

# Analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju leda na lamelnim izmjenjivačima topline

---

**Lenić, Kristian**

**Doctoral thesis / Disertacija**

**2006**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:188:161508>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-12**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka Library - SVKRI Repository](#)



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

ANALIZA IZMJENE TOPLINE I TVARI PRI STVARANJU LEDA NA  
LAMELNIM IZMJENJIVAČIMA TOPLINE

Doktorska disertacija

Kristian Lenić

Mentor: Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing. str.  
Komentorica: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing. str.

Rijeka, 2006.

110725055

Sveučilište u Rijeci  
**TEHNIČKI FAKULTET**  
-Znanstveno-nastavno vijeće-  
Klasa: 602-04/04-02/21  
Ur.br.: 2170-57-43-04-08  
Rijeka, 24. lipnja 2004.

Znanstveno-nastavno vijeće Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, na svojoj 21. sjednici u akad.god. 2002./03./04, održanoj 24. lipnja donijelo je sljedeću

### ODLUKU


1.) Prihvaća se izvješće Stručnog povjerenstva, a kojim se utvrđuje da mr.sc. Kristian Lenić, dipl. ing. ispunjava uvjete članka 51. Zakona o visokim učilištima za izradu doktorske disertacije, izvan dokorskog studija, pod naslovom: "Analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju leda na lamelnim izmjenjivačima topline".

2.) Mentorom se imenuje red. prof. dr. sc. Bernarda Frakovića, dipl. ing., a komentorom doc. dr. sc. Anicu Trp, dipl. ing.

DCD 138  
2006

DUF-641

Dekan:  
*Križan*  
Red. prof. dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.



#### Dostaviti:

- 1.) Mr.sc. Kristian Lenić, dipl. ing.
- 2.) Mentor
- 3.) Komentor
- 4.) Evidencija studija
- 5.) Opća i kadrovska služba
- 6.) Pismohrana ZNV

## Sažetak

U radu je provedena numerička i eksperimentalna analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju ledenog sloja na lamelnim izmjenjivačima topline. Ledeni sloj je promatran kao porozna struktura. Razvijen je matematički model i računalni program za nestacionarno dvodimenzijско rješavanje navedenog problema. Brzina rasta ledenog sloja izračunata je na osnovi masenih tokova vodene pare na granici ledeni sloj-zrak kao i na osnovi masenog toka zbog difuzije vodene pare u sam ledeni sloj. Numeričkim proračunom dobivena je brzina rasta ledenog sloja te su proračunate raspodjele temperatura, sadržaja vlage i brzina u subdomeni zraka kao i raspodjele temperatura i gustoća u subdomeni ledenog sloja. Postavljena je mjerna linija i izvršena su eksperimentalna ispitivanja u svrhu provjere valjanosti matematičkog modela i računalnog programa za numeričku analizu procesa nastanka ledenog sloja. Dan je pregled različitih načina razleđivanja kao i opis matematičkog modela procesa razleđivanja. Provedena je analiza utjecaja nastanka ledenog sloja na uvjete izmjene topline i utjecaja povećanog toplinskog otpora na izmijenjen toplinski tok u izmjenjivaču. Dana su praktična rješenja i algoritam za optimalno upravljanje radom uređaja u vidu optimalnog trajanja ciklusa i adaptivnog određivanja trenutka početka razleđivanja u ovisnosti o stanju zaleđenosti izmjenjivača topline.

## Summary

In the dissertation a numerical and experimental heat and mass transfer analysis of frost layer formation on fin-and-tube heat exchangers have been presented. A mathematical model and computer program for transient two-dimensional numerical solving of mentioned physical problem have been developed. As numerical solving results the frost growth rates, temperatures, humidity and velocity distributions in the air sub-domain, as well as temperatures and density distributions in the frost sub-domain have been gained. For the purpose of mathematical model and computer program validation, the experimental line has been set up on which experimental investigations have been performed. An analysis of frost formation impact on heat transfer conditions and impact of increased thermal resistance on heat exchanger performance has been carried out. Practical solutions and algorithm for optimal control of appliances have been given. The developed algorithm enables the determination of optimal cycle duration and adaptive determination of defrost cycle initiation time depending on frosting conditions of the heat exchanger.

## Predgovor

Istraživanja provedena u okviru izrade doktorske disertacije naslovljene *Analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju leda na lamelnim izmjenjivačima topline* doprinose produbljivanju dosadašnjih spoznaja o fenomenu stvaranja ledenog sloja te daju doprinos i poticaj primjeni postojećih i novih spoznaja u segmentu regulacije i upravljanja uređajima s lamelnim izmjenjivačima topline koji rade u uvjetima nastanka ledenog sloja. U tu je svrhu, nakon uvodnih razmatranja i pregleda dosadašnjih istraživanja predložen nestacionarni dvodimenzijski matematički model izmjene topline i tvari prilikom nastanka ledenog sloja na lamelnim izmjenjivačima topline. Razvijen je računalni program temeljen na predloženom matematičkom modelu. Valjanost predloženog matematičkog modela i računalnog programa potvrđena je rezultatima eksperimentalnog dijela istraživanja. Rezultati numeričke analize i algoritam računalnog programa mogli bi se implementirati u segmente upravljanja uređajima u svrhu uštede i učinkovitog korištenja energije.

Ovom se prilikom želim posebno zahvaliti mentoru red. prof. dr. sc. Bernardu Frankoviću i komentorici doc. dr. sc. Anici Trp na stručnom usmjeravanju, nizu korisnih savjeta i pomoći pri izradi doktorske disertacije. Zahvaljujem se i svima ostalima koji su na različite načine pomogli i podržali me da ovaj rad uspješno privedem kraju.

U Rijeci, travanj 2006.

*Autor*

## Sadržaj

1	Uvod .....	1
2	Dosadašnje spoznaje u teoriji nastanka ledenog sloja .....	3
2.1	Parametri koji utječu na brzinu nastanka ledenog sloja .....	3
2.2	Fizikalni mehanizam nastanka ledenog sloja .....	3
2.3	Struktura ledenog sloja.....	5
2.4	Dosadašnji modeli nastanka ledenog sloja .....	6
3	Matematički model.....	9
3.1	Opis geometrije.....	9
3.2	Jednadžbe očuvanja .....	10
3.3	Početni i rubni uvjeti .....	11
3.4	Pregled jednadžbi očuvanja i rubnih uvjeta.....	18
3.5	Modeli za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	19
3.6	Model za određivanje specifičnog toplinskog kapaciteta ledenog sloja.....	25
3.7	Modeli za određivanje efektivne difuzivnosti vodene pare.....	26
4	Postavke numeričkog rješavanja .....	29
4.1	Metoda kontrolnih volumena.....	29
4.2	Teorijske osnove metode kontrolnih volumena .....	29
4.3	Diskretizacija jednadžbi očuvanja .....	31
4.4	Opis numeričke metode prilagođene računalnom programu .....	56
4.5	Algoritam numeričke metode .....	67
4.6	Ulazni podaci za numerički proračun .....	74
4.7	Obrada početnih i rubnih uvjeta.....	74
5	Opis računalnog programa .....	83
5.1	Algoritam računalnog programa .....	83
6	Postavljanje i izvođenje eksperimentalnog dijela istraživanja .....	87
6.1	Opis eksperimentalne linije .....	87
6.2	Mjerna oprema.....	88
6.3	Analiza točnosti mjerenja.....	92
6.4	Postupak mjerenja .....	100
6.5	Rezultati mjerenja .....	101
7	Primjena numeričke analize na uvjete pri eksperimentalnom istraživanju .....	105
7.1	Usporedba rezultata numeričkog i eksperimentalnog istraživanja.....	105
7.2	Rezultati numeričke analize .....	107
8	Primjena rezultata istraživanja .....	115
8.1	Primjena razvijenog modela na lamelni izmjenjivač topline.....	115
8.2	Utjecaj stvaranja ledenog sloja na izmijenjen toplinski tok .....	126
8.3	Sprječavanje stvaranja ledenog sloja na izmjenjivačima topline.....	139
8.4	Razleđivanje .....	141
8.5	Utjecaj stvaranja ledenog sloja na ukupni izmijenjeni toplinski tok.....	149
8.6	Primjer uporabe rezultata istraživanja pri upravljanju uređajem .....	157
9	Zaključak .....	163
10	Popis literature.....	165
11	Popis slika .....	173
12	Popis tablica .....	179

## 1 Uvod

Ledeni sloj koji se stvara na površinama stijenci lamelnih izmjenjivača topline, prilikom hlađenja vlažnog zraka ispod temperature smrzavanja vode, čini poroznu strukturu sastavljenu od kristala leda i zračnih šupljina. Obzirom da ovakva ledena struktura sadrži i zračne pore s malim koeficijentom toplinske vodljivosti ledeni sloj na zračnoj strani lamelnog izmjenjivača topline predstavlja značajan toplinski otpor prijenosu topline sa zraka na lamelu izmjenjivača. Osim velikog utjecaja na izmjenu topline, ledeni sloj svojom debljinom može ometati slobodan tok struje zraka među lamelama. Ovo ometanje prolasku struje zraka povećava pad tlaka zraka prolaskom kroz izmjenjivač, što u konačnici uzrokuje i manji protok zračne struje. Na taj način povećanje otpora prijenosu topline na zračnoj strani i smanjenje protoka zraka uzrokuju pad učinkovitosti izmjenjivača topline, što utječe na kvalitetu hlađenja prostora i režim rada uređaja čiji je lamelni izmjenjivač dio. Ledeni sloj koji se taloži na izmjenjivačima topline mora se redovito uklanjati. To se vrši razleđivanjem nakon određenog vremena rada uređaja što uvjetuje isprekidani rad rashladnih uređaja i dizalica topline. Osim toga, tijekom razleđivanja, u hlađeni se prostor unosi određena količina topline.

U svrhu predviđanja stvaranja ledenog sloja na lamelama izmjenjivača potrebno je detaljno analizirati brzinu nastanka ledenog sloja. Predviđanje nastanka ledene kore povezano je s prijenosom mase vode iz vlažnog zraka u ledeni sloj na granici zrak-led te s brzinom difuzije vode unutar samog ledenog sloja.

Osnovni je zadatak, pri analizi stvaranja ledenog sloja na stijenama izmjenjivača, određivanje izmijenjene topline pri nestacionarnim uvjetima povećanog otpora prolazu topline i određivanje toplinskog stupnja djelovanja izmjenjivača topline. Za tu je svrhu potrebno izvršiti detaljnu termodinamičku analizu odnosno odrediti točnu temperaturnu i masenu raspodjelu unutar zračne struje i ledenog sloja.

Svrha ovog istraživanja je produbljivanje i unaprjeđivanje dosadašnjih saznanja u području problema stvaranja leda na lamelnim izmjenjivačima topline s ciljem što točnijeg definiranja fizikalnih pojava prilikom izmjene topline i tvari. U skladu s tim potrebno je što točnije odrediti brzinu nastanka leda i s tim u vezi smanjivanje učinkovitosti lamelnog izmjenjivača topline. Cilj istraživanja je, koristeći dosadašnja saznanja u relevantnoj literaturi, kreirati i eksperimentalno potvrditi pouzdan matematički model izmjene topline i tvari prilikom stvaranja leda na stijenama lamelnog izmjenjivača topline koji će biti pogodan za ispitivanje i optimizaciju dimenzija izmjenjivača, kao i za optimizaciju radnih parametara. Ovako kreirani matematički model iskoristit će se u analizi utjecaja stvaranja leda na učinkovitost i rad izmjenjivača u sustavu pri različitim radnim parametrima. Doprinos ovog istraživanja očituje se u razvijenom modelu pogodnom za primjenu u sustavima automatske regulacije uređaja s lamelnim izmjenjivačima topline koji rade u uvjetima nastanka ledenog sloja. Za uklanjanje nataloženog ledenog sloja danas se najčešće koristi vremenski predodređeni početak intervala razleđivanja. Nove spoznaje nastale kao rezultat provedenih istraživanja omogućit će primjenu adaptivnog određivanja trenutka početka postupka razleđivanja u ovisnosti o parametrima pogona koji izravno utječu na brzinu i način formiranja ledenog sloja. Adaptivno određivanje početka perioda razleđivanja omogućit će uštedu pogonske energije i poboljšanje kvalitete i stabilnosti opskrbe rashladnom i toplinskom energijom, što predstavlja značajan doprinos nastojanjima za učinkovito korištenje energije.

Strukturu rada čine sljedeće cjeline. U drugom poglavlju ukratko su opisane dosadašnje spoznaje u teoriji nastanka ledenog sloja. Također, ovdje je dan i opis fizikalnog mehanizma nastanka ledenog sloja. Na temelju dosadašnjih spoznaja i postojećih modela opisanih u relevantnoj literaturi kreiran je novi nestacionarni dvodimenzijski matematički model koji je opisan u trećem poglavlju. U ovom su poglavlju dane osnovne jednadžbe očuvanja, pregled početnih i rubnih uvjeta kao i korelacije za izračun fizikalnih svojstava ledenog sloja kao što su koeficijent toplinske vodljivosti i specifični toplinski kapacitet. U četvrtom poglavlju prikazana je diskretizacija jednadžbi očuvanja metodom kontrolnih volumena kao i prilagodba tih jednadžbi za rješavanje numeričkim putem. U svrhu rješavanja sustava diskretiziranih jednadžbi razvijen je vlastiti računalni program koji je opisan u petom poglavlju. Provjera valjanosti matematičkog modela i računalnog programa za numeričku analizu procesa nastanka ledenog sloja provedena je eksperimentalnim putem. U šestom je poglavlju opisano postavljanje i izvođenje eksperimentalnog dijela istraživanja. Primjena numeričke analize na uvjete pri eksperimentalnom istraživanju opisana je u sedmom poglavlju u kojem je dana usporedba rezultata numeričkog i eksperimentalnog istraživanja. Praktična primjena rezultata istraživanja prikazana je u osmom poglavlju. Razvijeni matematički model i računalni program primijenjeni su na realan slučaj lamelnog izmjenjivača topline koji radi u uvjetima nastanka ledenog sloja. Konačno, kao poseban doprinos izvršenih numeričkih istraživanja dobivene su korelacije za određivanje optimalnog trenutka početka i vremena trajanja procesa razledivanja odnosno optimalnog vremena trajanja ciklusa rada uređaja u ovisnosti o radnim parametrima.



Slika 1.1. Ledeni sloj

## 2 Dosadašnje spoznaje u teoriji nastanka ledenog sloja

### 2.1 Parametri koji utječu na brzinu nastanka ledenog sloja

Proces stvaranja ledenog sloja usko je povezan s brzinom difuzije vode iz zračne struje u ledeni sloj, brzinom difuzije vode unutar ledenog sloja i provođenjem topline unutar samoga sloja. Jedan dio vode, odnosno vodene pare, koji prelazi iz zraka u ledeni sloj taloži se na ledenoj površini i izravno utječe na povećavanje debljine sloja. Drugi dio vode difuzijom ulazi u ledeni sloj povećavajući tako njegovu gustoću. Točnost određivanja količine vode koja difuzijom ulazi u ledeni sloj od presudnog je utjecaja na točnost određivanja brzine rasta ledenog sloja.

Dosadašnja su istraživanja bila usmjerena na definiranje modela za određivanje masenog toka vodene pare iz zračne struje u ledeni sloj kao i na kreiranje modela za promjenu gustoće ledenog sloja zbog difuzije vodene pare. Promjena gustoće ledenog sloja uzrokuje promjenu koeficijenta toplinske vodljivosti sloja koja izravno utječe na promjenu otpora provođenju topline, na izmjenu topline i u konačnici na iskoristivost izmjenjivača topline.

### 2.2 Fizikalni mehanizam nastanka ledenog sloja

Led, kao kruta vodena faza nastaje na temperaturama ispod temperature ledišta vode ( $0^{\circ}\text{C}$ ). Kada je voda u obliku čiste tvari, led nastaje njenim skrućivanjem prilikom odvođenja latentne topline od  $334 \text{ kJ/kg}$  pri temperaturi od  $0^{\circ}\text{C}$ . Analiza nastanka leda tada se najčešće provodi matematičkim modelima temeljenima na promjeni entalpije. Na brzinu nastanka i oblik ledene zone tada mogu utjecati pojave slobodne konvekcije u kapljevitoj fazi. Utjecaj slobodne konvekcije na izmjenu topline vode kao čiste tvari opisan je u radu [1].

Proces nastanka ledenog sloja na hladnim površinama u struji vlažnog zraka fizikalno je složeniji problem jer vlažni zrak predstavlja dvojnu smjesu vodene pare i zraka. Ovisno o temperaturi površine izložene vlažnom zraku nastaju različite toplinske pojave. Da bi došlo do rošenja vode iz vlažnog zraka na nekoj površini, temperatura te površine mora biti niža od temperature rošenja za određeno stanje vlažnoga zraka. Ako je međutim temperatura te površine niža od temperature skrućivanja vode doći će do taloženja leda. Proces je intenzivniji što je udio vlage u zraku veći. Npr. proces taloženja leda na lamelama isparivača u rashladnoj komori bit će intenzivniji nakon unošenja nezaleđene vlažne robe zbog neminovnog povećavanja sadržaja vlge u zraku.

Neki autori proces nastanka ledenog sloja dijele na dva perioda: period rasta kristala i period potpuno razvijenog rasta ledenog sloja [2,3]. Ipak, raširenija je teorija nastanka ledenog sloja koja opisuje proces kroz tri karakteristična perioda [4,5,6]:

- period rasta kristala
- period rasta ledenog sloja
- period potpuno razvijenog rasta ledenog sloja.

Period rasta kristala je relativno kratak period na početku nastanka ledenog sloja. Male vodene kapljice rošenjem se izdvajaju iz zračne struje i u dodiru s hladnom površinom odmah smrjavaju. Ove skrućene kapljice postaju jezgre kasnijeg rasta kristala. Prvi kristali leda nastaju na smrznutim kapljicama i počinju rasti u vertikalnom smjeru. Način matematičkog opisivanja

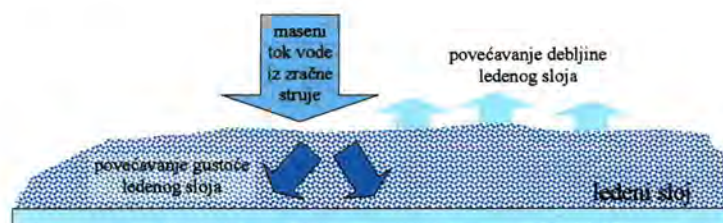


ovog perioda ne utječe bitno na točnost daljnjeg proračuna rasta ledenog sloja te bi njegovo proučavanje i složeno matematičko modeliranje bezrazložno zakompliciralo razmatranja u ovom istraživanju. Utjecaj ove faze u procesu nastanka ledenog sloja uzet je u obzir pravilnim odabirom početnih uvjeta. Shematski prikaz ove faze prikazan je na slici 2.1.



Slika 2.1. Shematski prikaz prve faze procesa nastanka ledenog sloja - period rasta kristala

Period rasta ledenog sloja karakteriziran je nastajanjem porozne strukture ledenog sloja. Porozna struktura sastavljena od ledenih kristala i zračnih pora nastaje grananjem i povezivanjem kristala. Ledeni sloj postaje nehomogena tvorevina sastavljena od krute šupljikave ledene strukture i vlažnoga zraka koji ispunjava pore između kristala. Prijenos tvari iz zraka u ledeni sloj uzrokuje povećavanje debljine i povećavanje gustoće ledenog sloja. Shematski prikaz ove faze prikazan je na slici 2.2.



Slika 2.2. Shematski prikaz druge faze procesa nastanka ledenog sloja - period rasta ledenog sloja

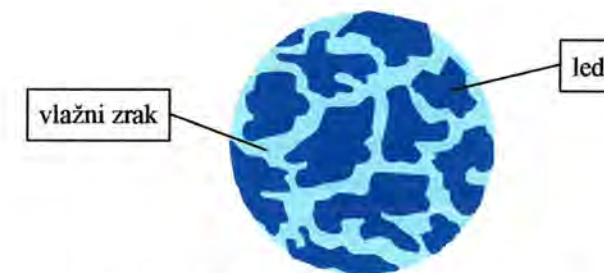
Period potpuno razvijenog rasta ledenog sloja nastaje kada temperatura granične površine zrak- ledeni sloj poraste na temperaturu taljenja leda zbog povećanog otpora provođenju topline kroz sve deblji ledeni sloj. Voda koja se rošenjem taloži na površinu ledenog sloja stvara film kapljevine koja prodire unutar porozne strukture ledenog sloja i skrućuje se u dubljim, hladnijim dijelovima sloja. Prodiranje kapljevite faze u ledeni sloj nastaje zbog kapilarnog i/ili gravitacijskog efekta. Tada slijedi ciklički proces koji obuhvaća: taljenje leda na površini ledenog sloja, skrućivanje vode koja prodire u dublje - hladnije slojeve, povećavanje gustoće ledenog sloja, smanjenje temperature granične površine zrak - ledeni sloj te taloženje leda na površinu sloja. Proces se ciklički izmjenjuje sve dok se ne postigne sveukupna toplinska ravnoteža cijelog ledenog sloja. Shematski prikaz ovog procesa prikazan je na slici 2.3. Model obrađen u ovom radu odnosi se na posljednje dvije faze u razvoju ledenog sloja budući da one zauzimaju najveći dio vremena u procesu rasta ledenog sloja.



Slika 2.3. Shematski prikaz treće faze procesa nastanka ledenog sloja - period potpuno razvijenog rasta ledenog sloja

### 2.3 Struktura ledenog sloja

Nehomogena struktura ledenog sloja može se promatrati kao pseudo-homogena struktura sastavljena od ledenih kristala i šupljina ispunjenih vlažnim zrakom. Shema porozne strukture ledenog sloja prikazana je na slici 2.4.



Slika 2.4. Porozna struktura ledenog sloja

Poroznost  $\varepsilon$ , odnosno udio zraka unutar promatranog segmenta ledenog sloja definirana je kao omjer volumena zraka i ukupnog volumena tog segmenta, tj.

$$\varepsilon = \frac{V_z}{V}, \quad (2.1)$$

gdje je  $V_z$  volumen koji zauzima zrak u ukupnom volumenu  $V$  promatranog segmenta ledenog sloja. Poroznost  $\varepsilon$  može se izraziti i preko gustoća na sljedeći način:

$$\varepsilon = \frac{\rho_l - \rho_{ls}}{\rho_l - \rho_z}, \quad (2.2)$$

gdje su  $\rho_l$  gustoća leda,  $\rho_{ls}$  gustoća ledenog sloja i  $\rho_z$  gustoća vlažnoga zraka unutar pora. Poroznost može poprimiti sljedeće vrijednosti:

$$0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (2.3)$$

Za čisti neporozan led poroznost iznosi  $\varepsilon = 0$ . Što je poroznost veća to ledeni sloj ima više šupljina i njegova je gustoća manja. Gustoća ledenog sloja može se izraziti pomoću gustoće leda, gustoće vlažnog zraka i poroznosti na sljedeći način:

$$\rho_{ls} = \varepsilon \cdot \rho_z + (1 - \varepsilon) \cdot \rho_l \quad (2.4)$$

## 2.4 Dosadašnji modeli nastanka ledenog sloja

Većina do sada razvijenih modela može se svrstati u nekoliko grupa. Jedna od grupa je ona u kojoj se modeliranje stvaranja ledenog sloja sastoji od određivanja karakteristika ledenog sloja dobivenih primjenom difuzijske jednadžbe za ledeni sloj, dok se za opisivanje izmjene topline i tvari sa zračne struje na površinu ledenog sloja koriste empirijske korelacije. Ovakav pristup dali su *K. S. Lee i dr.* [3], *B. W. Jones i dr.* [7] i *A. Z. Sahin* [8].

Drugu grupu čine radovi koji donose svojevrsni napredak u modeliranju nastajanja ledenog sloja pod utjecajem vlažnoga zraka uvođenjem proračuna graničnog sloja u zračnoj struji.

*K. S. Lee i dr.* [9] razvili su matematički model za predviđanje nastanka ledenog sloja koji ne koristi empirijske korelacije za granični sloj zraka niti za ledeni sloj. Njihov model je jednodimenzijски, s proračunom graničnog sloja zraka. Prilikom proračuna difuzije vodene pare u ledenom sloju uvedena je pretpostavka da je količina vode koja se apsorbira u kontrolni volumen ledenog sloja proporcionalna gustoći vodene pare unutar tog kontrolnog volumena. Pretpostavljeno je da je vodena para na površini ledenog sloja zasićena. Zaključili su da je rast ledenog sloja brži pri većim ulaznim brzinama i većim ulaznim sadržajima vlage u zraku. Navedeni model pravilno pretpostavlja temperaturu površine ledenog sloja. Ona se u ranoj fazi nastanka ledenog sloja povećava relativno brzo zbog veće brzine rasta sloja, a kasnije brzina povećavanja površinske temperature opada. Provedena istraživanja pokazala su da se od ukupne mase vode koja iz zračne struje prijede u ledeni sloj 70% koristi za povećanje debljine sloja, a 30% difundira u dublje slojeve povećavajući tako gustoću ledenog sloja.

U treću grupu spadaju noviji radovi kojima je karakteristično da ledeni sloj promatraju kao poroznu strukturu te se jednadžbe očuvanja za ledeni sloj prilagođavaju proračunu za porozni medij.

*Le Gall i dr.* [5] razvili su nestacionarni jednodimenzijски model praćenja promjene debljine sloja i promjene gustoće u ledenom sloju koji nastaje zbog strujanja vlažnoga zraka preko hladene stijenke. U svom istraživanju pokazali su da efektivna difuzivnost vodene pare u ledenom sloju može imati višestruko veću vrijednost od molekularne difuzivnosti vodene pare u zraku. Zaključili su da proces difuzije vodene pare kroz ledeni sloj znatno odstupa od procesa koji opisujemo standardnim Fickovim zakonom difuzije. Svoje su pretpostavke potvrdili i eksperimentalno. S tim u svezi predložili su novi izraz za izračunavanje tzv. difuzijskog otpora. U matematički model stvaranja ledenog sloja ugradili su i poseban postupak za opisivanje treće faze razvoja ledenog sloja tj. perioda potpuno razvijenog rasta pri kojem dolazi do prodiranja kapljevite vode u dublje slojeve. Pri matematičkom modeliranju i numeričkom rješavanju ova pojava simulira se na način da se masa vode onog kontrolnog volumena na površini ledenog sloja koji je dostigao točku taljenja raspoređi na kontrolne volumene koji se nalaze ispod tog "rastaljenog" kontrolnog volumena. Na ovaj je način pravilno opisan utjecaj prodiranja

kapljevite faze na povećanje gustoće ledenog sloja zadovoljavajući u isto vrijeme i očuvanje ukupne mase vode.

*Lüer i Beer* [6] teorijski su i eksperimentalno istraživali pojavu nastanka ledenog sloja na paralelno postavljenim hladnim stijenkama preko kojih prisilno struji zrak u laminarnom toku. Eksperimentalni dio sastojao se je u mjerenju vremenske promjene debljine leda na nekoliko pozicija u smjeru toka zraka. Mjerenja su vršena u zračnom tunelu otvorenog kruga za različite brzine strujanja zraka, temperature zraka, sadržaje vlage u zraku te za različite temperature stijenki. Proces je simuliran matematičkim modeliranjem nestacionarnog dvodimenzijskog strujanja i prijelaza topline. Domena problema promatrana je kroz dvije poddomene: zrak i ledeni sloj. Definiran je poseban rubni uvjet na zajedničkoj granici poddomena koji je zahtijevao iteracijski postupak rješavanja. Na ovaj način izračunate su lokalne raspodjele temperatura i poroznosti. Dobivena numerička rješenja usporedili su s eksperimentalnim rezultatima.

*Na i Weeb* [10] u svom radu daju novi matematički model stvaranja i rasta ledenog sloja. Njihov model karakterizira pretpostavka da je parcijalni tlak vodene pare veći od tlaka zasićenja za temperaturu granične površine zrak – ledeni sloj, tj. stanje vodene pare na granici ledenog sloja je metastabilno. U daljnjem tekstu takvo stanje će se nazivati "prezasićeno" (eng. *supersaturated*). Nadalje, poboljšali su korelacije za izračunavanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja te izračunali lokalne varijacije gustoće ledenog sloja. Pokazali su da koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja ovisi o vrsti kristala te stoga više ovisi o temperaturi nego o stupnju prezasićenja vodene pare. U matematičkom modeliranju i numeričkom rješavanju problema koristili su eksperimentom utvrđenu vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti. Svoj model sa prezasićenom vodenom parom usporedili su s prethodno razvijenim modelima te su utvrdili veću pouzdanost novoga modela u odnosu na prethodne analitičke i numeričke modele.

U radu [11] *Na i Weeb* istražuju osnovne pojave povezane s nastankom i rastom ledenog sloja. Eksperimentalno je određen maseni tok vodene pare iz zračne struje u ledeni sloj. Analizom rezultata mjerenja utvrdili su da je parcijalni tlak vodene pare na površini ledenog sloja veći od tlaka zasićenja vodene pare za zadanu temperaturu površine ledenog sloja. Ova je pojava objašnjena analizom koncentracije pare u laminarnom graničnom sloju. Definiran je jednostavan matematički izraz za izračunavanje gustoće prezasićene vodene pare u zraku iznad same površine ledenog sloja. Vrijednosti dobivene navedenim izrazom uspoređene su sa rezultatima mjerenja te je postignuto dobro slaganje. Fizikalno značenje *stupnja krivudavosti (tortuoznosti)* kao omjera duljine slobodne putanje fluida kroz sloj i debljine sloja, a koji je usko povezan s difuzijom mase vode kroz ledeni sloj, opisano je matematički. Analizirani su dosadašnji matematički izrazi za izračunavanje stupnja krivudavosti te je otkriveno da neki od tih izraza predstavljaju empirijske krivulje koje korigiraju numerički dobivene vrijednosti kako bi se izračunata brzina rasta ledenog sloja slagala s eksperimentalno određenim vrijednostima. Istražen je i utjecaj netočnosti određivanja stupnja krivudavosti na određivanje toplinskog toka kroz ledeni sloj te je zaključeno da ona bitno ne utječe na točnost izračunavanja toplinskog toka pri tipičnim uvjetima.

Prilikom modeliranja masenog toka vode koja prelazi iz zračne struje u ledeni sloj većina do sada razvijenih modela pretpostavlja da je vodena para u zračnoj struji neposredno iznad ledenog sloja zasićena. Najnovija istraživanja uvode princip prezasićene vodene pare nad ledenim slojem čija primjena daje bolje rezultate. *Na i Weeb* [10] su pokazali da primjena

modela s prezasićenom vodenom parom iznad ledenog sloja daje bolje rezultate pri modeliranju gustoće masenog toka vode iz zračne struje u ledeni sloj.

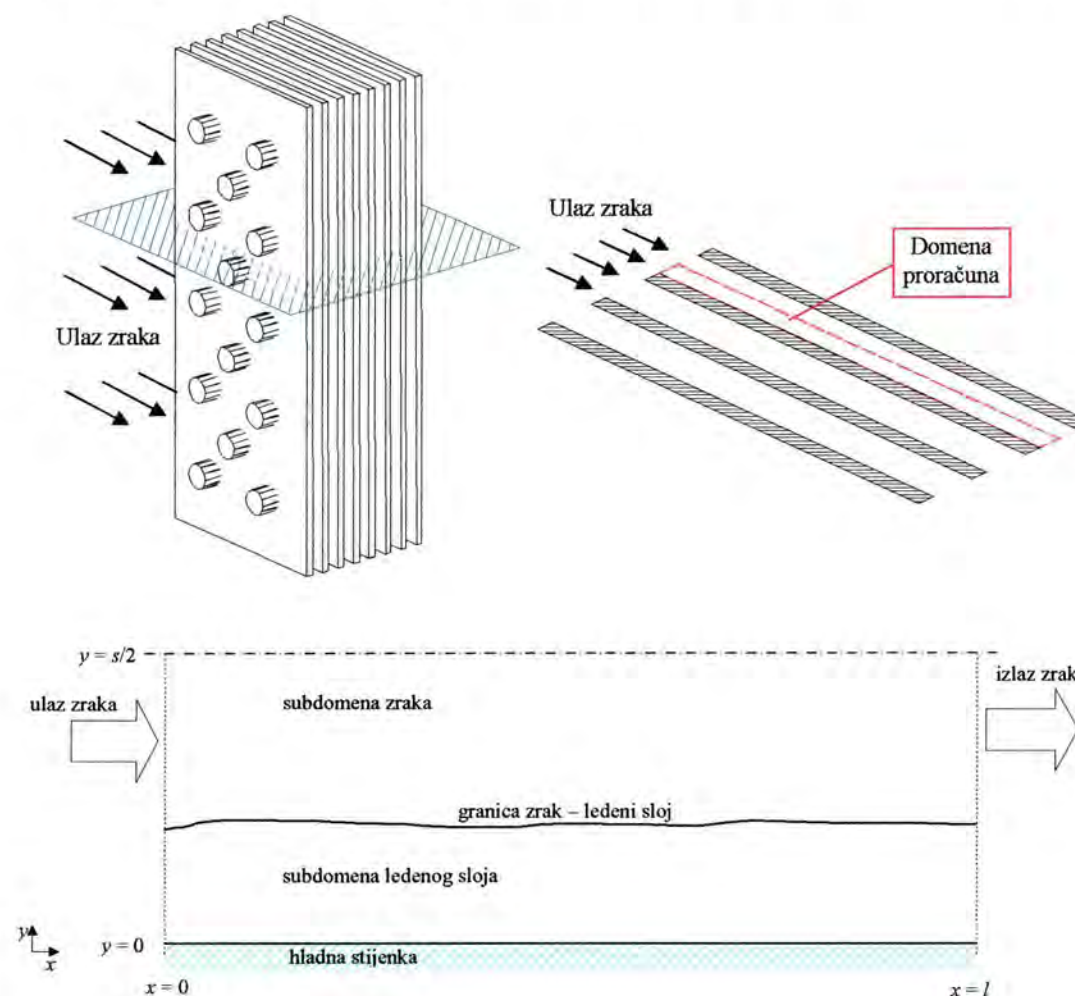
Kod svih spomenutih modela, pri matematičkom opisivanju procesa, uveden je niz pretpostavki i pojednostavljenja, koja nužno uzrokuju određena odstupanja od realnog stanja, te ukazuju na potrebu nastavka istraživanja u ovom području kako bi postavljeni matematički model što točnije opisao stvarno stanje. U svrhu točnijeg opisivanja izmjene topline i tvari u graničnom sloju kao prvo poboljšanje bit će proveden proračun polja strujanja zraka, s određivanjem temperaturnih raspodjela i raspodjela sadržaja vlage unutar zračne struje. Nadalje, problem će biti riješen kao dvodimenzijски i nestacionarni. U razvijeni matematički model bit će ugrađena najnovija saznanja prethodno opisanih modela uključujući određivanje stanja vlažnog zraka na površini zrak-ledeni sloj. U model će biti ugrađene odabrane korelacije za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti i specifičnih toplinskih kapaciteta porozne strukture ledenog sloja koje su dale najbolje rezultate i do sada nisu bile zajedno korištene u nekom od postojećih matematičkih modela.

### 3 Matematički model

#### 3.1 Opis geometrije

##### 3.1.1 Lamelni izmjenjivač topline

Lamelni izmjenjivač topline je unakrsni izmjenjivač za izmjenu topline između zraka i medija koji struji u cijevima, a to je voda ili radna tvar u rashladnim i klima uređajima. Sastoji se iz cijevi i poprečno postavljenih metalnih lamela spojenih u čvrstom kontaktu. Ako se lamelni izmjenjivač koristi kao isparivač u rashladnom procesu na površinama cijevi i lamela pri određenim uvjetima nastaje ledeni sloj.



