalna širina i gaz broda mnogo manji od njegove duljine (vitka forma), tada je u skladu s prethodnim pretpostavkama moguće postaviti da je  $dS = d\xi dl$  na površinskom integralu (P2.4), tako da je:

$$T_{jk}^0 = -\rho i \omega_e \iint_{L, C_x} n_j \phi_k^0 dl d\xi = \int_L t_{jk} d\xi, \quad (\text{P2.13})$$

gdje  $L$  znači integraciju duž broda, a  $\xi$  je varijabla integracije u smjeru osi  $x$ . Potencijal njihanja  $\phi_k^0$ , osim trodimenzijske Laplaceove jednažbe, zadovoljava uvjet na oplakivanoj površini trupa  $S_0$  (3.54), uvjet slobodne površine (3.55), te odgovarajuće uvjete u beskonačnosti. Kako je trup pretpostavljen dugačak i vitak, na trupu je  $\partial/\partial x \ll \partial/\partial y$  ili  $\partial/\partial z$ . Jednako tako slijedi da su komponente normale na trup u smjeru osi  $x$  mnogo manje od onih u  $y$  i  $z$  smjeru:

$$n_1 \ll n_2 \text{ ili } n_3, \quad (\text{P2.14})$$

tako da se tri komponente trodimenzijske generalizirane normale,  $n_j$  ( $j=2, 3, 4$ ), mogu zamijeniti dvodimenzijskom generaliziranom normalom koja leži u  $YZ$  ravnini,  $N_j$  ( $j=2, 3, 4$ ), i postaviti da je:

$$n_5 = -x N_3 \text{ i } n_6 = x N_2, \quad (\text{P2.15})$$

S ciljem pojednostavljenja rubnog uvjeta na slobodnoj površini, potrebno je pretpostaviti da je frekvencija susretanja  $\omega_e$  visoka, odnosno da je  $\omega_e \gg U \partial/\partial x$ , što znači da valna duljina mora biti reda veličine maksimalne širine broda. Takva je pretpostavka ograničavajući faktor, te dovodi u pitanje valjanost vrpčaste teorije u području niskih frekvencija.

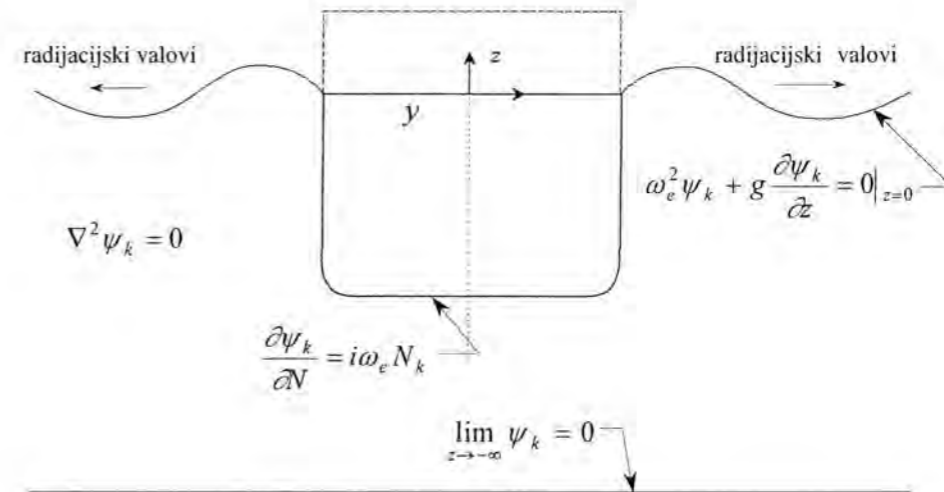
Uz pretpostavku visokih frekvencija susretanja, trodimenzijska se Laplaceova jednažba i zadani rubni uvjeti, koje potencijal  $\phi_k^0$  mora zadovoljavati za  $k=2, 3, 4$ , svode na dvodimenzijski problem cilindra čiji poprečni presjek  $C_x$  oscilira na slobodnoj površini pa je na zadanom poprečnom presjeku:

$$\phi_k^0 = \psi_k, \quad \text{za } k=2, 3, 4, \quad (\text{P2.16})$$

gdje je  $\psi_k$  potencijal za dvodimenzijski problem presjeka, slika P1.1. Također, iz uvjeta na trupu (3.54) i jednažbe (P2.15), slijedi da je za zadani presjek:

$$\phi_5^0 = -x\psi_3 \text{ i } \phi_6^0 = x\psi_2, \quad (\text{P2.17})$$

dok je  $\phi_1^0 \ll \phi_k^0$  ( $k=2, 3, \dots, 6$ ).



SI. P1.1 Dvodimenzijski problem za potencijal  $\psi_k$

Za  $j = 2, 3, 4$  slijedi da je:

$$t_{jj} = -\rho i \omega_e \int_{C_x} N_j \psi_j dl = \omega_e^2 a_{jj} - i \omega_e b_{jj}, \quad (P2.18)$$

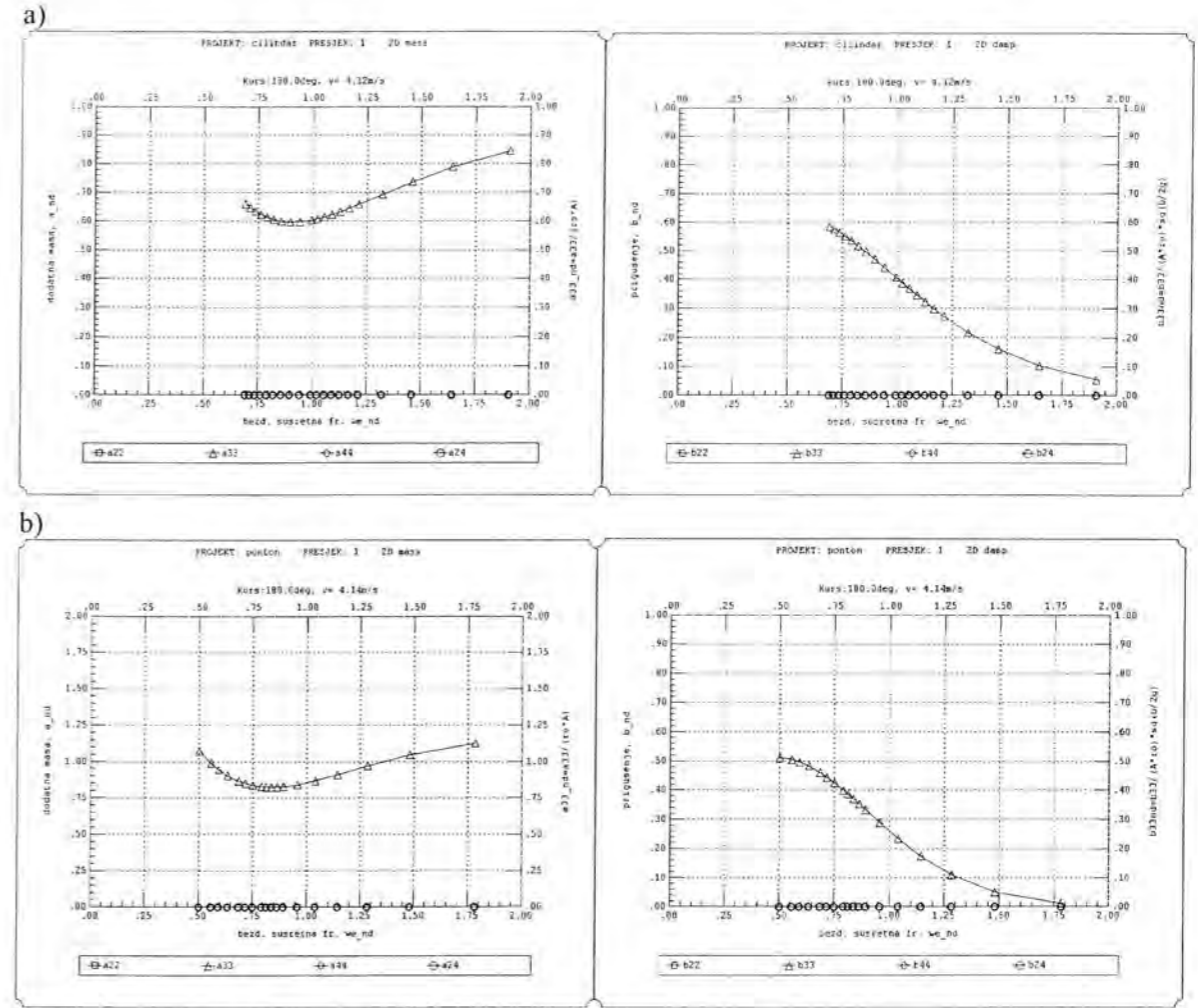
gdje su  $a_{jj}$  i  $b_{jj}$  dvodimenzijски koeficijenti dodatne mase i prigušenja presjeka pri zanašanju, poniranju i ljuljanju ( $j = 2, 3$  i  $4$ ). Slično je, koeficijent sprege zanašanja i ljuljanja presjeka dat izrazom:

$$t_{24} = -\rho i \omega_e \int_{C_x} N_2 \psi_4 dl = \omega_e^2 a_{24} - i \omega_e b_{24}. \quad (P2.19)$$

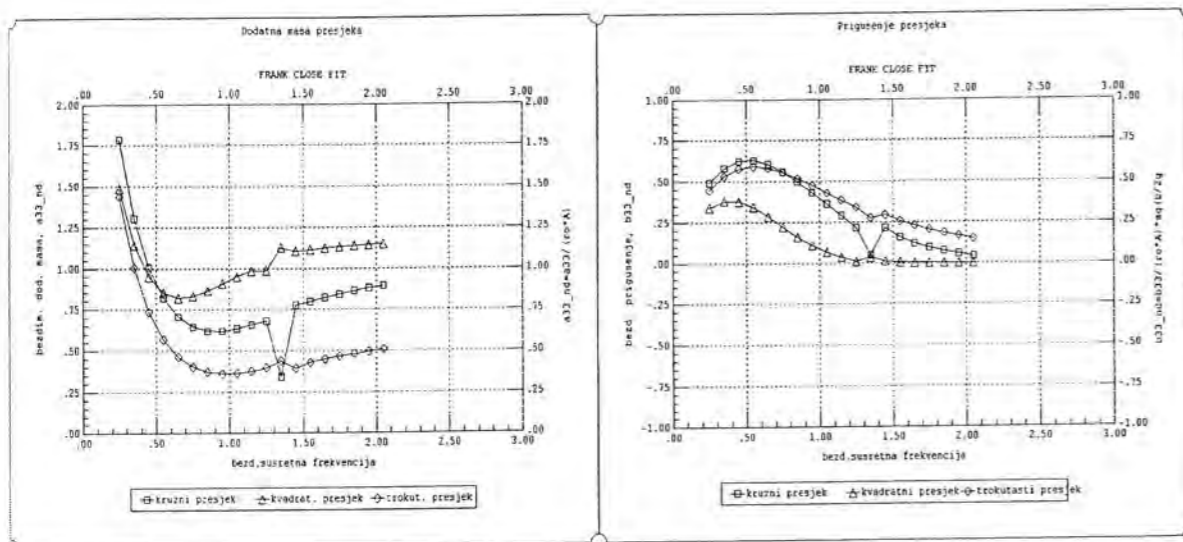
Slijedi da koeficijenti dodatne mase i prigušenja za nultu brzinu napredovanja,  $T_{jk}^0 = \omega_e^2 A_{jk}^0 - i \omega_e B_{jk}^0$ , mogu biti izraženi pomoću dvodimenzijских koeficijenata dodatne mase i prigušenja presjeka,  $t_{22}$ ,  $t_{33}$ ,  $t_{44}$  i  $t_{24}$ . Ako se razmatraju samo brodovi simetrični obzirom na uzdužnu vertikalnu ravninu, slijedi da su sljedeći koeficijenti različiti od nule:

$$\begin{aligned} T_{22}^0 &= \int_L t_{22} d\xi, & T_{26}^0 &= T_{62}^0 = \int_L \xi t_{22} d\xi, & T_{66}^0 &= \int_L \xi^2 t_{22} d\xi \\ T_{33}^0 &= \int_L t_{33} d\xi, & T_{35}^0 &= -T_{53}^0 = \int_L \xi t_{33} d\xi, & T_{55}^0 &= \int_L \xi^2 t_{33} d\xi \\ T_{44}^0 &= \int_L t_{44} d\xi, & T_{24}^0 &= T_{42}^0 = \int_L t_{24} d\xi, & T_{46}^0 &= T_{64}^0 = \int_L \xi t_{24} d\xi. \end{aligned} \quad (P2.20)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (P2.18), (P2.19) i (P2.20) u izraz za  $T_{jk}$  (P2.6-P2.12), proizlazi da izraz  $T_{jk} = \omega_e^2 A_{jk} - i \omega_e B_{jk}$ , dozvoljava da se koeficijenti dodatne mase i prigušenja,  $A_{jk}$  i  $B_{jk}$ , dobiju integriranjem dodatne mase i prigušenja presjeka  $a_{jk}$  i  $b_{jk}$ , po duljini broda. Dvodimenzijски koeficijenti dodatne mase i prigušenja za poniranje  $a_{33}$  i  $b_{33}$  za tri različita oblika poprečnog presjeka prikazani su na sl. P1.2.



Sl. P1.3 Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za a) kružni i b) kvadratni ( $B/T=2,5$ ) oblik poprečnog presjeka po metodi konformnog preslikavanja (CMAP)



Sl. P1.2 Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za tri različita oblika poprečnog presjeka po Frankovoj metodi uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF)

### UZBUDNA SILA I MOMENT

Uzбудna sila i moment određeni jednadžbom (3.60) izraženi su kao:

$$F_j = -\rho \iint_S n_j \left( i \omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) (\phi_I + \phi_D) dS, \quad j = 1, 2 \dots 6. \quad (P2.21)$$

Pogodno je uzбудnu silu rastaviti na dva dijela; silu zbog nailaznog vala  $F_j^I$  (Froude-Krylovljeva sila) i silu difrakcije  $F_j^D$ , tako da je:

$$F_j = F_j^I + F_j^D, \quad (P2.22)$$

gdje je:

$$F_j^I = -\rho \iint_S n_j \left( i \omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_I dS \quad (P2.23)$$

$$F_j^D = -\rho \iint_S n_j \left( i \omega_e - U \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_D dS. \quad (P2.24)$$



Sila  $F_j^I$  nalazi se integracijom tlaka koji bi u sustavu valova postojao da tijelo nije prisutno, pa ovu silu nije problem izračunati, budući je dovoljno poznati potencijal nailaznog vala integrirati po površini tijela. Sila difrakcije  $F_j^D$  izazvana je difrakcijom nailaznog vala zbog prisustva tijela. Matematički je potencijal difrakcije neophodan da bi se zadovoljili rubni uvjeti (3.45) i (3.46), međutim sila difrakcije može se odrediti bez određivanja potencijala difrakcije. Kako određivanje potencijala  $\phi_j$  i  $\phi_D$  predstavlja sličan matematički problem, koristi se tzv. Haskindova relacija koja povezuje silu difrakcije sa potencijalom nailaznog vala i potencijalom vala radijacije.

U skladu s klasičnom linearnom teorijom gravitacijskog vala, potencijal nailaznog vala, koji zadovoljava uvjet (3.45), izražava se kao:

$$\phi_I = \frac{ig\alpha}{\omega} e^{-ik(x \cos \beta - y \sin \beta)} e^{kz}, \quad (P2.25)$$

gdje je  $\alpha$  amplituda vala,  $k$  je valni broj,  $\beta$  je kut nadolaženja vala ( $\beta = 0$  za val u krmu).  $\omega = (g \cdot k)^{1/2}$  je frekvencija vala za beskonačnu dubinu, a s frekvencijom susretanja  $\omega_e$  vezana je otprije poznatim izrazom:

$$\omega = \omega_e + kU \cos \beta. \quad (P2.26)$$

Uvrštavanjem potencijala vala (P2.25) u izraz za dio uzbudne sile i momenta zbog nadolazećeg vala (P2.23) proizlazi:

$$F_j^I = -\rho i \iint_S n_j (\omega_e + kU \cos \beta) \phi_I dS. \quad (P2.27)$$

Uz (P2.26), izraz (P2.27) postaje:

$$F_j^I = -\rho i \omega \iint_S n_j \phi_I dS, \quad (P2.28)$$

što je poznat izraz za Froude-Krylovljevu silu i moment. Primjenom Stokesovog teorema (P2.2) na difrakcijski dio uzbudne sile (P2.24) dobije se:

$$F_j^D = -\rho \iint_S (i\omega_e n_j - Um_j) \phi_D dS - \rho U \int_{C_A} n_j \phi_D dl. \quad (P2.29)$$

Ako uvjet na oplakivanoj površini trupa (3.52) uvrstimo u (P2.29) slijedi da je:

$$F_j^D = -\rho \iint_S \frac{\partial}{\partial n} \left( \phi_j^0 - \frac{U}{i\omega_e} \phi_j^U \right) \phi_D dS - \frac{\rho U}{i\omega_e} \int_{C_A} \frac{\partial \phi_j^0}{\partial n} \phi_D dl. \quad (P2.30)$$

Za bilo koje dvije funkcije  $\phi$  i  $\psi$  koje zadovoljavaju istu Laplaceovu jednadžbu, iste uvjete slobodne površine (3.45), radijacijske uvjete u beskonačnosti, te uvjete na dnu fluida vrijedi druga Greenova jednakost:

$$\iint_S \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS = \iint_S \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} dS. \quad (P2.31)$$

Budući da je izraz valjan i za dvodimenzijski slučaj, može se primijeniti na plošni i linijski integral (P2.30), tako da je:

$$F_j^D = -\rho \iint_S \left( \phi_j^0 - \frac{U}{i\omega_e} \phi_j^U \right) \frac{\partial \phi_D}{\partial n} dS - \frac{\rho U}{i\omega_e} \int_{C_A} \phi_j^0 \frac{\partial \phi_D}{\partial n} dl. \quad (P2.32)$$

Uporaba rubnog uvjeta na oplakivanoj površini trupa (3.44);  $\frac{\partial \phi_D}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_I}{\partial n}$  pokazuje da difrakcijski dio uzbudne sile i momenta postaje:

$$F_j^D = \rho \iint_S \left( \phi_j^0 - \frac{U}{i\omega_e} \phi_j^U \right) \frac{\partial \phi_I}{\partial n} dS + \frac{\rho U}{i\omega_e} \int_{C_A} \phi_j^0 \frac{\partial \phi_I}{\partial n} dl. \quad (P2.33)$$

Iz (3.50) slijedi  $\phi_5^U = \phi_3^0$  i  $\phi_6^U = -\phi_2^0$ , dok je  $\phi_j^U = 0$  za  $j=1,2,3,4$ . Korištenjem ovih izraza u jednadžbi (P2.33) i kombinacijom jednadžbi (P2.28) i (P2.33), nalazi se ukupna uzbudna sila i moment:

$$F_j = -\rho \iint_S \left( i\omega n_j \phi_j - \frac{\partial \phi_I}{\partial n} \phi_j^0 \right) dS \mp \left[ \frac{\rho U}{i\omega_e} \iint_S \frac{\partial \phi_I}{\partial n} \phi_{3,2}^0 dS \right]_{j=5,6} + \frac{\rho U}{i\omega_e} \int_{C_A} \phi_j^0 \frac{\partial \phi_I}{\partial n} dl, \quad (P2.34)$$

gdje se znak minus odnosi na  $j=5$ , znak plus na  $j=6$ , a  $\phi_j$  je određen jednadžbom (P2.24) i izrazom:

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial n} = k\phi_j (in_2 \sin \beta + n_3). \quad (P2.35)$$