Slika 3.1. Analizirani lamelni izmjenjivač topline i domena proračuna

Domena proračuna izdvojena je iz fizikalnog modela kao karakteristični dio, a čini ga polovina prostora između lamela kako prikazuje slika 3.1. Na ovaj se način rezultati dobiveni proračunom na izdvojenom dijelu mogu primijeniti i na ostale dijelove lamelnog izmjenjivača topline. Domena proračuna obuhvaća dva područja: subdomenu vlažnog zraka i subdomenu ledenog sloja, povezana graničnom površinom između faza. Domena je s lijeve strane omeđena ulaznim rubom, a s desne izlaznim rubom. Donja strana domene predstavlja površinu hladne

stijenke – lamele, a na gornjoj je strani definiran rubni uvjet simetrije. Izmjena topline i tvari unutar izdvojenog segmenta izmjenjivača topline međuovisni je nestacionarni problem provođenja topline kroz ledeni sloj, konvekcijskog prijelaza topline s granične površine zrak- ledeni sloj na zrak, difuzije vodene pare u vlažnom zraku te prodiranja vodene pare u ledeni sloj i taloženja leda na površinu ledenog sloja.

### 3.2 *Jednadžbe očuvanja*

Matematički model stvaranja leda na hladnoj površini u struji vlažnog zraka definiran je jednadžbama očuvanja i rubnim uvjetima. Domena modela podijeljena je u dvije subdomene: područje vlažnog zraka i područje ledenog sloja, kako je to prikazano na slici 3.1. Zbog različitih medija, za opisivanje fizikalnih pojava u navedenim subdomenama koristit će se različite diferencijalne jednadžbe očuvanja. U području domene koja obuhvaća zrak, fizikalne pojave izmjene topline i tvari opisane su jednadžbom očuvanja mase, jednadžbama očuvanja količine gibanja, jednadžbom očuvanja energije te jednadžbom očuvanja mase vode tj. vlage u zraku. U subdomeni koja obuhvaća sloj leda fizikalne pojave opisane su jednadžbom očuvanja energije i modificiranom jednadžbom difuzije vodene pare kroz poroznu strukturu ledenog sloja. Granica među ovim subdomenama opisana je rubnim uvjetom granične površine "zrak - ledeni sloj" uz pojavu taloženja vode (leda) iz struje zraka. Navedena granica je pomična što iziskuje poseban tretman pri numeričkom rješavanju.

Navedene pojave promatrane su kao nestacionarni dvodimenzijски fizikalni problem. Jednadžbe su izražene za pravokutni koordinatni sustav.

#### 3.2.1 *Subdomena zraka*

U svrhu što točnijeg opisivanja graničnog sloja zraka izračunavaju se polja brzina, temperatura i sadržaja vlage. Zrak se promatra kao njuinovski nestišljivi fluid s prisilnim strujanjem. Matematički model čine jednadžbe očuvanja opisane u nastavku.

##### Jednadžba očuvanja mase

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho_z u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_z u_y) = 0 \quad (3.1)$$

##### Jednadžbe očuvanja količine gibanja

$$x \dots \quad \rho_z \frac{\partial u_x}{\partial t} + \rho_z \left( u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \quad (3.2)$$

$$y \dots \quad \rho_z \frac{\partial u_y}{\partial t} + \rho_z \left( u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) \quad (3.3)$$

##### Jednadžba očuvanja energije

$$\rho_z \frac{\partial g_z}{\partial t} + \rho_z \cdot \left( u_x \frac{\partial g_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial g_z}{\partial y} \right) = \lambda_z \left( \frac{\partial^2 g_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_z}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

##### Jednadžba očuvanja mase vode

$$\rho_z \frac{\partial w}{\partial t} + \rho_z \cdot \left( u_x \frac{\partial w}{\partial x} + u_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \rho_z \cdot D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.5)$$

#### 3.2.2 *Subdomena ledenog sloja*

##### Jednadžba očuvanja energije

$$\rho_{ls} \frac{\partial g_{ls}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial g_{ls}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial g_{ls}}{\partial y} \right) + q_{sub} \frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} \quad (3.6)$$

##### Jednadžba očuvanje mase vode – difuzija vodene pare kroz ledeni sloj

$$\frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial (\rho_p / \rho_z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial (\rho_p / \rho_z)}{\partial y} \right) \quad (3.7)$$

### 3.3 *Početni i rubni uvjeti*

#### 3.3.1 *Početni uvjeti (t=0)*

##### *Subdomena zraka*

Početna raspodjela temperatura i sadržaja vlage u zraku je jednolika, a početna raspodjela brzina zraka jednaka je nuli, tj. zrak je u početnom trenutku u stanju mirovanja.

$$u_{x0} = 0$$

$$u_{y0} = 0$$

$$g_{z0} = g_{ul}$$

$$w_0 = w_{ul}$$

##### *Subdomena ledenog sloja*

Kako bi se mogla izračunati brzina rasta ledenog sloja te toplinski tok kroz ledeni sloj potrebno je zadati početnu debljinu, gustoću i temperaturu ledenog sloja. Za početnu temperaturu ledenog sloja može se pretpostaviti da je jednaka temperaturi stijenske. Ova je pretpostavka opravdana ako je početna debljina ledenog sloja toliko mala da se otpor provođenju topline kroz ledeni sloj

može zanemariti u usporedbi s otporom provođenju topline na zračnoj strani. Prema tome vrijedi:

$$g_{ls,0} = g_s$$

U svom su radu *Jones i Parker* [7] istražili utjecaj pretpostavke početnih vrijednosti debljine ledenog sloja te zaključili da vrlo mala zadana vrijednost početne debljine ledenog sloja (npr. 0,02 mm) nema velikog utjecaja na točnost određivanja brzine rasta ledenog sloja. Nadalje zaključili su da ako je zadana vrijednost početne gustoće ledenog sloja značajno manja od gustoće ledenog sloja u fazi rasta ona bitno ne utječe na točnost izračuna brzine rasta i promjene gustoće ledenog sloja. Ispitali su utjecaj vrijednosti početne gustoće ledenog sloja na brzinu rasta sloja za različite vrijednosti početne gustoće od 8 do 48 kg/m<sup>3</sup>. Pokazali su da debljina i gustoća ledenog sloja konvergiraju k istoj vrijednosti bez obzira na početno zadane vrijednosti gustoće između 8 i 49 kg/m<sup>3</sup>. Prema tome početna vrijednost gustoće ledenog sloja može biti bilo koja vrijednost iz ovog intervala. U ovom radu usvojena je sljedeća vrijednost početne gustoće ledenog sloja:

$$\rho_{ls,0} = 30 \text{ kg/m}^3$$

### 3.3.2 Rubni uvjeti ( $t > 0$ )

$x = 0, 0 < y < s/2$  - lijevi rub

*Subdomena zraka*

Zadana je brzina, temperatura i sadržaj vlage u zraku na ulazu u domenu, tj.

$$u_x = u_{ul}$$

$$u_y = 0$$

$$g_z = g_{ul}$$

$$w = w_{ul}$$

*Subdomena ledenog sloja*

Pretpostavlja se da je toplinski tok na lijevom rubu jednak nuli, te da je promjena omjera gustoće vodene pare i vlažnoga zraka u smjeru normale na lijevi rub domene također jednaka nuli tj.

$$\frac{\partial g_{ls}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho_p/\rho_z)}{\partial x} = 0$$

$0 < x < l, y = s/2$  - gornji rub – os simetrije

*Subdomena zraka*

Brzine zraka u smjeru normale na os simetrije jednake su nuli. Promjene brzina, temperatura i sadržaja vlage u zraku u smjeru normale na os simetrije također su jednake nuli.

$$u_y = 0$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$x = l, 0 < y < s/2$  -desni rub

*Subdomena zraka*

Promjene brzina, temperatura i sadržaja vlage u zraku u smjeru normale na izlazni rub jednake su nuli, tj. tok fluida je na izlazu potpuno razvijen te nema toplinskih gubitaka kroz izlazni rub domene.

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

*Subdomena ledenog sloja*

Pretpostavlja se da je toplinski tok u smjeru normale na izlazni rub jednak nuli, te da je promjena omjera gustoće vodene pare i vlažnoga zraka u smjeru normale na izlazni rub također jednaka nuli.

$$\frac{\partial g_{ls}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho_p/\rho_z)}{\partial x} = 0$$

$0 < x < l, y = 0$  - donji rub

*Subdomena ledenog sloja*

Temperatura ledenog sloja na donjoj granici jednaka je temperaturi hladne lamele. Omjer gustoća vodene pare i vlažnoga zraka na donjoj granici jednak je omjeru gustoća vodene pare i vlažnoga zraka za pripadajuću temperaturu hladne stijenske.

$$g_{ls} = g_s$$

$$\frac{\rho_p}{\rho_z} = \frac{\rho_p(g_s)}{\rho_z(g_s)}$$

Granična površina zrak – ledeni sloj

*Brzine zraka*

Brzine zraka na graničnoj površini zrak – ledeni sloj jednake su nuli.

$$u_x = 0, u_y = 0$$

**Sadržaj vlage u zraku na granici**

Točno određivanje sadržaja vlage u zraku na graničnoj površini zrak – ledeni sloj od velikog je utjecaja na točnost određivanja brzine rasta ledenog sloja. Brzina rasta ledenog sloja ovisi o masenom toku vodene pare iz zraka u ledeni sloj, a on je ovisan o gradijentu sadržaja vlage u zraku uz samu graničnu površinu. U velikom broju dosadašnjih istraživanja pretpostavljalo se da je zrak na graničnoj površini zasićen vodenom parom. Međutim takva pretpostavka u matematičkom modelu dovodi do rezultata s prenatlaženim rastom ledenog sloja.

U novijim istraživanjima, koje su započeli *Na* i *Weeb* pretpostavlja se da zrak na graničnoj površini ima sadržaj vlage veći od graničnog sadržaja vlage u zraku na zadanoj temperaturi tj. pretpostavlja se da je zrak "prezasićen" vodenom parom. Referentna veličina za definiranje prezasićenog stanja je stupanj prezasićenja definiran izrazom:

$$S_p = \frac{P_p - P_{p, \text{zas}}}{P_{p, \text{zas}}} \quad (3.8)$$

Sadržaj vlage u zraku na graničnoj površini moguće je odrediti uz poznavanje stupnja prezasićenja i temperature. Parcijalni tlak vodene pare u prezasićenom vlažnom zraku na graničnoj površini određuje se izrazom:

$$P_p = (1 + S_p) P_{p, \text{zas}} \quad (3.9)$$

Sadržaj vlage  $w$  ili maseni udio vodene pare u zraku definiran je izrazom [16]:

$$w = \frac{m_p}{m_{sz}} \quad (3.10)$$

Molni udio vodene pare iznosi:

$$\kappa = \frac{\frac{m_p}{M_p}}{\frac{m_{sz}}{M_{sz}}} = \frac{M_{sz} \cdot m_p}{M_p \cdot m_{sz}} = \frac{M_{sz}}{M_p} \cdot w = 1,607 \cdot w \quad (3.11)$$

Molni udio vodene pare može se izraziti i pomoću parcijalnih tlakova:

$$\kappa = \frac{P_p}{P_{sz}} = \frac{P_p}{P - P_p} \quad (3.12)$$

Iz prethodnih izraza slijedi sadržaj vlage u zraku:

$$w = \frac{1}{1,607} \kappa = 0,622 \cdot \frac{P_p}{P_{sz}} = 0,622 \cdot \frac{P_p}{P - P_p} \quad (3.13)$$

Sadržaj vlage zraka na granici ledenog sloja i zraka uzimajući u obzir stupanj prezasićenja iznosi:

$$w_g = 0,622 \cdot \frac{(1 + S_p) P_{p, \text{zas}}}{P - (1 + S_p) P_{p, \text{zas}}} \quad (3.14)$$

Izračunavanje stupnja prezasićenja vrši se izrazom koji su dali *Na* i *Weeb* [11]. U svojim su istraživanjima dokazali i matematički obrazložili činjenicu da je sadržaj vlage u zraku na površini ledenog sloja veća od graničnog sadržaja vlage za pripadajuću temperaturu granične površine, odnosno da je vlažni zrak prezasićen vodenom parom. Jednostavan izraz za izračunavanje stupnja prezasićenja glasi:

$$S_p = 0,808 \left( \frac{P_{p, \infty}}{P_{p, \text{zas}, \infty}} \right) \left( \frac{P_{p, \text{zas}, g}}{P_{p, \text{zas}, \infty}} \right)^{-0,657} - 1 \quad (3.15)$$

gdje je:

$S_p$  stupanj prezasićenja

$P_{p, \infty}$  parcijalni tlak vodene pare u slobodnoj struji vlažnog zraka

$P_{p, \text{zas}, \infty}$  parcijalni tlak vodene pare za zasićeno stanje vlažnog zraka koje odgovara temperaturi slobodne struje

$P_{p, \text{zas}, g}$  parcijalni tlak vodene pare za zasićeno stanje vlažnog zraka koje odgovara temperaturi granične površine koja se izračunava izrazom (3.16).

**Temperatura na granici faza**

Rubni uvjet jednadžbe očuvanja energije na graničnoj površini ledenog sloja i zraka glasi:

$$\lambda_z \frac{\partial \vartheta_z}{\partial y} = \lambda_{ls} \frac{\partial \vartheta_{ls}}{\partial y} + q_{\text{sub}} \rho_{ls} \frac{dy_{ls}}{dt} \quad (3.16)$$

gdje su  $\lambda_z$  i  $\lambda_{ls}$  koeficijenti toplinske vodljivosti zraka i ledenog sloja,  $q_{\text{sub}}$  toplina sublimacije vodene pare, a  $dy_{ls}/dt$  predstavlja brzinu rasta ledenog sloja, odnosno brzinu pomicanja granične površine zraka i ledenog sloja. Ova se jednadžba koristi kao rubni uvjet na graničnoj površini zrak-ledeni sloj za jednadžbu očuvanja energije te služi za određivanje temperature granične površine.

**Gustoća novo nataloženog ledenog sloja**

Dio vode koji se od strane zraka predaje graničnoj površini difundira u ledeni sloj, a preostali dio se taloži na površini povećavajući debljinu sloja. Za određivanje brzine rasta ledenog sloja potrebno je poznavati gustoću nataloženog leda. Neki raniji analitički modeli [7,12,13] pretpostavljali su da je gustoća novog nataloženog leda jednaka prosječnoj gustoći postojećeg ledenog sloja. Na taj način nije uzeta u obzir promjena gustoće ledenog sloja po dubini. U radu [5] *Le Gall* i *dr.* su za površinsku gustoću ledenog sloja pretpostavili konstantnu vrijednost od 25 kg/m<sup>3</sup>.

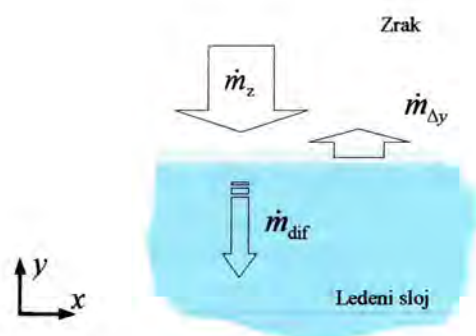
Pri uzastopnom taloženju leda na površinu ledenog sloja, gustoća novog istaloženog sloja bit će jednaka gustoći prethodno istaloženog sloja. Prema tome gradijent gustoće na površini ledenog

sloja bit će jednak nuli [10]. Ova pretpostavka korištena je u razvijanju novog matematičkog modela. Prema tome rubni uvjet za gustoću ledenog sloja na gornjoj granici subdomene glasi:

$$\frac{\partial \rho_{ls}}{\partial y} = 0$$

### Brzina pomicanja granice

Maseni tok vode koji se iz zračne struje dovodi površini ledenog sloja djelomično se iskorištava za povećavanje gustoće ledenog sloja difuzijom te djelomično za povećavanje debljine sloja (slika 3.2). U svrhu određivanja povećanja debljine ledenog sloja potrebno je poznavati ukupni maseni tok iz zračne struje prema površini ledenog sloja i maseni tok zbog difuzije vodene pare unutar sloja.



Slika 3.2. Maseni tok vode na površini ledenog sloja

Rubni uvjet jednadžbe očuvanja gustoće masenog toka vode na graničnoj površini ledenog sloja i zraka glasi:

$$\dot{m}_z = \dot{m}_{\Delta y} + \dot{m}_{dif} \quad (3.17)$$

gdje su:

$\dot{m}_z$  gustoća masenog toka vode iz zračne struje na površinu ledenog sloja u  $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ ,

$\dot{m}_{\Delta y}$  gustoća masenog toka vode koja se taloži na površinu i povećava debljinu ledenog sloja u  $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$

$\dot{m}_{dif}$  gustoća masenog toka vode zbog difuzije u ledeni sloj u  $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ .

Gustoća masenog toka vode iz zračne struje na površinu ledenog sloja proporcionalna je gradijentu sadržaja vlage pa slijedi:

$$\dot{m}_z = \rho_z \cdot D \cdot \frac{dw}{dy} \quad (3.18)$$

Gustoća masenog toka vode zbog difuzije u ledeni sloj prema [10] iznosi:

$$\dot{m}_{dif} = -\rho_z \cdot D_{ef} \cdot \frac{d(\rho_p/\rho_z)}{dy} \quad (3.19)$$

Gustoća masenog toka vode koji se taloži na površinu i povećava debljinu ledenog sloja iznosi:

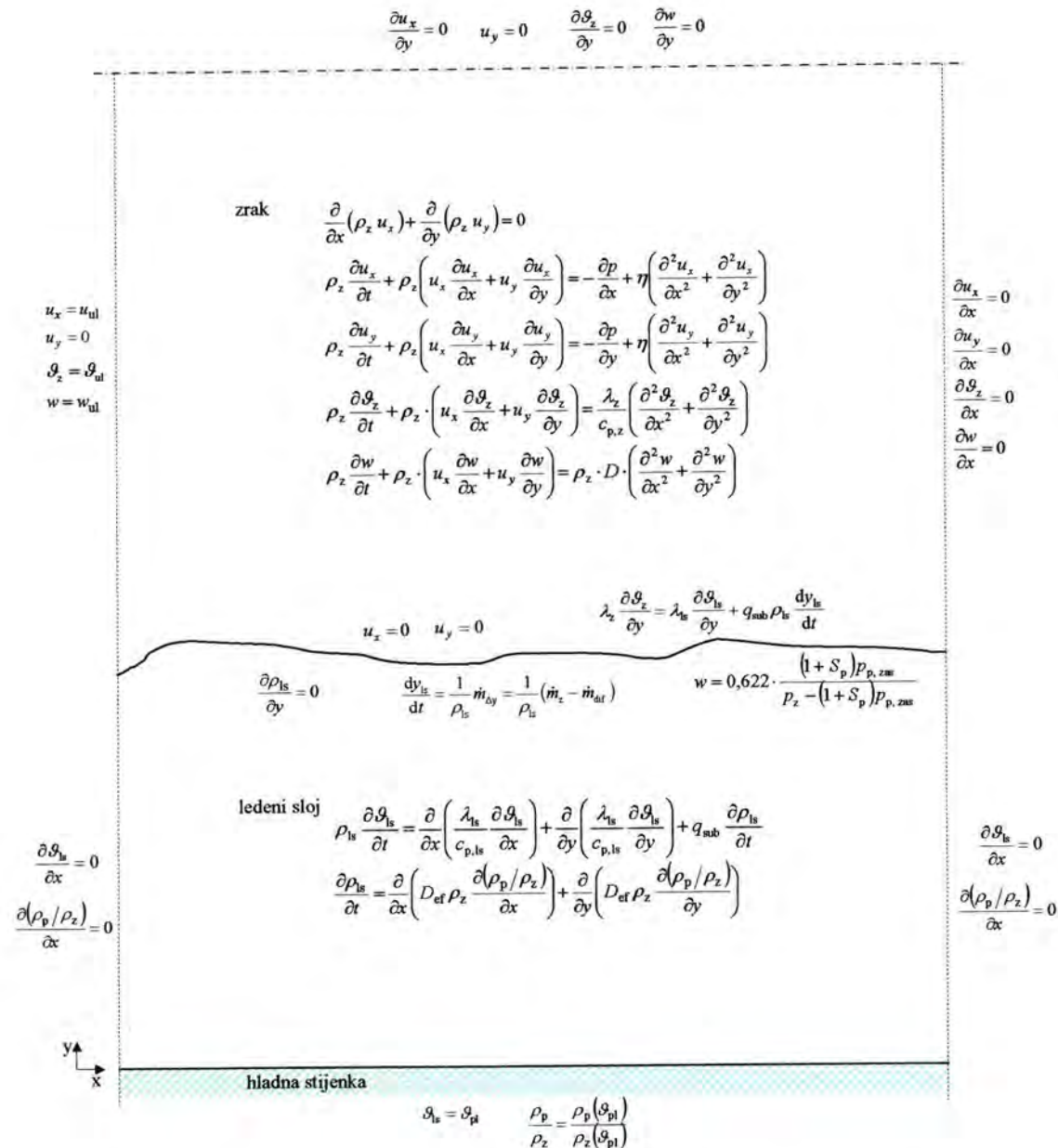
$$\dot{m}_{\Delta y} = \rho_{ls} \frac{dy_{ls}}{dt} = \dot{m}_z - \dot{m}_{dif} \quad (3.20)$$

Na temelju prethodnih izraza dobiva se jednadžba kojom je opisana brzina rasta ledenog sloja, tj. brzina pomicanja granice zraka i ledenog sloja kako slijedi:

$$\frac{dy_{ls}}{dt} = \frac{1}{\rho_{ls}} \dot{m}_{\Delta y} = \frac{1}{\rho_{ls}} (\dot{m}_z - \dot{m}_{dif}) \quad (3.21)$$

### 3.4 Pregled jednadžbi očuvanja i rubnih uvjeta

Pregled jednadžbi očuvanja i rubnih uvjeta za subdomene zraka i ledenog sloja prikazan je na slici 3.3.



Slika 3.3. Pregled jednadžbi očuvanja i rubnih uvjeta po subdomenama

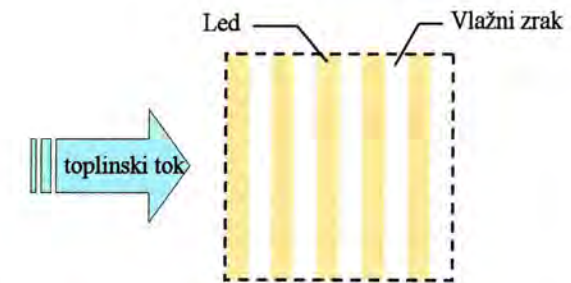
### 3.5 Modeli za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

#### 3.5.1 Osnovni modeli za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti

Za izračunavanje koeficijenta toplinske vodljivosti poroznog medija kakav je ledeni sloj, ako se promatra samo prijenos topline provođenjem zanemarujući zračenje i konvekciju, na raspolaganju stoji nekoliko osnovnih modela. Svim modelima zajedničko je da za odabranu pretpostavljenu strukturu ledenog sloja daju ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoćama i toplinskim svojstvima tvari koje čine poroznu strukturu, tj. o gustoćama leda i vlažnoga zraka. Razlikujemo nekoliko osnovnih modela: paralelni, serijski, kombinirani, rešetkasti i kuglasti model.

Moguće je razmotriti dva osnovna slučaja pri kojima se pretpostavlja da je porozna struktura ledenog sloja sastavljena od usporedno postavljenih slojeva leda i vlažnog zraka. U jednom osnovnom slučaju pretpostavlja se da je orijentacija slojeva takva da su oni postavljeni okomito na smjer toplinskog toka, tzv. serijski model, slika 3.4. Ukupni koeficijent toplinske vodljivosti tada iznosi:

$$\lambda_{ls,ser} = \frac{1}{\frac{\rho_{ls}}{\rho_l} \frac{1}{\lambda_l} + \left(1 - \frac{\rho_{ls}}{\rho_l}\right) \frac{1}{\lambda_z}} \quad (3.22)$$



Slika 3.4. Shematski prikaz serijskog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

Drugi osnovni slučaj pretpostavlja da je smjer toplinskog toka paralelan sa slojevima leda i vlažnog zraka, tzv. paralelni model, slika 3.5. Ukupni koeficijent toplinske vodljivosti u ovom slučaju može se izračunati izrazom:

$$\lambda_{ls,par} = \left(1 - \frac{\rho_{ls}}{\rho_l}\right) \lambda_z + \frac{\rho_{ls}}{\rho_l} \lambda_l \quad (3.23)$$



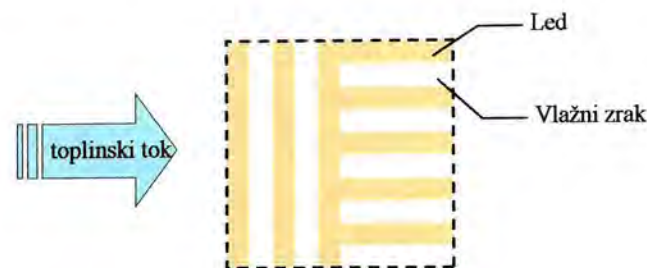


Slika 3.5. Shematski prikaz paralelnog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

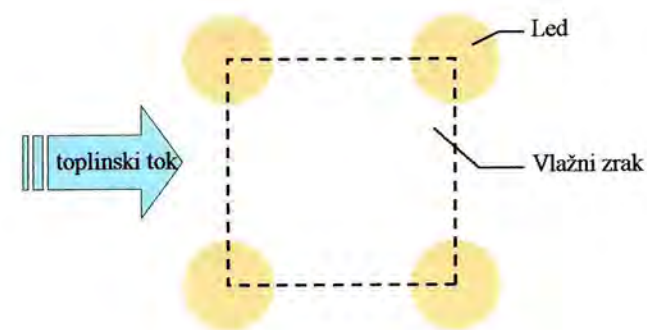
Stvarni ledeni sloj može se promatrati kao kombinacija paralelnih i serijskih veza slojeva leda i vlažnog zraka, slika 3.6. Za ovakvu kombinaciju ukupni koeficijent toplinske vodljivosti promatranog segmenta ledenog sloja može se definirati izrazom:

$$\lambda_{is} = f \cdot \lambda_{is,par} + (1-f) \lambda_{is,ser} \quad (3.24)$$

Faktor  $f$  predstavlja parametar koji definira udio pojedinih struktura unutar promatranog segmenta. Ako su poznate mjerene vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja određene eksperimentom, tada je moguće definirati faktor  $f$  u ovisnosti o raznim uvjetima nastanka ledenog sloja. Tako definirani faktor  $f$  može se koristiti u matematičkom modeliranju nastanka i rasta ledenog sloja pri sličnim uvjetima odnosno ulaznim parametrima.



Slika 3.6. Shematski prikaz kombiniranog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

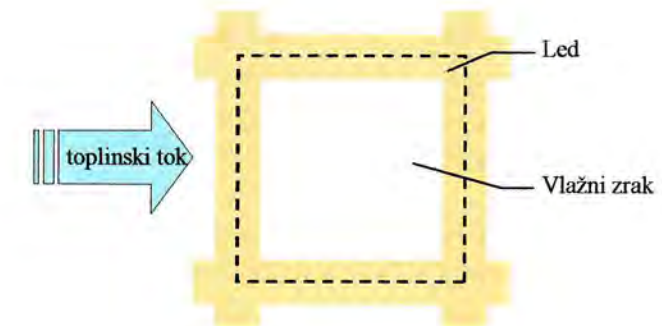


Slika 3.7. Shematski prikaz kuglastog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

Kuglasti model pretpostavlja da se porozna struktura ledenog sloja sastoji od pravilno raspoređenih kuglica leda unutar vlažnog zraka, slika 3.7.

Pri definiranju rešetkastog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja pretpostavlja se da je porozna struktura u obliku pravilne rešetke ispunjena vlažnim zrakom, a led je raspoređen na stijenkama te rešetke. Shematski prikaz struktura ovog modela prikazan je na slici 3.8. Ukupni koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja kod rešetkastog modela iznosi:

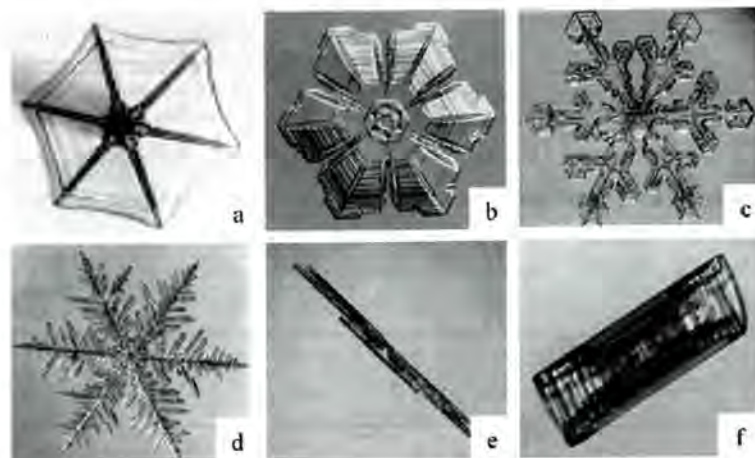
$$\lambda_{is,par} = \left(1 - \frac{\rho_{ls}}{\rho_l}\right) \lambda_z + \frac{1}{3} \frac{\rho_{ls}}{\rho_l} \lambda_l \quad (3.25)$$



Slika 3.8. Shematski prikaz rešetkastog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja

### 3.5.2 Model za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja koji su opisali Na i Weeb

Model za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti porozne strukture ledenog sloja koji su u radu [11] opisali Na i Weeb temelji se na podacima iz [14] gdje je Kobayashi klasificirao vrste vodenih kristala. Koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja ovisi o poroznosti i vrsti kristala koji ga čine. Pojedine vrste vodenih kristala nastaju pri različitim uvjetima temperatura i sadržaja vlage u zraku. Različiti tipovi kristala koji mogu činiti ledeni sloj prikazani su na slici 3.9.

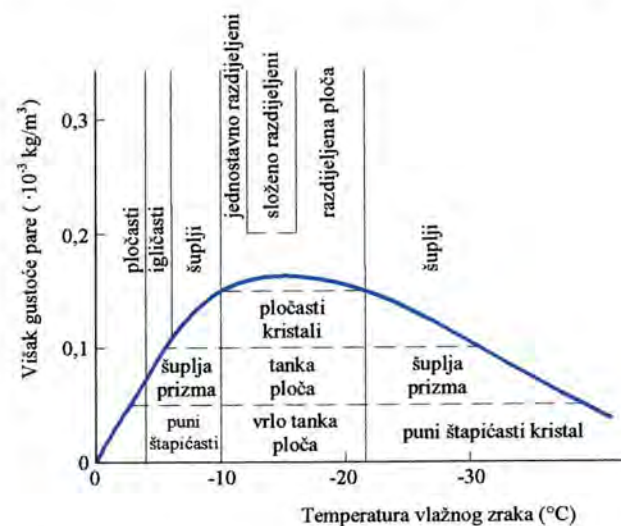


Slika 3.9. Vrste vodenih kristala – a) običan pločasti kristal, b) jednostavno razdijeljeni pločasti kristal, c) složeno razdijeljeni pločasti kristal, d) zvjezdasti kristal nalik paprati, e) igličasti kristal, f) šuplji kristal

Najveći utjecaj na oblik kristala imaju temperatura i stupanj prezasićenja. Kobayashi je umjesto stupnja prezasićenja koristio pojam *viška gustoće pare*. Pod *viškom* gustoće pare podrazumijeva se razlika gustoće vodene pare u vlažnom zraku i gustoće vodene pare u zasićenom zraku na temperaturi granične površine:

$$\Delta\rho_p = \rho_p - \rho_{p, \text{zas}}(\vartheta_g) \quad (3.26)$$

Morfologija kristala leda u ovisnosti o višku gustoće pare i temperaturi prikazana je slici 3.10.



Slika 3.10. Morfologija kristala leda u ovisnosti o višku gustoće vodene pare i temperaturi

Za različite oblike kristala vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja može biti različita zbog različite građe medija provođenja topline. Kako je ledeni sloj porozni medij sastavljen od kristala leda i zračnih pora koje imaju veliki otpor provođenju topline, koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja je relativno mali. Prema tome količina zračnih pora, koja se

može izraziti pomoću poroznosti, odlučujući je čimbenik koji određuje koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja.

Oblici kristala leda mogu se podijeliti u dvije grupe: pločasti kristali i štapićasti kristali. Koja će od ove dvije vrste kristala nastajati ovisi o temperaturi pri kojoj nastupa kristalizacija. Podvrste pločastih kristala su: običan pločasti kristal, jednostavno razdijeljeni pločasti kristal, složeno razdijeljeni pločasti kristal te zvjezdasti kristal nalik paprati. Najčešće podvrste štapićastih kristala su igličasti i šuplji kristal. Koji će tip iz navedenih podvrsta ledenih kristala nastati ovisi o stupnju prezasićenja.

Koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja ovisi o putu provođenja topline, a on je određen vrstom kristala (pločastim ili štapićastim kristalima). Ranije je rečeno da osnovni oblik kristala ovisi o temperaturi pri kojoj nastaju, pa se prema tome zaključuje da će koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja ovisiti najviše o temperaturi pri kojoj kristali nastaju. Može se očekivati da će se, zbog nastajanja različitih vrsta kristala, vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja razlikovati u sljedećim intervalima temperatura:

za  $-4\text{ °C} > \vartheta > -10\text{ °C}$  : nastaju štapićasti kristali

za  $-10\text{ °C} > \vartheta > -21\text{ °C}$  : nastaju pločasti kristali

za  $\vartheta < -21\text{ °C}$  : nastaju štapićasti kristali.

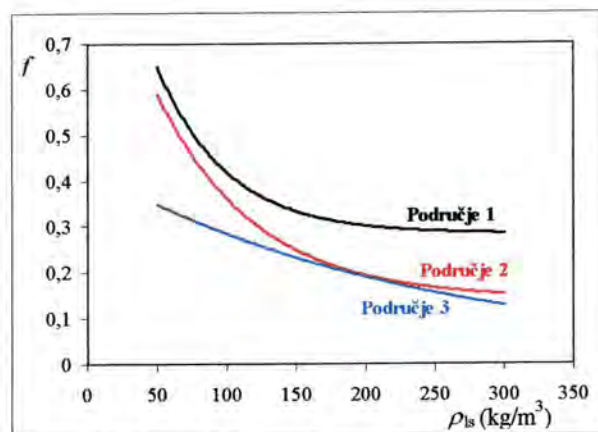
Područje temperatura od  $-4\text{ °C}$  do  $0\text{ °C}$  autori *Na* i *Webb* nisu obrađivali. Navedeni autori proveli su eksperimentalna istraživanja koeficijenta toplinske vodljivosti odvojeno za ova tri raspona temperatura. Kao što je i bilo očekivano, koeficijent toplinske vodljivosti raste s porastom gustoće ledenog sloja. Međutim u svakom od ova tri temperaturna područja ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoći je drukčija. To je zbog toga što pri različitim temperaturama nastaju različiti oblici kristala koji utječu na put provođenja topline. Koeficijent toplinske vodljivosti može se izraziti dvjema karakterističnim graničnim vrijednostima koeficijenta toplinske vodljivosti koristeći izraz (3.24), gdje  $\lambda_{ls, \text{ser}}$  i  $\lambda_{ls, \text{par}}$  predstavljaju minimalnu i maksimalno moguću vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti dobivenih pomoću dvaju osnovnih modela: serijskog i paralelnog modela provođenja topline kroz ledeni sloj opisanih ranije [15]. Vrijednost faktora utjecaja  $f$  određuje koja vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti prevladava, a ovisi o gustoći ledenog sloja i vrstama kristala koje čine ledeni sloj tj. o temperaturi pri kojoj su kristali nastali. Faktor  $f$  ovisi o orijentaciji i distribuciji zračnih pora te o obliku kristala, a za pojedina temperaturna područja određuje se kako slijedi:

$$\text{Područje 1: } f = 0,283 + e^{-0,02 \cdot \rho_v} \quad \text{za } -4\text{ °C} > \vartheta > -10\text{ °C} \quad (3.27a)$$

$$\text{Područje 2: } f = 0,14 + 0,919e^{-0,0142 \rho_v} \quad \text{za } -10\text{ °C} > \vartheta > -21\text{ °C} \quad (3.27b)$$

$$\text{Područje 3: } f = 0,0107 + 4,19e^{-0,00424 \rho_v} \quad \text{za } \vartheta < -21\text{ °C} \quad (3.27c)$$

Faktor utjecaja  $f$  opada s porastom gustoće ledenog sloja. Ovisnost faktora utjecaja o gustoći ledenog sloja za različita područja temperatura prikazana je na slici 3.11.

Slika 3.11. Ovisnost faktora utjecaja  $f$  o gustoći ledenog sloja

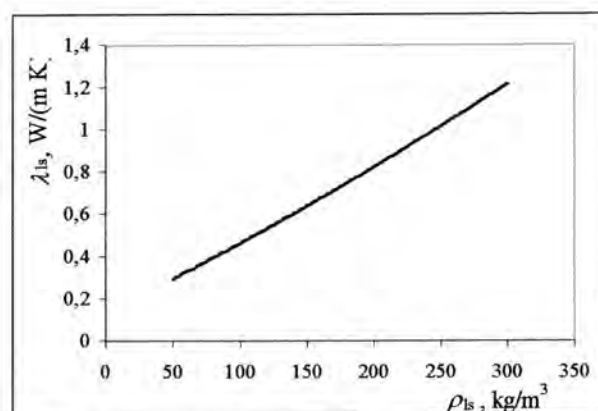
Fizikalna pojava koja uzrokuje povećavanje gustoće ledenog sloja jest difuzija vodene pare kroz poroznu strukturu ledenog sloja. Smjer rasta kristala unutar ledenog sloja koji utječe na povećanje gustoće okomit je na površinu na kojoj kristal nastaje. Tada se koeficijent toplinske vodljivosti ledenog sloja može opisati serijskim modelom za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti poroznih materijala.

### 3.5.3 Model za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti koji su opisali Lee i dr.

Jednostavniji model za izračunavanje koeficijenta toplinske vodljivosti dali su Lee i dr. [9]. Ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoći ledenog sloja opisali su polinomom drugog stupnja prema izrazu:

$$\lambda_{is} = 0,132 + 3,13 \cdot 10^{-4} \rho_{is} + 1,6 \cdot 10^{-7} \rho_{is}^2 \quad (3.28)$$

Ova ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti grafički je prikazana na slici 3.12.



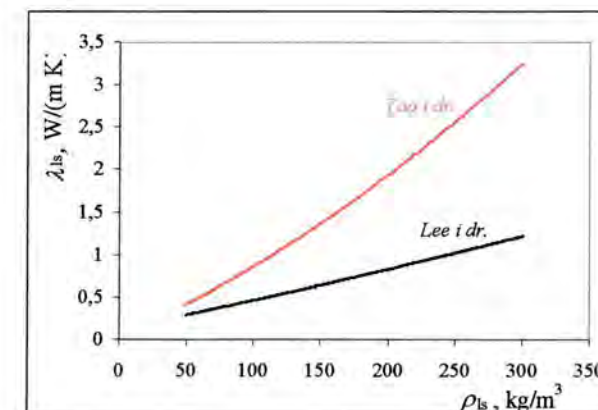
Slika 3.12. Ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoći ledenog sloja (Lee i dr.)

### 3.5.4 Model za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti koji su opisali Tao i dr.

Sličan model za izračunavanje koeficijenta toplinske vodljivosti dali su Tao i dr. [2]. Empirijski izraz za ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoći dan je u obliku:

$$\lambda_{is} = 0,02422 + 7,214 \cdot 10^{-4} \rho_{is} + 1,1797 \cdot 10^{-6} \rho_{is}^2 \quad (3.29)$$

Ova ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti i usporedba s koeficijentom toplinske vodljivosti koji su definirali Lee i dr. grafički je prikazana na slici 3.13.



Slika 3.13. Usporedba koeficijenata toplinske vodljivosti ledenog sloja dvaju autora

U ovom je radu za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja uz poznatu gustoću ledenog sloja korišten izraz (3.28) kojega su predložili Lee i dr. Ovaj model odabran je jer daje manje vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja od modela koji su opisali Tao i dr. i jednostavniji je u odnosu na model koji su opisali Na i Web. Korištenje odabranog modela koji daje manje vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti od modela kojega su opisali Tao i dr. omogućuje analizu nepovoljnijeg slučaja tj. slučaja pri kojem je otpor izmjeni topline zbog nastanka ledenog sloja veći.

## 3.6 Model za određivanje specifičnog toplinskog kapaciteta ledenog sloja

Specifični toplinski kapacitet porozne strukture ledenog sloja ovisi o gustoćama i specifičnim toplinskim kapacitetima leda i vlažnog zraka koji ispunjava pore unutar ledenog sloja. Osim toga specifični toplinski kapacitet ledenog sloja ovisi i o poroznosti te o ukupnoj gustoći ledenog sloja, a može se izračunati izrazom:

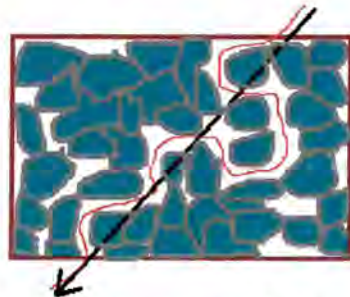
$$c_{p, is} = \frac{1}{\rho_{is}} [\rho_l (1 - \varepsilon) c_{p, l} + \rho_z \varepsilon c_{p, z}] \quad (3.30)$$

### 3.7 Modeli za određivanje efektivne difuzivnosti vodene pare

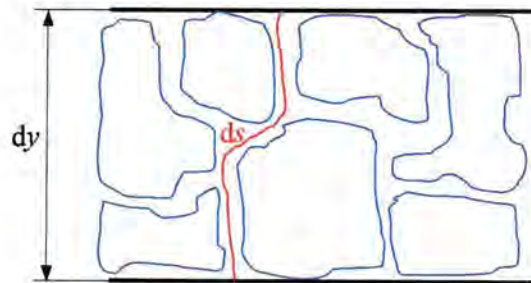
Prijenos mase kroz poroznu strukturu ledenog sloja predstavlja najsloženiji segment problema pri matematičkom modeliranju stvaranja ledenog sloja. To je stoga što ledeni sloj predstavlja poroznu strukturu koja se neprestano mijenja tijekom nastajanja i rasta ledenog sloja. Tijekom vremena mijenjaju se i poroznost i gustoća sloja zbog difuzije vodene pare unutar sloja. Efektivna difuzivnost vodene pare kroz ledeni sloj  $D_{ef}$  koja se koristi u izrazu (3.7) uzima u obzir složeni fizikalni mehanizam prijenosa mase kroz poroznu strukturu ledenog sloja. Ovim koeficijentom opisuje se zajednički utjecaj difuzije vodene pare kroz zračne pore, smanjenja efektivne poprečne površine, stupnja krivudavosti poroznog medija, promjene faza (kondenzacije i/ili sublimacije), promjene u strukturi kristala ledenog sloja, promjene tlaka unutar malih pora i ostalog. Efektivna difuzivnost prema tome ovisi o velikom broju parametara te bi njeno točno određivanje bilo jako složeno i zahtijevalo veliki broj eksperimentalnih podataka. Međutim, da bi se zadržala sličnost matematičkog opisivanja s ostalim problemima difuzije plinova kroz porozni sloj efektivna difuzivnost izražava se kao funkcija molekularne difuzivnosti vodene pare u zraku  $D$ . Efektivna difuzivnost vodene pare u ledenom sloju proporcionalna je molekularnoj difuzivnosti vodene pare u zraku, tj.

$$D_{ef} = \mu \cdot D \quad (3.31)$$

Faktor otpora difuziji vodene pare unutar ledenog sloja najčešće se vezuje za poroznost ledenog sloja  $\varepsilon$  i stupanj krivudavosti  $\tau$ . Stupanj krivudavosti je omjer duljine puta koji mora proći molekula kroz porozni sloj i debljine sloja, slika 3.14. i 3.15.



Slika 3.14. Krivudavost pora u poroznom sloju i rezultirajući smjer difuzije



Slika 3.15. Definiranje stupnja krivudavosti ledenog sloja

Stupanj krivudavosti definiran je izrazom:

$$\tau = \frac{ds}{dy} \quad (3.32)$$

Otpor difuziji u ledenom sloju različiti autori definiraju na različite načine ovisno o gustoći ledenog sloja odnosno poroznosti.

U većini starijih istraživanja otpor difuziji definiran je empirijskim izrazima dobivenim mjerenjima prijenosa mase kroz porozni sloj sastavljen iz staklenih čestica [17,18]. Primjer takvoga definiranja daje izraz:

$$\mu = \frac{1-\varepsilon}{\tau} \quad 1,1 \leq \tau \leq 1,3 \quad (3.33)$$

*Auracher* [19] je izraz za otpor difuziji u ledenom sloju definirao regresijom podataka dobivenih eksperimentalnim istraživanjima:

$$\mu = \frac{\varepsilon}{1-0,58(1-\varepsilon)} \quad (3.34)$$

*Le Gall* [5] je ovaj izraz proširio dodajući mu još jedan član i predložio izraz:

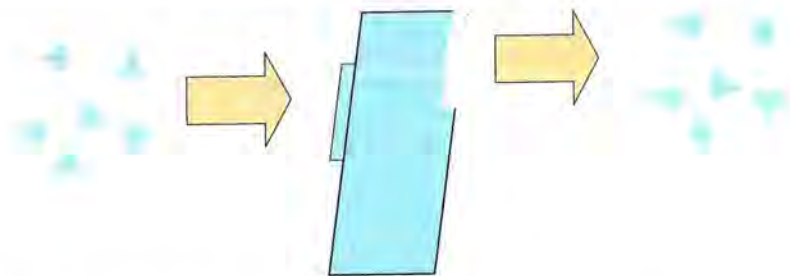
$$\mu = \frac{\varepsilon}{1-0,58(1-\varepsilon)} + 10 \cdot F_{\mu} (1-\varepsilon) \varepsilon^{10} \quad (3.35)$$

Parametar  $F_{\mu}$  služi za usklađivanje vrijednosti dobivenih ovim izrazom s mjerenim vrijednostima, a ovisi o uvjetima pri kojima nastaje ledeni sloj. Pozitivne vrijednosti parametra  $F_{\mu}$  omogućuju definiranje efektivne difuzivnosti veće od molekularne difuzivnosti ( $\mu > 1$ ).

*Tao* [2] definira otpor difuziji vodene pare u ledenom sloju izrazom:

$$\mu = (1 + F_{\mu}) \cdot \varepsilon \quad (3.36)$$

Podešavanjem parametra  $F_{\mu}$  vrijednost otpora može se podesiti tako da bude veća od jedinice. *Le Gall* i *Tao* u svojim su istraživanjima dobili vrijednost faktora otpora difuziji veću od vrijednosti 1. Rezultati istraživanja koje su proveli *Tao* i *dr.* pokazuju da je lokalna efektivna difuzivnost vodene pare u ledenom sloju do sedam puta veća od molekularne difuzivnosti vodene pare u zraku pri temperaturama između 264 i 272 K. Ove su tvrdnje potkrijepili mjerenjima difuzije vodene pare u snijegu jer je proces difuzije vodene pare kroz ledeni sloj vrlo sličan procesu difuzije pare kroz sloj snijega. Ova povećana difuzivnost nastaje u posebnim slučajevima porozne strukture kakav je i ledeni sloj gdje je tvar koja difundira (vodena para) jednaka tvari koja čini poroznu strukturu (vodeni led). U ovom slučaju tvar može difundirati i "kroz" samu ledenu tvorevinu unutar ledenog sloja na način da se taloži na jednoj strani kristala, otpuštajući latentnu toplinu koja se koristi za sublimaciju leda na drugoj strani kristala, slika 3.16. Ova pojava može objasniti navedenu mnogostruko veću vrijednost efektivne difuzivnosti vodene pare u ledenom sloju u odnosu na molekularnu difuzivnost vodene pare u zraku.



Slika 3.16. Istovremeno taloženje i sublimacija na suprotnim stranama kristala

U ovom radu korišten je izraz za efektivnu difuzivnost vodene pare kroz ledeni sloj koji su definirali *Na* i *Weeb*:

$$D_{ef} = D \cdot \varepsilon \cdot \tau = D \cdot \varepsilon \cdot \left(\frac{ds}{dy}\right)^2 \quad (3.37)$$

Gdje je stupanj krivudavosti definiran na nešto drugačiji način i to:

$$\tau = \left(\frac{ds}{dy}\right)^2 = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{D_{ef}}{D} \quad (3.38)$$

Prema preporuci navedenih autora za stupanj krivudavosti korišten je izraz:

$$\tau = \frac{1 + \varepsilon}{2} \quad (3.39)$$

*Na* i *Weeb* su u svojim istraživanjima ispitivali utjecaj vrijednosti stupnja krivudavosti na točnost određivanja brzine rasta ledenog sloja. Zaključili su da osrednja greška u predviđanju stupnja krivudavosti vrlo malo utječe na točnost izračuna brzine rasta ledenog sloja.

## 4 Postavke numeričkog rješavanja

### 4.1 Metoda kontrolnih volumena

Računarska dinamika fluida za rješavanje i analizu problema prijenosa topline i tvari koristi simulacije na računalu koje su omogućene korištenjem jedne od numeričkih metoda rješavanja parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Za slučaj konvekcijskog prijelaza topline i prijenosa tvari u strukturu jednadžbi očuvanja ugrađeni su i difuzijski i konvekcijski član koji se pri diskretizaciji jednadžbi tretiraju različito. U ovom je radu kao numerička metoda za rješavanje matematičkog modela korištena metoda kontrolnih volumena. Ova je metoda odabrana zbog njene pogodnosti pri vjernoj interpretaciji fizikalnih problema. Budući da je nastala kao specijalni oblik metode konačnih razlika, odlikuje se jednostavnošću gotovo jednakoj toj metodi, a istodobno se smislom potpuno približava fizikalnim zakonima. Osigurava, te eksplicitno iskazuje, zadovoljenje jednadžbi očuvanja u svakom kontrolnom volumenu. Upravo ova jasnoća veze između numeričke formulacije i stvarnog fizikalnog zakona očuvanja čini ovu metodu osobito prikladnom za rješavanje ovako složenog matematičkog i fizikalnog zadatka kakav je problem nastanka i rasta ledenog sloja.

### 4.2 Teorijske osnove metode kontrolnih volumena

#### 4.2.1 Rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi

Osnova svakog numeričkog rješavanja diferencijalnih jednadžbi je diskretizacija domene neprekinutih funkcija. Metodom kontrolnih volumena vrši se diskretizacija prostora dijeljenjem na konačne volumene. Time se, numeričkim rješavanjem diferencijalne jednadžbe ne dobiva funkcija, nego skup diskretiziranih točaka tj. vrijednosti tražene funkcije u nekim točkama domene. Prilagodбом mreže diskretizacije, rješenje se može dobiti u bilo kojoj traženoj točki domene. Također, broj točaka u kojima se dobiva rješenje tražene funkcije moguće je određivati proizvoljno, te nije ograničen samom metodom nego fizičkim memorijskim ograničenjima računala.

U svrhu diskretizacije, domena će biti podijeljena na kontrolne volumene, a u svakom od tih kontrolnih volumena nalazit će se jedan čvor mreže. Rješenja tražene diferencijalne jednadžbe dobit će se upravo za te čvorove domene. Postupkom diskretizacije diferencijalna jednadžba prelazi u algebarsku jednadžbu tj. jednadžbu diskretizacije. Jednadžba diskretizacije izražava jednaku fizikalnu informaciju kao i diferencijalna jednadžba iz koje je izvedena, a odnosi se na jedan čvor mreže koji povezuje samo sa susjednim čvorovima. Na taj način vrijednosti funkcije u nekom čvoru mreže utječu samo na susjedne čvorove mreže. Pri ovom određivanju jednadžbe diskretizacije potrebno je pretpostaviti način promjene vrijednosti tražene funkcije između čvorova mreže.

Kada bi se broj čvorova mreže povećao (pri većoj gustoći mreže), tada bi promjena vrijednosti funkcije između susjednih čvorova bila sve manja i time bi se rješenje više približilo točnom

rješenju. U tom bi slučaju pretpostavka promjene vrijednosti tražene funkcije između čvorova, zbog sve manjeg razmaka, imala sve manji utjecaj.

Kod metode kontrolnih volumena diferencijalna jednačba se integrira za svaki kontrolni volumen, tako da je, na ovaj način, jednačba diskretizacije koja opisuje jednačbu očuvanja zadovoljena na svakom kontrolnom volumenu. Pretpostavka oblika promjene funkcije između čvorova je proizvoljna, ali treba zadovoljavati određena pravila konzistentnosti prve derivacije na stranicama kontrolnog volumena.

Kao rezultat diskretizacije, diferencijalne jednačbe očuvanja prevode se u sustav linearnih algebarskih jednačbi. Nadalje rješavanje diferencijalne jednačbe očuvanja svodi se na rješavanje sustava linearnih algebarskih jednačbi u kojemu su nepoznanice vrijednosti tražene funkcije u čvorovima mreže. Pri rješavanju matematičkog modela s više parcijalnih diferencijalnih jednačbi očuvanja potrebno je paralelno rješavati više sustava linearnih algebarskih jednačbi.

#### 4.2.2 Rješavanje sustava linearnih algebarskih jednačbi

Rješavanje sustava linearnih algebarskih jednačbi može se provesti bilo kojom metodom pogodnom za primjenu na računalo. Nudi se izbor između direktnih i iteracijskih postupaka rješavanja sustava linearnih algebarskih jednačbi. Direktna metoda zahtijevaju veće memorijske kapacitete računala. Za rješavanje većih sustava jednačbi na računalo pogodnije su iteracijske metode. U ovom radu i razvijenom računalnom programu korišten je Gauss-Seidelov iteracijski postupak rješavanja sustava linearnih algebarskih jednačbi. Ovo je jedna od najjednostavnijih iteracijskih metoda, a provodi se tako da se vrijednosti računaju "obilaskom" čvorova mreže određenim redoslijedom. Pri tome je u memoriji računala potrebno istovremeno spremati samo jedan skup vrijednosti zavisne varijable  $\phi$ .

Ako je linearna algebarska jednačba zadana u sljedećem obliku:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (4.1)$$

nova vrijednost zavisne varijable u nekom čvoru mreže računa se prema izrazu:

$$\phi_P = \frac{a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b}{a_P} \quad (4.2)$$

Na ovaj se način vrijednost zavisne varijable proračunava za sve čvorove u jednoj iteraciji. Na kraju svake iteracije provjerava se postignuta razina konvergencije rješenja te se postupak po potrebi ponavlja.

Dovoljan, ali ne i nužan uvjet konvergencije ove metode, prema Scarboroughu glasi:

$$\begin{cases} \frac{|a_E + a_W + a_N + a_S|}{|a_P|} \leq 1 \text{ za sve jednačbe} \\ \frac{|a_E + a_W + a_N + a_S|}{|a_P|} < 1 \text{ za barem jednu jednačbu} \end{cases} \quad (4.3)$$

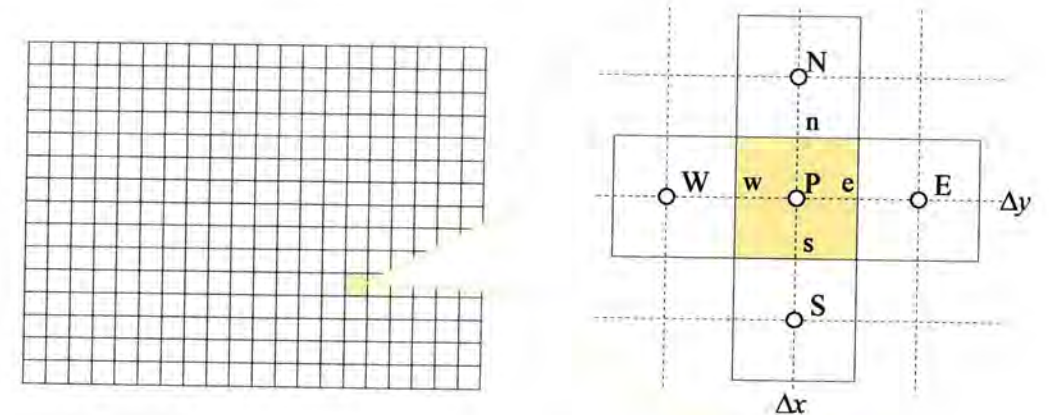
Pri diskretizaciji jednačbi očuvanja primjenom metode kontrolnih volumena, koja je dana u nastavku, ovaj je uvjet uvijek zadovoljen.

Prednost ove metode je jednostavnost i relativno mali zahtjevi za memorijskim prostorom računala, a nedostatak je što je konvergencija rješenja relativno spora.

### 4.3 Diskretizacija jednačbi očuvanja

#### 4.3.1 Diskretizacija jednačbi očuvanja količine gibanja za subdomenu zraka

Fizikalna domena problema podijeljena je, tj. diskretizirana na kontrolne volumene. Kako se navedeni problem nastanka i rasta ledenog sloja u struji vlažnog zraka promatra i rješava kao dvodimenzijski, kontrolni će volumen, u općenitom slučaju, biti predstavljen pravokutnikom sa stranicama duljine  $\Delta x$  i  $\Delta y$ . Na slici 4.1 prikazana je diskretizacija domene na kontrolne volumene kojima je  $\Delta x = \Delta y$ .



Slika 4.1. Diskretizacija domene na kontrolne volumene i nomenklatura čvorova unutar i u susjedstvu jednog promatranog kontrolnog volumena

Ako se promotri jedan kontrolni volumen tada je središnji čvor označen oznakom  $P$ , dok su susjedni: lijevi, desni, gornji i donji čvor, redom, označeni slovima  $W$ ,  $E$ ,  $N$  i  $S$ . Pripadne granice kontrolnog volumena također se prema orijentaciji označavaju malim slovima  $w$ ,  $e$ ,  $n$  i  $s$ .

Diskretizacija diferencijalnih jednačbi očuvanja količine gibanja bit će prikazana samo na jednačbi za  $x$  koordinatni smjer. Jednačba očuvanja količine gibanja u smjeru  $x$  koordinatne osi glasi:

$$\frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) \quad (4.4)$$

odnosno

$$\frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \quad (4.5)$$

grupiranjem članova slijedi:

$$\frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{\left( u_x \cdot \rho_z u_x - \eta \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)}_{J_x} + \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{\left( u_y \cdot \rho_z u_x - \eta \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)}_{J_y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.6)$$

Ukupni tokovi u smjeru obje koordinatne osi definirani su izrazima:

$$J_x = u_x \cdot \rho_z u_x - \eta \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.7)$$

$$J_y = u_y \cdot \rho_z u_x - \eta \frac{\partial u_x}{\partial y} \quad (4.8)$$

Jednadžba (4.6) uvrštavanjem definiranih tokova postaje:

$$\frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.9)$$

Integracijom po kontrolnom volumenu dobiva se izraz:

$$\int_s^e \int_w^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} dt dx dy + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_s^e \int_w^n \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx \right) dt = - \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dt \quad (4.10)$$

Integracijom prvoga člana iz izraza (4.10) dobiva se:

$$\int_s^e \int_w^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho_z u_x)}{\partial t} dt dx dy = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_z \cdot \left[ (u_x)_P - (u_x)_P^0 \right] \quad (4.11)$$

gdje su

$(u_x)_P$   $x$  komponenta brzine u promatranom čvoru u trenutku  $t + \Delta t$

$(u_x)_P^0$   $x$  komponenta brzine u promatranom čvoru u prethodnom trenutku  $t$

Za integraciju drugog člana u izrazu (4.10) po vremenu bit će upotrijebljen potpuno implicitni postupak, tj. faktor ocjene  $f = 1$ , kako slijedi:

$$\int_t^{t+\Delta t} J dt = \left[ f \cdot J|^{t+\Delta t} + (1-f) \cdot J|^{t} \right] \cdot \Delta t = J|^{t+\Delta t} \cdot \Delta t \quad (4.12)$$

gdje je:

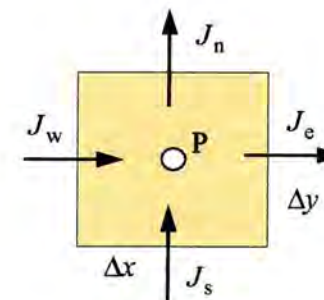
$J|^{t}$  tok u vremenskom trenutku  $t$

$J|^{t+\Delta t}$  tok u novom vremenskom trenutku  $t + \Delta t$

$f$  faktor ocjene  $0 < f < 1$ , za potpuno implicitni postupak  $f = 1$

Ako  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  i  $J_s$  predstavljaju tokove na lijevoj, desnoj, gornjoj i donjoj stranici kontrolnog volumena u novom trenutku  $t + \Delta t$  (slika 4.2) tada se drugi član u izrazu (4.10) može integrirati kako slijedi:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int_s^e \int_w^n \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx \right) dt = \left[ \int_s^e (J_e - J_w) dy + \int_w^n (J_n - J_s) dx \right] \Delta t \quad (4.13)$$



Slika 4.2. Tokovi na granicama kontrolnog volumena

Koristeći izraze (4.11) i (4.13) integracija jednadžbe (4.10) daje:

$$\Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_z \cdot \left[ (u_x)_P - (u_x)_P^0 \right] + \left[ \int_s^e J_e dy - \int_s^e J_w dy + \int_w^n J_n dx - \int_w^n J_s dx \right] \Delta t = -\Delta y \cdot \Delta t (p_e - p_w) \quad (4.14)$$

Tokovi na stranicama integriraju se po pripadajućoj stranici:

$$J_e^* = \int_s^e J_e dy \quad (4.15)$$

$$J_w^* = \int_s^e J_w dy \quad (4.16)$$

$$J_n^* = \int_w^n J_n dx \quad (4.17)$$

$$J_s^* = \int_w^n J_s dx \quad (4.18)$$

Prema gore iznesenom integrirani izraz (4.14) glasi:

$$\frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \cdot \rho_z \cdot \left[ (u_x)_P - (u_x)_P^0 \right] + J_e^* - J_w^* + J_n^* - J_s^* = -\Delta y (p_e - p_w) \quad (4.19)$$

Da bi jednažba (4.19) bila u potpunosti diskretizirana potrebno je tokove izraziti pomoću zavisne varijable koja se određuje, a to je u ovom slučaju  $x$  komponenta brzine strujanja. Ukupni tok u sebi sadrži i konvekcijsku i difuzijsku komponentu te će odnos veličina jakosti konvekcije i difuzije utjecati na pretpostavku funkcije koja opisuje promjenu zavisne varijable među susjednim čvorovima mreže.

U nastavku će stoga biti obraden utjecaj jačine konvekcije odnosno difuzije na pretpostavku promjene vrijednosti zavisne varijable između dva čvora mreže.

Za neku funkciju  $\phi$  ukupni tok  $J_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$  koji u sebi sadrži konvekcijsku i difuzijsku komponentu može se napisati na sljedeći način:

$$J_x = H_K \cdot \phi - H_D \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (4.20)$$

Integracijom toka  $J_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$  uz pretpostavku linearnog profila dobije se

$$\int_1^2 J_x dx = \int_1^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} dx = H_K (\phi_2 - \phi_1) - \frac{H_D}{\delta} (\phi_2 - \phi_1). \quad (4.21)$$

Nakon integracije uočljive su sljedeće veličine koje je moguće definirati kao

$$\text{jakost konvekcije} \quad F = H_K,$$

$$\text{jakost difuzije} \quad D = \frac{H_D}{\delta} \text{ i}$$

$$\text{Pecletov broj} \quad Pe = \frac{F}{D}.$$

Pecletov broj predstavlja omjer jakosti konvekcije i difuzije. Općenito će profil promjene vrijednosti tražene veličine između susjednih čvorova ovisiti o jačini konvekcije i difuzije te o njihovom odnosu tj. Pecletovom broju.

Analogno jednažbi (4.20) može se za tok na lijevoj granici kontrolnog volumena definiran izrazom (4.7) napisati:

$$J_e = \rho_z (u_x)_e \cdot u_x - \eta \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.22)$$

Za tok integriran po "e" granici analogno vrijedi:

$$J_e^* = \rho_z (u_x)_e \Delta y \cdot u_x - \eta \Delta y \frac{\partial u_x}{\partial x} = \rho_z (u_x)_e \Delta y \cdot u_x - \frac{\eta \cdot \Delta y}{\Delta x_e} \frac{\partial u_x}{\partial \left( \frac{x}{\Delta x_e} \right)} \quad (4.23)$$

$$\text{jakost konvekcije} \quad F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y$$

$$\text{jakost difuzije} \quad D_e = \frac{\eta}{\Delta x_e} \cdot \Delta y$$

Izraz (4.23) postaje:

$$J_e^* = F_e \cdot u_x - D_e \frac{\partial u_x}{\partial \left( \frac{x}{\Delta x_e} \right)} \quad (4.24)$$

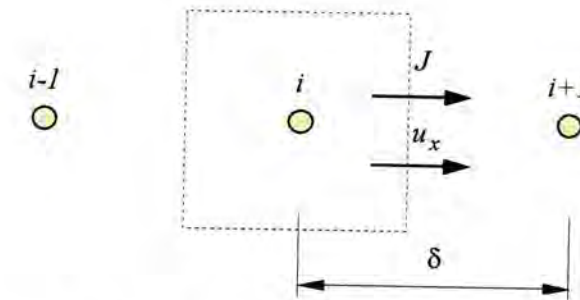
Za jednažbu (4.7) vrijede jakost konvekcije  $F = \rho_z \cdot u_x$  i jakost difuzije  $D = \frac{\eta}{\delta}$ , gdje je  $\delta$  udaljenost susjednih čvorova. Ako se cijeli izraz (4.7) podijeli s jakosti difuzije  $D$ , uzimajući u obzir Pecletov broj  $Pe = F/D$  slijedi:

$$\frac{J}{D} = \frac{F}{D} u_x - \frac{1}{D} \eta \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.25)$$

$$\frac{J}{D} = Pe \cdot u_x - \frac{\delta}{\eta} \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.26)$$

$$\frac{J}{D} = Pe \cdot u_x - \delta \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.27)$$

$$\frac{J}{D} = Pe \cdot u_x - \frac{\partial u_x}{\partial \left( \frac{x}{\delta} \right)} \quad (4.28)$$



Slika 4.3. Susjedni čvorovi, udaljenost među njima, tok i brzina na granici kontrolnog volumena

Na slici 4.3 prikazana su dva susjedna čvora i granica kontrolnog volumena, te brzina i tok na toj granici. Vrijednost brzine na granici  $u_x$  bit će neka vrijednost između vrijednosti brzina u susjednim čvorovima  $(u_x)_i$  i  $(u_x)_{i+1}$ :

$$u_x = \alpha \cdot (u_x)_i + (1 - \alpha) \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.29)$$



Gradijent brzine na granici  $\frac{\partial u_x}{\partial (\frac{x}{\delta})}$  bit će predstavljen višekratnikom od  $(u_x)_{i+1} - (u_x)_i$  kako

slijedi:

$$\frac{\partial u_x}{\partial (\frac{x}{\delta})} = \beta \cdot [(u_x)_{i+1} - (u_x)_i] \quad (4.30)$$

Supstitucijom (4.29) i (4.30) u izraz (4.28) dobiva se:

$$\frac{J}{D} = Pe \cdot [\alpha(u_x)_i + (1-\alpha)(u_x)_{i+1}] - \beta[(u_x)_{i+1} - (u_x)_i] \quad (4.31)$$

U izrazima (4.29), (4.30) i (4.31)  $\alpha$  i  $\beta$  predstavljaju faktore ovisne o Pecletovom broju  $Pe$ .

Grupiranjem članova u izrazu (4.31) slijedi:

$$\frac{J}{D} = \underbrace{(\alpha Pe + \beta)}_B \cdot (u_x)_i - \underbrace{[\beta - (1-\alpha) \cdot Pe]}_A \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.32)$$

$$\frac{J}{D} = B(Pe) \cdot (u_x)_i - A(Pe) \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.33)$$

$A$  i  $B$  također su funkcije od  $Pe$  definirane izrazima:

$$A(Pe) = \beta - (1-\alpha) \cdot Pe = \frac{Pe}{e^{Pe} - 1} \quad (4.34)$$

$$B(Pe) = \alpha \cdot Pe + \beta = \frac{Pe \cdot e^{Pe}}{e^{Pe} - 1} \quad (4.35)$$

Analizom novih funkcija  $A$  i  $B$  može se zaključiti da imaju sljedeća tri svojstva:

$$\textcircled{1} \quad B = A + Pe \quad (4.36)$$

$$\textcircled{2} \quad A(-Pe) = B(Pe) \quad (4.37)$$

$$\textcircled{3} \quad B(-Pe) = A(Pe) \quad (4.38)$$

U slučaju  $Pe < 0$  iz navedenih svojstava (4.36)-(4.38) slijedi:

$$A(Pe) = B(Pe) - Pe = B(-Pe) - Pe = A(|Pe|) - Pe \quad (4.39)$$

Za potrebe lakšeg prikaza definira se funkcija "većeg broja"  $\|m, n\|$  na sljedeći način:

$$\text{za } m \geq n \Rightarrow \|m, n\| = m$$

$$\text{za } m < n \Rightarrow \|m, n\| = n,$$

Rješenje funkcije je veća vrijednost od  $m$  i  $n$ , tj.  $\max(m, n)$ .

Koristeći zapis prethodno definirane funkcije, za pozitivne i negativne vrijednosti od  $Pe$ , prema izrazu (4.39) vrijedi:

$$A(Pe) = A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|, \quad (4.40)$$

analogno vrijedi

$$B(Pe) = A(|Pe|) + \|Pe, 0\|. \quad (4.41)$$

Koristeći izraze (4.40) i (4.41) jednadžba (4.33) poprima oblik

$$\frac{J}{D} = [A(|Pe|) + \|Pe, 0\|] \cdot (u_x)_i - [A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|] \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.42)$$

$$J = D[A(|Pe|) + \|Pe, 0\|] \cdot (u_x)_i - D[A(|Pe|) + \|-Pe, 0\|] \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.43)$$

uzimajući u obzir  $Pe = F/D$  slijedi:

$$J = [D \cdot A(|Pe|) + \|F, 0\|] \cdot (u_x)_i - [D \cdot A(|Pe|) + \|-F, 0\|] \cdot (u_x)_{i+1} \quad (4.44)$$

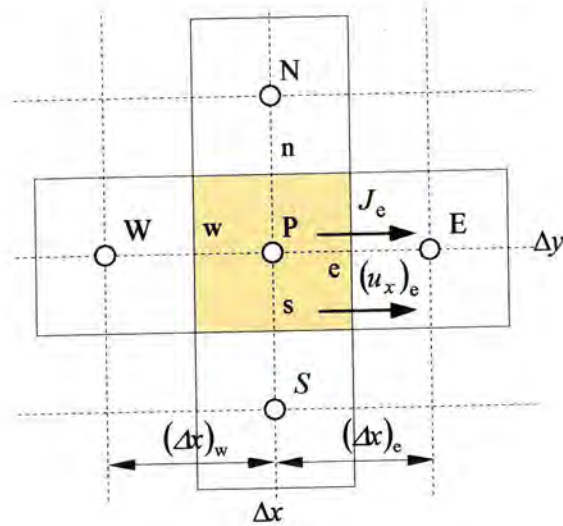
Funkcija  $A(|Pe|)$  može imati različit oblik u ovisnosti o tome kakav se profil promjene brzine pretpostavlja između čvorova mreže. U tablici 4.1 navedene su funkcije  $A(|Pe|)$  za nekoliko tipova shema [28].