Uvrštavanjem (P2.25) i (P2.35) u jednadžbu (P2.34) i uz  $dS = dl d\xi$ , slijedi:

$$F_j = \rho \alpha \int_L e^{-ik\xi \cos \beta} \int_{C_A} e^{iky \sin \beta} e^{kz} \left\{ gn_j + \omega (in_3 - n_2 \sin \beta) \phi_j^0 \mp \frac{U}{i\omega_e} [(in_3 - n_2 \sin \beta) \times \phi_{3,2}^0]_{j=5,6} \right\} dl d\xi + \omega \frac{U}{i\omega_e} e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_A} e^{iky \sin \beta} e^{kz} \times (in_3 - n_2 \sin \beta) \phi_j^0 dl \quad (P2.36)$$

Uporaba odnosa koji proizlaze iz pretpostavki vrpčaste teorije (P2.15), (P2.16), (P2.17), te definiranjem Froude-Krylovljeve 'sile' presjeka kao:

$$f_j(x) = g e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_A} N_j e^{iky \sin \beta} e^{kz} dl; \quad j=2,3,4, \quad (P2.37)$$

i 'sile' difrakcije za presjek  $C_x$  kao:

$$h_j(x) = \omega e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_x} (iN_3 - N_2 \sin \beta) \times e^{iky \sin \beta} e^{kz} \psi_j dl; \quad j=2,3,4, \quad (P2.38)$$

omogućuje pisanje uzbudne sile i momenta u jednostavnijem obliku:

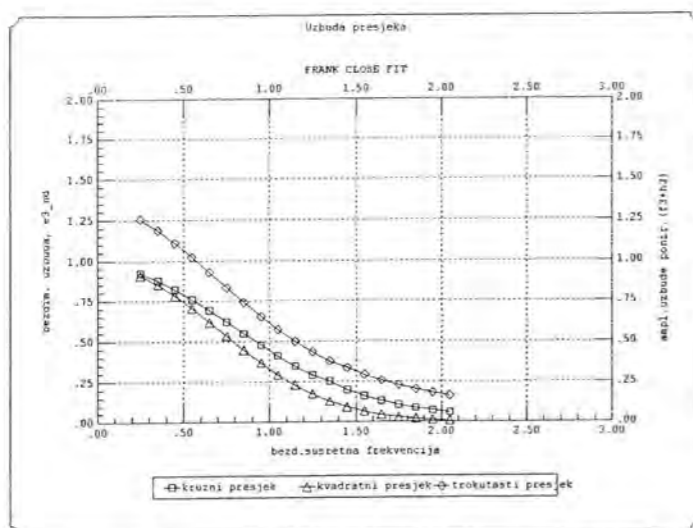
$$F_j = \rho \alpha \int_L (f_j + h_j) d\xi + \rho \alpha \frac{U}{i\omega_e} h_j^A; \quad j=2,3,4 \quad (P2.39)$$

$$F_5 = -\rho \alpha \int_L \xi \left[ (f_3 + h_3) + \frac{U}{i\omega_e} h_3 \right] d\xi - \rho \alpha \frac{U}{i\omega_e} x_A h_3^A; \quad j=2,3,4 \quad (P2.40)$$

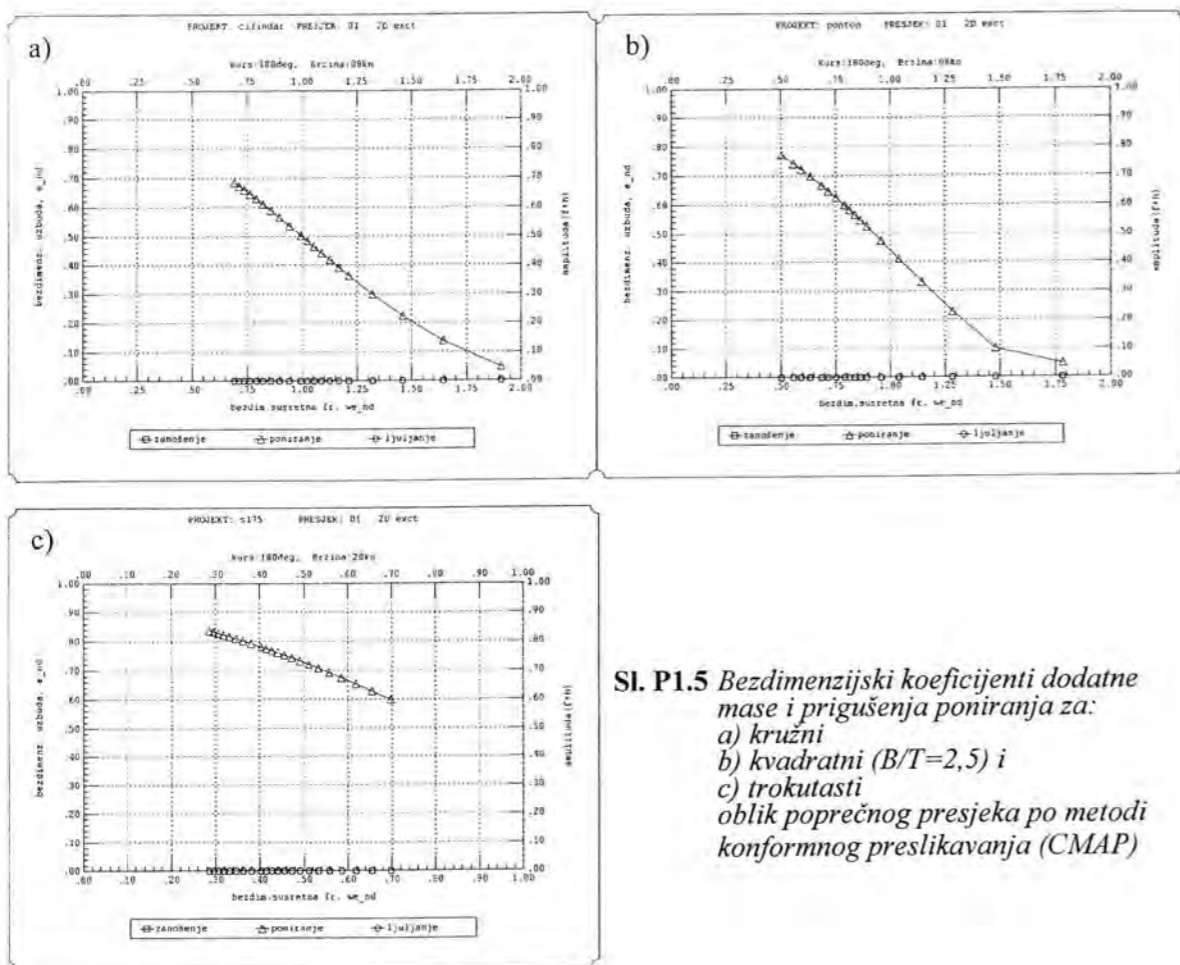
$$F_6 = \rho \alpha \int_L \xi \left[ (f_2 + h_2) + \frac{U}{i\omega_e} h_2 \right] d\xi + \rho \alpha \frac{U}{i\omega_e} x_A h_2^A; \quad j=2,3,4. \quad (P2.41)$$

Zbog vitkosti tijela vrijedi da je  $F_I \ll F_k$  ( $k=2,3,\dots,6$ ). Ovdje se  $h_j^A$  odnosi na  $h_j(x)$  izračunat na krajnjem krmenom presjeku. Poznavajući potencijal  $\psi_j$  za dvodimenzijski problem, moguće je direktno, integracijom, dobiti uzbudnu silu i moment (P2.39)-(P2.41). Amplituda uzbudne sile

poniranja za različite oblike poprečnog presjeka, kao zbroja amplitude Froude-Krylovljeve i difrakcijske komponente  $(f_3+h_3)_a$  prema izrazu (P2.37) i (P2.38) prikazana je na sl. P1.4 i P1.5.



Sl. P1.4 Bezdimenzijska amplituda uzbudne sile poniranja (zbroj Froude-Krylov i difrakcijske komponente) za tri različita oblika poprečnog presjeka po Frankovoj metodi uskog nanašanja izvora po presjeku (FCF)



Sl. P1.5 Bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja poniranja za:  
 a) kružni  
 b) kvadratni (B/T=2,5) i  
 c) trokutasti  
 oblik poprečnog presjeka po metodi konformnog preslikavanja (CMAP)

## PRILOG 2

### KOEFICIJENTI DODATNE MASE, PRIGUŠENJA I POVRATNI KOEFICIJENTI ZA BROD

#### NJIHANJE USLIJED ZANAŠANJA, LJULJANJA I ZAOŠIJANJA

Izrazi za koeficijente dodatne mase  $A_{jk}$  i koeficijente prigušenja  $B_{jk}$ , kao i amplitudu uzbudne sile i momenta  $F_3$  i  $F_5$ , izvedeni su u *Prilogu 1*. U ovom su prilogu prikazani završni izrazi hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase i prigušenja koji su uključeni u izraze (3.31) – (3.33).

Izrazi za koeficijente dodatne mase i prigušenja,  $A_{jk}$  i  $B_{jk}$ , uz pretpostavke teorije lineariziranog potencijala brzine strujanja, ne mogu biti korišteni u slučaju zanašanja, ljuljanja i zaošijanja bez uključivanja ispravke za viskozno prigušenje. Usporedba teorije i eksperimenta pokazuje da je koeficijent prigušenja za ljuljanje  $B_{44}$ , značajno pod utjecajem viskoziteta čak i bez prisustva ljuljne kobilice, pa amplituda pomaka ljuljanja može biti izračunata dovoljno točno u uvjetima bliskim rezonanciji jedino ako je uključeno viskozno prigušenje ljuljanja. Tako se koristi dodatni član  $B_{jk}^*$  u izrazu (P1.8), koji predstavlja kvazi-linearni viskozni utjecaj prigušenja na ljuljanje [113], [114].