Tablica 4.1. Funkcija  $A(|Pe|)$  za različite pretpostavke profila brzine između susjednih čvorova

Schema	funkcija $A( Pe )$
Centralne razlike	$1 - 0,5 \cdot  Pe $
Upwind shema	1
Hibridna shema	$\ 0, 1 - 0,5 \cdot  Pe \ $
Potencijalna shema	$\ 0, (1 - 0,1 \cdot  Pe )^5\ $
Eksponencijalna (egzaktna) shema	$ Pe  / (e^{ Pe } - 1)$

Za ovu numeričku analizu usvojena je potencijalna shema. Prema tome funkcija  $A(|Pe|)$  glasi:

$$A(|Pe|) = \|0, (1 - 0,1 \cdot |Pe|)^5\| \quad (4.45)$$



Slika 4.4. Tok na desnoj granici kontrolnog volumena

Izraz (4.44) može se primijeniti na tokove integrirane po stranicama kontrolnog volumena:

Desna granica kontrolnog volumena (e)

$$J_e^* = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot (u_x)_P - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot (u_x)_E \quad (4.46)$$

Gdje su

$$F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y \quad (4.47)$$

$$D_e = \frac{\eta}{\Delta x_e} \Delta y \quad (4.48)$$

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.49)$$

Lijeva granica kontrolnog volumena (w)

$$J_w^* = [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot (u_x)_W - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot (u_x)_P \quad (4.50)$$

Gdje su

$$F_w = \rho_z \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y \quad (4.51)$$

$$D_w = \frac{\eta}{\Delta x_w} \Delta y \quad (4.52)$$

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (4.53)$$

Gornja granica kontrolnog volumena (n)

$$J_n^* = [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot (u_x)_P - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot (u_x)_N \quad (4.54)$$

Gdje su

$$F_n = \rho_z \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x \quad (4.55)$$

$$D_n = \frac{\eta}{\Delta y_n} \Delta x \quad (4.56)$$

$$Pe_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (4.57)$$

Donja granica kontrolnog volumena (s)

$$J_s^* = [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot (u_x)_S - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot (u_x)_P \quad (4.58)$$

Gdje su

$$F_s = \rho_z \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x \quad (4.59)$$

$$D_s = \frac{\eta}{\Delta y_s} \Delta x \quad (4.60)$$

$$Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (4.61)$$

#### Diskretizirana jednadžba očuvanja količine gibanja u x smjeru

Jednadžba diskretizacije jednadžbe očuvanja količine gibanja za x smjer slijedi iz izraza (4.19) uporabom (4.46), (4.50), (4.54) i (4.58):

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \cdot \rho_z [(u_x)_P - (u_x)_P^0] + [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot (u_x)_P - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot (u_x)_E - \\ & - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot (u_x)_W + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot (u_x)_P + \\ & + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot (u_x)_P - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot (u_x)_N - \\ & - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot (u_x)_S + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot (u_x)_P = -\Delta y(p_e - p_w) \end{aligned} \quad (4.62)$$

Grupiranjem članova slijedi:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \right] (u_x)_p = \\ & = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot (u_x)_E + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot (u_x)_W + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot (u_x)_N + \\ & + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot (u_x)_S + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z (u_x)_p^0 - \Delta y (p_e - p_w) \end{aligned} \quad (4.63)$$

Navedena jednačba diskretizacije može se napisati u obliku linearne algebarske jednačbe s nepoznicama  $(u_x)_p$ ,  $(u_x)_E$ ,  $(u_x)_W$ ,  $(u_x)_N$  i  $(u_x)_S$  kako slijedi:

$$a_p (u_x)_p = a_E (u_x)_E + a_W (u_x)_W + a_N (u_x)_N + a_S (u_x)_S + b \quad (4.64)$$

pri čemu koeficijenti uz nepoznanice iznose:

$$a_E = D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| \quad (4.65)$$

$$a_W = D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| \quad (4.66)$$

$$a_N = D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| \quad (4.67)$$

$$a_S = D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \quad (4.68)$$

$$a_p^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.69)$$

$$b = a_p^0 \cdot (u_x)_p^0 - \Delta y (p_e - p_w) \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} a_p = & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| + \\ & + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \end{aligned} \quad (4.71)$$

Zbog pojednostavljenja u prethodnoj jednačbi zamijenit će se sljedeći izrazi:

$$D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| = D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| + F_e = a_E + F_e \quad (4.72)$$

$$D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| = D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| - F_w = a_W - F_w \quad (4.73)$$

$$D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| = D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| + F_n = a_N + F_n \quad (4.74)$$

$$D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| = D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| - F_s = a_S - F_s \quad (4.75)$$

Koristeći izraze (4.72)-(4.75) izraz (4.71) postaje:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.76)$$

Pojednostavljenje navedenog izraza možemo dobiti korištenjem diskretizirane jednačbe očuvanja mase. Jednačba očuvanja ukupne mase u subdomeni vlažnog zraka – jednačba kontinuiteta glasi:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_z u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_z u_y) = 0 \quad (4.77)$$

Integracija navedene jednačbe po kontrolnom volumenu i u vremenskom intervalu jednog vremenskog koraka  $\Delta t$  daje:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial (\rho_z \cdot u_x)}{\partial x} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial (\rho_z \cdot u_y)}{\partial y} dy dx dt = 0 \quad (4.78)$$

tj.

$$\Delta t \Delta y [\rho_z (u_x)_e - \rho_z (u_x)_w] + \Delta t \Delta x [\rho_z (u_y)_n - \rho_z (u_y)_s] = 0 \quad / \div \Delta t \quad (4.79)$$

$$\underbrace{\Delta y \rho_z (u_x)_e}_{F_e} - \underbrace{\Delta y \rho_z (u_x)_w}_{F_w} + \underbrace{\Delta x \rho_z (u_y)_n}_{F_n} - \underbrace{\Delta x \rho_z (u_y)_s}_{F_s} = 0 \quad (4.80)$$

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (4.81)$$

Uvrštavanjem izraza (4.81) u izraz (4.76) dobiva se izraz za koeficijent u jednačbi diskretizacije uz nepoznanicu  $(u_x)_p$ :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.82)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.83)$$

Izrazi (4.64)-(4.70) i (4.83) predstavljaju diskretizaciju jednačbe očuvanja momenta količine gibanja u  $x$  smjeru za nestacionarni dvodimenzijski slučaj, tj. predstavljaju diskretizaciju jednačbe (3.2). Ovakva jednačba diskretizacije koja je napisana u obliku linearne algebarske jednačbe može se napisati za svaki čvor mreže. Time se dobiva sustav linearnih algebarskih jednačbi. Rješavanjem sustava jednačbi mogu se izračunati komponente brzine u  $x$  smjeru u svakom čvoru mreže.

Diskretizirana jednadžba očuvanja količine gibanja u y smjeru

Jednadžba očuvanja količine gibanja u smjeru y koordinatne osi glasi:

$$\frac{\partial(\rho_z u_y)}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho_z u_y)}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho_z u_y)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) \quad (4.84)$$

Ranije opisanom metodom diskretizirana je u jednadžbu:

$$a_P (u_y)_P = a_E (u_y)_E + a_W (u_y)_W + a_N (u_y)_N + a_S (u_y)_S + b \quad (4.85)$$

gdje je:

$$a_E = D_e \cdot A(|Pe_e|) + \| -F_e, 0 \| \quad (4.86)$$

$$a_W = D_w \cdot A(|Pe_w|) + \| F_w, 0 \| \quad (4.87)$$

$$a_N = D_n \cdot A(|Pe_n|) + \| -F_n, 0 \| \quad (4.88)$$

$$a_S = D_s \cdot A(|Pe_s|) + \| F_s, 0 \| \quad (4.89)$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.90)$$

$$b = a_P^0 \cdot (u_y)_P^0 - \Delta x (p_n - p_s) \quad (4.91)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.92)$$

$$F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y \quad (4.93)$$

$$F_w = \rho_z \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y \quad (4.94)$$

$$F_n = \rho_z \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x \quad (4.95)$$

$$F_s = \rho_z \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x \quad (4.96)$$

$$D_e = \frac{\eta}{\Delta x_e} \Delta y \quad (4.97)$$

$$D_w = \frac{\eta}{\Delta x_w} \Delta y \quad (4.98)$$

$$D_n = \frac{\eta}{\Delta y_n} \Delta x \quad (4.99)$$

$$D_s = \frac{\eta}{\Delta y_s} \Delta x \quad (4.100)$$

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.101)$$

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (4.102)$$

$$Pe_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (4.103)$$

$$Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (4.104)$$

Izrazi (4.85)-(4.92) predstavljaju diskretizaciju jednadžbe očuvanja momenta količine gibanja u y smjeru za nestacionarni dvodimenzijski slučaj. Rješavanjem sustava ovakvih jednadžbi moguće je izračunati komponente brzine u y smjeru u čvorovima mreže.

**4.3.2 Diskretizacija jednadžbe očuvanja energije za subdomenu zraka**

Diskretizacija diferencijalne jednadžbe očuvanja energije za subdomenu zraka vrši se postupkom koji je primijenjen prilikom diskretizacije jednadžbe očuvanja količine gibanja. I ovom diskretizacijom parcijalna diferencijalna jednadžba prevodi se u sustav linearnih algebarskih jednadžbi. Jednadžba očuvanja energije za subdomenu zraka glasi:

$$\rho_z \frac{\partial \vartheta_z}{\partial t} + \rho_z \cdot \left( u_x \frac{\partial \vartheta_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial \vartheta_z}{\partial y} \right) = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \left( \frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_z}{\partial y^2} \right) \quad (4.105)$$

odnosno

$$\frac{\partial(\rho_z \vartheta_z)}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho_z \vartheta_z)}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho_z \vartheta_z)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial y} \right) \quad (4.106)$$

grupiranjem članova slijedi:

$$\frac{\partial(\rho_z \vartheta_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \underbrace{u_x \cdot \rho_z \vartheta_z - \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial x}}_{J_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \underbrace{u_y \cdot \rho_z \vartheta_z - \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial y}}_{J_y} \right) = 0 \quad (4.107)$$

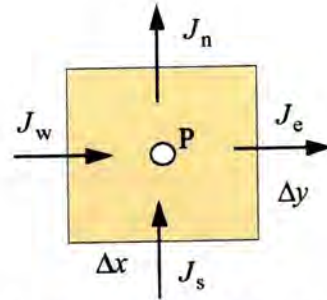
Ukupni tokovi u smjeru obje koordinatne osi definirani su izrazima:

$$J_x = u_x \cdot \rho_z \vartheta_z - \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial \vartheta_z}{\partial x} \quad (4.108)$$

$$J_y = u_y \cdot \rho_z g_z - \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\partial g_z}{\partial y} \quad (4.109)$$

Jednadžba (4.107) uvrštavanjem definiranih tokova postaje:

$$\frac{\partial(\rho_z g_z)}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 \quad (4.110)$$



Slika 4.5. Tokovi na granicama kontrolnog volumena

Integracijom po kontrolnom volumenu dobiva se izraz:

$$\int_s^e \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho_z g_z)}{\partial t} dt dx dy + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_s^e \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int_w^e \int_s^e \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx \right) dt = 0 \quad (4.111)$$

Za integraciju drugog člana u izrazu (4.111) po vremenu bit će upotrijebljen potpuno implicitni postupak. Ako  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  i  $J_s$  predstavljaju tokove na lijevoj, desnoj, gornjoj i donjoj stranici kontrolnog volumena u novom trenutku  $t + \Delta t$  (slika 4.5) tada integracija izraza 4.111 daje:

$$\Delta x \Delta y (\rho_z g_p - \rho_z g_p^0) + \left[ \int_s^e (J_e - J_w) dy + \int_w^e (J_n - J_s) dx \right] \Delta t = 0 \quad (4.112)$$

$$\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} (\rho_z g_p - \rho_z g_p^0) + \int_s^e J_e dy - \int_s^e J_w dy + \int_w^e J_n dx - \int_w^e J_s dx = 0 \quad (4.113)$$

Tokovi na stranicama integriraju se po pripadajućoj stranici:

$$J_e^* = \int_s^e J_e dy \quad (4.114)$$

$$J_w^* = \int_s^e J_w dy \quad (4.115)$$

$$J_n^* = \int_w^e J_n dx \quad (4.116)$$

$$J_s^* = \int_w^e J_s dx \quad (4.117)$$

Prema gore iznesenom integrirani izraz (4.113) glasi:

$$\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z (g_p - g_p^0) + J_e^* - J_w^* + J_n^* - J_s^* = 0 \quad (4.118)$$

Da bi jednadžba (4.118) bila u potpunosti diskretizirana potrebno je tokove izraziti pomoću zavisne varijable tj. temperature. Ukupni tok sadrži u sebi i konvektivnu i difuzijsku komponentu te će odnos veličina jakosti konvekcije i difuzije utjecati na pretpostavku funkcije koja opisuje promjenu zavisne varijable među susjednim čvorovima mreže. Ukupni tokovi integrirani po granici  $J_e^*$ ,  $J_w^*$ ,  $J_n^*$  i  $J_s^*$  mogu se izraziti pomoću temperatura u susjednim čvorovima prema postupku provedenom pri diskretizaciji jednadžbe očuvanja momenta količine gibanja. Prema tome koristeći izraz (4.44) navedeni tokovi mogu se napisati na sljedeći način:

*Desna granica kontrolnog volumena (e)*

$$J_e^* = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot g_p - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|-F_{e,0}\|] \cdot g_E \quad (4.119)$$

Gdje su

$$F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y \quad (4.120)$$

$$D_e = \frac{\lambda_z}{c_{p,z} \Delta x_e} \quad (4.121)$$

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.122)$$

*Lijeva granica kontrolnog volumena (w)*

$$J_w^* = [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot g_w - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|-F_{w,0}\|] \cdot g_p \quad (4.123)$$

Gdje su

$$F_w = \rho_z \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y \quad (4.124)$$

$$D_w = \frac{\lambda_z}{c_{p,z} \Delta x_w} \quad (4.125)$$

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (4.126)$$

Gornja granica kontrolnog volumena (n)

$$J_n^* = [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot \mathcal{G}_n \quad (4.127)$$

Gdje su

$$F_n = \rho_z \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x \quad (4.128)$$

$$D_n = \frac{\lambda_z}{\Delta y_n} \cdot \Delta x \quad (4.129)$$

$$Pe_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (4.130)$$

Donja granica kontrolnog volumena (s)

$$J_s^* = [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot \mathcal{G}_s - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p \quad (4.131)$$

Gdje su

$$F_s = \rho_z \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x \quad (4.132)$$

$$D_s = \frac{\lambda_z}{\Delta y_s} \cdot \Delta x \quad (4.133)$$

$$Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (4.134)$$

Jednadžba diskretizacije slijedi iz izraza (4.118) uporabom (4.119), (4.123), (4.127) i (4.131):

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \cdot \rho_z [\mathcal{G}_p - \mathcal{G}_p^0] + [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot \mathcal{G}_E - \\ & - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot \mathcal{G}_W + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p + \\ & + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot \mathcal{G}_N - \\ & - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot \mathcal{G}_s + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot \mathcal{G}_p = 0 \end{aligned} \quad (4.135)$$

Grupiranjem članova slijedi:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\| + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\| \right] \mathcal{G}_p = \\ & = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\|] \cdot \mathcal{G}_E + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\|] \cdot \mathcal{G}_W + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\|] \cdot \mathcal{G}_N + \\ & + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\|] \cdot \mathcal{G}_s + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \mathcal{G}_p^0 \end{aligned} \quad (4.136)$$

Navedena jednadžba diskretizacije može se napisati u obliku linearne algebarske jednadžbe s nepoznicama  $\mathcal{G}_p$ ,  $\mathcal{G}_E$ ,  $\mathcal{G}_W$ ,  $\mathcal{G}_N$  i  $\mathcal{G}_s$  kako slijedi:

$$a_p \mathcal{G}_p = a_E \mathcal{G}_E + a_W \mathcal{G}_W + a_N \mathcal{G}_N + a_s \mathcal{G}_s + b \quad (4.137)$$

pri čemu koeficijenti uz nepoznane iznose:

$$a_E = D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\| \quad (4.138)$$

$$a_W = D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\| \quad (4.139)$$

$$a_N = D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\| \quad (4.140)$$

$$a_s = D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\| \quad (4.141)$$

$$a_p^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.142)$$

$$b = a_p^0 \cdot \mathcal{G}_p^0 \quad (4.143)$$

$$\begin{aligned} a_p = & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\| + \\ & + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\| \end{aligned} \quad (4.144)$$

Uzimajući u obzir izraze (4.72)-(4.75) izraz (4.144) postaje:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_s + F_e - F_w + F_n - F_s + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.145)$$

Uz izraz

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (4.146)$$

koji je nastao diskretizacijom jednadžbe očuvanja ukupne mase, jednadžba (4.144) postaje:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_s + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.147)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.148)$$

Izrazi (4.137)-(4.143) i (4.148) predstavljaju diskretizaciju jednadžbe očuvanja energije za subdomenu zraka. Definira li se ovakva jednadžba za svaki čvor mreže dobiva se sustav linearnih algebarskih jednadžbi u kojemu temperature predstavljaju nepoznanice. Rješavanjem sustava jednadžbi mogu se izračunati vrijednosti temperature u svakom čvoru mreže.

### 4.3.3 Diskretizacija jednadžbi očuvanja mase vode za subdomenu zraka

Jednadžba očuvanja mase vode za subdomenu zraka u kojoj je zavisna varijabla sadržaj vlage zraka  $w$  glasi:

$$\rho_z \frac{\partial w}{\partial t} + \rho_z \cdot \left( u_x \frac{\partial w}{\partial x} + u_y \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \rho_z \cdot D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (4.149)$$

odnosno

$$\frac{\partial(\rho_z w)}{\partial t} + u_x \frac{\partial(\rho_z w)}{\partial x} + u_y \frac{\partial(\rho_z w)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_z D \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_z D \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (4.150)$$

grupiranjem članova slijedi:

$$\frac{\partial(\rho_z w)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{\left( u_x \cdot \rho_z w - \rho_z D \frac{\partial w}{\partial x} \right)}_{J_x} + \frac{\partial}{\partial y} \underbrace{\left( u_y \cdot \rho_z w - \rho_z D \frac{\partial w}{\partial y} \right)}_{J_y} = 0 \quad (4.151)$$

Ukupni maseni tokovi u smjeru obje koordinatne osi definirani su izrazima:

$$J_x = u_x \cdot \rho_z w - \rho_z D \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.152)$$

$$J_y = u_y \cdot \rho_z w - \rho_z D \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.153)$$

Ovi maseni tokovi u sebi sadržavaju konvekcijski i difuzijski član, tj. opisuju prijenos mase vode zbog kretanja zraka brzinom  $u_x$  odnosno  $u_y$ , te prijenos mase vode zbog molekularne difuzije vodene pare u zraku s koeficijentom difuzije  $D$ .

Jednadžba (4.151) uvrštavanjem definiranih tokova postaje:

$$\frac{\partial(\rho_z w)}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 \quad (4.154)$$

Navedeni izraz integrira se po kontrolnom volumenu dimenzija  $\Delta x$  i  $\Delta y$ :

$$\int_s^e \int_w^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho_z w)}{\partial t} dt dx dy + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_s^e \int_w^n \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dy + \int_w^n \int_s^e \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dx \right) dt = 0 \quad (4.155)$$

Koristeći potpuno implicitni postupak pri integraciji po vremenu i uzimajući u obzir da  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  i  $J_s$  predstavljaju tokove na lijevoj, desnoj, gornjoj i donjoj stranici kontrolnog volumena u novom trenutku  $t + \Delta t$  izraz (4.155) može se napisati u sljedećem obliku:

$$\Delta x \Delta y \cdot \rho_z (w_P - w_P^0) + \left[ \int_s^n (J_e - J_w) dy + \int_w^e (J_n - J_s) dx \right] \Delta t = 0 \quad (4.156)$$

$$\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z (w_P - w_P^0) + \int_s^n J_e dy - \int_s^n J_w dy + \int_w^e J_n dx - \int_w^e J_s dx = 0 \quad (4.157)$$

Tokovi na stranicama integriraju se po pripadajućoj stranici:

$$J_e^* = \int_s^n J_e dy \quad (4.158)$$

$$J_w^* = \int_s^n J_w dy \quad (4.159)$$

$$J_n^* = \int_w^e J_n dx \quad (4.160)$$

$$J_s^* = \int_w^e J_s dx \quad (4.161)$$

Prema gore iznesenom integrirani izraz (4.157) glasi:

$$\frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z (w_P - w_P^0) + J_e^* - J_w^* + J_n^* - J_s^* = 0 \quad (4.162)$$

Ukupne tokove integrirane po granici  $J_e^*$ ,  $J_w^*$ ,  $J_n^*$  i  $J_s^*$ , uzimajući u obzir potencijalnu shemu, izražavamo kao funkcije sadržaja vlage u susjednim čvorovima na sljedeći način:

*Desna granica kontrolnog volumena (e)*

$$J_e^* = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot w_P - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot w_E \quad (4.163)$$

Gdje su

$$F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y \quad (4.164)$$

$$D_e = \frac{\rho_z D}{\Delta x_e} \Delta y \quad (4.165)$$

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.166)$$

Lijeva granica kontrolnog volumena (w)

$$J_w^* = [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot w_w - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot w_p \quad (4.167)$$

Gdje su

$$F_w = \rho_z \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y \quad (4.168)$$

$$D_w = \frac{\rho_z D}{\Delta x_w} \Delta y \quad (4.169)$$

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (4.170)$$

Gornja granica kontrolnog volumena (n)

$$J_n^* = [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot w_p - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot w_N \quad (4.171)$$

Gdje su

$$F_n = \rho_z \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x \quad (4.172)$$

$$D_n = \frac{\rho_z D}{\Delta y_n} \Delta x \quad (4.173)$$

$$Pe_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (4.174)$$

Donja granica kontrolnog volumena (s)

$$J_s^* = [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot w_s - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot w_p \quad (4.175)$$

Gdje su

$$F_s = \rho_z \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x \quad (4.176)$$

$$D_s = \frac{\rho_z D}{\Delta y_s} \Delta x \quad (4.177)$$

$$Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (4.178)$$

Jednadžba diskretizacije slijedi uvrštavanjem (4.163), (4.167), (4.171) i (4.175) u izraz (4.162):

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \cdot \rho_z [w_p - w_p^0] + [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot w_p - [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot w_E - \\ & - [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot w_w + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot w_p + \\ & + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot w_p - [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot w_N - \\ & - [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot w_s + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot w_p = 0 \end{aligned} \quad (4.179)$$

Grupiranjem članova slijedi:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \right] w_p = \\ & = [D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\|] \cdot w_E + [D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\|] \cdot w_w + [D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\|] \cdot w_N + \\ & + [D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\|] \cdot w_s + \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z w_p^0 \end{aligned} \quad (4.180)$$

Navedena jednadžba diskretizacije može se napisati u obliku linearne algebarske jednadžbe s nepoznicama  $w_p$ ,  $w_E$ ,  $w_w$ ,  $w_N$  i  $w_s$  u sljedećem obliku:

$$a_p w_p = a_E w_E + a_w w_w + a_N w_N + a_s w_s + b \quad (4.181)$$

pri čemu koeficijenti uz nepoznanice iznose:

$$a_E = D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| \quad (4.182)$$

$$a_w = D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| \quad (4.183)$$

$$a_N = D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| \quad (4.184)$$

$$a_s = D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \quad (4.185)$$

$$a_p^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.186)$$

$$b = a_p^0 \cdot w_p^0 \quad (4.187)$$

$$\begin{aligned} a_p = & \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z + D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_{e,0}\| + D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_{w,0}\| + D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_{n,0}\| + \\ & + D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_{s,0}\| \end{aligned} \quad (4.188)$$



Odnosno uzimajući u obzir izraze (4.72)-(4.75) izraz (4.188) postaje:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.189)$$

tj.

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.190)$$

#### 4.3.4 Diskretizacija jednadžbi očuvanja energije za subdomenu ledenog sloja

Jednadžba očuvanja energije u ledenom sloju opisuje nestacionarno provođenje topline s unutarnjim izvorom topline i glasi:

$$\rho_{ls} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial y} \right) + q_{sub} \frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} \quad (4.191)$$

Navedeni izraz integrira se po kontrolnom volumenu dimenzija  $\Delta x$  i  $\Delta y$ :

$$\begin{aligned} \int_s^e \int_w^n \int_t^{t+\Delta t} \rho_{ls} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial t} dt dx dy = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^n \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^n \int_s^e \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\partial \mathcal{G}_{ls}}{\partial y} \right) dy dx dt + \\ + \int_s^e \int_w^n \int_t^{t+\Delta t} q_{sub} \frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} dt dx dy \end{aligned} \quad (4.192)$$

Koristeći potpuno implicitni postupak pri integraciji po vremenu i pretpostavljajući linearnu promjenu temperature između čvorova mreže slijedi:

$$\begin{aligned} \rho_{ls,P}^0 (\mathcal{G}_P - \mathcal{G}_P^0) \Delta x \Delta y = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\mathcal{G}_E - \mathcal{G}_P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta t - \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\mathcal{G}_P - \mathcal{G}_W}{\Delta x_w} \Delta y \Delta t + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\mathcal{G}_N - \mathcal{G}_P}{\Delta y_n} \Delta x \Delta t - \\ - \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\mathcal{G}_P - \mathcal{G}_S}{\Delta y_s} \Delta x \Delta t + q_{sub} (\rho_{ls,P}^0 - \rho_{ls,P}^{00}) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (4.193)$$

U prethodnom izrazu vrijednost gustoće ledenog sloja mora biti poznata te se koristi vrijednost gustoće iz prethodnog vremenskog koraka.

Grupiranjem članova slijedi:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P}^0 + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta x_e} \Delta y + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta x_w} \Delta y + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta y_n} \Delta x + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta y_s} \Delta x \right] \mathcal{G}_P = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta x_e} \Delta y \cdot \mathcal{G}_E + \\ + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta x_w} \Delta y \cdot \mathcal{G}_W + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta y_n} \Delta x \cdot \mathcal{G}_N + \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{1}{\Delta y_s} \Delta x \cdot \mathcal{G}_S + \rho_{ls} \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \cdot \mathcal{G}_P^0 + q_{sub} (\rho_{ls,P}^0 - \rho_{ls,P}^{00}) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4.194)$$

Navedena jednadžba diskretizacije može se napisati u obliku linearne algebarske jednadžbe s nepoznicama  $\mathcal{G}_P$ ,  $\mathcal{G}_E$ ,  $\mathcal{G}_W$ ,  $\mathcal{G}_N$  i  $\mathcal{G}_S$  u sljedećem obliku:

$$a_p \mathcal{G}_P = a_E \mathcal{G}_E + a_W \mathcal{G}_W + a_N \mathcal{G}_N + a_S \mathcal{G}_S + b \quad (4.195)$$

pri čemu koeficijenti uz nepoznane iznose:

$$a_E = D_e = \frac{\lambda_{ls}}{\Delta x_e} \cdot \Delta y \quad (4.196)$$

$$a_W = D_w = \frac{\lambda_{ls}}{\Delta x_w} \cdot \Delta y \quad (4.197)$$

$$a_N = D_n = \frac{\lambda_{ls}}{\Delta y_n} \cdot \Delta x \quad (4.198)$$

$$a_S = D_s = \frac{\lambda_{ls}}{\Delta y_s} \cdot \Delta x \quad (4.199)$$

$$a_p^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P}^0 \quad (4.200)$$

$$b = a_p^0 \cdot \mathcal{G}_P^0 + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} q_{sub} (\rho_{ls,P}^0 - \rho_{ls,P}^{00}) \quad (4.201)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.202)$$

#### 4.3.5 Diskretizacija jednadžbi očuvanja mase vode za subdomenu ledenog sloja

Jednadžba očuvanje mase vode, tj. jednadžba difuzije vodene pare kroz ledeni sloj glasi:

$$\frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial (\rho_p / \rho_z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial (\rho_p / \rho_z)}{\partial y} \right) \quad (4.203)$$

Jednadžbu integriramo po kontrolnom volumenu dimenzija  $\Delta x$  i  $\Delta y$  te kroz vremenski interval  $\Delta t$ :

$$\int_s^n \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \rho_{ls}}{\partial t} dt dx dy = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{ef} \rho_z \frac{\partial \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{\partial y} \right) dy dx dt \quad (4.204)$$

Koristeći potpuno implicitni postupak pri integraciji po vremenu i pretpostavljajući linearnu promjenu gustoća između čvorova mreže slijedi:

$$(\rho_{ls,P} - \rho_{ls,P}^0) \Delta x \Delta y = \left[ D_{ef} \rho_z \frac{d \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{dx} \right]_e - D_{ef} \rho_z \frac{d \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{dx} \Big|_w \Delta y \Delta t + \left[ D_{ef} \rho_z \frac{d \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{dy} \right]_n - D_{ef} \rho_z \frac{d \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)}{dy} \Big|_s \Delta x \Delta t \quad (4.205)$$

$$\begin{aligned} (\rho_{ls,P} - \rho_{ls,P}^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} &= (D_{ef})_e (\rho_z)_e \frac{\left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_E - \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta t - (D_{ef})_w (\rho_z)_w \frac{\left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P - \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_W}{\Delta x_w} \Delta y \Delta t + \\ &+ (D_{ef})_n (\rho_z)_n \frac{\left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_N - \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta y_n} \Delta x \Delta t - (D_{ef})_s (\rho_z)_s \frac{\left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P - \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_S}{\Delta y_s} \Delta x \Delta t \end{aligned} \quad (4.206)$$

Odnosno:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P} - \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P}^0 &= \frac{(D_{ef})_e (\rho_z)_e \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_E}{\Delta x_e} - \frac{(D_{ef})_e (\rho_z)_e \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta x_e} - \frac{(D_{ef})_w (\rho_z)_w \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta x_w} + \\ &+ \frac{(D_{ef})_w (\rho_z)_w \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_W}{\Delta x_w} + \frac{(D_{ef})_n (\rho_z)_n \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_N}{\Delta y_n} - \frac{(D_{ef})_n (\rho_z)_n \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta y_n} - \frac{(D_{ef})_s (\rho_z)_s \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P}{\Delta y_s} + \\ &+ \frac{(D_{ef})_s (\rho_z)_s \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_S}{\Delta y_s} \end{aligned} \quad (4.207)$$

Grupiranjem članova slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P} &= \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,P}^0 + \frac{(D_{ef})_e (\rho_z)_e \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_E}{\Delta x_e} + \frac{(D_{ef})_w (\rho_z)_w \Delta y \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_W}{\Delta x_w} + \frac{(D_{ef})_n (\rho_z)_n \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_N}{\Delta y_n} + \\ &+ \frac{(D_{ef})_s (\rho_z)_s \Delta x \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_S}{\Delta y_s} + \left[ - \frac{(D_{ef})_e (\rho_z)_e \Delta y}{\Delta x_e} - \frac{(D_{ef})_w (\rho_z)_w \Delta y}{\Delta x_w} - \frac{(D_{ef})_n (\rho_z)_n \Delta x}{\Delta y_n} - \frac{(D_{ef})_s (\rho_z)_s \Delta x}{\Delta y_s} \right] \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P \end{aligned} \quad (4.208)$$

Navedena jednačba može se napisati u u sljedećem obliku:

$$k_R \rho_{ls,P} = k_E \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_E + k_W \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_W + k_N \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_N + k_S \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_S + k_P \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P + b \quad (4.209)$$

pri čemu koeficijenti iznose:

$$k_R = k_R^0 = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (4.210)$$

$$k_E = \frac{\Delta y}{\Delta x_e} \cdot (D_{ef})_e (\rho_z)_e \quad (4.211)$$

$$k_W = \frac{\Delta y}{\Delta x_w} \cdot (D_{ef})_w (\rho_z)_w \quad (4.212)$$

$$k_N = \frac{\Delta x}{\Delta y_n} \cdot (D_{ef})_n (\rho_z)_n \quad (4.213)$$

$$k_S = \frac{\Delta x}{\Delta y_s} \cdot (D_{ef})_s (\rho_z)_s \quad (4.214)$$

$$k_P = -k_E - k_W - k_N - k_S \quad (4.215)$$

$$b = k_R^0 \rho_{ls,P}^0 \quad (4.216)$$

Pri tome su efektivne difuzivnosti na granicama kontrolnog volumena u subdomeni ledenog sloja definirane izrazima:

$$(D_{ef})_e = \tau_e \cdot \varepsilon_e \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_e}{2} \cdot \varepsilon_e \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_P + \varepsilon_E}{2} \cdot \frac{\varepsilon_P + \varepsilon_E}{2} \cdot D \quad (4.217)$$

$$(D_{ef})_w = \tau_w \cdot \varepsilon_w \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_w}{2} \cdot \varepsilon_w \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_W + \varepsilon_P}{2} \cdot \frac{\varepsilon_W + \varepsilon_P}{2} \cdot D \quad (4.218)$$

$$(D_{ef})_n = \tau_n \cdot \varepsilon_n \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_n}{2} \cdot \varepsilon_n \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_P + \varepsilon_N}{2} \cdot \frac{\varepsilon_P + \varepsilon_N}{2} \cdot D \quad (4.219)$$

$$(D_{ef})_s = \tau_s \cdot \varepsilon_s \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_s}{2} \cdot \varepsilon_s \cdot D = \frac{1 + \varepsilon_S + \varepsilon_P}{2} \cdot \frac{\varepsilon_S + \varepsilon_P}{2} \cdot D \quad (4.220)$$

Gustoće pare i vlažnoga zraka u čvorovima i gustoće vlažnoga zraka na stranicama kontrolnog volumena računaju se u ovisnosti o temperaturi izrazima:

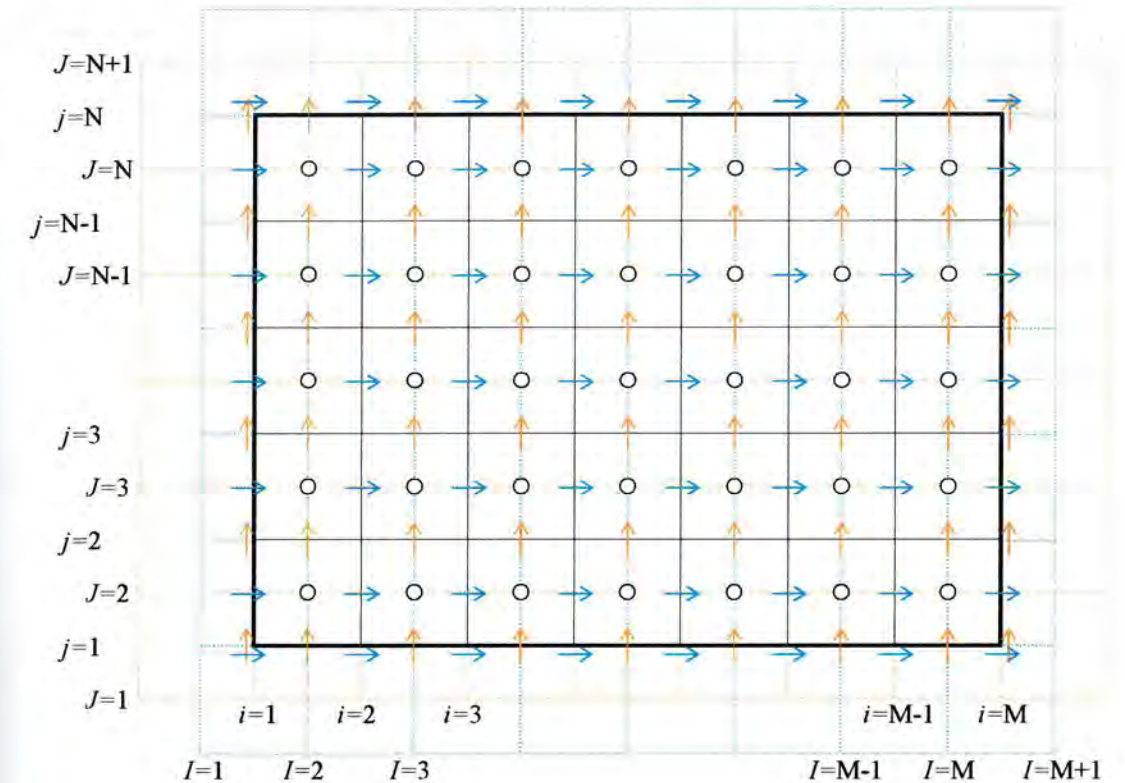
$$\begin{aligned} (\rho_p)_E &= \rho_p(\vartheta_E) \\ (\rho_p)_W &= \rho_p(\vartheta_W) \\ (\rho_p)_N &= \rho_p(\vartheta_N) \\ (\rho_p)_S &= \rho_p(\vartheta_S) \end{aligned} \quad (4.221)$$

$$\begin{aligned} (\rho_z)_E &= \rho_z(\vartheta_E) \\ (\rho_z)_W &= \rho_z(\vartheta_W) \\ (\rho_z)_N &= \rho_z(\vartheta_N) \\ (\rho_z)_S &= \rho_z(\vartheta_S) \end{aligned} \quad (4.222)$$

$$\begin{aligned} (\rho_z)_e &= \rho_z \left( \frac{\vartheta_E + \vartheta_P}{2} \right) \\ (\rho_z)_w &= \rho_z \left( \frac{\vartheta_W + \vartheta_P}{2} \right) \\ (\rho_z)_n &= \rho_z \left( \frac{\vartheta_N + \vartheta_P}{2} \right) \\ (\rho_z)_s &= \rho_z \left( \frac{\vartheta_S + \vartheta_P}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.223)$$

#### 4.4 Opis numeričke metode prilagođene računalnom programu

Jednadžbe diskretizacije čine sustav linearnih algebarskih jednadžbi. Broj jednadžbi i nepoznanica odgovara broju čvorova mreže. Time se rješavanje diferencijalne jednadžbe svodi na rješavanje sustava linearnih algebarskih jednadžbi od  $k$  jednadžbi i  $k$  nepoznanica, gdje  $k$  predstavlja broj čvorova mreže. Pri numeričkom rješavanju sustava linearnih algebarskih jednadžbi iteracijskim postupkom koriste se algoritamske strukture kao što su "for" petlja i sl. Stoga je korisno da se jednadžbe diskretizacije prevedu u oblik prilagođen obradi na računalu tj. da se pojedini čvorovi i pripadajuće fizikalne veličine indeksiraju oznakama, npr.  $i$  i  $j$ . U tu svrhu uvedena je nomenklatura kakva je prikazana na slici 4.6, tj. temperature, tlakovi, sadržaji vlage u zraku i gustoće ledenog sloja računaju se za čvorove  $(I,J)$ , komponente brzine u  $x$  smjeru  $u_x$  računaju se za čvorove  $(i,J)$ , a komponente brzine u  $y$  smjeru  $u_y$  računaju se za čvorove  $(I,j)$ . Time je svaki čvor u domeni jednoznačno određen.