Koeficijenti dodatne mase i prigušenja u jednadžbi njihanja uslijed zanašanja, ljuljanja i zaošijanja imaju sljedeći oblik:

$$A_{22} = \int_L a_{22} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} b_{22}^A \quad (P1.1)$$

$$B_{22} = \int_L b_{22} d\xi + U a_{22}^A \quad (P1.2)$$

$$A_{24} = A_{42} = \int_L a_{24} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} b_{24}^A \quad (P1.3)$$

$$B_{24} = B_{42} = \int_L b_{24} d\xi + U a_{42}^A \quad (P1.4)$$

$$A_{26} = \int_L \xi a_{22} d\xi + \frac{U}{\omega_e^2} B_{22}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{22}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} a_{22}^A \quad (P1.5)$$



$$B_{26} = \int_L \xi b_{22} d\xi - UA_{22}^0 + Ux_A a_{22}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} b_{22}^A \quad (P1.6)$$

$$A_{44} = \int_L a_{44} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} b_{44}^A \quad (P1.7)$$

$$B_{44} = \int_L b_{44} d\xi + UA_{44}^0 + B_{44}^* \quad (P1.8)$$

$$A_{46} = \int_L \xi a_{24} d\xi + \frac{U}{\omega_e^2} B_{24}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{24}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} a_{24}^A \quad (P1.9)$$

$$B_{46} = \int_L \xi b_{24} d\xi - UA_{24}^0 + Ux_A a_{24}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} b_{24}^A \quad (P1.10)$$

$$A_{62} = \int_L \xi a_{22} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} B_{22}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{22}^A \quad (P1.11)$$

$$B_{62} = \int_L \xi b_{22} d\xi + UA_{22}^0 + Ux_A a_{22}^A \quad (P1.12)$$

$$A_{64} = \int_L \xi a_{24} d\xi - \frac{U}{\omega_e^2} B_{24}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A b_{24}^A \quad (P1.13)$$

$$B_{64} = \int_L \xi b_{24} d\xi + UA_{24}^0 + Ux_A a_{24}^A \quad (P1.14)$$

$$A_{66} = \int_L \xi^2 a_{22} d\xi + \frac{U}{\omega_e^2} A_{22}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} x_A^2 b_{22}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} x_A a_{22}^A \quad (P1.15)$$

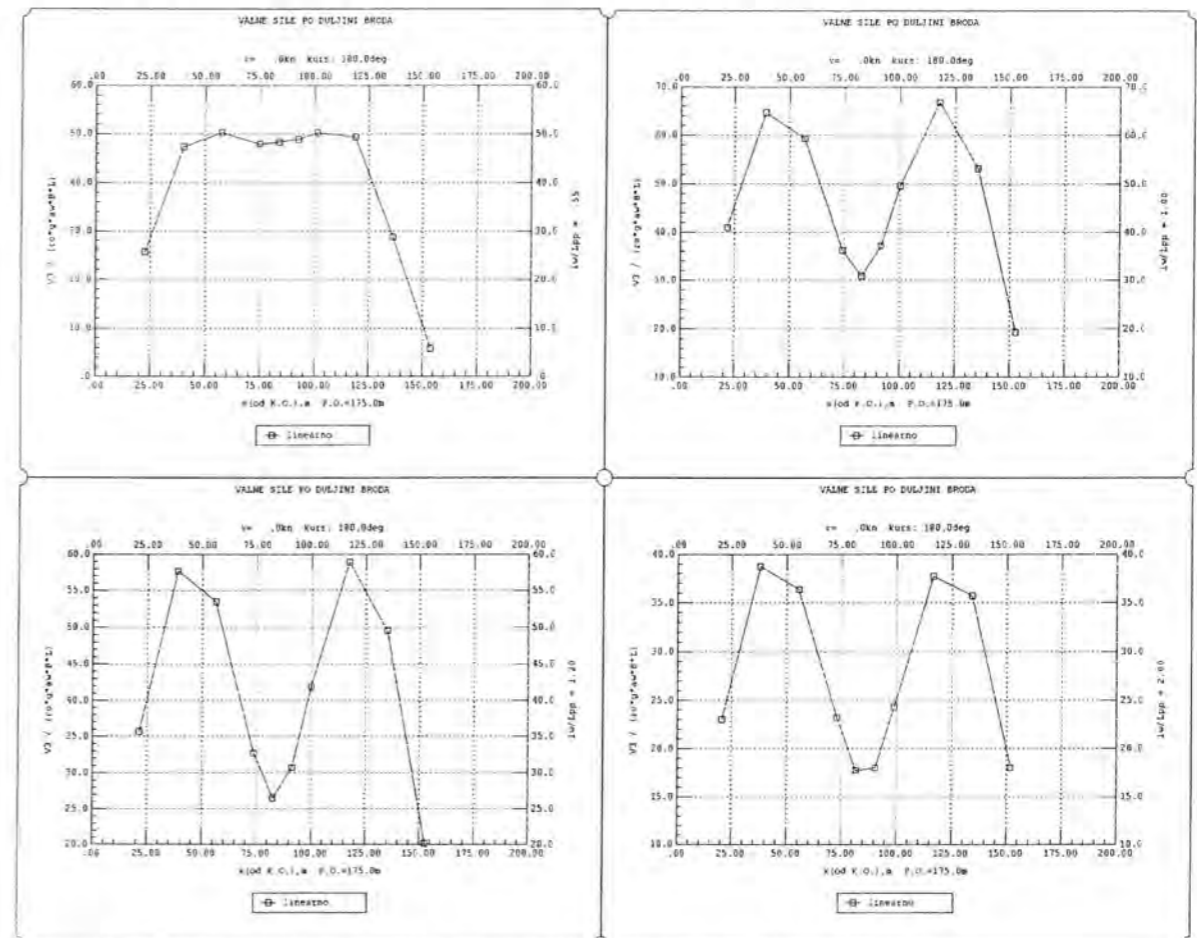
$$B_{66} = \int_L \xi^2 b_{22} d\xi + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{22}^0 + Ux_A^2 a_{22}^A + \frac{U^2}{\omega_e^2} x_A b_{22}^A \quad (P1.16)$$

$$C_{44} = \rho g \nabla \overline{GM} \quad (P1.17)$$

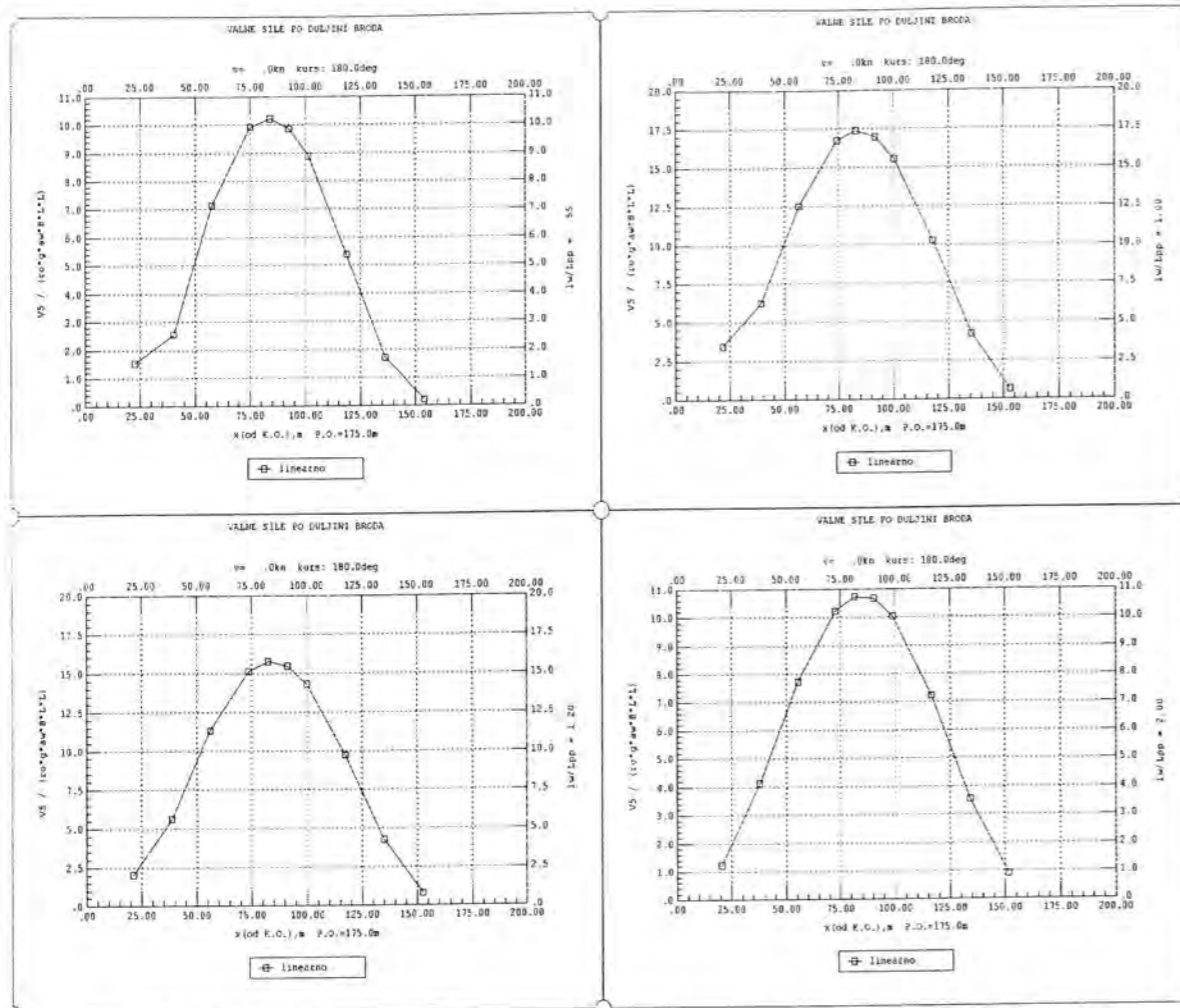
gdje su  $a_{22}$ ,  $a_{44}$ ,  $b_{22}$  i  $b_{44}$  dvodimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja zanošenja i valjanja presjeka  $C_x$ . Sve se jednačbe integriraju po dužini broda, a  $U$  je brzina napredovanja. Koeficijenti  $A_{jk}^0$  i  $B_{jk}^0$  odnose se na o brzini neovisne komponente  $A_{jk}$  i  $B_{jk}$ ;  $x_A$  je udaljenost promatranog presjeka od ishodišta u  $x$  smjeru;  $a_{33}$  i  $b_{33}$  su koeficijenti dodatne mase i prigušenja za promatrani presjek  $C_x$ . Nadalje je  $b$  širina broda na presjeku,  $\rho$  gustoća vode,  $g$  je gravitacijsko ubrzanje,  $\nabla$  je volumen istisnine broda, a  $\overline{GM}$  je metacentarska visina.

## PRILOG 3

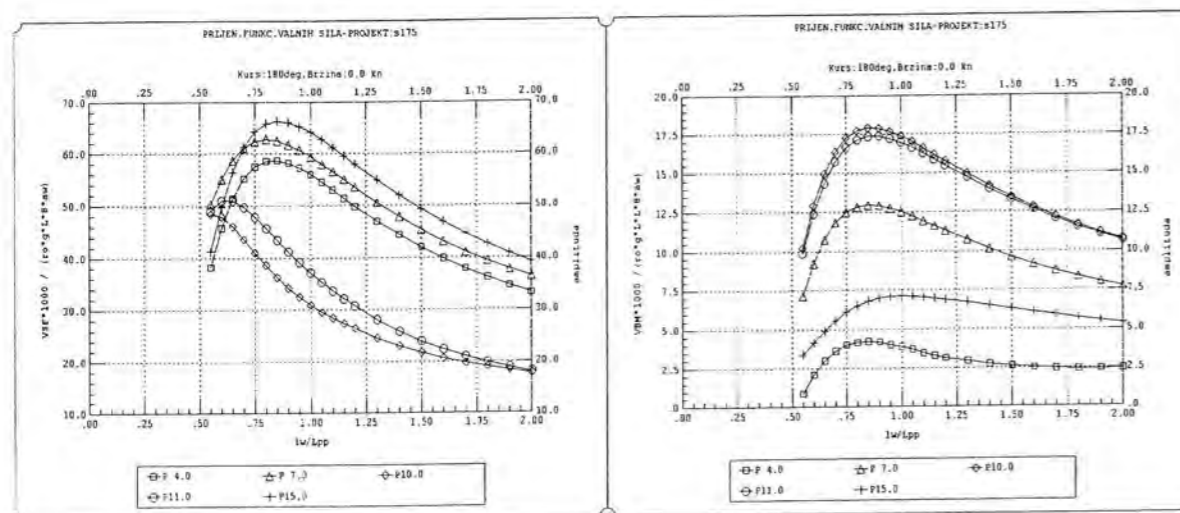
### DODATNI REZULTATI OPTEREĆENJA ZA S175 PRI NULTOJ BRZINI NAPREDOVANJA



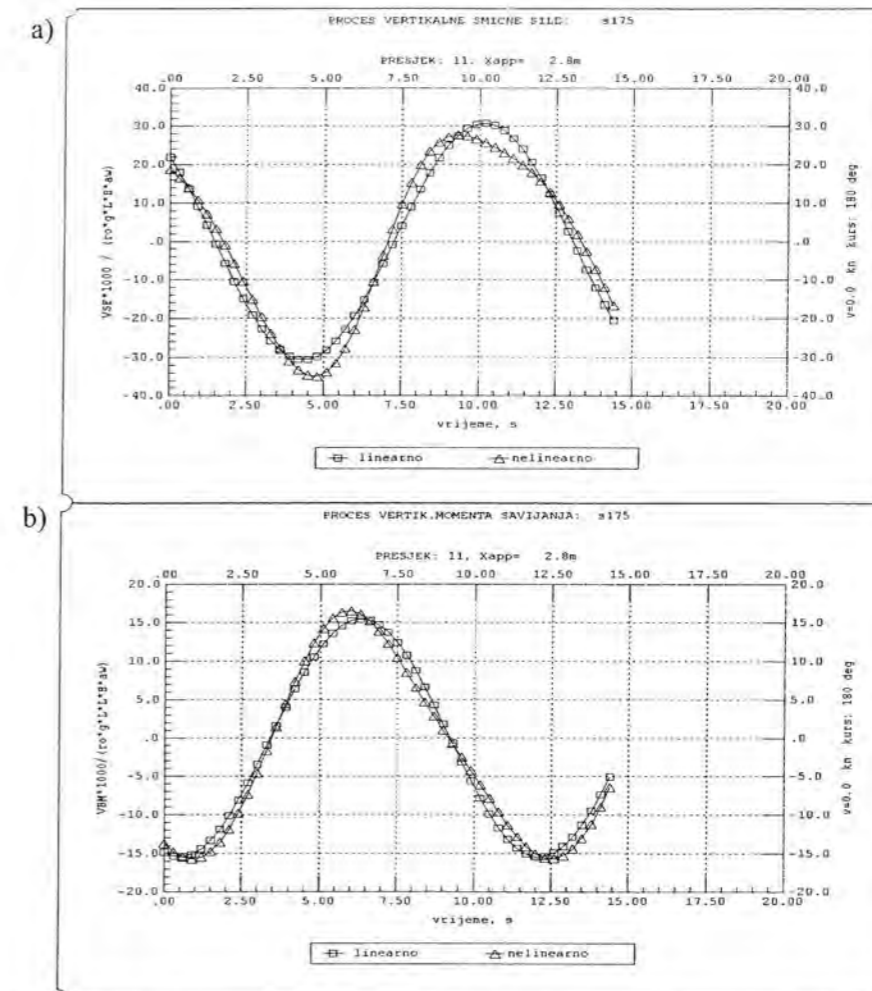
Sl. P3.1 Raspodjela amplituda vertikalne smične sile ( $V_3$ ) po dužini broda za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$ , te za četiri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (2,0; 1,2; 1,0; 0,55).



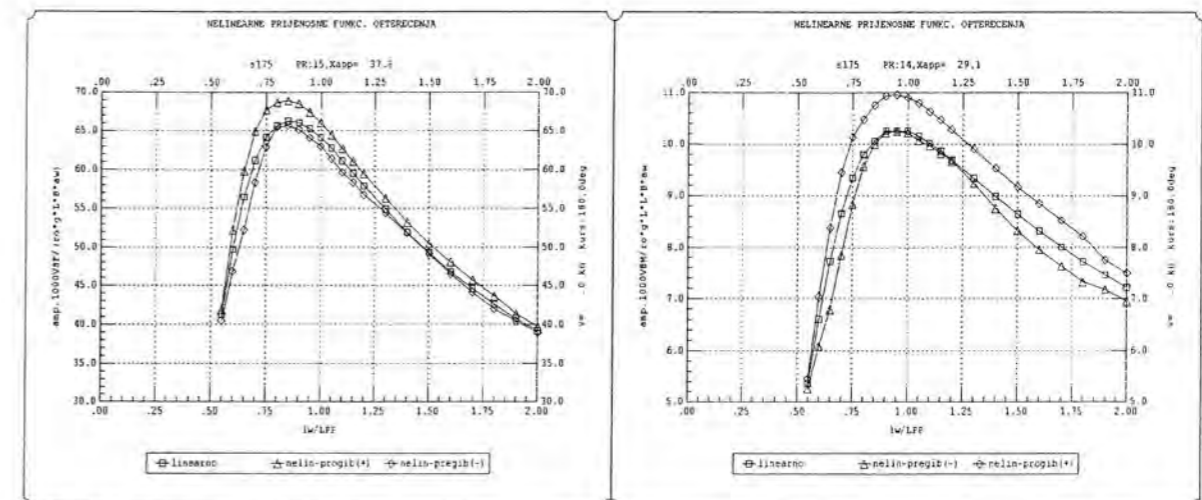
SI. P3.2 Raspodjela amplituda vertikalnog momenta savijanja (V5) po duljini broda, kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$ , te za četiri omjera valne duljine i duljine broda  $\lambda/L_{pp}$  (2,0; 1,2; 1,0; 0,55).



SI. P3.3 Prijenosne funkcije amplitude vertikalne smične sile (V5F) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) za niz poprečnih presjeka, kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

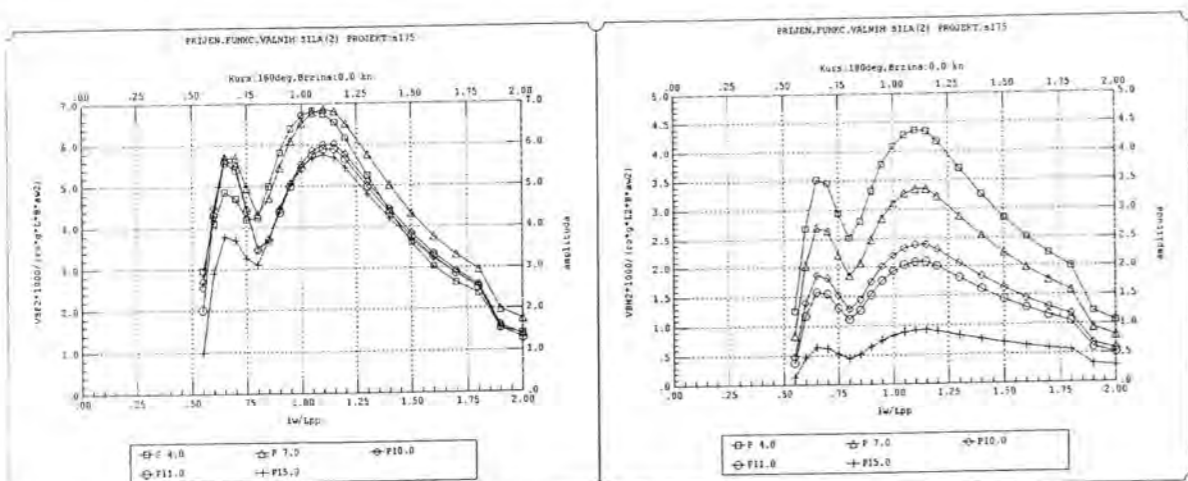


SI. P3.4 Simulacija linearnog i nelinearnog procesa a) vertikalne smične sile (V5F) i b) vertikalnog momenta savijanja na presjeku 11 ( $3/4L_{pp}$ ) sa valovima u pramac za omjer  $\lambda/L_{pp}=1,2$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$