Slika 4.6. Diskretizacija domene i označavanje čvorova i komponenta brzina.

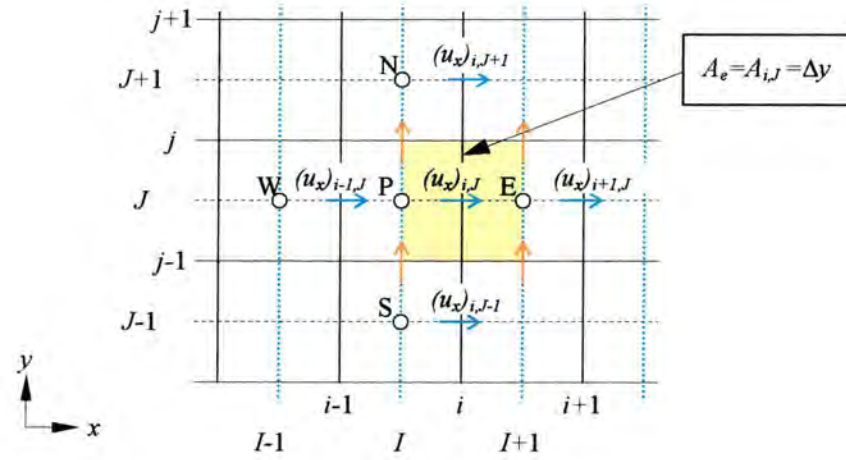
Opisana numerička metoda, koju je opisao Patankar [28] zahtijeva pomaknute mreže za računanje komponenta brzina, kako to prikazuje slika 4.6. Komponente brzine računaju se za pomaknutu mrežu te se time brzine računaju na stranicama kontrolnih volumena osnovne mreže. Ostale veličine kao što su tlak, temperatura, sadržaj vlage u zraku i gustoća ledenog sloja računaju se za čvorove osnovne mreže. Pomaknute mreže nužne su za pravilno tretiranje tlaka u jednadžbama diskretizacije. Komponente brzine  $u_x$  računaju se za mrežu pomaknutu udesno za polovinu širine kontrolnog volumena  $\Delta x/2$ , tako da se sredina kontrolnih volumena pomaknute mreže poklapa sa desnom (istočnom) granicom kontrolnog volumena osnovne mreže. Komponente brzine  $u_y$  računaju se za mrežu pomaknutu prema gore za polovinu visine kontrolnog volumena  $\Delta y/2$ , tako da se sredina kontrolnih volumena pomaknute mreže poklapa sa gornjom (sjevernom) granicom kontrolnog volumena osnovne mreže. Na slici 4.6. komponente brzina  $u_x$  i pripadajuća mreža ucrtane su plavom bojom, a komponente brzina  $u_y$  narančastom.

##### 4.4.1 Diskretizirana jednadžba očuvanja količine gibanja za $x$ smjer u subdomeni zraka prilagođena računalnom programu

Jednadžba diskretizacije za  $x$  smjer prema (4.64) te uz prilagodbu slobodnog člana  $b$  glasi:

$$a_p(u_x)_p = a_E(u_x)_E + a_W(u_x)_W + a_N(u_x)_N + a_S(u_x)_S + b + \Delta y(p_w - p_e) \quad (4.224)$$

Na slici 4.7 osjenčan je kontrolni volumen pomaknute mreže za koji se računa komponenta brzine  $u_x$ . Računata komponenta brzine leži u sredini kontrolnog volumena pomaknute mreže, a istovremeno na desnoj (istočnoj) "e" granici kontrolnog volumena osnovne mreže sa središtem u čvoru P.



Slika 4.7. Pomaknuta mreža komponenta brzine u x smjeru

Jednadžba (4.224) može se napisati u sljedećem obliku:

$$a_{i,j}(u_x)_{i,j} = a_{i-1,j}(u_x)_{i-1,j} + a_{i+1,j}(u_x)_{i+1,j} + a_{i,j+1}(u_x)_{i,j+1} + a_{i,j-1}(u_x)_{i,j-1} + b_{i,j} + (p_{i,j} - p_{i+1,j}) \cdot A_{i,j} \quad (4.225)$$

tj.

$$(u_x)_{i,j} = \frac{1}{a_{i,j}} \left[ a_{i-1,j}(u_x)_{i-1,j} + a_{i+1,j}(u_x)_{i+1,j} + a_{i,j+1}(u_x)_{i,j+1} + a_{i,j-1}(u_x)_{i,j-1} + b_{i,j} + (p_{i,j} - p_{i+1,j}) \cdot A_{i,j} \right] \quad (4.226)$$

gdje je:

$$a_{i+1,j} = a_E = D_e \cdot A (Pe_e) + \| -F_e, 0 \| \quad (4.227)$$

$$a_{i-1,j} = a_W = D_w \cdot A (Pe_w) + \| F_w, 0 \| \quad (4.228)$$

$$a_{i,j+1} = a_N = D_n \cdot A (Pe_n) + \| -F_n, 0 \| \quad (4.229)$$

$$a_{i,j-1} = a_S = D_s \cdot A (Pe_s) + \| F_s, 0 \| \quad (4.230)$$

$$a_{i,j}^0 = a_P^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.231)$$

$$a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1} + a_{i,j}^0 \quad (4.232)$$

$$b_{i,j} = a_{i,j}^0 \cdot (u_x)_P^0 \quad (4.233)$$

$$F_e = \rho_z \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y = \frac{(F_{i+1,j} + F_{i,j})}{2} = \frac{1}{2} \rho_z [(u_x)_{i+1,j} + (u_x)_{i,j}] \cdot \Delta y \quad (4.234)$$

$$F_w = \rho_z \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y = \frac{(F_{i-1,j} + F_{i,j})}{2} = \frac{1}{2} \rho_z [(u_x)_{i-1,j} + (u_x)_{i,j}] \cdot \Delta y \quad (4.235)$$

$$F_n = \rho_z \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x = \frac{(F_{i,j} + F_{i+1,j})}{2} = \frac{1}{2} \rho_z [(u_y)_{i,j} + (u_y)_{i+1,j}] \cdot \Delta x \quad (4.236)$$

$$F_s = \rho_z \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x = \frac{(F_{i,j-1} + F_{i+1,j-1})}{2} = \frac{1}{2} \rho_z [(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i+1,j-1}] \cdot \Delta x \quad (4.237)$$

pri tome je:

$$D_e = \eta \frac{\Delta y}{x_{i+1} - x_i} \quad (4.238)$$

$$D_w = \eta \frac{\Delta y}{x_i - x_{i-1}} \quad (4.239)$$

$$D_n = \eta \frac{\Delta x}{y_{j+1} - y_j} \quad (4.240)$$

$$D_s = \eta \frac{\Delta x}{y_j - y_{j-1}} \quad (4.241)$$

$$Pe_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (4.242)$$

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} \quad (4.243)$$

$$Pe_n = \frac{F_n}{D_n} \quad (4.244)$$

$$Pe_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (4.245)$$

te za potencijalnu shemu

$$A(Pe) = \| 0, (1 - 0,1 \cdot |Pe|)^5 \| \quad (4.246)$$

#### 4.4.2 Diskretizirana jednadžba očuvanja količine gibanja za y smjer u subdomeni zraka prilagođena računalnom programu

Jednadžba diskretizacije za y smjer prema (4.85) te uz prilagodbu slobodnog člana  $b$  glasi:

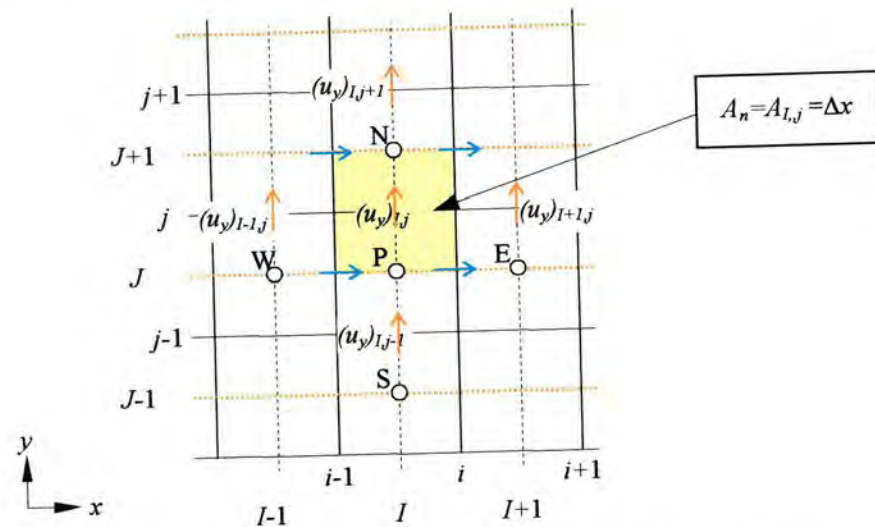
$$a_P(u_y)_P = a_E(u_y)_E + a_W(u_y)_W + a_N(u_y)_N + a_S(u_y)_S + b + \Delta x(p_s - p_n) \quad (4.247)$$

U skladu s nomenklaturom navedenoj na slici 4.8. slijedi prilagođeni oblik jednadžbe diskretizacije (4.247):

$$a_{I,j}(u_y)_{I,j} = a_{I-1,j}(u_y)_{I-1,j} + a_{I+1,j}(u_y)_{I+1,j} + a_{I,j+1}(u_y)_{I,j+1} + a_{I,j-1}(u_y)_{I,j-1} + b_{I,j} + (p_{I,j} - p_{I,j+1}) \cdot A_{I,j} \quad (4.248)$$

tj.

$$(u_y)_{I,j} = \frac{1}{a_{I,j}} \left[ a_{I-1,j}(u_y)_{I-1,j} + a_{I+1,j}(u_y)_{I+1,j} + a_{I,j+1}(u_y)_{I,j+1} + a_{I,j-1}(u_y)_{I,j-1} + b_{I,j} + (p_{I,j} - p_{I,j+1}) \cdot A_{I,j} \right] \quad (4.249)$$



Slika 4.8. Pomaknuta mreža komponenta brzine u y smjeru

Koeficijenti u jednadžbi (4.249) iznose:

$$a_{i+1,j} = a_E = D_e \cdot A(Pe_e) + \|F_e, 0\| \quad (4.250)$$

$$a_{i-1,j} = a_W = D_w \cdot A(Pe_w) + \|F_w, 0\| \quad (4.251)$$

$$a_{i,j+1} = a_N = D_n \cdot A(Pe_n) + \|F_n, 0\| \quad (4.252)$$

$$a_{i,j-1} = a_S = D_s \cdot A(Pe_s) + \|F_s, 0\| \quad (4.253)$$

$$a_{i,j}^0 = a_P^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.254)$$

$$a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1} + a_{i,j}^0 \quad (4.255)$$

$$b_{i,j} = a_{i,j}^0 \cdot (u_y)_P^0 - \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho g_y \quad (4.256)$$

$$F_e = \rho \cdot (u_x)_e \cdot \Delta y = \frac{(F_{i,j} + F_{i,j+1})}{2} = \frac{1}{2} \rho [(u_x)_{i,j} + (u_x)_{i,j+1}] \cdot \Delta y \quad (4.257)$$

$$F_w = \rho \cdot (u_x)_w \cdot \Delta y = \frac{(F_{i-1,j} + F_{i-1,j+1})}{2} = \frac{1}{2} \rho [(u_x)_{i-1,j} + (u_x)_{i-1,j+1}] \cdot \Delta y \quad (4.258)$$

$$F_n = \rho \cdot (u_y)_n \cdot \Delta x = \frac{(F_{i,j} + F_{i,j+1})}{2} = \frac{1}{2} \rho [(u_y)_{i,j} + (u_y)_{i,j+1}] \cdot \Delta x \quad (4.259)$$

$$F_s = \rho \cdot (u_y)_s \cdot \Delta x = \frac{(F_{i,j-1} + F_{i,j})}{2} = \frac{1}{2} \rho [(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i,j}] \cdot \Delta x \quad (4.260)$$

gdje su:

$$D_e = \eta \frac{\Delta y}{x_{i+1} - x_i} \quad (4.261)$$

$$D_w = \eta \frac{\Delta y}{x_i - x_{i-1}} \quad (4.262)$$

$$D_n = \eta \frac{\Delta x}{y_{j+1} - y_j} \quad (4.263)$$

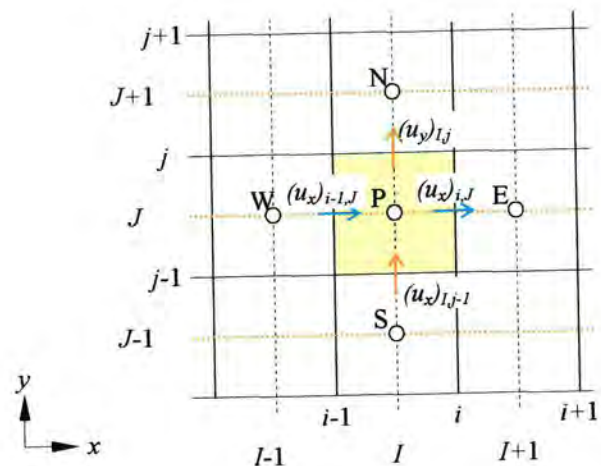
$$D_s = \eta \frac{\Delta x}{y_j - y_{j-1}} \quad (4.264)$$

Pecletovi brojevi na stranicama kontrolnog volumena  $Pe_e$ ,  $Pe_w$ ,  $Pe_n$  i  $Pe_s$  definirani su izrazima (4.242)-(4.245), a funkcija  $A(Pe)$  izrazom (4.246).

#### 4.4.3 Diskretizirana jednadžba očuvanja energije za subdomenu zraka prilagođena računalnom programu

Jednadžba diskretizacije za jednadžbu očuvanja energije u subdomeni zraka (4.137) glasi:

$$a_P \vartheta_P = a_E \vartheta_E + a_W \vartheta_W + a_N \vartheta_N + a_S \vartheta_S + b \quad (4.265)$$



Slika 4.9. Osnovna mreža diskretizirane domene s označenim čvorovima u kojima se računaju tlak, temperatura, sadržaj vlage u zraku i gustoća ledenog sloja

U skladu s ranije uvedenim oznakama koje su prikazane i na slici 4.9, jednačba diskretizacije jednačbe očuvanja energije (4.265) može se napisati u sljedećem obliku prilagođenom računalnom programu:

$$a_{I,J} \vartheta_{I,J} = a_{I+1,J} \vartheta_{I+1,J} + a_{I-1,J} \vartheta_{I-1,J} + a_{I,J+1} \vartheta_{I,J+1} + a_{I,J-1} \vartheta_{I,J-1} + b_{I,J} \quad (4.266)$$

tj.

$$\vartheta_{I,J} = \frac{1}{a_{I,J}} (a_{I+1,J} \vartheta_{I+1,J} + a_{I-1,J} \vartheta_{I-1,J} + a_{I,J+1} \vartheta_{I,J+1} + a_{I,J-1} \vartheta_{I,J-1} + b_{I,J}) \quad (4.267)$$

gdje je:

$$a_{I+1,J} = D_e \cdot A(|Pe_e|) + \| -F_e, 0 \| \quad (4.268)$$

$$a_{I-1,J} = D_w \cdot A(|Pe_w|) + \| F_w, 0 \| \quad (4.269)$$

$$a_{I,J+1} = D_n \cdot A(|Pe_n|) + \| -F_n, 0 \| \quad (4.270)$$

$$a_{I,J-1} = D_s \cdot A(|Pe_s|) + \| F_s, 0 \| \quad (4.271)$$

$$a_{I,J}^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.272)$$

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} + a_{I,J}^0 \quad (4.273)$$

$$b_{I,J} = a_{I,J}^0 \cdot \vartheta_{I,J}^0 \quad (4.274)$$

$$F_e = \rho_z (u_x)_{i,j} \cdot \Delta y \quad (4.275)$$

$$F_w = \rho_z (u_x)_{i-1,j} \cdot \Delta y \quad (4.276)$$

$$F_n = \rho_z (u_y)_{i,j} \cdot \Delta x \quad (4.277)$$

$$F_s = \rho_z (u_y)_{i,j-1} \cdot \Delta x \quad (4.278)$$

$$D_e = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_{I+1} - x_I} \quad (4.279)$$

$$D_w = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_I - x_{I-1}} \quad (4.280)$$

$$D_n = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{y_{J+1} - y_J} \quad (4.281)$$

$$D_s = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} \quad (4.282)$$

Pecletovi brojevi na stranicama kontrolnog volumena  $Pe_e$ ,  $Pe_w$ ,  $Pe_n$  i  $Pe_s$  ranije su definirani izrazima (4.242)-(4.245).

#### 4.4.4 Diskretizirana jednačba očuvanja mase vode za subdomenu zraka prilagođena računalnom programu

Jednačba diskretizacije za jednačbu očuvanja mase vode u subdomeni zraka (4.181) glasi:

$$a_P w_P = a_E w_E + a_W w_W + a_N w_N + a_S w_S + b \quad (4.283)$$

U skladu s ranije uvedenim oznakama koje su prikazane i na slici 4.9, jednačba diskretizacije (4.283) može se napisati u sljedećem obliku prilagođenom računalnom programu:

$$a_{I,J} w_{I,J} = a_{I+1,J} w_{I+1,J} + a_{I-1,J} w_{I-1,J} + a_{I,J+1} w_{I,J+1} + a_{I,J-1} w_{I,J-1} + b_{I,J} \quad (4.284)$$

tj.

$$w_{I,J} = \frac{1}{a_{I,J}} (a_{I+1,J} w_{I+1,J} + a_{I-1,J} w_{I-1,J} + a_{I,J+1} w_{I,J+1} + a_{I,J-1} w_{I,J-1} + b_{I,J}) \quad (4.285)$$

gdje je:

$$a_{I+1,J} = D_e \cdot A(|Pe_e|) + \| -F_e, 0 \| \quad (4.286)$$

$$a_{I-1,J} = D_w \cdot A(|Pe_w|) + \| F_w, 0 \| \quad (4.287)$$

$$a_{I,J+1} = D_n \cdot A(|Pe_n|) + \| -F_n, 0 \| \quad (4.288)$$

$$a_{I,J-1} = D_s \cdot A(|Pe_s|) + \| F_s, 0 \| \quad (4.289)$$

$$a_{I,J}^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_z \quad (4.290)$$

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} + a_{I,J}^0 \quad (4.291)$$

$$b_{I,J} = a_{I,J}^0 \cdot w_{I,J}^0 \quad (4.292)$$

$$F_e = \rho_z (u_x)_{I,J} \cdot \Delta y \quad (4.293)$$

$$F_w = \rho_z (u_x)_{I-1,J} \cdot \Delta y \quad (4.294)$$

$$F_n = \rho_z (u_y)_{I,J} \cdot \Delta x \quad (4.295)$$

$$F_s = \rho_z (u_y)_{I,J-1} \cdot \Delta x \quad (4.296)$$

$$D_e = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_{I+1} - x_I} \quad (4.297)$$

$$D_w = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_I - x_{I-1}} \quad (4.298)$$

$$D_n = \rho_z D \frac{\Delta x}{y_{J+1} - y_J} \quad (4.299)$$

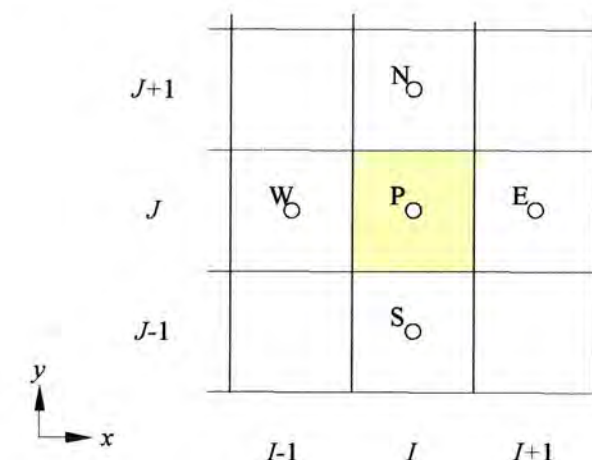
$$D_s = \rho_z D \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} \quad (4.300)$$

Pecletovi brojevi na stranicama kontrolnog volumena  $Pe_e$ ,  $Pe_w$ ,  $Pe_n$  i  $Pe_s$  ranije su definirani izrazima (4.242)-(4.245).

#### 4.4.5 Diskretizirana jednačba očuvanja energije za subdomenu ledenog sloja prilagođena računalnom programu

Diskretizirana jednačba očuvanja energije u subdomeni ledenog sloja glasi:

$$a_p \vartheta_p = a_E \vartheta_E + a_W \vartheta_W + a_N \vartheta_N + a_S \vartheta_S + b \quad (4.301)$$



Slika 4.10. Osnovna mreža diskretizirane domene s označenim čvorovima u kojima se računaju temperature i gustoće ledenog sloja

U skladu s ranije uvedenim oznakama koje su prikazane i na slici 4.10, jednačba diskretizacije energetske jednačbe (4.301) može se napisati u sljedećem obliku prilagođenom računalnom programu:

$$a_{I,J} \vartheta_{I,J} = a_{I+1,J} \vartheta_{I+1,J} + a_{I-1,J} \vartheta_{I-1,J} + a_{I,J+1} \vartheta_{I,J+1} + a_{I,J-1} \vartheta_{I,J-1} + b_{I,J} \quad (4.302)$$

tj.

$$\vartheta_{I,J} = \frac{1}{a_{I,J}} (a_{I+1,J} \vartheta_{I+1,J} + a_{I-1,J} \vartheta_{I-1,J} + a_{I,J+1} \vartheta_{I,J+1} + a_{I,J-1} \vartheta_{I,J-1} + b_{I,J}) \quad (4.303)$$

gdje je:

$$a_{I+1,J} = D_e = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \cdot \frac{\Delta y}{(x_{I+1} - x_I)} \quad (4.304)$$

$$a_{I-1,J} = D_w = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \cdot \frac{\Delta y}{(x_I - x_{I-1})} \quad (4.305)$$

$$a_{I,J+1} = D_n = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \cdot \frac{\Delta x}{(y_{J+1} - y_J)} \quad (4.306)$$

$$a_{I,J-1} = D_s = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \cdot \frac{\Delta x}{(y_J - y_{J-1})} \quad (4.307)$$

$$a_{I,J}^0 = \frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta t} \rho_{ls,I,J}^0 \quad (4.308)$$

$$a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1} + a_{I,J}^0 \quad (4.309)$$

$$b_{I,J} = a_{I,J}^0 \cdot \vartheta_{I,J}^0 + \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} q_{sub} (\rho_{ls,I,J}^0 - \rho_{ls,I,J}^{00}) \quad (4.310)$$

#### 4.4.6 Diskretizirana jednadžba očuvanja mase vode za subdomenu ledenog sloja prilagođena računalnom programu

Diskretizirana jednadžba difuzije vodene pare u subdomeni ledenog sloja glasi:

$$k_R \rho_{ls,P} = k_E \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_E + k_W \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_W + k_N \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_N + k_S \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_S + k_P \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_P + b \quad (4.311)$$

U skladu s nomenklaturom čvorova mreže prikazanoj na slici 4.10, jednadžba (4.311) može se napisati u sljedećem obliku prilagođenom računalnom programu:

$$(k_R)_{I,J} (\rho_{ls})_{I,J} = k_{I+1,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I+1,J} + k_{I-1,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I-1,J} + k_{I,J+1} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J+1} + k_{I,J-1} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J-1} + k_{I,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J} + b_{I,J} \quad (4.312)$$

tj.

$$(\rho_{ls})_{I,J} = \frac{1}{(k_R)_{I,J}} \left[ k_{I+1,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I+1,J} + k_{I-1,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I-1,J} + k_{I,J+1} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J+1} + k_{I,J-1} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J-1} + k_{I,J} \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J} + b_{I,J} \right] \quad (4.313)$$

gdje je:

$$(k_R)_{I,J} = (k_R^0)_{I,J} = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (4.314)$$

$$k_{I+1,J} = \frac{\Delta y}{(x_{I+1} - x_I)} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I,J} + \varepsilon_{I+1,J}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I,J} + \varepsilon_{I+1,J}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{\rho_e} \quad (4.315)$$

$$k_{I-1,J} = \frac{\Delta y}{(x_I - x_{I-1})} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I-1,J} + \varepsilon_{I,J}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I-1,J} + \varepsilon_{I,J}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{\rho_w} \quad (4.316)$$

$$k_{I,J+1} = \frac{\Delta x}{(y_{J+1} - y_J)} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I,J} + \varepsilon_{I,J+1}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I,J} + \varepsilon_{I,J+1}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{\rho_n} \quad (4.317)$$

$$k_{I,J-1} = \frac{\Delta x}{(y_J - y_{J-1})} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I,J-1} + \varepsilon_{I,J}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I,J-1} + \varepsilon_{I,J}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{\rho_s} \quad (4.318)$$

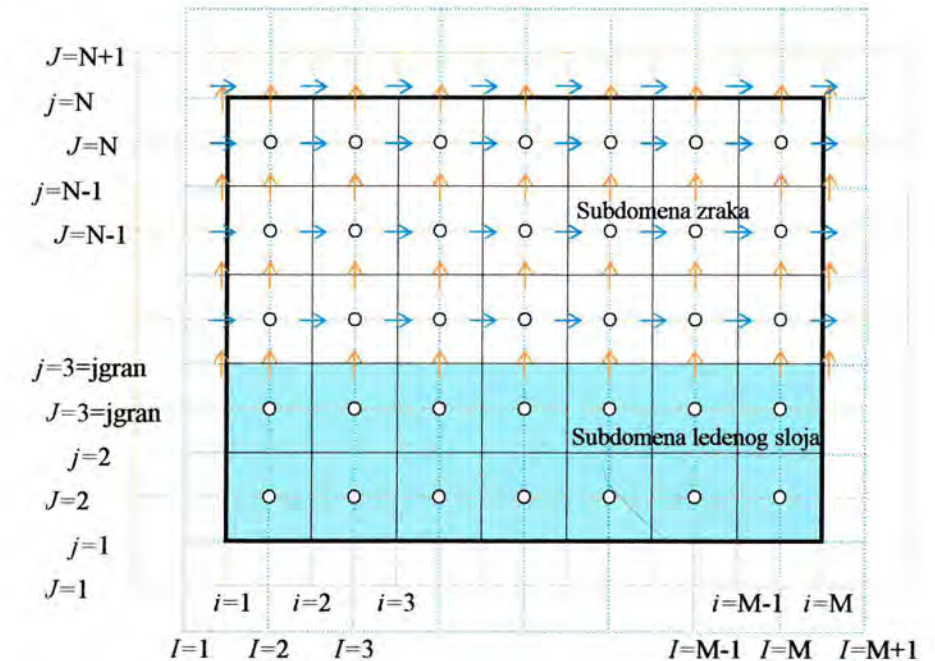
$$k_{I,J} = -k_{I+1,J} - k_{I-1,J} - k_{I,J+1} - k_{I,J-1} \quad (4.319)$$

$$b_{I,J} = (k_R^0)_{I,J} \cdot (\rho_{ls}^0)_{I,J} \quad (4.320)$$

#### 4.5 Algoritam numeričke metode

Da bi se odredila brzina rasta ledenog sloja potrebno je poznavati maseni tok vode iz zračne struje u ledeni sloj koji ovisi o gradijentu sadržaja vlage u graničnom sloju zraka uz površinu ledenog sloja. Kako rješavanje jednadžbi očuvanja mase vode u zraku i očuvanja energije zahtijeva poznavanje polja strujanja, prije rješavanja ovih jednadžbi moraju se riješiti jednadžbe očuvanja količine gibanja. Rješavanje jednadžbi očuvanja količine gibanja moguće je ako je poznato polje tlakova domene. Obzirom da u ovom slučaju polje tlakova nije unaprijed poznato potrebno je koristiti poseban iteracijski postupak. Za rješavanje polja strujanja uz nepoznato polje tlaka u ovom radu korišten je SIMPLER postupak. Nakon proračuna polja strujanja rješavaju se ostale jednadžbe očuvanja za subdomenu zraka te subdomenu ledenog sloja koristeći vrijednost gustoće iz prethodnog koraka. Iz proračunatog polja temperatura ledenog sloja i rubnih uvjeta izračunava se gustoća u subdomeni ledenog sloja.

U nastavku je naveden redosljed rješavanja pojedinih jednadžbi očuvanja tj. sustava diskretiziranih jednadžbi očuvanja.



Slika 4.11. Označavanje čvorova i komponentata brzina u subdomenama zraka i ledenog sloja

##### 1. Postavljanje početnih uvjeta – inicijalizacija varijabli

###### Subdomena zraka

Početni uvjet brzina pretpostavlja da zrak miruje tj. obje komponente brzine u svim čvorovima unutar subdomene zraka postavljaju se na vrijednost nula, a brzina na ulazu postavlja se na zadanu ulaznu vrijednost:

$$\text{za } i = [2, M] \text{ i } J = [jgran + 1, N + 1] \Rightarrow u_x = 0$$

$$\text{za } I = [2, M] \text{ i } j = [jgran, N] \Rightarrow u_y = 0$$

$$\text{za } i = 1 \text{ i } J = [jgran + 1, N] \Rightarrow u_x = u_{ul}$$

$$\text{za } I = 1 \text{ i } j = [jgran, N] \Rightarrow u_y = 0$$



Početni uvjet temperature pretpostavlja da su temperature na početku jednake početnoj temperaturi  $\vartheta_0$ . Zrak na ulazu ima temperaturu  $\vartheta_{ul}$ :

za  $I = [2, M]$  i  $J = [jgran + 1, N] \Rightarrow \vartheta = \vartheta_0$

za  $I = 1$  i  $J = [jgran + 1, N] \Rightarrow \vartheta = \vartheta_{ul}$

Početni uvjet sadržaja vlage u zraku pretpostavlja da zrak u početnom trenutku ima jednoliki sadržaj vlage  $w_0$ . Zrak na ulazu ima sadržaj vlage  $w_{ul}$ :

za  $I = [2, M]$  i  $J = [jgran + 1, N] \Rightarrow w = w_0$

za  $I = 1$  i  $J = [jgran + 1, N] \Rightarrow w = w_{ul}$

### Subdomena ledenog sloja

Temperatura ledenog sloja u početnom trenutku jednaka je temperaturi hladne stijenske, a gustoća ledenog sloja postavlja se na početnu vrijednost  $(\rho_{ls})_0$ :

za  $I = [2, M]$  i  $J = [2, jgran] \Rightarrow \vartheta = \vartheta_s$

za  $I = [2, M]$  i  $J = [2, jgran] \Rightarrow \rho_{ls} = (\rho_{ls})_0$

### 2. Izračunavanje koeficijenata za diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja

U ovom se koraku izračunavaju vrijednosti koeficijenata za diskretizirane jednadžbe očuvanja momenta količine gibanja u  $x$  i  $y$  smjeru (4.226) i (4.249). Navedeni koeficijenti računaju se za svaki čvor mreže i to prema izrazima (4.227)-(4.233) koristeći (4.234)-(4.241) za  $x$  smjer te prema izrazima (4.250)-(4.256) koristeći (4.257)-(4.264) za  $y$  smjer.

### 3. Računanje pseudobrzina

Pseudobrzine se računaju za svaki čvor mreže izrazom:

$$(\hat{u}_x)_{i,j} = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_x)_{nb} + b_{i,j}}{a_{i,j}} = \frac{a_{i-1,j} (u_x)_{i-1,j} + a_{i+1,j} (u_x)_{i+1,j} + a_{i,j+1} (u_x)_{i,j+1} + a_{i,j-1} (u_x)_{i,j-1} + b_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (4.321)$$

$$(\hat{u}_y)_{i,j} = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_y)_{nb} + b_{i,j}}{a_{i,j}} = \frac{a_{i-1,j} (u_y)_{i-1,j} + a_{i+1,j} (u_y)_{i+1,j} + a_{i,j+1} (u_y)_{i,j+1} + a_{i,j-1} (u_y)_{i,j-1} + b_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (4.322)$$

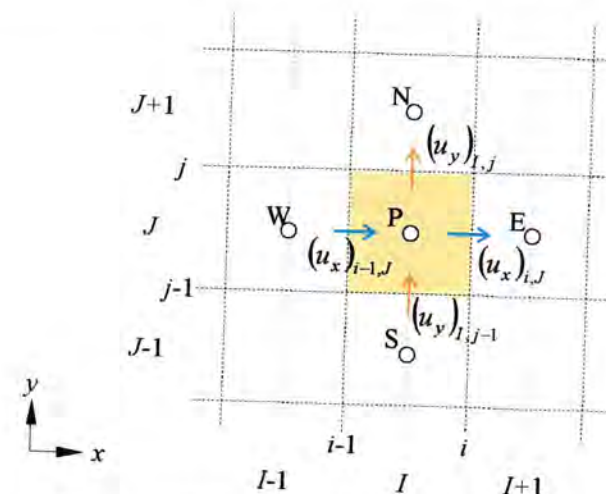
gdje  $a_{nb}$  predstavljaju pripadajuće koeficijente uz vrijednosti komponenata brzina u susjednim čvorovima ( $E, W, S$  i  $N$ ), a  $(u_x)_{nb}$  i  $(u_y)_{nb}$  komponente brzina ( $u$  u  $x$  i  $y$  smjeru) u susjednim čvorovima.

### 4. Rješavanje jednadžbe za pretpostavku tlaka $p^{pr}$

Diskretizirana jednadžba za pretpostavku tlaka glasi:

$$ap_P \cdot p_P^{pr} = ap_E \cdot p_E^{pr} + ap_W \cdot p_W^{pr} + ap_N \cdot p_N^{pr} + ap_S \cdot p_S^{pr} + bp \quad (4.323)$$

gdje su  $p_P^{pr}$ ,  $p_E^{pr}$ ,  $p_W^{pr}$ ,  $p_N^{pr}$  i  $p_S^{pr}$  vrijednosti pretpostavke tlaka u aktualnom i susjednim čvorovima, a  $ap_P$ ,  $ap_E$ ,  $ap_W$ ,  $ap_N$  i  $ap_S$  pripadajući koeficijenti.