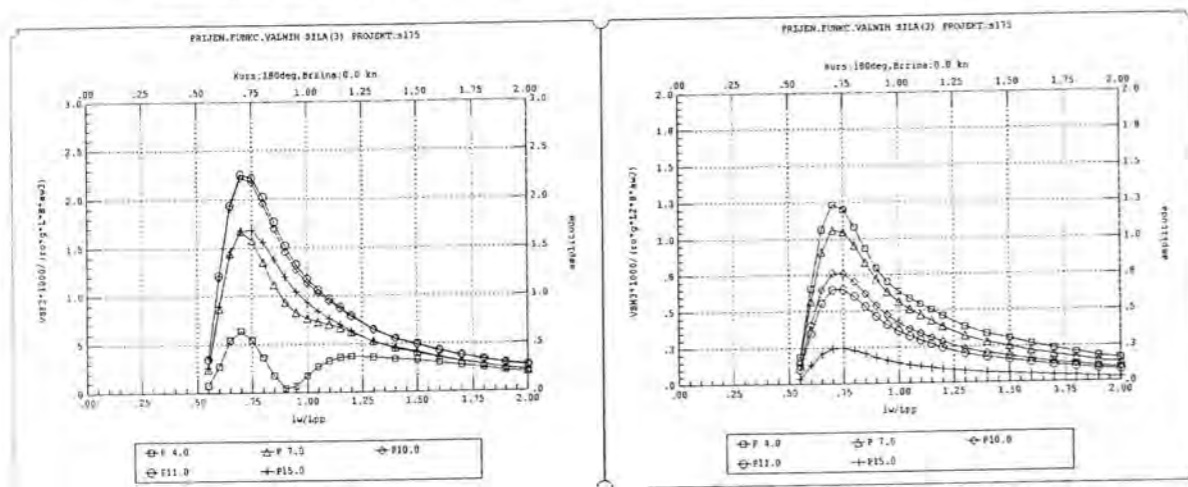


SI. P3.5 Usporedba linearne i nelinearne prijenosne funkcije amplitude vertikalne smične sile (V5F) i vertikalnog momenta savijanja (VBM) na presjeku 15 ( $3/4L_{pp}$ ), za kursni kut  $180^\circ$  i nagib vala  $\lambda/a_w=80$  ( $\lambda=l_w$ ).

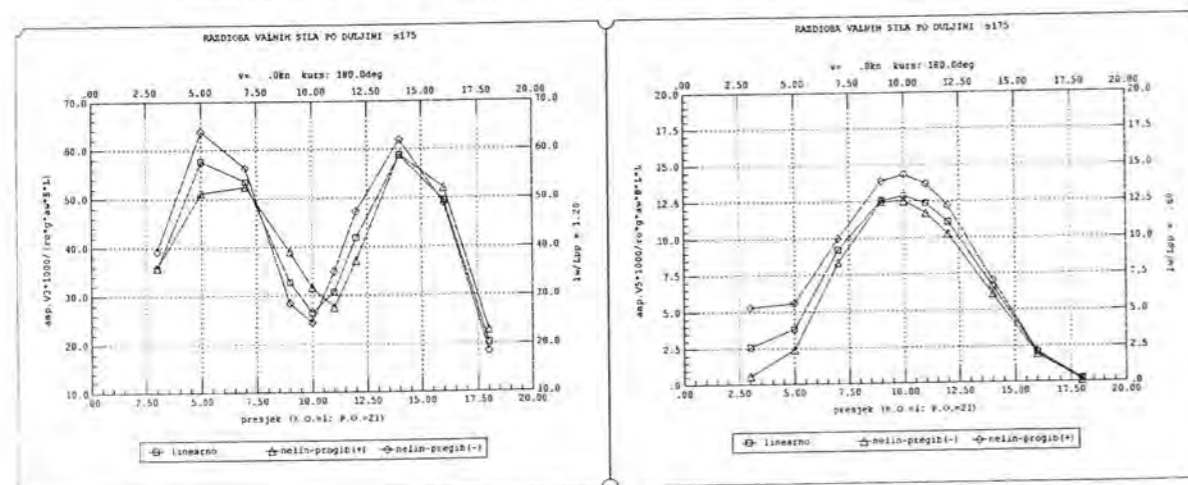




SI. P3.6 Prijenosna funkcija drugog harmonika vertikalne smične sile (VSF2 i vertikalnog momenta savijanja (VBM2) za niz poprečnih presjeka, kursni kut 180°



SI. P3.7 Prijenosna funkcija trećeg harmonika vertikalne smične sile (VSF3) i vertikalnog momenta savijanja (VBM3) za niz poprečnih presjeka, kursni kut 180°



SI. P3.8 Usporedba raspodjele amplituda linearne i nelinearne vertikalne smične sile ( $\lambda/L_{pp} = 1,2$ ) i momenta savijanja ( $\lambda/L_{pp} = 0,6$ ) po duljini broda, kursni kut 180°, nagib vala  $\lambda/a_w = 80$

# PRILOG 4

## ORGANIZACIJSKA STRUKTURA I DOKUMENTACIJA KORISNIČKOG SUČELJA RAČUNARSKOG PROGRAMA GIOP

### PROJEKT I ORGANIZACIJA PROGRAMA

Cilj rada bio je određivanje numeričkog modela odnosa valnih amplituda i valnog opterećenja u uzdužnoj vertikalnoj ravnini deplasmanskog broda za područje visokih valova. Izuzetno složen proračun vertikalnih poprečnih sila i vertikalnog momenta savijanja uvjetovao je ulaganje dodatnog napora za primjenu razvijene praktične metode proračuna kroz razvoj programskog paketa pogodnog za inženjersku upotrebu. Stoga su teorijska rješenja problema nelinearnog opterećenja broda prikazana kroz poglavlja 3 i 4, osnova koda kompjuterskog programa *GIOP*, koji je početno razvijen od [88], a kroz prikazani rad modificiran, nadopunjen za proračun hidrodinamičkih koeficijenata *FCF* metodom i nelinearnih značajki odziva njihanja i opterećenja, te prilagođen za lakšu upotrebu. Osnovni koncept programa je prikazan na sl. 5.1. Klasična podjela sastoji se od pripreme ulaznih podataka, rješavača i prikaza rezultata. Iza rješavača stoji navedena vrpčasta teorija s mogućnošću uključivanja nelinearnosti kroz varijaciju gaza, a može se podijeliti u tri osnovna modula: hidrodinamički koeficijenti, njihanje, opterećenje.



SI. P4.1. Osnovni koncept programa GIOP

Svi potprogrami iza kojih stoje numerički i ostali proračuni su izvorno napisani u kodu Fortran PS 4.0<sup>1</sup>. Sve izvršne datoteke se onda pozivaju preko glavnog programa napisanog u objektno orijentiranom programskom paketu za razvoj aplikacija PowerBuilder 5.0<sup>2</sup>. Osim kontrole tijeka izvršenja proračuna, izbora načina i vrste rješenja preko glavnih menija, glavni program se brine za potrebne ulazne podatke i prikaz rješenja kroz dijagrame i izvještaje. To je omogućeno manipulacijom, otvaranjem i zatvaranjem velikog broja potrebnih ulaznih i izlaznih datoteka. Osnovni tijek proračuna sa opisom funkcije i redoslijedom izvođenja pojedinog potprograma prikazan je u tablici 5.1.

Tab. P4.1 Tijek proračuna i opis funkcija potprograma

Naziv potprograma	Redoslijed izvođenja	Opis funkcije potprograma
GIOP	0	Glavni program. Služi za manipulaciju sa projektima i datotekama. Preko izbornika se upisuju osnovni ulazni podaci, postavljaju parametri proračuna. Preko njega se pozivaju svi ostali potprogrami i ispis rezultata u obliku izvještaja.
CONTROL	1	Imenovanje, otvaranje, zatvaranje i brisanje datoteka.
FORMA	2	Učitavanje, provjera i korekcija točaka koje definiraju poprečne presjeka. Proračun hidrostatičkih karakteristika presjeka i broda. Prikaz poprečnih presjeka na ekranu.
CONMAP	3	Konformno preslikavanje konture korigirane u FORMI za zadane koordinate. Prikaz zadane i preslikane konture na ekranu. Priprema koeficijentata transformacije za proračun dvodimenzijskih hidrodinamičkih koeficijenta.
FRANK	3	Numeričko rješenje 2D koeficijentata dodatne mase i prigušenja Frankovom metodom uskog nanašanja izvora po presjeku, FCF. Proračun uzbudne sile presjeka pomoću STF teorije.
HYCO	4	Numeričko rješenje 2D koeficijentata dodatne mase i prigušenja Porterovom metodom konformnog preslikavanja i integracijom kompleksnog potencijala, CMAP. Proračun uzbudne sile presjeka pomoću STF teorije.
NLFRANK2	7	Numeričko rješenje 2D koeficijentata dodatne mase, prigušenja, Froude-Krilovljeve i difrakcijske sile presjeka u ovisnosti o susretnoj frekvenciji i gazu presjeka. Izračun koeficijentata linearne ovisnosti dodatne mase, prigušenja i uzbude presjeka, te definiranje dodatnih članova u nelinearnim jednadžbama njihanja. Utjecaj nepravilnih frekvencija eliminiran je zatvaranjem presjeka.
STF	5	Linearna vrpčasta teorija. Rješenje problema zanašanja, poniranja, ljuljanja, posrtanja i zaošijanja za bilo koji kursni kut i umjerene brzine napredovanja, a na osnovi spregnutih linearnih jednadžbi njihanja. Rezultati su u obliku prijenosnih funkcija njihanja proporcionalnih valnim amplitudama.

<sup>1</sup> Fortran PowerStation 4.0, Microsoft Developer Studio© 1994-95.

<sup>2</sup> PowerBuilder Enterprise/32 5.0, Powersoft© 1991-1996 Sysbase Inc.

Tab. P4.1 (nastavak) Tijek proračuna i opis funkcija potprograma

STF_LOAD	6	Proračun valnog opterećenja s obzirom na šest stupnjeva slobode gibanja. Rješenja su u obliku prijenosnih funkcija horizontalnih poprečnih sila i momenata savijanja, vertikalnih poprečnih sila i momenata savijanja i torzijskog momenta.
NLMOTION	8	Formuliranje i numeričko rješenje nelinearnih jednadžbi njihanja broda u vertikalnoj uzdužnoj ravnini. Rezultati su u obliku nelinearnog procesa njihanja i prijenosnih funkcija poniranja i posrtanja u ovisnosti o susretnoj frekvenciji i amplitudi vala.
NLLOAD	9	Proračun nelinearnog valnog opterećenja uslijed varijacije gaza presjeka u uzdužnoj vertikalnoj ravnini. Rješenja, osim linearnog dijela uključuju komponente drugog i trećeg reda. Prikazana su u obliku procesa valnih sila, prijenosnih funkcija za uvjete progiba i pregiba i raspodjele vertikalnih poprečnih sila i momenata savijanja po duljini broda u ovisnosti o frekvenciji i amplit. vala.
RESP	10	Za odabrani valni spektar (PM [89], JONSWAP [86], Tabain [90]) proračunava linearni i kvadratni odzivni amplitudni operator i ukupni spektar odziva valnog opterećenja.
PLOT	nakon 4	Služi za prikaz rezultata u obliku dijagrama preko modificiranog Fortran modula Scigraph. Koristi šifrirane datoteke sa podacima koje su dobivene kroz pojedine faze proračuna.

Redoslijed izvođenja proračuna je kontroliran kroz program upisivanjem potrebnih ulaznih podataka i postavljanjem parametara rješavača. Dodatna objašnjenja za korištenje programa dostupna su kroz dokumentaciju korisničkog sučelja i kroz priručnik za upotrebu.

## ULAZNI PODACI

Ulazni podaci se zadaju u dva dijela, ovisno o vrsti proračuna. Osnovni zajednički podaci su vezani za fizikalne konstante, ubrzanje gravitacije i gustoću morske vode, zatim geometriju broda, geometrijske karakteristike presjeka i osnovne uvjete plovidbe: brzina, kursni kut i raspon valnih duljina za proračun. Za proračun opterećenja potrebni su još i podaci o raspodjeli mase po duljini broda i radijusa inercije oko x, z osi po duljini broda, te vertikalni položaj težišta presjeka po duljini broda. Popis potrebnih ulaznih datoteka dan je u tablici 5.2.

Tab. P4.2 Popis ulaznih datoteka sa osnovnim sadržajem

Red.br.	Ime ulazne datoteke	Osnovni sadržaj
1	'ime projekta'.INP	Podjela broda na presjeka, fizikalne konstante, uvjeti plovidbe, kurs, brzina, raspon valnih duljina za proračun i osnovni parametri izvršenja proračuna.
2	'ime projekta'.HUL	Osnovni geometrijski podaci o brodu, presjecima, pramčanoj i krmenoj statvi.
3	'ime projekta'.INI	Ime projekta za kontrolu izvođenja proračuna.
4	corec.DAT	Koeficijenti koji uključuju/isključuju utjecaj pojedinih nelinearnih članova u jednadžbama njihanja.
5	'ime projekta'.FG2	Dodatni podaci o presjecima za nelinearni proračun njihanja i opterećenja (zatvaranje presjeka i definiranje raspona susretnih frekvencija).



## RJEŠAVAČ

Podešavanjem parametara rješavača kroz ulazne izbornike programa može se izabrati jedan od sljedećih proračuna:

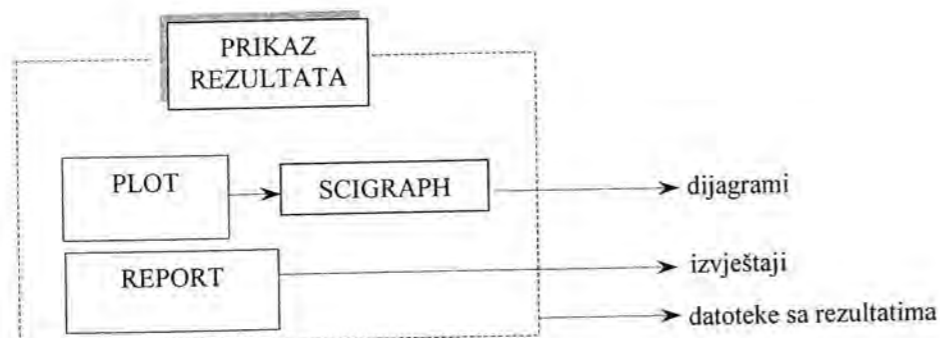
- Proračun hidrodinamičkih koeficijenata dodatne mase, prigušenja i uzbude presjeka i za cijeli brod.
- Linearni proračun njihanja u frekvencijskoj domeni.
- Linearni proračun opterećenja u frekvencijskoj domeni.
- Nelinearni proračun njihanja u frekvencijsko/vremenskoj domeni.
- Nelinearni proračun opterećenja u frekvencijsko/vremenskoj domeni u uzdužnoj vertikalnoj ravnini.

Iza linearnog proračuna njihanja i opterećenja stoji vrpčasta STF teorija, koja je za prognozu nelinearnog njihanja i opterećenja modificirana za utjecaj varijacije gaza presjeka. Proračun hidrodinamičkih koeficijenata presjeka može se izabrati između navedene dvije metode:

- metoda konformnog preslikavanja (Lewis/Porter/Tasai),
- metoda uskog nanašanja izvora po presjeku (Frank Close Fit).

## PRIKAZ REZULTATA

Prikaz rezultata moguć je na tri razine, kako je prikazano na slici 5.2. Dijagrami prijenosnih funkcija njihanja i opterećenja, raspodjela sila i momenata po duljini mogući su kroz potprogram PLOT. Isti se podaci mogu dobiti u tekstualnom obliku kroz izvještaje, a kompletni međurezultati i rezultati se mogu dobiti editiranjem tekstualnih datoteka prikazanih u tablici 5.3.



Sl. P4.2. Mogućnosti prikaza rezultata

Program omogućava izvršenje proračuna za više brzina napredovanja i kursnih kutova za linearni dio proračuna i samo za valove u pramac za nelinearni dio proračuna. Jednom obavljenu proračun sa svim glavnim rezultatima se čuva jedinstvenim imenom projekta. Svaki novi projekt ima novo ime. Projekt se može i brisati, a onda se brišu i sve datoteke povezane sa tim projektom. Prilikom izvođenja novog proračuna brišu se samo datoteke međurezultata i kontrolne datoteke.

Tab. P4.3 Popis izlaznih datoteka (međurezultati i rezultati) sa osnovnim sadržajem

Red.br.	Ime datoteke	M-međurezultat C- kontrolna dat. R- rezultat	Osnovni sadržaj
1	'ime projekta'.FRK	M	▪ raspon omjera valne duljine i duljine broda
2	'ime projekta'.CON	C	▪ kontrola ulaznih podataka
3	'ime projekta'.CHR	M	▪ karakter zapis brzine i kursnog kuta
4	'ime projekta'.GM1	M	▪ geometrija broda i presjeka
5	'ime projekta'.ERR	C	▪ popis grešaka
6	fsway.PRT froll.PRT fheav.PRT	R R R	▪ 2D bezdimenzijski koeficijenti uzbudne sile poniranja, ljuljanja i posrtanja presjeka
7	ceoff.PRT	R	▪ 2D bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase i prigušenja presjeka
8	'ime projekta'.HYC	M	▪ prijenos podataka za izračun hidrodinamičkih koeficijenata
9	'ime projekta'.A3D 'ime projekta'.B3D 'ime projekta'.F35	R R R	▪ dodatna masa, prigušenje i uzbudna sila za brod
10	'ime projekta'.MOT	M	▪ prijenos podataka za proračun njihanja
11	'ime projekta'.OTP	R	▪ rezultat linearnog proračuna njihanja u obliku prijenosnih funkcija
12	'ime projekta'.FG1	M	▪ prijenos podataka za proračun koeficijenata uslijed varijacije gaza za Franka
13	pertu.DAT	M	▪ prijenos podataka za izračun članova u nelinearnim jednadžbama njihanja
14	NL_abcfh.DAT	M	▪ koeficijenti varijacije dodatne mase, prigušenja, uzbude presjeka za izračun nelinearnog opterećenja
15	prenos.DAT	M	▪ prijenos svih potrebnih podataka za rješavač nelinearnih jednadžbi njihanja
16	616.DTA 617.DTA 618.DTA	M M M	▪ bezdimenzijski koeficijenti dodatne mase, prigušenja i uzbude za različite presjeke, gazove i susretne frekvencije
17	620.DTA	M	▪ rezultati linearne regresije dodatne mase, prigušenja i uzbude uslijed varijacije gaza
18	701.DTA do 705.DTA	M	▪ dodatni članovi dodatne mase, prigušenja i uzbude u nelinearnim jednadžbama njihanja
19	nolin33.DAT	R	▪ rezultati nelinearnog njihanja (poniranje) 2. i 3. reda
20	nolin55.DAT	R	▪ rezultati nelinearnog njihanja (posrtanje) 2. i 3. reda
21	'ime projekta'.LOA	R	▪ rezultati linearnog proračuna opterećenja u obliku apsolutnih vrijednosti amplituda i faza i u obliku prijenosnih funkcija
22	'ime projekta'.NLO	R	▪ rezultati nelinearnog proračuna opterećenja u obliku apsolutnih vrijednosti amplituda i faza
23	sile3.DAT	R	▪ amplitude komponenti vertikalne poprečne sile
24	sile5.DAT	R	▪ amplitude komponenti vertikalnog momenta savijanja
25	chk_sile.DAT	R	▪ realni i imaginarni dio komponenti vertikalne poprečne sile i momenta savijanja

## ŽIVOTOPIS

Albert Zamarin rođen je 11. studenog 1968. godine u Šibeniku gdje završava osnovnu, a zatim i srednju školu matematičko-informatičkog usmjerenja sa odličnim uspjehom. Nakon odsluženja vojnog roka 1988. godine upisuje na Tehničkom fakultetu Rijeka studij brodogradnje, usmjerenje projektiranje i konstrukcija broda, na kojem je diplomirao u lipnju 1993. godine u redovnom roku temom *Projekt konstrukcije tankera nosivosti 5000 t za uvjete plovidbe na Arktiku*. Tijekom studija nekoliko je puta bio nagrađivan zbog postignutog uspjeha.