Slika 4.12. Brzine na stranicama koje utječu na tlak u kontrolnom volumenu

Ako se prema slici 4.12 uzme u obzir da je

$$p_P^{pr} = p_{i,j}^{pr} \quad (4.324)$$

$$p_E^{pr} = p_{i+1,j}^{pr} \quad (4.325)$$

$$p_W^{pr} = p_{i-1,j}^{pr} \quad (4.326)$$

$$p_N^{pr} = p_{i,j+1}^{pr} \quad (4.327)$$

$$p_S^{pr} = p_{i,j-1}^{pr} \quad (4.328)$$

izraz (4.323) poprima sljedeći oblik:

$$ap_{i,j} \cdot p_{i,j}^{pr} = ap_{i+1,j} \cdot p_{i+1,j}^{pr} + ap_{i-1,j} \cdot p_{i-1,j}^{pr} + ap_{i,j+1} \cdot p_{i,j+1}^{pr} + ap_{i,j-1} \cdot p_{i,j-1}^{pr} + bp_{i,j} \quad (4.329)$$

tj.

$$p_{i,j}^{pr} = \frac{1}{ap_{i,j}} (ap_{i+1,j} \cdot p_{i+1,j}^{pr} + ap_{i-1,j} \cdot p_{i-1,j}^{pr} + ap_{i,j+1} \cdot p_{i,j+1}^{pr} + ap_{i,j-1} \cdot p_{i,j-1}^{pr} + bp_{i,j}) \quad (4.330)$$

Koeficijenti se izračunavaju prema izrazima:

$$ap_{I+1,J} = ap_E = d_{i,j} \cdot \Delta y \quad (4.331)$$

$$ap_{I-1,J} = ap_W = d_{i-1,j} \cdot \Delta y \quad (4.332)$$

$$ap_{I,J} = ap_N = d_{i,j} \cdot \Delta x \quad (4.333)$$

$$ap_{I,J-1} = ap_S = d_{i,j-1} \cdot \Delta x \quad (4.334)$$

$$bp_{I,J} = [(\hat{u}_x)_{i-1,j} - (\hat{u}_x)_{i,j}] \cdot \Delta y + [(\hat{u}_y)_{i,j-1} - (\hat{u}_y)_{i,j}] \cdot \Delta x \quad (4.335)$$

gdje su:

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} = \frac{\Delta y}{a_{i,j}} \quad (4.336)$$

$$d_{i-1,j} = \frac{A_{i-1,j}}{a_{i-1,j}} = \frac{\Delta y}{a_{i-1,j}} \quad (4.337)$$

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} = \frac{\Delta x}{a_{i,j}} \quad (4.338)$$

$$d_{i,j-1} = \frac{A_{i,j-1}}{a_{i,j-1}} = \frac{\Delta x}{a_{i,j-1}} \quad (4.339)$$

U izrazima (4.336)-(4.339)  $A_{i,j}$ ,  $A_{i-1,j}$ ,  $A_{i,j}$  i  $A_{i,j-1}$  predstavljaju površine pojedinih stranica kontrolnog volumena. Obzirom da se radi o dvodimenzijском slučaju tada ova površina iznosi  $\Delta y \cdot 1 = \Delta y$  za lijevu i desnu te  $\Delta x \cdot 1 = \Delta x$  za gornju i donju granicu kontrolnog volumena.

Ako je neka od brzina koje utječu na tlak u kontrolnom volumenu poznata (npr. na rubu domene), tada se odgovarajući koeficijent  $ap$ , koji se odnosi na čvor uz tu stranicu, postavlja na vrijednost nula. U izvorni član  $bp$  se, umjesto pseudobrzone, uvrštava poznata vrijednost. Budući da je vrijednost brzine u tome čvoru zadana, ne treba je korigirati u 7. koraku.

### 5. Rješavanje polja brzina $u_x^*$ i $u_y^*$

Prvo računanje brzina još ne daje točne vrijednosti brzine obzirom da se u jednadžbe uvrštavaju vrijednosti pretpostavke tlaka (izračunate u prethodnom koraku), a ne točne vrijednosti za tlak.

Jednadžbe diskretizacije koje se formiraju za svaki čvor mreže, glase:

za x-smjer

$$a_{i,j} \cdot (u_x^*)_{i,j} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_x^*)_{nb} + b_{i,j} + (p_{I,J}^{pr} - p_{I+1,J}^{pr}) \cdot \Delta y \quad (4.340)$$

tj.

$$(u_x^*)_{i,j} = \frac{1}{a_{i,j}} \cdot \left[ \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_x^*)_{nb} + b_{i,j} + (p_{I,J}^{pr} - p_{I+1,J}^{pr}) \cdot \Delta y \right] \quad (4.341)$$

i za y-smjer:

$$a_{I,j} \cdot (u_y^*)_{I,j} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_y^*)_{nb} + b_{I,j} + (p_{I,J}^{pr} - p_{I,J+1}^{pr}) \cdot \Delta x \quad (4.342)$$

tj.

$$(u_y^*)_{I,j} = \frac{1}{a_{I,j}} \cdot \left[ \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} (u_y^*)_{nb} + b_{I,j} + (p_{I,J}^{pr} - p_{I,J+1}^{pr}) \cdot \Delta x \right] \quad (4.343)$$

gdje su  $p_{I,J}^{pr}$ ,  $p_{I+1,J}^{pr}$  i  $p_{I,J+1}^{pr}$  pretpostavke tlaka izračunate u 4. koraku.

Rješavanjem sustava jednadžbi dobivaju se brzine  $u_x^*$  i  $u_y^*$  koje još ne predstavljaju točne vrijednosti komponenata brzina, a služe za korekciju pretpostavljenog tlaka.

### 6. Rješavanje jednadžbe korekcije tlaka

Polje korigiranog tlaka računa se ponovno prema izrazu (4.323) odnosno (4.329) u kojima su sada nepoznanice korigirani tlakovi:

$$ap_p \cdot p_p^{kr} = ap_E \cdot p_E^{kr} + ap_W \cdot p_W^{kr} + ap_N \cdot p_N^{kr} + ap_S \cdot p_S^{kr} + bp \quad (4.344)$$

$$ap_{I,j} \cdot p_{I,j}^{kr} = ap_{I+1,j} \cdot p_{I+1,j}^{kr} + ap_{I-1,j} \cdot p_{I-1,j}^{kr} + ap_{I,j+1} \cdot p_{I,j+1}^{kr} + ap_{I,j-1} \cdot p_{I,j-1}^{kr} + bp_{I,j} \quad (4.345)$$

tj.

$$p_{I,j}^{kr} = \frac{1}{ap_{I,j}} (ap_{I+1,j} \cdot p_{I+1,j}^{kr} + ap_{I-1,j} \cdot p_{I-1,j}^{kr} + ap_{I,j+1} \cdot p_{I,j+1}^{kr} + ap_{I,j-1} \cdot p_{I,j-1}^{kr} + bp_{I,j}) \quad (4.346)$$

Koeficijenti  $ap_p$ ,  $ap_E$ ,  $ap_W$ ,  $ap_N$  i  $ap_S$  imaju iste vrijednosti kao i pripadajući koeficijenti u 4. koraku, jedino se koeficijent  $bp_{I,j}$  mijenja i računa koristeći posljednje izračunate vrijednosti brzina tj.  $u_x^*$  i  $u_y^*$ . Navedeni koeficijent izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$bp_{1,j} = \left[ (u_x^*)_{i-1,j} - (u_x^*)_{i,j} \right] \cdot \Delta y + \left[ (u_y^*)_{1,j-1} - (u_y^*)_{1,j} \right] \cdot \Delta x \quad (4.347)$$

Rješavanjem jednadžbe tlaka (4.346) za svaki kontrolni volumen kao rješenja dobivaju se vrijednosti tlaka u svakom čvoru domene. Ovako izračunate korigirane vrijednosti tlaka koriste se za korekciju brzina u sljedećem koraku.

### 7. Korekcija brzina

Brzine izračunate u 5. koraku korigiraju se u odnosu na novo izračunatu korekciju tlaka u 6. koraku prema izrazima:

$$(u_x)_{i,j} = (u_x^*)_{i,j} + d_{i,j} (p_{1,j}^{kr} - p_{1+1,j}^{kr}) \quad (4.348)$$

$$(u_y)_{1,j} = (u_y^*)_{1,j} + d_{1,j} (p_{1,j}^{kr} - p_{1,j+1}^{kr}) \quad (4.349)$$

gdje se  $d_{i,j}$  i  $d_{1,j}$  izračunavaju kao u 4. koraku prema izrazima (4.336) i (4.338).

### 8. Provjera konvergencije polja brzina u subdomeni zraka

Dobiveno polje brzina u ovoj iteraciji uspoređuje se s poljem brzina izračunatim u prethodnoj iteraciji te se provjerava da li je zadovoljen uvjet konvergencije. U slučaju da nije postignut zadani stupanj konvergencije rješenja, ponavlja se postupak od 2. do 8. koraka. Ako je uvjet konvergencije zadovoljen postupak se nastavlja na 9. korak, a izračunato polje strujanja koristi se pri rješavanju jednadžbe očuvanja energije i mase vode u subdomeni zraka.

### 9. Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije za subdomene zraka i ledenog sloja

Nakon izračunavanja polja brzina izračunavaju se temperature u subdomeni zraka i subdomeni ledenog sloja. Koeficijenti za diskretizirane jednadžbe (4.266) i (4.302) računaju se izrazima (4.268)-(4.274) te (4.304)-(4.310). Pri rješavanju diskretizirane jednadžbe očuvanja energije za subdomenu ledenog sloja koriste se vrijednosti gustoće ledenog sloja izračunate u prethodnoj iteraciji. Sustav linearnih algebarskih jednadžbi rješava se Gauss-Seidelovim iteracijskim postupkom te se ponavlja dok se na zadovoljji zadani uvjet konvergencije rješenja.

### 10. Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode za subdomenu zraka

Vrijednosti sadržaja vlage u subdomeni zraka dobivaju se rješavanjem sustava linearnih algebarskih jednadžbi dobivenih primjenom izraza (4.284) za svaki čvor subdomene.

Postupak se je također iteracijski te se ponavlja do zadovoljenog uvjeta konvergencije.

### 11. Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode za subdomenu ledenog sloja

Iz poznatih temperatura ledenog sloja, rubnih i početnih uvjeta izračunava se gustoća u čvorovima subdomene ledenog sloja izrazom (4.312) koristeći koeficijente izračunate izrazima (4.314)-(4.320).

Raspodjela poroznosti u ledenom sloju izračunava se iz prethodno izračunate raspodjele gustoća izrazom (2.2).

### 12. Izračunavanje masenih tokova vode na granici faza

Uz prethodno izračunatu raspodjelu sadržaja vlage u subdomeni zraka i izračunatu gustoću ledenog sloja uz granicu ledenog sloja i zraka izračunavaju se maseni tokovi vode na samoj granici faza. Ukupni maseni tok vodene pare iz zraka u ledeni sloj određuje se koristeći izraz (3.18), a maseni tok vode koji difuzijom prodire u ledeni sloj računa se izrazom (3.19).

### 13. Izračunavanje debljine sloja

Iz prethodno određenih masenih tokova vode na granici faza izračunava se nova debljina ledenog sloja. Brzina rasta ledenog sloja prema (3.21) iznosi:

$$\frac{dy_{ls}}{dt} = \frac{1}{\rho_{ls}} (\dot{m}_z - \dot{m}_{dif}) \quad (4.350)$$

Slijedi povećanje debljine ledenog sloja u jednom vremenskom koraku:

$$\Delta y_{ls} = \frac{1}{\rho_{ls}} (\dot{m}_z - \dot{m}_{dif}) \cdot \Delta t \quad (4.351)$$

### 14. Završetak proračuna u jednom vremenskom koraku

Postupak opisanog proračuna za jedan vremenski korak od 2. do 15. koraka ponavlja se dok se ne postigne prethodno zadano konačno vrijeme proračuna.

### 15. Ispis rezultata

Rezultati proračuna ispisuju se u izlazne datoteke.

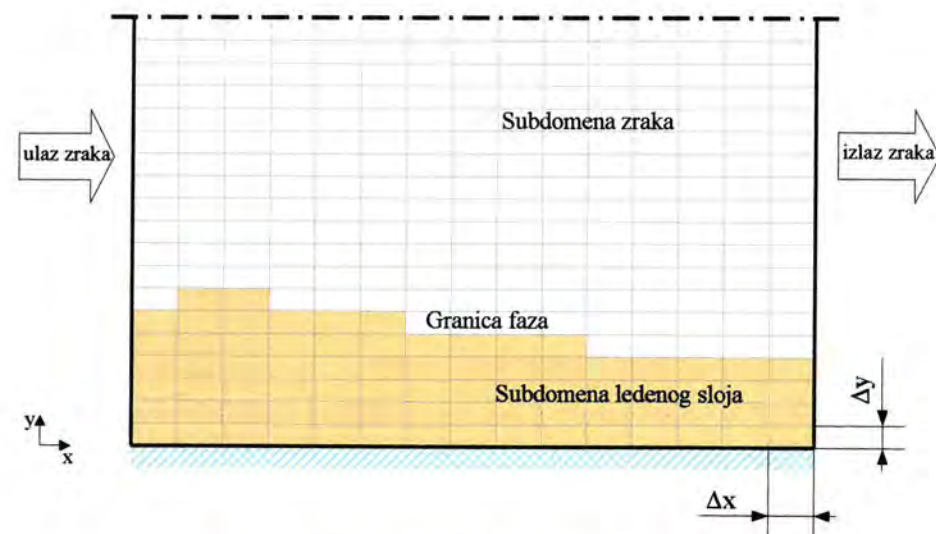
#### 4.6 Ulazni podaci za numerički proračun

Fizikalna svojstva i ostali podaci korišteni u proračunu prikazani su u tablici 4.2.

Tablica 4.2. Fizikalna svojstva i ostali zajednički ulazni podaci za proračun

Gustoća zraka	$\rho_z$	1,252 kg/m <sup>3</sup>
Koeficijent toplinske vodljivosti zraka	$\lambda_z$	0,0237 W/(m K)
Specifični toplinski kapacitet zraka	$c_{p,z}$	1005 J/(kg K)
Gustoća leda	$\rho_l$	918 kg/m <sup>3</sup>
Specifični toplinski kapacitet leda	$c_{p,l}$	1993 J/(kg K)
Toplina sublimacije	$q_{sub}$	2833 kJ/kg
Difuzivnost vodene pare u zraku	$D$	$2,6 \cdot 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
Dinamički viskozitet zraka	$\eta$	$1,74 \cdot 10^{-5}$ Pa s
Početna debljina ledenog sloja	$y_{ls}$	0,2 mm
Početna gustoća ledenog sloja	$\rho_{ls}^0$	30 kg/m <sup>3</sup>
Širina kontrolnog volumena	$\Delta x$	0,4 mm
Visina kontrolnog volumena	$\Delta y$	0,1 mm
Vremenski korak	$t$	0,02 s

#### 4.7 Obrada početnih i rubnih uvjeta



Slika 4.13. Umreženje i rubovi domene

#### 4.7.1 Početni uvjeti

##### Subdomena zraka

Početne raspodjela temperatura i sadržaja vlage u zraku su jednolike, a početna raspodjela brzina zraka jednaka je nuli, tj. zrak je u početnom trenutku u stanju mirovanja.

$$u_{x,0} = 0$$

$$u_{y,0} = 0$$

$$g_{z,0} = g_{ul}$$

$$w_0 = w_{ul}$$

##### Subdomena ledenog sloja

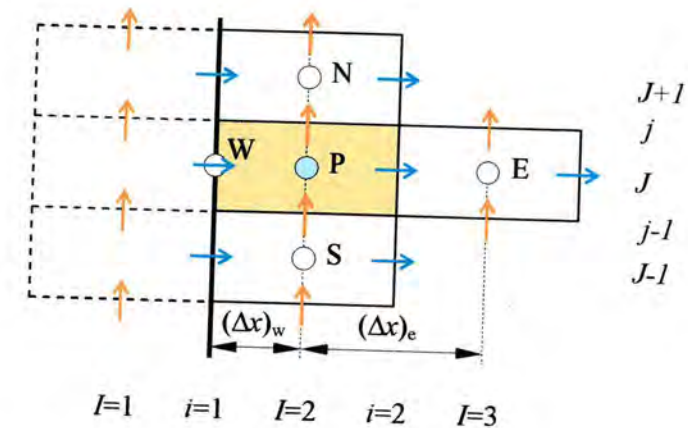
Početni uvjetu za subdomenu ledenog sloja definirani su u poglavlju 3.3.1 i glase:

$$g_{ls,0} = g_s$$

$$\rho_{ls,0} = 30 \text{ kg/m}^3$$

#### 4.7.2 Rubni uvjeti ( $t > 0$ )

##### Lijevo rub



Slika 4.14. Rubni uvjet na lijevoj granici subdomene zraka

##### Subdomena zraka

Rubni uvjet na ulaznom rubu zraka matematički je prikazan izrazima:

$$u_x = u_{ul}; u_y = 0; g_z = g_{ul}; w = w_{ul}$$

##### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u x smjeru

Komponenta brzine u smjeru x-koordinatne osi za  $i=1$  ne računa se izrazom (4.226) nego se postavlja  $(u_x)_{1,j} = u_{ul}$ . Komponente brzine za  $i=2$  računaju se izrazom (4.226) uvrštavajući  $(u_x)_{i-1,j} = u_{ul}$ .

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u y smjeru

Komponenta brzine u smjeru y-koordinatne osi za  $I=1$  ne računa se izrazom (4.249) nego se postavlja  $(u_y)_{1,j} = 0$ . Komponente brzine za  $I=2$  računaju se izrazom (4.249) uvrštavajući  $(u_y)_{I-1,j} = 0$ .

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima za  $I=1$  ne računaju se izrazom (4.267) nego se postavljaju  $\vartheta_{1,j} = \vartheta_{ul}$ . Temperature u čvorovima za  $I=2$  računaju se izrazom (4.267) uvrštavajući  $\vartheta_{I-1,j} = \vartheta_{ul}$  uz sljedeći koeficijent jakosti difuzije s lijeve strane:

$$D_w = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_I - x_{I-1}} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_2 - x_1} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{(\Delta x)_w} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{\Delta x/2} = 2 \cdot \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (4.352)$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode

Vrijednosti sadržaja vlage u čvorovima za  $I=1$  ne računaju se nego se postavljaju na zadanu vrijednost, tj.  $w_{1,j} = w_{ul}$ . Vrijednosti u čvorovima za  $I=2$  računaju se izrazom (4.285) uvrštavajući  $w_{I-1,j} = w_{ul}$  uz sljedeći koeficijent jakosti difuzije s lijeve strane:

$$D_w = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_I - x_{I-1}} = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_2 - x_1} = \rho_z D \frac{\Delta y}{(\Delta x)_w} = \rho_z D \frac{\Delta y}{\Delta x/2} = 2 \rho_z D \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (4.353)$$

Subdomena ledenog sloja

Rubni uvjet na lijevom rubu subdomene ledenog sloja definiran je u poglavlju 3.3.2 i matematički se može izraziti na sljedeći način:

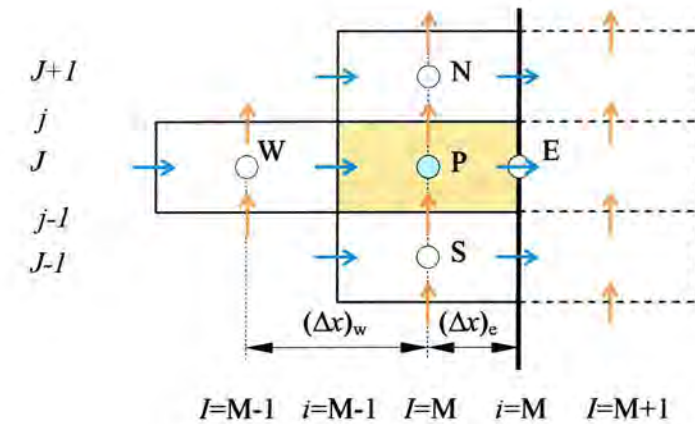
$$\frac{\partial \vartheta_{ls}}{\partial x} = 0 \text{ i } \frac{\partial (\rho_p / \rho_z)}{\partial x} = 0.$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima za  $I=1$  se ne računaju. Temperature u čvorovima za  $I=2$  računaju se izrazom (4.303) uvrštavajući koeficijent  $a_w = a_{I-1,j} = 0$

Rješavanje jednadžbe očuvanja mase vode – difuzija pare kroz ledeni sloj

Vrijednosti gustoće ledenog sloja u čvorovima za  $I=1$  se ne računaju. Gustoće ledenog sloja u čvorovima za  $I=2$  računaju se izrazom (4.313) uvrštavajući  $k_w = k_{I-1,j} = 0$ .

Desni rub

Slika 4.15. Rubni uvjet na desnoj granici subdomene zraka

Subdomena zraka

Rubni uvjet na izlaznom rubu zraka definiran je izrazima:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u_y}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \vartheta_z}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0.$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u x smjeru

Komponente brzine za  $i=M-1$  računaju se izrazom (4.226).

Kako bi tijekom iteracijskog postupka uvijek bilo zadovoljeno očuvanje mase zraka za kompletnu subdomenu zraka komponenta brzine u smjeru x-koordinatne osi za  $i=M$  računaju se izrazom:

$$(u_x)_{M,j} = (u_x)_{M-1,j} \cdot \frac{M_{ul}}{M_{iz}} \quad (4.354)$$

gdje je:

$$M_{ul} = \sum_{J=j_{gran}+1}^N (u_x)_{1,j} \quad (4.355)$$

$$M_{iz} = \sum_{J=j_{gran}+1}^N (u_x)_{M,j} \quad (4.356)$$

Time se osigurava da je maseni tok koji izlazi iz subdomene jednak onomu koji ulazi.

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u y smjeru

Komponenta brzine u smjeru y-koordinatne osi za  $I=M+1$  ne računa se nego se postavlja  $(u_y)_{M+1,j} = (u_y)_{M,j}$ . Komponente brzine za  $I=M$  računaju se izrazom (4.249).

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima za  $I=M+1$  postavljaju se na vrijednost  $\vartheta_{M+1,j} = \vartheta_{M,j}$ .

Temperature u čvorovima za  $I=M$  računaju se izrazom (4.267) uvrštavajući uz sljedeći koeficijent jačine difuzije s desne strane:

$$D_e = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_{I+1} - x_I} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{x_{M+1} - x_M} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{(\Delta x)_e} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{\Delta x/2} = 2 \cdot \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (4.357)$$

#### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode

Vrijednosti sadržaja vlage u čvorovima za  $I=M+1$  ne računaju se nego se postavljaju na vrijednost  $w_{M+1,J} = w_{M,J}$ . Vrijednosti u čvorovima za  $I=M$  računaju se izrazom (4.285)

uvrštavajući sljedeći koeficijent jačine difuzije s desne strane:

$$D_e = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_{I+1} - x_I} = \rho_z D \frac{\Delta y}{x_{M+1} - x_M} = \rho_z D \frac{\Delta y}{(\Delta x)_e} = \rho_z D \frac{\Delta y}{\Delta x/2} = 2 \rho_z D \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (4.358)$$

#### Subdomena ledenog sloja

Rubni uvjet na desnoj granici subdomene ledenog definiran je izrazima:

$$\frac{\partial g_{ls}}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial(\rho_p/\rho_z)}{\partial x} = 0.$$

#### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima za  $I=M+1$  ne računaju se. Temperature u čvorovima za  $I=M$  računaju se izrazom (4.303) uvrštavajući koeficijent  $a_E = a_{I+1,J} = 0$ .

#### Rješavanje jednadžbe očuvanja mase vode – difuzija pare kroz ledeni sloj

Vrijednosti gustoća ledenog sloja u čvorovima za  $I=M+1$  ne računaju se. Gustoće ledenog sloja u čvorovima za  $I=M$  računaju se izrazom (4.313) uvrštavajući  $k_E = k_{I+1,J} = 0$ .

#### Donji rub

##### Subdomena ledenog sloja

Rubni uvjet na dodirnoj površini ledenog sloja matematički se može izraziti na sljedeći način:

$$g_{ls} = g_s; \quad \frac{\rho_p}{\rho_z} = \frac{\rho_p(g_s)}{\rho_z(g_s)}.$$

#### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima na površini hladne stijenske su zadane pa se ne računaju već se za  $J=1$  uvršta  $g_{I,1} = g_s$ . Temperature u čvorovima za  $J=2$  računaju se izrazom (4.303)

uvrštavajući  $g_{I,J-1} = g_s$  uz sljedeći koeficijent jakosti difuzije s donje strane:

$$D_s = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\Delta x}{(\Delta y)_s} = \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \cdot \frac{\lambda_{ls}}{c_{p,ls}} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.359)$$

#### Rješavanje jednadžbe očuvanja mase vode – difuzija pare kroz ledeni sloj

Vrijednosti gustoća ledenog sloja u čvorovima za  $J=1$  ne računaju se. Gustoće ledenog sloja u čvorovima za  $J=2$  računaju se izrazom (4.313) uvrštavajući:

$$\left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,J-1} = \left( \frac{\rho_p}{\rho_z} \right)_{I,1} = \frac{\rho_p(g_s)}{\rho_z(g_s)} \quad (4.360)$$

i koeficijent

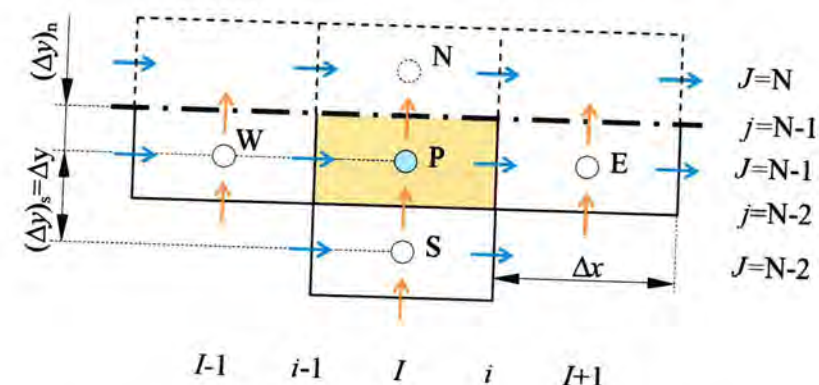
$$k_{I,J-1} = k_{I,1} = \frac{\Delta x}{\Delta y/2} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I,1} + \varepsilon_{I,2}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I,1} + \varepsilon_{I,2}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{g_s} \quad (4.361)$$

#### Gornji rub

##### Subdomena zraka

Rubni uvjet na gornjoj granici subdomene zraka, tj. na osi simetrije definiran je izrazima:

$$u_y = 0; \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial g_z}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0.$$



Slika 4.16. Rubni uvjet na gornjoj granici subdomene zraka

#### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u x smjeru

Komponente brzine u smjeru x-koordinatne osi za  $J=N$  ne računaju se nego se postavljaju na vrijednost  $(u_x)_{I,N} = (u_x)_{I,N-1}$ . Komponente brzine za  $J=N-1$  računaju se izrazom (4.226) uz  $a_N = a_{i,J+1} = 0$ .

#### Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u y smjeru

Komponente brzine u smjeru y-koordinatne osi za  $j=N-1$  ne računaju se nego se postavljaju na vrijednost nula  $(u_y)_{I,N-1} = 0$ . Komponente brzine za  $j=N-2$  računaju se izrazom (4.249) uvrštavajući  $(u_y)_{I,j+1} = 0$  te uvrštavajući sljedeći koeficijent jačine difuzije s gornje strane:

$$D_n = \eta \frac{\Delta x}{y_{j+1} - y_j} = \eta \frac{\Delta x}{(\Delta y)_n} = \eta \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \cdot \eta \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.362)$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Vrijednosti temperatura u čvorovima za  $J=N$  postavljaju se na vrijednost  $\vartheta_{J,N} = \vartheta_{J,N-1}$ . Temperature u čvorovima za  $J=N-1$  računaju se izrazom (4.267) uvrštavajući  $a_N = a_{J+1} = 0$ .

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode

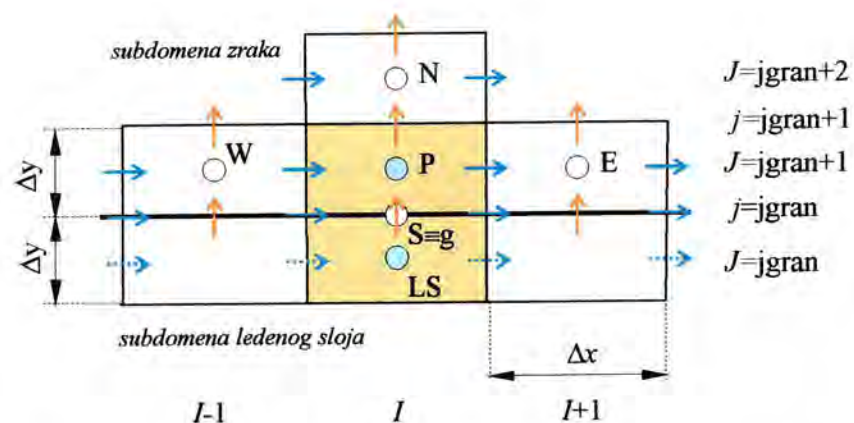
Vrijednosti sadržaja vlage u čvorovima za  $J=N$  postavljaju se na vrijednost  $w_{J,N} = w_{J,N-1}$ . Vrijednosti u čvorovima za  $J=N-1$  računaju se izrazom (4.285) uvrštavajući  $a_N = a_{J+1} = 0$ .

Granična površina zraka i ledenog sloja

Rubni uvjeti brzine zraka i sadržaja vlage u zraku, brzine rasta ledenog sloja, temperature te gustoće ledenog sloja na granici zrak-leden sloj definirani su izrazima:

$$u_x = 0; u_y = 0; w = w_g; \frac{dy_{ls}}{dt} = \frac{1}{\rho_{ls}} \dot{m}_{\Delta y} = \frac{1}{\rho_{ls}} (\dot{m}_z - \dot{m}_{dif}); \lambda_z \frac{\partial \vartheta_z}{\partial y} = \lambda_{ls} \frac{\partial \vartheta_{ls}}{\partial y} + q_{sub} \rho_{ls} \frac{dy_{ls}}{dt};$$

$$\frac{\partial \rho_{ls}}{\partial y} = 0.$$



Slika 4.17. Rubni uvjet na graničnoj površini zraka i ledenog sloja

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u x smjeru u subdomeni zraka

Komponente brzine u smjeru x-koordinatne osi za  $J=jgran$  ne računaju se nego se postavljaju na vrijednost nula  $(u_x)_{I,jgran} = 0$ . Komponente brzine za  $J=jgran+1$  računaju se izrazom (4.226) uvrštavajući  $(u_x)_{I,j-1} = 0$ . Koeficijent  $D_s$  mijenja se i iznosi:

$$D_s = \eta \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} = \eta \frac{\Delta x}{(\Delta y)_s} = \eta \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \cdot \eta \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.363)$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja količine gibanja u y smjeru u subdomeni zraka

Komponente brzine u smjeru y-koordinatne osi za  $j=jgran$  ne računaju se nego se postavljaju na vrijednost nula  $(u_y)_{I,jgran} = 0$ . Komponente brzine za  $j=jgran+1$  računaju se izrazom (4.249) uvrštavajući  $(u_y)_{I,j-1} = 0$ .

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja mase vode u subdomeni zraka

Vrijednosti sadržaja vlage u čvorovima na graničnoj površini  $w_{I,jgran} = w_g$  za  $j=jgran$  računaju se prema izrazu (3.14). Vrijednosti u čvorovima za  $J=jgran+1$  računaju se izrazom (4.285) uvrštavajući  $w_{I,j-1} = w_g$  uz sljedeći koeficijent jačine difuzije s donje strane:

$$D_s = \rho_z D \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} = \rho_z D \frac{\Delta x}{(\Delta y)_s} = \rho_z D \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \rho_z D \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.364)$$

Rješavanje diskretizirane jednadžbe očuvanja energije

Rubni uvjet jednadžbe očuvanja energije na graničnoj površini ledenog sloja i zraka definiran je izrazom (3.16).