Nakon završetka studija zapošljava se u rujnu 1993. godine u brodogradilištu "3. MAJ" Rijeka, kao pripravnik u radioni obrade limova i profila. Završetkom pripravničkog staža prelazi u tehnički ured, odjel konstrukcije, gdje radi u uredu numerike na računarskoj pripremi elemenata strukture broda za rezanje, te na izradi klasifikacijske i radioničke dokumentacije.

Od prosinca 1994. zaposlen je kao znanstveni novak na *Zavodu za brodogradnju i inženjerstvo morske tehnologije* Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. Iste godine upisuje poslijediplomski studij, smjer *Računarska mehanika*, modul *Strukturalna analiza i optimizacija konstrukcija*. Također je od prosinca 1994. godine angažiran na projektu *Interakcija objekata morske tehnologije s okolišem* sa red. prof. dr. sc. Julijanom Dobrinićem kao glavnim istraživačem. Od lipnja 1997. godine sudjeluje na projektu red. prof. dr. sc. Alice Vučinić pod nazivom *Hidrodinamika plovnih objekata: otpor, propulzija i pomorstvenost*. Magistarski rad pod nazivom *Hidrodinamičko opterećenje vitkih brodova na morskim valovima* pod mentorstvom red. prof. dr. sc. Većeslava Čorića uspješno je obranio u lipnju 1998. Fakultetsko vijeće Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, na svojoj 6. sjednici održanoj u siječnju 1999. godine, odobrilo mu je temu doktorske disertacije pod naslovom *Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja broda na valovima velikih amplituda*. Od lipnja 2002. godine sudjeluje na znanstveno-istraživačkom projektu br. 0069007 *Numeričko modeliranje u hidrodinamici plovnih objekata* sa glavnim istraživačem doc. dr. sc. Jasnom Prpić-Oršić.

Tijekom rada na Tehničkom fakultetu uspješno sudjeluje u nastavnom procesu na sveučilišnom studiju brodogradnje kroz održavanje vježbi iz predmeta *Čvrstoća i vibracije broda*, *Konstrukcija broda*, *Projektiranje strukture plovnih objekata*. Također održava vježbe na stručnom studiju brodogradnje iz kolegija *Konstrukcija broda*. Ujedno, pored vježbi, od akademske 2000./2001. god. održava predavanja i ispite iz predmeta *Konstrukcija broda* na sveučilišnom studiju brodogradnje, te mu je od akademske 2001./2002. god. povjereno i održavanje dijela predavanja iz predmeta *Čvrstoća i vibracije broda I* na sveučilišnom studiju brodogradnje. Osim toga obavlja i niz drugih zadataka u radu Zavoda.

Dobitnik je stipendije županije Primorsko-goranske za znanstveno i stručno usavršavanje u okviru programa za studijsku 1997./98. u trajanju od dva mjeseca i za 1999./2000. godinu u trajanju od jednog mjeseca. Oba puta koristi stipendiju na sveučilištu u Trstu (*Università degli studi di Trieste, Dipartimento di Ingegneria Navale, del Mare e per l'Ambiente*). Sudionik je i međunarodnog stručnog seminara pod nazivom *Aluminium Structural Design* održanog u listopadu 2001. godine u Udinama, te seminara u Đenovi u lipnju 2002. godine pod nazivom *Dynamic Load on Ship & Marine Structures*.

Ima osam objavljenih znanstvenih radova, a služi se engleskim i talijanskim jezikom. Oženjen.



## PODACI O AUTORU I DOKTORSKOJ DISERTACIJI

### 1. AUTOR

Ime i prezime: Albert Zamarin

Datum i mjesto rođenja: 11. studenog 1968. Šibenik

Naziv fakulteta, studija i godina završetka dodiplomskog studija: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, studij brodogradnje, 1993.

Naziv fakulteta, smjera i godina završetka poslijediplomskog studija: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Računarska mehanika, 1998.

Sadašnje zaposlenje: asistent

### 2. DOKTORSKA DISERTACIJA

Naslov: Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja broda na valovima velikih amplituda

Broj stranica, slika, tabela i bibliografskih podataka: 167, 82, 5, 115

Znanstveno polje i grana: Brodogradnja, Konstrukcija plovniha objekata, Osnivanje plovniha objekata

Voditelj rada: Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.

Fakultet na kojem je rad obranjen: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

### 3. OBRANA I OCJENA

Datum odobrenja teme: 22. siječnja 1999.

Datum predaje rada: 10. prosinca 2002.

Datum prihvatanja ocjene rada:

Sastav Povjerenstva za ocjenu: Red. prof. dr. sc. Josip Brnić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Luka Sopta, dipl. ing.  
Doc. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.

Datum obrane: 14. veljače 2003.

Sastav Povjerenstva za obranu: Red. prof. dr. sc. Josip Brnić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Luka Sopta, dipl. ing.  
Doc. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.

Datum promocije:

Oznaka: DD Tek. broj :

UDK 629.5.015.4:629.5.018.716:629.5.017.2:519.688(043)

## NUMERIČKO MODELIRANJE EKSTREMNIH OPTEREĆENJA BRODA NA VALOVIMA VELIKIH AMPLITUDA

Albert Zamarin

Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
Hrvatska

**Ključne riječi:** valno opterećenje  
nelinearni učinci  
modificirana vrpčasta teorija  
morski valovi  
Volterra model  
ekstremni odziv

### Sažetak:

Prilikom gibanja broda na valovima velikih amplituda, nelinearnost u opterećenju se ne može zanemariti. U radu je nelinearnost uključena kroz promjenu hidrodinamičkih koeficijenata i uzbude u funkciji vremena uslijed promjene gaza presjeka. Problem je riješen za slučaj harmoničkih valova u frekvencijskom području u uzdužnoj vertikalnoj ravnini. Prilikom određivanja hidrodinamičkih koeficijenata korištene su metode konformnog preslikavanja i uskog nanašanja izvora po presjeku, a za osnovnu formulaciju linearnih i nelinearnih jednadžbi njihanja i opterećenja korištena je modificirana vrpčasta *STF* teorija. Rješenja su u obliku nelinearnih prijenosnih funkcija i raspodjele valnih sila po duljini broda. Kao nastavak je razvijen proračun spektra odziva koji uključuje rezultate nelinearnog modela i stohastičku prirodu morskih valova. Za određivanje odziva nelinearnog opterećenja trupa na nepravilnom valovlju korišten je Volterra model drugog reda. Rješenja ovog modela su, zajedno sa statističkim karakteristikama odziva, primjenjena za procjenu ekstremnih odziva opterećenja.

Rad nije objavljen.

Mentor: Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.

Povjerenstvo za ocjenu: Red. prof. dr. sc. Josip Brnić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Luka Sopta, dipl. ing.  
Doc. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.

Povjerenstvo za obranu: Red. prof. dr. sc. Josip Brnić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Većeslav Čorić, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Luka Sopta, dipl. ing.  
Doc. dr. sc. Jasna Prpić-Oršić, dipl. ing.

Datum obrane: 14. veljače 2003.

Datum promocije:

Rad je pohranjen na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci.  
(167, 82, 5, 115, hrvatski)



UDK 629.5.015.4:629.5.018.716:629.5.017.2:519.688(043)

1. Numeričko modeliranje ekstremnih opterećenja  
broda na valovima velikih amplituda  
Ključne riječi:  
valno opterećenje  
nelinearni učinci  
modificirana vrpčasta teorija  
morski valovi  
Volterra model  
ekstremni odziv

II Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
HRVATSKA

I Albert Zamarin

DD

Code: DD No.

UDC 629.5.015.4:629.5.018.716:629.5.017.2:519.688(043)

## NUMERICAL MODELLING OF SHIP EXTREME LOADS AT LARGE AMPLITUDE WAVES

Albert Zamarin

University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
Croatia

**Key words:** Wave load  
Nonlinear effects  
Modified strip theory  
Seaway  
Volterra modelling  
Extreme response

### Summary:

Non-linearity in wave load arising from the ship motion at large amplitude waves can't be neglected. In this work, is involved through time dependent hydrodynamic coefficients and excitation due to changing of section draught because of ship motion and wave passing. The load problem is solved for harmonic waves in frequency domain in vertical longitudinal plane. Two methods were used for determining section hydrodynamic coefficients, conformal mapping and Frank Close Fit method. Modified Salvensen-Tuck-Faltinsen strip theory was used for motion as well as for the load linear and non-linear equation formulation. The results are in the form of non-linear transfer functions and longitudinal distribution of the wave load. The presented non-linear wave load procedure was extended for determination of load response spectra in order to involve stochastically nature of sea waves. Second order Volterra modelling was used to calculate non-linear vertical hull girder load in irregular head waves. Solved model, together with the statistical characteristics of the response is used for extreme load response prediction.

This thesis has not been published.

Mentor: Prof. D.Sc. Većeslav Čorić

Advisors: Prof. D.Sc. Josip Brnić  
Prof. D.Sc. Većeslav Čorić  
Prof. D.Sc. Luka Sopta  
Assist. Prof. D.Sc. Jasna Prpić-Oršić

Reviewers: Prof. D.Sc. Josip Brnić  
Prof. D.Sc. Većeslav Čorić  
Prof. D.Sc. Luka Sopta  
Assist. Prof. D.Sc. Jasna Prpić-Oršić

Presentation: 14<sup>th</sup> February 2003.

Degree conferred:

This thesis is deposited at the library of the University of Rijeka, Faculty of Engineering.  
(167, 82, 5, 115, croatian language)

DD

UDC 629.5.015.4:629.5.018.716:629.5.017.2:519.688(043)

1. Numerical Modelling of Ship Extreme  
Loads at Large Amplitude Waves

I Albert Zamarin

II University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
CROATIA

Key words:

Wave load  
Nonlinear effects  
Modified strip theory  
Seaway  
Volterra modelling  
Extreme response