Integriranjem izraza (3.16) po kontrolnom volumenu slijedi:

$$\lambda_z \frac{\vartheta_p - \vartheta_g}{\Delta y} = \lambda_{ls} \frac{\vartheta_g - \vartheta_{LS}}{\Delta y} + q_{sub} \rho_{ls} \frac{dy_{ls}}{dt} \quad (4.365)$$

gdje je prema slici 4.17:

- $\vartheta_p$  temperatura zraka u kontrolnom volumenu uz graničnu površinu
- $\vartheta_{LS}$  temperatura ledenog sloja u kontrolnom volumenu uz graničnu površinu
- $\vartheta_g$  temperatura granične površine

Iz izraza (4.365) sređivanjem se dobiva temperatura granične površine:

$$\vartheta_{I,j=jgran} = \vartheta_g = \frac{1}{\frac{2\lambda_z}{\Delta y} + \frac{2\lambda_{ls}}{\Delta y}} \left( \frac{2\lambda_z}{\Delta y} \vartheta_{I,j=jgran+1} + \frac{2\lambda_{ls}}{\Delta y} \vartheta_{I,j=jgran} + q_{sub} \rho_{ls} \frac{dy_{ls}}{dt} \right) \quad (4.366)$$

Temperature u čvorovima za  $J=jgran+1$  računaju se izrazom (4.267) uvrštavajući  $\vartheta_{I,j-1} = \vartheta_g$  uz sljedeći koeficijent jačine difuzije s donje strane:

$$D_s = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{y_J - y_{J-1}} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{(\Delta y)_s} = \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \cdot \frac{\lambda_z}{c_{p,z}} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.367)$$

Temperature u čvorovima za  $J=jgran$  računaju se izrazom (4.303) uvrštavajući  $\vartheta_{I,j+1} = \vartheta_g$  uz sljedeći koeficijent jačine difuzije s gornje strane:

$$D_n = \frac{\lambda_{ls}}{c_{ls}} \frac{\Delta x}{y_{J+1} - y_J} = \frac{\lambda_{ls}}{c_{ls}} \frac{\Delta x}{(\Delta y)_n} = \frac{\lambda_{ls}}{c_{ls}} \frac{\Delta x}{\Delta y/2} = 2 \cdot \frac{\lambda_{ls}}{c_{ls}} \frac{\Delta x}{\Delta y} \quad (4.368)$$

Rješavanje jednadžbe očuvanja mase vode – difuzija pare kroz ledeni sloj

Vrijednosti gustoće ledenog sloja u čvorovima za  $j=jgran$  se ne računaju. Gustoća ledenog sloja u čvorovima za  $J=jgran$  računaju se izrazom (4.313) uvrštavajući:

$$\left(\frac{\rho_p}{\rho_z}\right)_{I,J+1} = \left(\frac{\rho_p}{\rho_z}\right)_{I,j_{\text{gran}}} = \frac{\rho_p(\vartheta_g)}{\rho_z(\vartheta_g)} \quad (4.369)$$

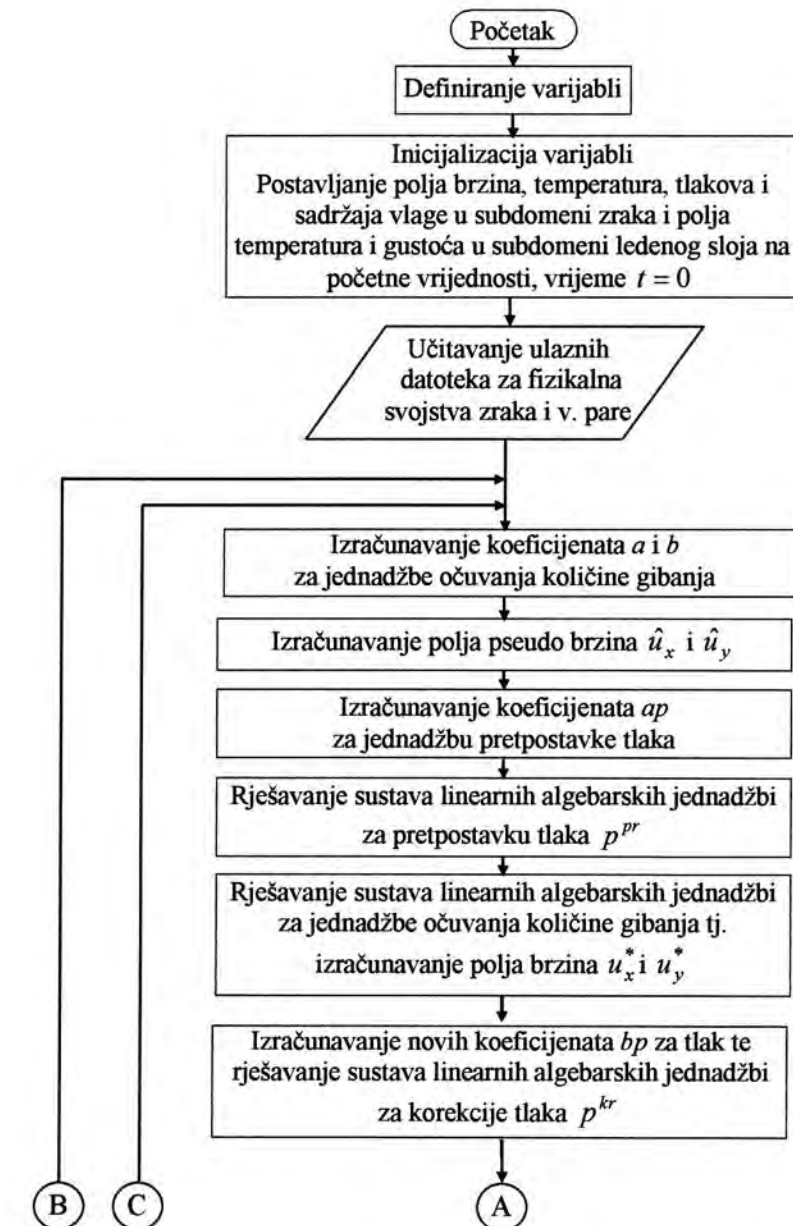
i koeficijent

$$k_{I,J+1} = k_{I,j_{\text{gran}}} = \frac{\Delta x}{\Delta y/2} \cdot \frac{1 + \frac{\varepsilon_{I,J=j_{\text{gran}}} + \varepsilon_{I,j=j_{\text{gran}}}}{2}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{I,J=j_{\text{gran}}} + \varepsilon_{I,j=j_{\text{gran}}}}{2} \cdot D \cdot (\rho_z)_{\vartheta_g} \quad (4.370)$$

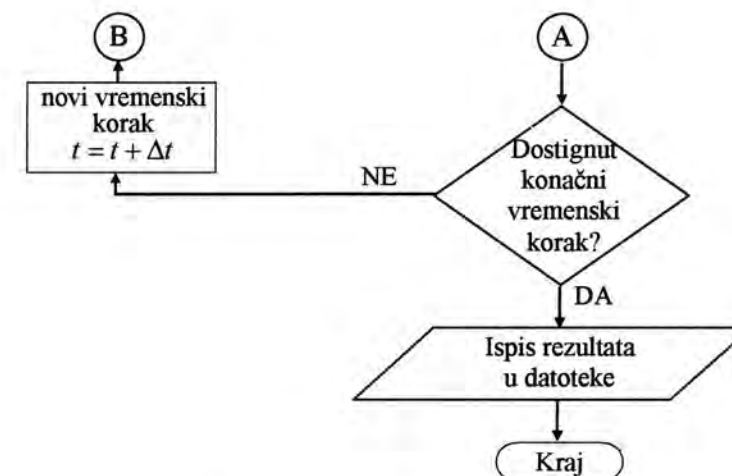
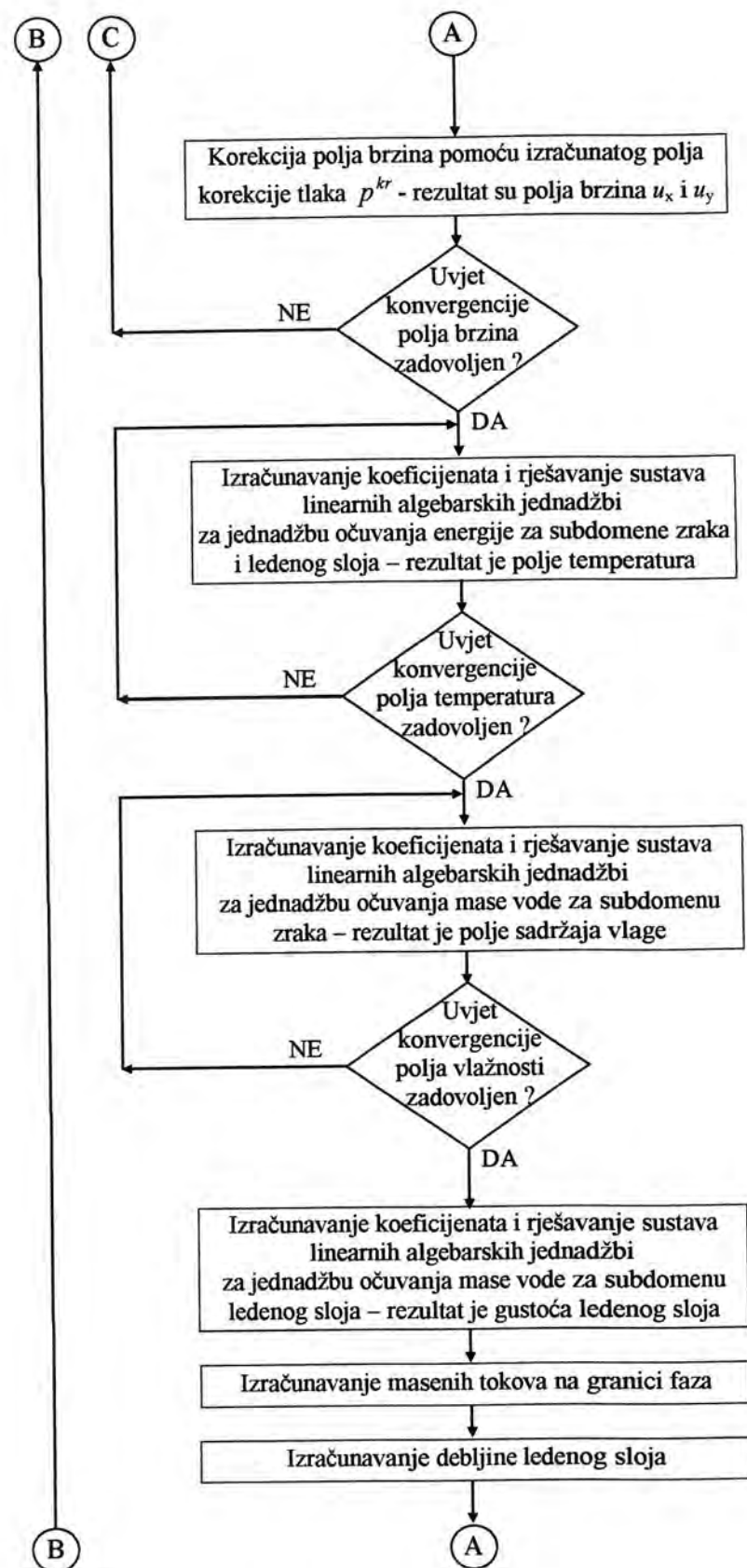
## 5 Opis računalnog programa

### 5.1 Algoritam računalnog programa

Računalni program napisan je u programskom jeziku *Fortran* i riješen na osobnom računalu (takta 2,6 GHz). Podaci za gustoće zraka i vodene pare u ovisnosti o temperaturi, kao i podaci o graničnim sadržajima vlage u zraku u ovisnosti o temperaturi bili su zapisani u ulaznim datotekama. Algoritam razvijenog programa temelji se na numeričkoj metodi tipa SIMPLER za proračun polja strujanja zraka koji se zatim koristi za proračun prijelaza topline i prijenosa mase pri nastanku ledenog sloja u struji vlažnog zraka. Dijagram toka računalnog programa s osnovnim dijelovima proračuna prikazan je na slici 5.1.







Slika 5.1. Dijagram toka računalnog programa

Sustavi linearnih algebarskih jednadžbi rješavani su iteracijskim postupkom. U svakom vremenskom koraku bilo je potrebno dobiti konvergirana polja brzina, temperatura i sadržaja vlage u zraku. Konvergencija je u jednom vremenskom koraku postignuta u  $k$ -toj iteraciji ako je zadovoljen sljedeći uvjet konvergencije:

$$|\psi_{I,J}^k - \psi_{I,J}^{k-1}| \leq \varepsilon, \text{ za } I=1,N \text{ i } J=1,M \quad (5.1)$$

gdje je:

$\psi_{I,J}^k$  vrijednost zavisne varijable ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $\vartheta$  ili  $w$ ) u  $k$ -toj iteraciji

$\psi_{I,J}^{k-1}$  vrijednost zavisne varijable ( $u_x$ ,  $u_y$ ,  $\vartheta$  ili  $w$ ) u  $k-1$  iteraciji

$\varepsilon$  zadani kriterij točnosti.

Kriteriji točnosti korišteni u računalnom programu prikazani su u tablici 5.1.

Tablica 5.1. Kriteriji točnosti za ispitivanje konvergencije zavisnih varijabli

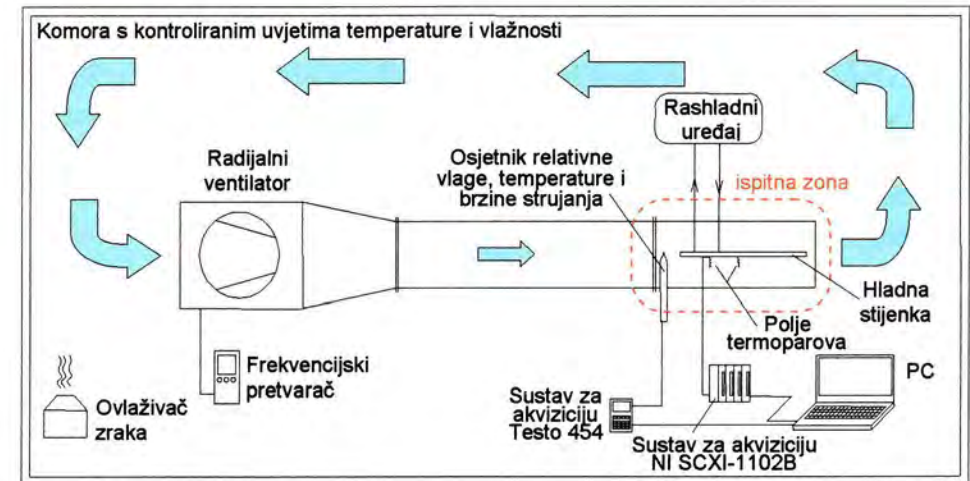
Zavisna varijabla	Kriterij točnosti
Komponenta brzine u $x$ smjeru $u_x$	$10^{-3}$
Komponenta brzine u $y$ smjeru $u_y$	$10^{-3}$
Temperatura $\vartheta$	$10^{-5}$
Sadržaj vlage u zraku $w$	$10^{-3}$

## 6 Postavljanje i izvođenje eksperimentalnog dijela istraživanja

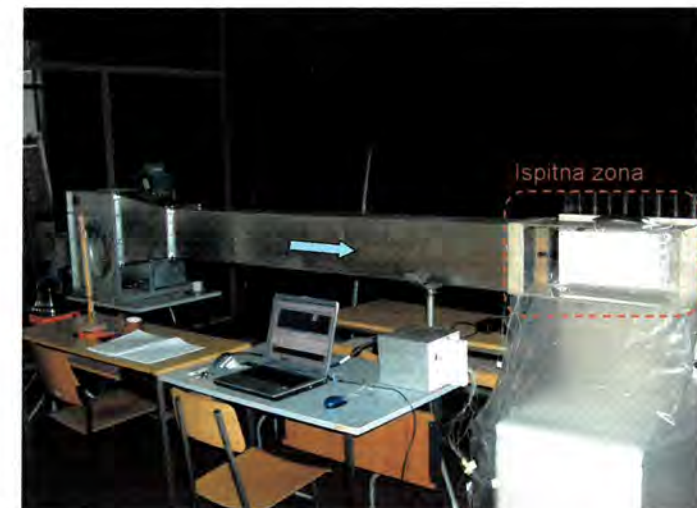
### 6.1 Opis eksperimentalne linije

#### 6.1.1 Poluotvoreni zračni tunel

Mjerenja su vršena u zračnom tunelu poluotvorenog kruga. Shematski prikaz eksperimentalne linije prikazan je na slici 6.1. Zračni tunel sastavljen je od limenog kanala poprečnog presjeka 250x190 mm na čijem je ulaznom dijelu radijalni ventilator s promjenjivim brojem okretaja, a na izlaznom dijelu nalazi se ispitna zona. U ispitnoj je zoni vertikalno postavljena aluminijska stijenka hladena izravnim isparivanjem radne tvari. Aluminijska stijenka je kao isparivač povezana na mali kompresorsko-kondenzatorski blok koji opskrbljuje ispitnu zonu potrebnom rashladnom energijom. Cijela ispitna linija smještena je u komori s kontroliranim uvjetima temperature i sadržaja vlage u zraku radi održavanja konstantnih parametara zraka na ulazu u tunel.



Slika 6.1. Shematski prikaz eksperimentalne linije



Slika 6.2. Eksperimentalna linija

### 6.1.2 Karakteristike korištene opreme

Za osiguravanje prisilnog strujanja zraka kroz zračni tunel korišten je radijalni ventilator tipa IMP BE 315, nominalne dobave  $2500 \text{ m}^3/\text{h}$  zraka i nominalnog broja okretaja  $900 \text{ min}^{-1}$  te snage elektromotora od  $0,75 \text{ kW}$ . Kako bi se osigurala mogućnost promjene brzine strujanja zraka elektromotor ventilatora priključen je na električno napajanje preko frekvencijskog pretvarača koji je omogućio smanjenje broja okretaja ventilatora. Frekvencijski pretvarač je tipa *Micromaster 420* proizvođača Siemens, snage  $0,75 \text{ kW}$ , ulaznog napona i frekvencije  $220 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$  te izlaznog napona  $380 \text{ V}$  s mogućnošću reguliranja frekvencije u rasponu  $0-400 \text{ Hz}$ .

## 6.2 Mjerna oprema

### 6.2.1 Mjerni osjetnici

Temperatura, relativna vlažnost i brzina zraka u zračnom tunelu mjere se neposredno ispred ispitne zone kombiniranim osjetnikom temperature, vlažnosti i brzine tipa *Testo 1540*. Mjerna se sonda spaja na mjerni sustav *Testo 454* koji je preko RS-232 sučelja povezan s računalom za prikupljanje i pohranu podataka mjerenja.

Temperature zraka i ledenog sloja, kao i temperature hladne stijenke u zoni graničnog sloja mjere se poljem od  $2 \times 4$  termoelementa (termopara) NiCr-Ni (tip K). Termoparovi su spojeni na sustav za analogno-digitalnu pretvorbu signala *National Instruments SCXI 1000* s modulom *SCXI-1102* te dalje na računalo za prikupljanje i pohranu podataka. Termoparovi su postavljeni na dvije različite uzdužne pozicije s 4 točke mjerenja poprečno na smjer strujanja zraka. Položaj termoparova i osjetnika temperature, vlažnosti i brzine zraka prikazan je na slikama 6.3 i 6.4. Debljina leda mjerena je pomičnim mjerilom, nekontinuirano u zadanim vremenskim intervalima.



Slika 6.3. Položaj osjetnika temperature, vlažnosti i brzine zraka te polja termoparova u ispitnoj zoni zračnog tunela



Slika 6.4. Položaj termoparova po dubini ledenog sloja – poprečno na smjer strujanja zraka

### 6.2.2 Sustav za automatsko prikupljanje i pohranu podataka

Radi lakšeg istovremenog praćenja mjerenih veličina i kasnije obrade dobivenih podataka pri eksperimentalnom istraživanju korišten je sustav automatskog prikupljanja i pohrane podataka. Sustav prikupljanja i pohrane podataka sastojao se od dva sustava za analogno-digitalnu konverziju signala spojenih na jedno računalo.

Mjerni sustav *Testo 454*, s pripadajućim osjetnikom za mjerenje temperature, relativne vlažnosti i brzine strujanja zraka *Testo 1540*, korišten je za kontrolu parametara na ulazu u mjernu zonu. Sustav *Testo 454* ima sljedeće karakteristike:

Tip mjernog sustava: Fleksibilni mjerni sustav za toplinska i ostala mjerenja u području ventilacije i klimatizacije

Proizvođač: Testo GmbH & Co., Njemačka

Povezivanje s računalom: RS 323 sučelje

Osjetnik *Testo 1540* za istovremeno mjerenje temperature, relativne vlažnosti i brzine zraka:

Tip osjetnika: temperatura – osjetnik tipa NTC mjernog područja od  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $70 \text{ }^\circ\text{C}$ , točnosti  $\pm 0,4 \text{ }^\circ\text{C}$  u području od  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  –  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ , te točnosti  $\pm 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$  u područjima  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  –  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  i  $50,1 \text{ }^\circ\text{C}$  –  $70 \text{ }^\circ\text{C}$

relativna vlažnost – kapacitivni osjetnik vlažnosti mjernog područja  $0-100 \%$  relativne vlažnosti, točnosti  $\pm 2 \%$  relativne vlažnosti u području  $2-98 \%$  relativne vlažnosti

brzina – osjetnik s toplom kuglicom mjernog područja  $0-10 \text{ m/s}$ , točnosti  $0,03 \text{ m/s} \pm 5 \%$  mjerene vrijednosti u području  $0-10 \text{ m/s}$ .

Dimenzije: duljina  $270 \text{ mm}$   
promjer  $21 \text{ mm}$

Za mjerenje temperatura korišteno je polje termoparova čiji su signali obrađeni sustavom *SCXI-1000* za analogno-digitalnu pretvorbu. Sustav *SCXI-1000* je modularni univerzalni sustav za

prikupljanje ulaznih signala s različitih osjetnika. Korišten je specijalan modul tipa *SCXI-1102* koji je posebno namijenjen mjerenjima malih napona i mjerenjima temperature termoparovima. Karakteristike ovog mjernog sustava su:

Tip mjernog sustava: Modularni mjerni sustav za analogno-digitalnu pretvorbu signala te automatsko prikupljanje podataka mjerenja

Povezivanje s računalom: posebna DAQ kartica

Glavno kućište sustava: *SCXI-1000* s četiri mjesta za spajanje modula

Moduli: *SCXI-1120* s terminalom *SCXI-1300* (32 kanala za mjerenja temperature termoparovima te mjerenja malih napona),  
*SCXI-1125* s terminalima *SCXI-1313* i *SCXI-1327* (8 kanala za mjerenja napona do 300 V),  
*SCXI-1126* s terminalom *SCXI-1320* (8 kanala za mjerenje frekvencija od 250 Hz do 128 kHz),  
*SCXI-1161* (8 kanalni relejni modul)

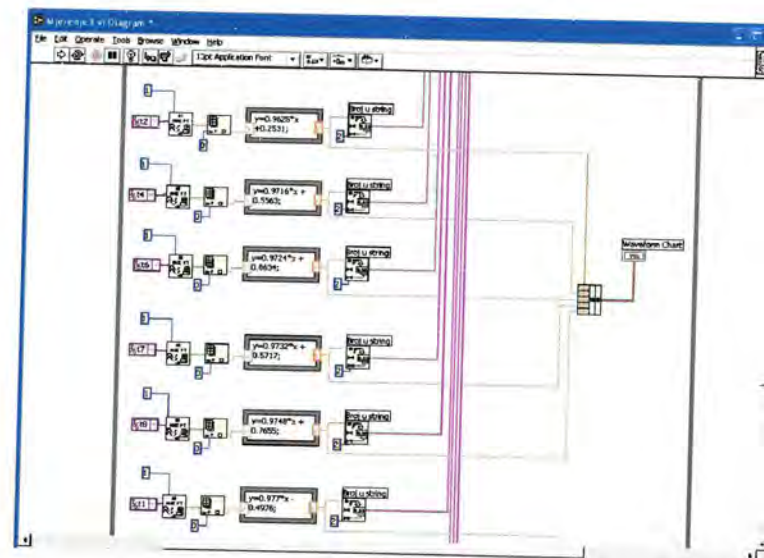
Karakteristike modula *SCXI-1120* na koji su spojeni termoparovi:

Broj kanala:	32 kanala
Raspon ulaznih signala:	$\pm 100$ mV (gain=100) ili $\pm 10$ V (gain=1)
Nelinearnost:	0,005 %
Točnost:	0,020 % (gain=100), 0,015% (gain=1)
Vrijeme stabilizacije:	20 min

Proizvođač: *National Instruments Corporation, SAD*

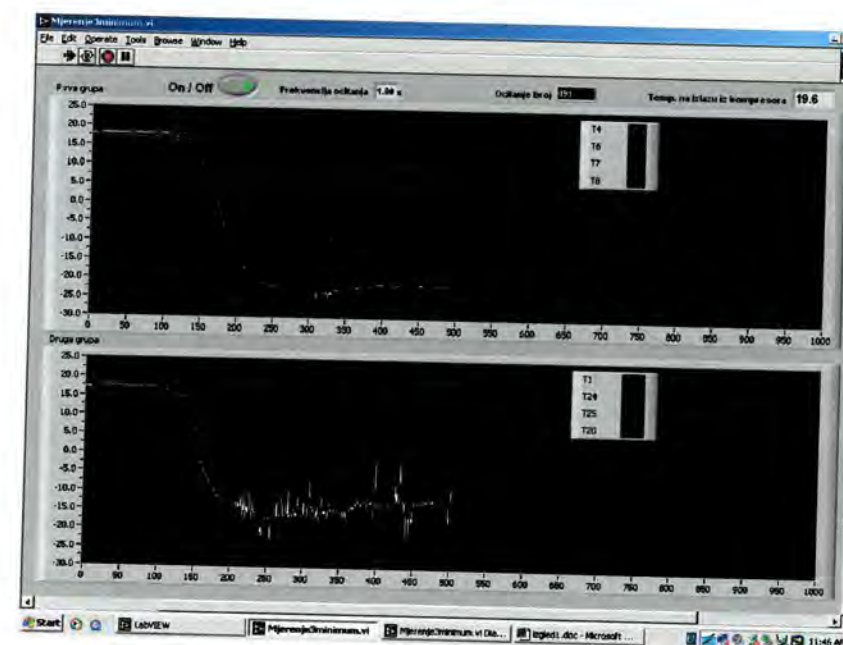
Korišteni modul *SCXI-1120* ima mogućnost mjerenja referentne temperature drugog kraja termopara. Jedinica *SCXI-1000* omogućuje umetanje 4 modula, a spojena je preko posebne kartice na računalo opremljeno računalnim programom *LabView*, verzija 6.0, proizvođača *National Instruments* za prikupljanje, obradu i pohranu podataka na vanjsku memoriju računala. Ovaj računalni paket omogućava razvijanje vlastitih virtualnih instrumenata povezanih sa stvarnim osjetnicima u mjernom polju. Omogućena je velika fleksibilnost u prikupljanju, obradi, prikazivanju i pohranjivanju podataka mjerenja.

Za provođenje mjerenja u okviru eksperimentalnog dijela istraživanja razvijen je poseban virtualni instrument za prikupljanje, obradu, praćenje i pohranu mjerenih veličina. U navedeni korisnički virtualni instrument ugrađeni su i podaci o kalibraciji termoparova. Shematski prikaz dijela virtualnog instrumenta prikazan je na slici 6.5.



Slika 6.5. Shematski prikaz jednog dijela razvijenog korisničkog virtualnog instrumenta

Tijekom mjerenja podaci se mogu pratiti na zaslonu računala, a isti se zapisuju i u datoteke podataka radi kasnije obrade. Izgled sučelja virtualnog instrumenta tijekom mjerenja prikazan je na slici 6.6.



Slika 6.6. Zaslom računala s prikazom mjerenih veličina

## 6.3 Analiza točnosti mjerenja

### 6.3.1 Određivanje mjerne nesigurnosti

#### Greške pri mjerenju

Eksperimentalno određivanje veličina nikad nije savršeno osim kada se radi o jednostavnom prebrojavanju nevelikog broja stvari ili događaja, tj. varijabli koje imaju samo diskretne vrijednosti. Pri mjerenju fizikalnih veličina kontinuiranih vrijednosti greške mjerenja su neizbježne. Iako točnu vrijednost nije moguće odrediti potrebno je poznavati granice u kojima se ta vrijednost nalazi.

Greške mogu biti uzrokovane različitim uzrocima, a najčešće se dijele na *sistematske* i *slučajne*. Ponekad je razliku ovih dvaju tipova grešaka teško odrediti. Ova klasifikacija grešaka ovisi o subjektivnim okolnostima. Ako se u okviru postojećih mogućnosti i zahtjeva mogu otkriti uzrok, izvor i vrijednost nekih grešaka, mjerni rezultati se mogu pravilno korigirati i time slučajne greške postaju sistematske. Može se reći da je zbog postojanja slučajnih grešaka rezultat nepouzdan, a zbog postojanja sistematskih grešaka rezultat mjerenja je neispravan.

*Sistematske pogreške* nastaju zbog nesavršenosti mjernog postupka, mjernih instrumenata i osjetnika, zbog nesavršenosti mjerene fizikalne veličine, kao i zbog mjerljivih utjecaja okoline i osobnog utjecaja ispitivača. Većina ovih pogrešaka ima stalnu vrijednost i predznak.

*Slučajne pogreške* se zapažaju prilikom ponovljenih mjerenja konstantne fizikalne veličine, jer se pojedini mjerni rezultati prividno bez razloga međusobno razlikuju. Analiza velikog broja takvih mjerenja pokazuje da se pojavljivanje tih pogrešaka s obzirom na njihovu vrijednost i učestalost može opisati zakonom slučajnosti tj. teorijom vjerojatnosti. One su rezultat neizbježnih promjena koje nastaju u mjernim uređajima, mjernom objektu, okolini i samom ispitivaču, a koje se ne mogu ocijeniti i korekcijom uzeti u obzir.

Mjerne pogreške dovode no nesigurnosti konačnog mjernog rezultata. Mjerna nesigurnost se može se procijeniti na dva načina, a to su: Tip A i Tip B.

#### Određivanje mjerne nesigurnosti prema načinu Tipa A

Ovaj način određivanja mjerne nesigurnosti moguć je ako postoje podaci više nezavisnih mjerenja iste veličine pod istim uvjetima. Nesigurnost se određuje statističkom analizom navedenih podataka dobivenih mjerenjima. Standardna devijacija srednje vrijednosti predstavlja traženu standardnu grešku mjerenja.

Nakon provedenih  $n$  mjerenja fizikalne veličine  $\psi$ , aritmetička srednja vrijednost iznosi:

$$\bar{\psi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi_i \quad (6.1)$$

Disperzija ili varijanca određena je izrazom:

$$\sigma^2(\psi) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\psi_i - \bar{\psi})^2 \quad (6.2)$$

Standardna devijacija ili odstupanje pokazuje rasipanje vrijednosti mjerene fizikalne veličine  $\psi$  oko aritmetičke sredine te iznosi:

$$\sigma(\psi) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\psi_i - \bar{\psi})^2} \quad (6.3)$$

Standardna devijacija srednje vrijednosti izračunava se kao omjer standardne devijacije i drugog korijena broja izvršenih mjerenja, tj.

$$\sigma(\bar{\psi}) = \frac{\sigma(\psi)}{\sqrt{n}} \quad (6.4)$$

Mjerna nesigurnost odnosno standardna greška određena načinom tipa A jednaka je ovoj standardnoj devijaciji srednje vrijednosti:

$$z_A(\psi) = \sigma(\bar{\psi}) = \frac{\sigma(\psi)}{\sqrt{n}} \quad (6.5)$$

Koeficijent varijacije definira se kao omjer standardne devijacije i aritmetičke sredine skupa mjerenih vrijednosti:

$$V(\psi) = \frac{\sigma(\psi)}{\bar{\psi}} \quad (6.6)$$

Ovim načinom tipa A određena je mjerna nesigurnost mjerenja temperatura termoparovima spojenim na sustav za analogno-digitalnu pretvorbu signala.

#### Određivanje mjerne nesigurnosti prema načinu Tipa B

Određivanju mjerne nesigurnosti prema načinu Tipa B pribjegava se u slučaju nedostataka dovoljnog broja mjerenih podataka za procjenu mjerne nesigurnosti prema Tipu A. Procjena mjerne nesigurnosti ne vrši se statističkim metodama nego se koriste dostupni podaci koji govore o varijabilnosti mjerene veličine, a to mogu biti: podaci iz prethodno obavljenih mjerenja, podaci temeljeni na iskustvu poznavanja mjernog instrumenta, podaci iz priručnika ili uputa za korištenje mjerne opreme i osjetnika i sl.

Ovako procijenjena mjerna nesigurnost  $z_B(\psi)$  mora biti znatno manja od granične pogreške  $a$  mjernog uređaja:

$$z_B(\psi) \ll a \quad (6.7)$$

Dobro utemeljena procjena mjerene nesigurnosti određena ovim načinom Tipa B može biti jednako pouzdana kao i procjena mjerne nesigurnosti na način Tipa A osobito kada je ova posljednja određena na temelju malog broja neovisnih mjerenja.

Procjena mjerne nesigurnosti načinom B može se izvršiti na tri načina:

1. Ako se raspolaze sa samo jednom vrijednošću mjerene veličine  $\psi$ , npr. jedno mjerenje, vrijednost iz prethodnog mjerenja, referentna vrijednost iz literature ili korekcijska vrijednost; tada će se upravo ta veličina usvojiti kao izmjerena vrijednost. Standardna

nesigurnost  $z_B$  također se usvaja iz prethodno navedenih izvora. Standardna nesigurnost može se izračunati iz nedvosmislenih nesigurnih podataka. Ako ovakvi podaci nisu dostupni, mjerna nesigurnost se procjenjuje na temelju iskustva.

- U slučaju kada se, na temelju teorije ili iskustva, može procijeniti razdioba za izmjerenu veličinu  $\psi$  tada se za vrijednost mjerne nesigurnosti usvaja drugi korijen varijance tj. standardna devijacija pripadajuće razdiobe.
- Kada su dostupni samo podaci o maksimalnoj  $\psi_{\max}$  i minimalnoj  $\psi_{\min}$  vrijednosti mjerene veličine  $\psi$  (npr. specifikacija proizvođača mjernog uređaja, temperaturni interval, greška zaokruživanja kod automatske obrade podataka) pretpostavlja se pravokutna razdioba varijable  $\psi$ . To je razdioba koja pretpostavlja jednaku vjerojatnost pojavljivanja izmjerene veličine  $\psi$  unutar intervala  $(\psi_{\max} - \psi_{\min})$ . Prema takvoj razdiobi varijanca iznosi:

$$\sigma^2(\psi) = \frac{1}{12} \cdot (\psi_{\max} - \psi_{\min})^2 \quad (6.8)$$

Slijedi mjerna nesigurnost koja je jednaka standardnoj devijaciji:

$$z_B(\psi) = \sigma(\bar{\psi}) = \frac{1}{2\sqrt{3}} (\psi_{\max} - \psi_{\min}) \quad (6.9)$$

Načinom Tipa B određene su mjerne nesigurnosti mjerenja brzina strujanja zraka, sadržaja vlage i debljina ledenog sloja.

#### Određivanje složene mjerne nesigurnosti

Matematičkim modelom opisuje se ovisnost neke fizikalne veličine o utjecajnim fizikalnim veličinama. Mjerenje te fizikalne veličine vršit će se neposrednim mjerenjem utjecajnih veličina. Definicija tražene fizikalne veličine određuje koje sve mjerne veličine treba smatrati utjecajnim na tu traženu veličinu. Ovakav matematički model treba se provjeravati eksperimentalnim istraživanjima i po potrebi poboljšavati novim spoznajama koje su rezultat mjerenja.

Fizikalne veličine većinom se mjere posredno na način da se izravnim mjerenjem izmjeri nekoliko ( $k$ ) neovisnih utjecajnih fizikalnih veličina  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_k$ . Vrijednost glavne tražene fizikalne veličine tada je funkcija ovih utjecajnih veličina:

$$\omega = f(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_k) \quad (6.10)$$

Procijenjena vrijednost glavne mjerne veličine  $\omega$  označena s  $\Omega$  izračunava se prema prethodnom izrazu uzimajući u obzir procijenjene vrijednosti utjecajnih veličina  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_k$ :

$$\Omega = f(\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_k) \quad (6.11)$$

Svaka vrijednost utjecajne veličine  $\Psi_i$  ima i svoju mjernu nesigurnost  $z(\Psi_i)$ . Pretpostavlja se da je svaka procijenjena vrijednost ispravljena za vrijednost poznate sustavne greške. Složena nesigurnost mjernog rezultata tj. glavne mjerne fizikalne veličine  $\Omega$  procjenjuje se izrazom:

$$z(\Omega) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_i} \right)^2 \cdot z^2(\Psi_i)} \quad (6.12)$$

tj.

$$z(\Omega) = \sqrt{\left( \frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_1} \cdot z(\Psi_1) \right)^2 + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_2} \cdot z(\Psi_2) \right)^2 + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_3} \cdot z(\Psi_3) \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_k} \cdot z(\Psi_k) \right)^2} \quad (6.13)$$

Parcijalne derivacije  $\frac{\partial \Omega}{\partial \Psi_i}$  nazivaju se još i koeficijenti osjetljivosti, jer pokazuju koliko pojedinačne mjerne nesigurnosti utjecajnih mjernih veličina utječu na ukupnu (složenu) mjernu nesigurnost glavne mjerene fizikalne veličine.

#### **6.3.2 Određivanje mjerne nesigurnosti za mjerenje temperatura**

##### Umjeravanje termoparova

Da bi se ustvrdila mjerna nesigurnost mjerenja temperatura provedena su kontrolna mjerenja s termoparovima korištenim u eksperimentalnom dijelu istraživanja. Mjerna nesigurnost određena je prema načinu Tipa A.

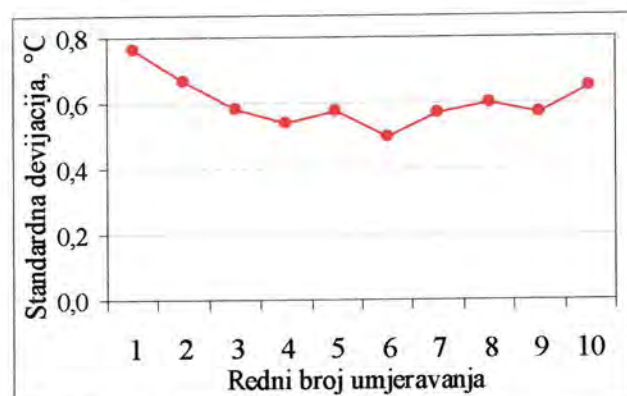
Kontrolna mjerenja termoparova izvršena su u Laboratoriju za toplinska mjerenja Zavoda za termodinamiku i energetiku Tehničkog fakulteta. Pri kontrolnim mjerenjima, kao etalon temperature korišten je laboratorijski termometar točnosti  $\pm 0,05^\circ\text{C}$ . Etalonski termometar imao je preciznost  $0,05^\circ\text{C}$ . Mjerenja su vršena u jednoliku temperiranoj kupki pri temperaturama od  $-18,9, -17,9, -9,8, -8,3, -6,45, -1,0, 2,6, 6,4, 18,85$  i  $20,25^\circ\text{C}$ . Kontrolna su mjerenja provedena za stacionarna stanja. Vrijednosti izmjerenih temperatura prilikom kontrolnih mjerenja termoparova prikazane su u tablici 6.1.

Tablica 6.1 Temperature izmjerene pri kontrolnim mjerenjima termoparova u  $^\circ\text{C}$

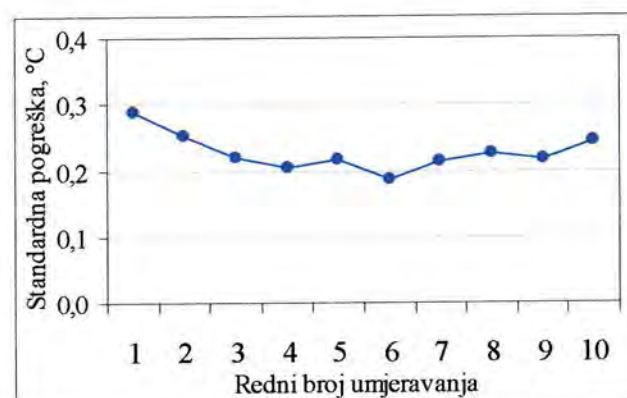
Redni broj umjeravanja	Etalon	Termopar 1	Termopar 2	Termopar 3	Termopar 4	Termopar 5	Termopar 6	Termopar 7	Termopar 8
1	<b>-18,90</b>	-18,34	-18,39	-20,39	-19,80	-20,14	-19,68	-19,90	-19,53
2	<b>-17,90</b>	-17,67	-17,79	-18,59	-18,99	-19,37	-19,07	-19,25	-19,18
3	<b>-9,80</b>	-9,75	-9,52	-10,57	-10,86	-11,12	-10,73	-10,97	-10,71
4	<b>-8,30</b>	-8,21	-8,00	-8,85	-9,19	-9,46	-9,13	-9,34	-9,24
5	<b>-6,45</b>	-6,06	-6,11	-7,00	-7,28	-7,55	-7,15	-7,46	-7,14
6	<b>-1,00</b>	-0,56	-0,72	-1,12	-1,62	-1,85	-1,69	-1,81	-1,37
7	<b>2,60</b>	3,32	3,22	2,55	2,15	1,81	2,13	1,97	2,17
8	<b>6,40</b>	7,30	7,17	6,45	6,09	5,75	6,10	5,84	5,92
9	<b>18,85</b>	19,90	19,78	19,22	18,82	18,45	18,69	18,49	18,63
10	<b>20,25</b>	21,65	21,56	20,61	20,34	19,99	20,45	20,09	20,17

Podaci dobiveni kontrolnim mjerenjima statistički su obrađeni te su iskorišteni za izračunavanje potrebne korekcije izmjerene vrijednosti temperature pojedinim termoparom. Na sljedećim

slikama prikazane su standardna devijacija, standardna pogreška tj. mjerna nesigurnost i koeficijent varijacije za pojedina kontrolna mjerenja.



Slika 6.7. Standardna devijacija pri kontrolnim mjerenjima



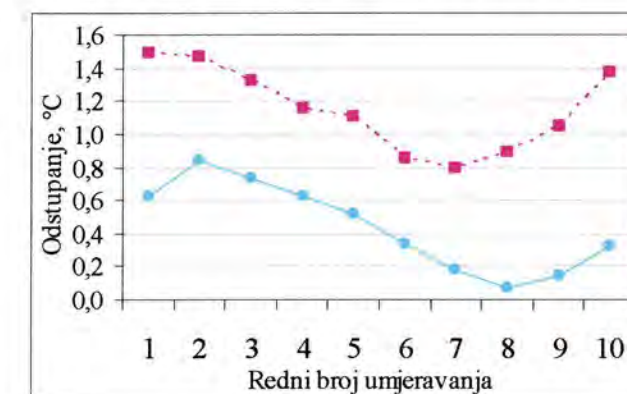
Slika 6.8. Standardna pogreška tj. mjerna nesigurnost pri kontrolnim mjerenjima



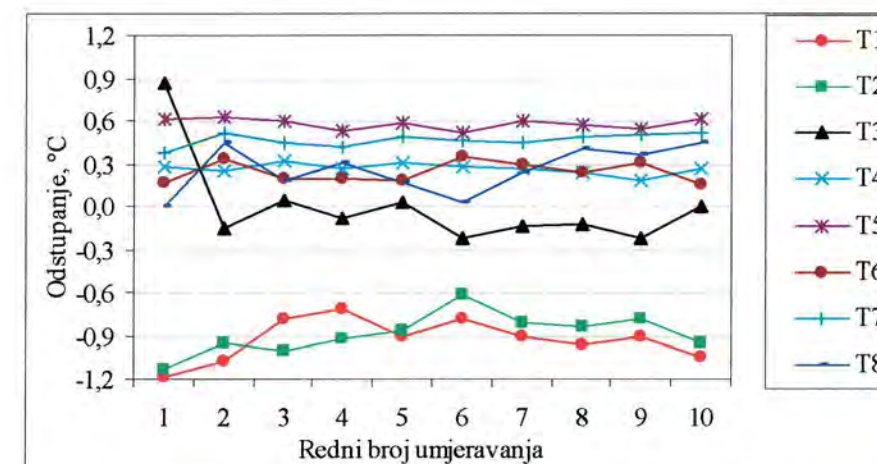
Slika 6.9. Koeficijent varijacije pri kontrolnim mjerenjima

Najveća standardna devijacija ostvarena je pri prvom kontrolnom mjerenju te iznosi 0,76 °C. Pri prvom kontrolnom mjerenju postignuta je i najveća mjerna nesigurnost koja iznosi 0,29 °C. Standardna devijacija i mjerna nesigurnost pokazuju isti trend pada i rasta. Koeficijent varijacije opada sa smanjenjem i porastom temperature, a najveći je u području oko 0 °C.

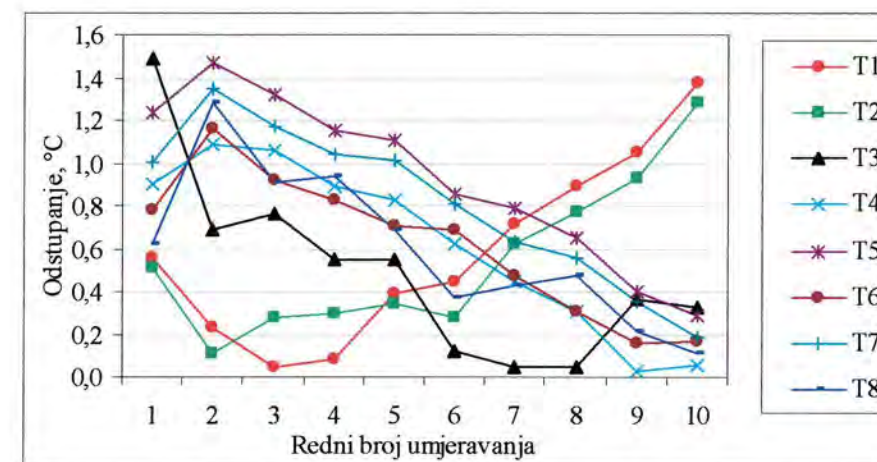
Odstupanja mjerenih temperatura od temperature etalona prikazana su na slici 6.10. Usporedbeno se prikazuju maksimalna odstupanja (crkvena linija) te odstupanja aritmetičke sredine izmjerenih vrijednosti (puna linija) pri pojedinom kontrolnom mjerenju.



Slika 6.10. Maksimalna odstupanja i odstupanja srednjih vrijednosti temperatura od temperature etalona pri pojedinim kontrolnim mjerenjima



Slika 6.11. Rasipanje vrijednosti izmjerenih temperatura oko srednje vrijednosti pri pojedinim kontrolnim mjerenjima



Slika 6.12. Odstupanje vrijednosti izmjerenih temperatura od temperature etalona pri pojedinim kontrolnim mjerenjima

Na slikama 6.11 i 6.12 prikazana su odstupanja izmjerenih vrijednosti temperatura od srednje vrijednosti i vrijednosti temperature etalona. Vidljivo je da se odstupanja od srednje vrijednosti kreću u rasponu od  $-1,18$  do  $0,87$  °C, dok se odstupanja od vrijednosti temperature etalona kreću u rasponu od  $0,03$  do  $1,49$  °C. Razlika maksimalnog i minimalnog odstupanja od temperature etalona za pojedine termoparove prilikom svih deset kontrolnih mjerenja kreće se u granicama od  $1,0$  do  $1,44$  °C.

U svrhu smanjenja mjerne nesigurnosti, osobito u svrhu smanjenja sustavne greške mjerenja podaci o odstupanjima dobiveni kontrolnim mjerenjima ugrađeni su u računalni program za prikupljanje i pohranu podataka radi korekcije ulaznih signala.

Mjerna nesigurnost provedenih umjeravanja je kombinacija mjernih nesigurnosti samog termopara, mjerne nesigurnosti zbog utjecaja zračenja, nestacionarnosti i postojanja gradijenta u kupki te mjerne nesigurnosti temperaturnog etalona uz pomoću kojeg su termoparovi kalibrirani. Sve ove nesigurnosti (greške) možemo opisati sustavnom mjernom greškom (mjernom nesigurnošću) i slučajnom mjernom greškom. Sustavnu grešku čine odstupanja izmjerenih temperatura od temperature etalona i mjerna nesigurnost zbog utjecaja zračenja, nestacionarnosti i sl., a izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$z_s = \sqrt{z_{s1}^2 + z_{s2}^2} \quad (6.14)$$

gdje je:

- $z_{s1}$  najveće odstupanje izmjerene temperature od temperature etalona koje iznosi  $1,49$  °C,
- $z_{s2}$  mjerna nesigurnost zbog utjecaja zračenja, nestacionarnosti i sl., a procjenjuje se na  $0,5\%$  od mjerene temperature, tj. iznosi  $0,1$  °C.

Slijedi sustavna mjerna nesigurnost:

$$z_s = \sqrt{z_{s1}^2 + z_{s2}^2} = \sqrt{1,49^2 + 0,1^2} = 1,49 \text{ °C} \quad (6.15)$$

Slučajna mjerna nesigurnost ili slučajna greška može se izračunati izrazom:

$$z_n = \sqrt{z_{n1}^2 + z_{n2}^2} \quad (6.16)$$

gdje je:

- $z_{n1}$  mjerna nesigurnost zbog rasipanja mjerenih vrijednosti definirana standardnom pogreškom koja iznosi  $0,29$  °C,
- $z_{n2}$  mjerna nesigurnost etalona procijenjena na polovinu osnovne podjele na mjernoj skali te iznosi  $0,05$  °C.

Slijedi slučajna mjerna nesigurnost:

$$z_n = \sqrt{z_{n1}^2 + z_{n2}^2} = \sqrt{0,29^2 + 0,05^2} = 0,29 \text{ °C} \quad (6.17)$$

Mjerna nesigurnost termoparova kombinacija je slučajne i sustavne mjerne nesigurnosti pa slijedi:

$$z_{tp} = \sqrt{z_s^2 + z_n^2} = \sqrt{1,49^2 + 0,29^2} = 1,52 \text{ °C} \quad (6.18)$$

Mjerna nesigurnost termoparova smanjila se nakon umjeravanja i korekcije izmjerenih vrijednosti te su postignute vrijednosti mjerne nesigurnosti dane u nastavku.

Najveće odstupanje od temperature etalona iznosi  $z_{s1} = 0,5$  °C, a mjerna nesigurnost zbog utjecaja zračenja, nestacionarnosti i sl, a procijenjena se na  $0,5\%$  od mjerene temperature kao i ranije iznosi  $z_{s2} = 0,1$  °C. Sustavna mjerna greška iznosi:

$$z_s = \sqrt{z_{s1}^2 + z_{s2}^2} = \sqrt{0,5^2 + 0,1^2} = 0,51 \text{ °C} \quad (6.19)$$

Mjerna nesigurnost zbog rasipanja mjerenih vrijednosti definirana standardnom pogreškom iznosi  $z_{n1} = 0,11$  °C, a mjerna nesigurnost etalona  $z_{n2} = 0,05$  °C. Slučajna mjerna greška iznosi:

$$z_n = \sqrt{z_{n1}^2 + z_{n2}^2} = \sqrt{0,11^2 + 0,05^2} = 0,12 \text{ °C} \quad (6.20)$$

Slijedi mjerna nesigurnost termoparova kao kombinacija sustavne i slučajne mjerne nesigurnosti:

$$z_{tp} = \sqrt{z_s^2 + z_n^2} = \sqrt{0,51^2 + 0,12^2} = 0,52 \text{ °C} \quad (6.21)$$

Ovim postupkom umjeravanja termoparova postignuta je manja mjerna nesigurnost i veća točnost mjerenja temperature.

Ukupna mjerna nesigurnost određivanja temperature kombinacija je mjerne nesigurnosti termoparova i mjerne nesigurnosti sustava za analogno-digitalnu pretvorbu signala koja prema deklaraciji proizvođača iznosi  $0,020\%$  od maksimalne temperature tj.  $z_{ur} = 0,0042$  °C.

Ukupna mjerna nesigurnost slijedi iz izraza:

$$z_{g1} = \sqrt{z_{tp}^2 + z_{ur}^2} = \sqrt{0,52^2 + 0,0042^2} = 0,52 \text{ °C} \quad (6.22)$$

### 6.3.3 Mjerne nesigurnosti za mjerenje temperature, brzine i relativne vlažnosti zraka na ulazu

Mjerne nesigurnosti pri mjerenju temperature, brzine strujanja i relativne vlažnosti zraka na ulazu u mjernu zonu određene su načinom tipa B. Podaci o mjernoj nesigurnosti preuzeti su iz specifikacija proizvođača mjerne opreme *Testo 454*.

Mjerna nesigurnost mjerenja temperature ulaznog zraka iznosi  $z_{g2} = 0,4$  °C, mjerna nesigurnost određivanja brzine strujanja zraka iznosi  $z_u = 0,031$  m/s, a mjerna nesigurnost pri mjerenju relativne vlažnosti zraka iznosi  $z_w = 2\%$  relativne vlage.

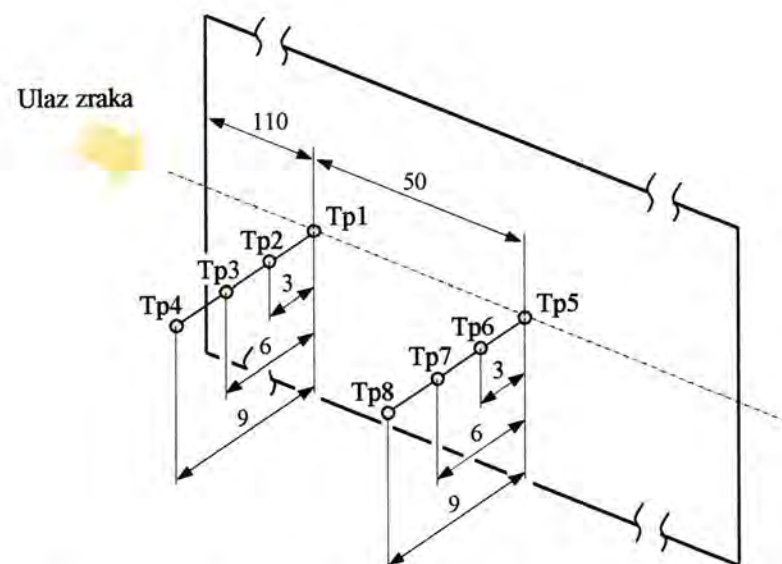


## 6.4 Postupak mjerenja

### 6.4.1 Opis izvršenih mjerenja

Radi provjere matematičkog modela i valjanosti razvijenog računalnog programa provedena su eksperimentalna istraživanja procesa stvaranja ledenog sloja na hladnoj površini u struji vlažnog zraka. Eksperimentalna istraživanja provedena su u Laboratoriju za toplinska mjerenja na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci.

Radi usporedbe s numeričkim rezultatima izvršena su mjerenja temperatura po dubini ledenog sloja i debljina ledenog sloja koji nastaje na vertikalnoj aluminijskoj stijenci dimenzija 400 x 190 mm. Stijenka je hlađena izravnim isparivanjem radne tvari R12. Pretpostavlja se simetričnost fizikalnog modela pa su temperature mjerene samo s jedne strane stijenke. Po 4 termopara postavljena su na dvije različite udaljenosti od ulaznog ruba stijenke i to na udaljenosti od 110 mm i 160 mm. Položaj i oznake termoparova na stijenci prikazani su na slici 6.13.



Slika 6.13. Položaj i označavanje termoparova za mjerenje temperatura po dubini ledenog sloja

Provedena su mjerenja za različite pogonske uvjete, tj. za različite ulazne brzine i relativne vlažnosti zraka. U tablici 6.2 prikazani su uvjeti pri kojima su vršena ispitivanja.

Tablica 6.2. Uvjeti za koje su vršena eksperimentalna istraživanja

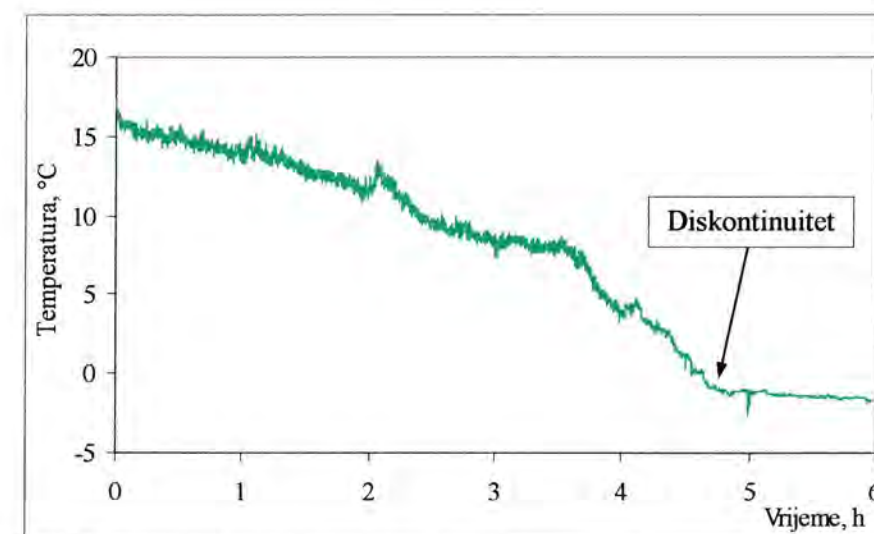
Ispitivanje broj	Ulazna relativna vlažnost zraka	Ulazna brzina zraka	Ulazna temperatura zraka	Ulazni sadržaj vlage u zraku	Temperatura stijenke	Trajanje mjerenja
I	39 %	0,6 m/s	21,4 °C	6,2 g/kg	-19,5 °C	6 h
II	37 %	1,1 m/s	21,1 °C	6,0 g/kg	-17,0 °C	6 h
III	39 %	1,7 m/s	20,7 °C	5,9 g/kg	-15,2 °C	6 h

Ispitivanje broj	Ulazna relativna vlažnost zraka	Ulazna brzina zraka	Ulazna temperatura zraka	Ulazni sadržaj vlage u zraku	Temperatura stijenke	Trajanje mjerenja
IV	39 %	2,5 m/s	20,6 °C	5,8 g/kg	-12,3 °C	6 h
V	60 %	0,6 m/s	19,8 °C	8,5 g/kg	-20,5 °C	6 h
VI	60 %	1,1 m/s	20,8 °C	9,1 g/kg	-17 °C	6 h
VII	58 %	1,7 m/s	21,5 °C	9,6 g/kg	-13,7 °C	6 h
VIII	57 %	2,5 m/s	23,0 °C	10,0 g/kg	-6,7 °C	6 h

Svako mjerenje trajalo je 6 sati. Vrijednosti temperatura u graničnom sloju koje su mjerene termoparovima pohranjivane su automatski svake 4 s, a vrijednosti temperatura, brzina i relativnih vlažnosti zraka svakih 30 s.

## 6.5 Rezultati mjerenja

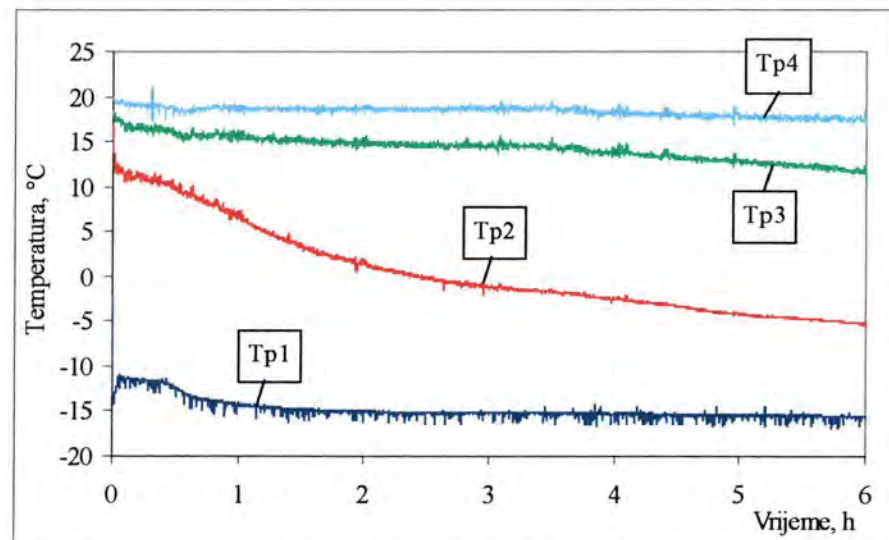
Tijekom stvaranja ledenog sloja bilo je moguće pratiti vrijednosti temperatura zraka u graničnom sloju odnosno temperatura unutar ledenog sloja nakon što bi debljina ledenog sloja dosegla poziciju pojedinog termopara. U tom trenutku dolazi do diskontinuiteta u temperaturi te je u toj točki moguće posredno odrediti temperaturu granične površine između zraka i ledenog sloja. Na slici 6.14 prikazana je točka diskontinuiteta, odnosno trenutak kada je debljina leda dosegla poziciju termopara Tp3 pri ispitivanju VII (58% relativne vlažnosti i brzina zraka od 1,7 m/s).



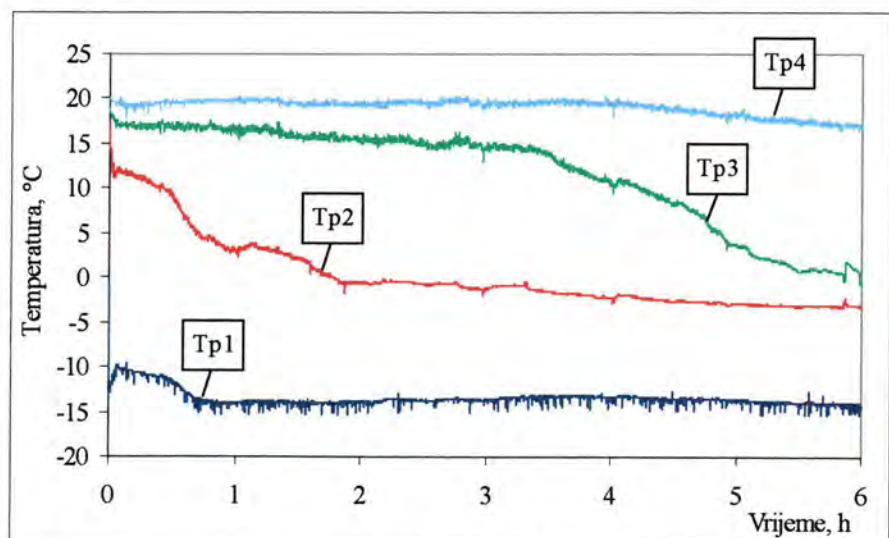
Slika 6.14. Diskontinuitet u promjeni toka temperature – eksperimentalno određivanje temperature granične površine (Tp3, ispitivanje VII)

Na slikama 6.15 i 6.16 prikazane su vremenske promjene temperatura izmjerenih termoparovima Tp1-Tp4 i to za uvjete ispitivanja III (39% relativne vlažnosti i brzine zraka 1,7 m/s) i uvjete ispitivanja VII (58% relativne vlažnosti i brzine zraka 1,7 m/s). Ako se usporede

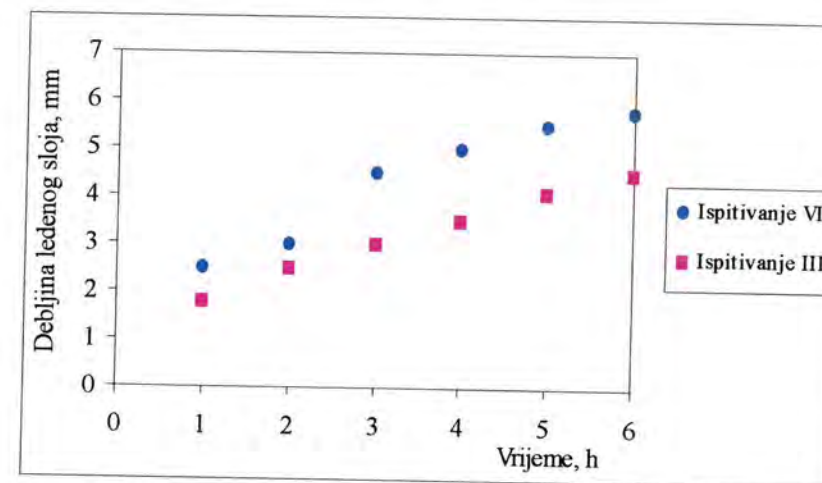
ova dva ispitivanja provedena pri istim brzinama strujanja zraka vidljivo je da se veća brzina rasta ledenog sloja postiže pri većim vlažnostima zraka, slika 6.17. Pri ispitivanju III tijekom 6 sati motrenja u područje ledenog sloja dospjeli su samo termoparovi Tp1 i Tp2. Pri ispitivanju VII, tj. pri većoj vlažnosti zraka, tijekom 6 sati motrenja ledeni sloj je dosegnuo debljinu od gotovo 6 mm, te su se na kraju perioda mjerenja u ledenom sloju našla tri termopara Tp1, Tp2 i Tp3. Ova pojava vidljiva je iz slike 6.16 na kojoj se mogu uočiti dvije točke diskontinuiteta i to za Tp2 i Tp3. Termopar Tp4 koji je od stijenke udaljen 9 mm, u oba je slučaja tijekom ispitivanja mjerio samo temperaturu zraka.



Slika 6.15. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju III



Slika 6.16. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju VII

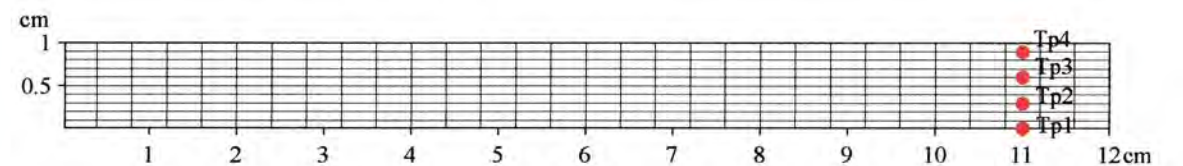


Slika 6.17. Pomjena debljine ledenog sloja pri ispitivanjima III i VII

## 7 Primjena numeričke analize na uvjete pri eksperimentalnom istraživanju

### 7.1 Usporedba rezultata numeričkog i eksperimentalnog istraživanja

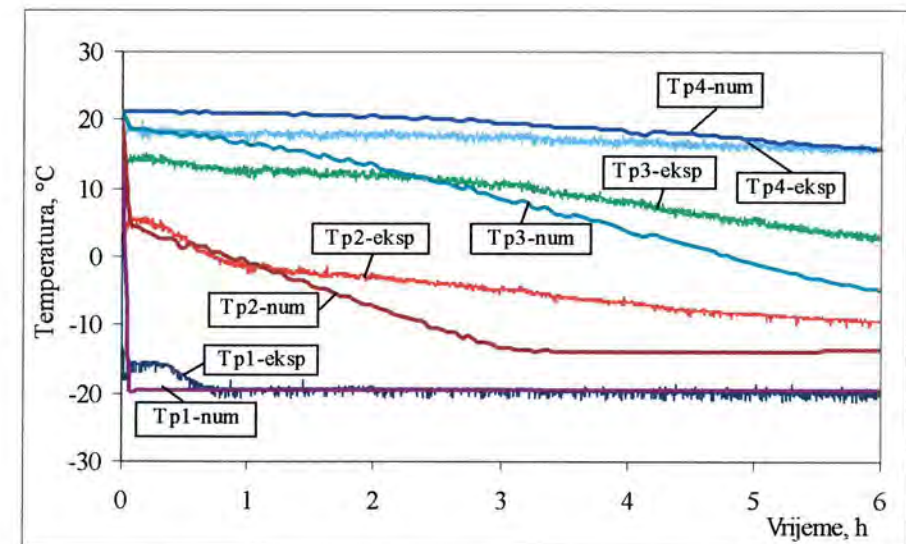
Radi provjere valjanosti matematičkog modela i računalnog programa za simuliranje stvaranja leda na lamelnim izmjenjivačima izvršena je usporedba rezultata numeričkog i eksperimentalnog istraživanja. Podaci o uvjetima pri kojima su se vršila eksperimentalna istraživanja bili su ulazni podaci u računalnu simulaciju. Pri tome je proračunska domena odgovarala fizikalnoj domeni u mjernoj zoni veličine 120 x 10 mm. Domena je bila podijeljena na 300 x 100 pravokutnih kontrolnih volumena veličine stranica  $\Delta x=0,4$  mm i  $\Delta y=0,1$  mm. Proračunska domena i kontrolne točke prikazane su na slici 7.1. Zbog nemogućnosti prikaza stvarne gustoće mreže prikazana je 10 puta rjeđa mreža.



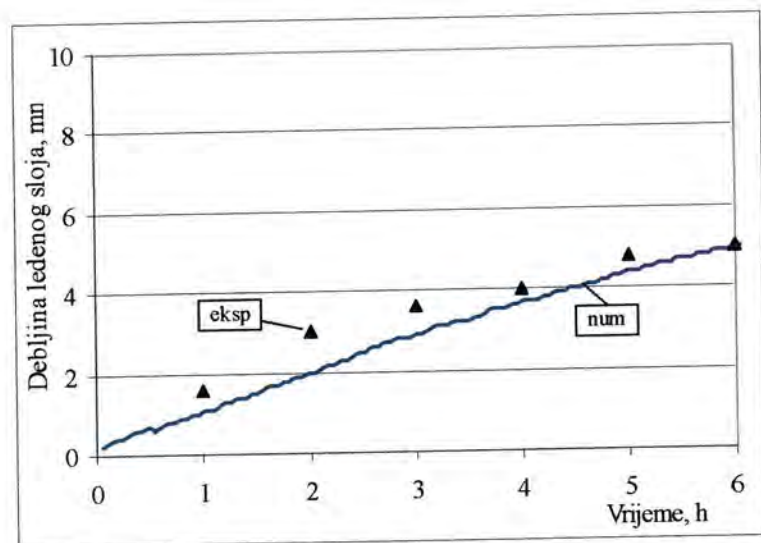
Slika 7.1. Proračunska domena i kontrolne točke pri usporedbi numeričkog i eksperimentalnog istraživanja

Provjera valjanosti modela provedena je za četiri različita ispitivanja i to prema uvjetima navedenim u tablici 6.2 pod oznakama I, II, V i VI.

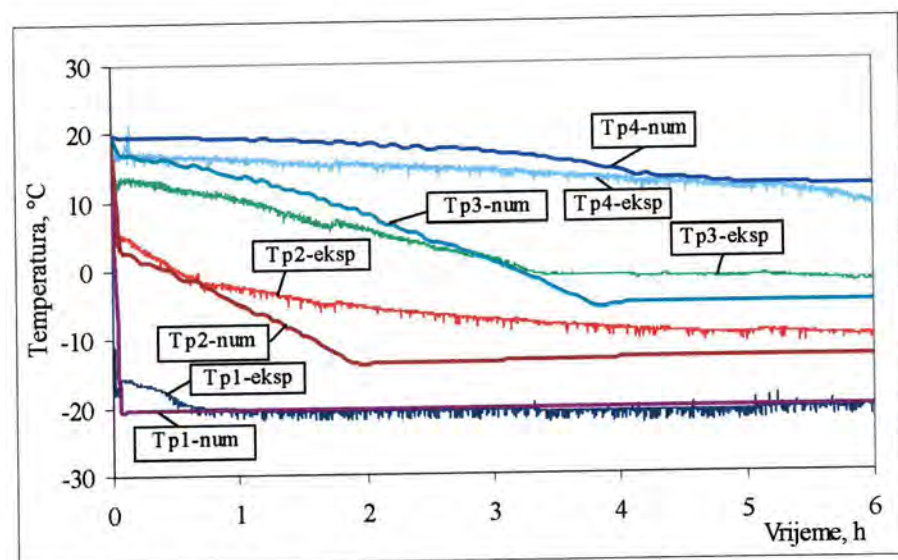
U nastavku je prikazana usporedba rezultata za ispitivanja I i V. Na slikama 7.2 i 7.4 prikazane su temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja dobivene numeričkim i eksperimentalnim putem za ispitivanja broj I i V. Promjene debljine ledenog sloja dobivene numeričkim putem i eksperimentom za navedene uvjete prikazane su na slikama 7.3 i 7.5.



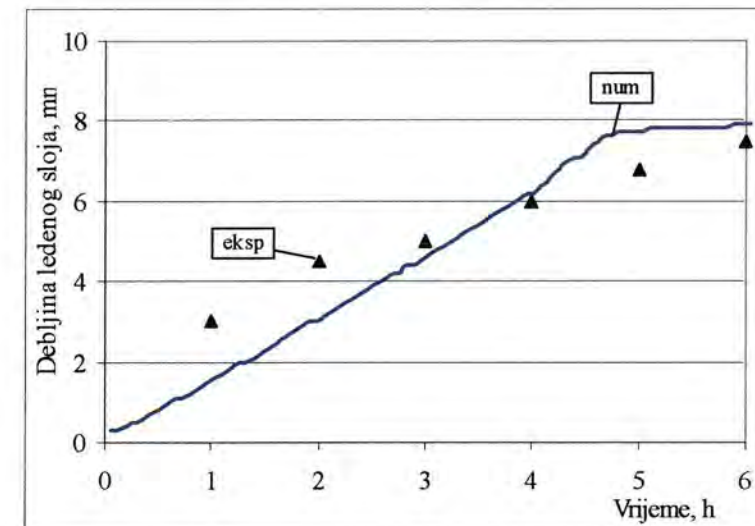
Slika 7.2. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju I dobivene numeričkim putem i eksperimentom



Slika 7.3. Promjena debljine ledenog sloja pri ispitivanju I dobivena numeričkim putem i eksperimentom



Slika 7.4. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju V dobivene numeričkim putem i eksperimentom



Slika 7.5. Promjena debljine ledenog sloja pri ispitivanju V dobivena numeričkim putem i eksperimentom

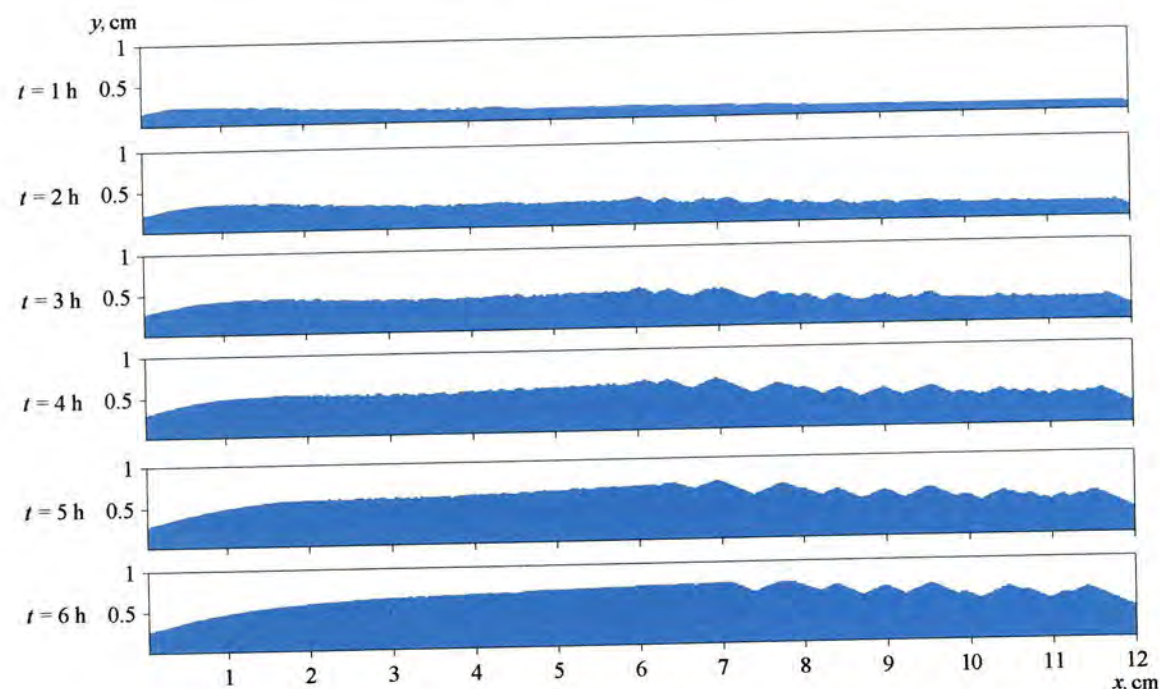
Postoje određena odstupanja mjerenih podataka od podataka dobivenih numeričkom analizom, osobito u promjenama temperature na mjestu Tp2 i u brzini rasta ledenog sloja pri uvjetima ispitivanja V. Navedena odstupanja mogu biti posljedica nepravilnog laminarnog strujanja koje je dijelom uzrokovano i samim geometrijskim karakteristikama hladne stijenke na kojoj su vršena ispitivanja. Odstupanja nisu velika i uočava se zadovoljavajuće slaganje rezultata obzirom na trendove promjena analiziranih veličina te je zaključeno da je razvijeni numerički proračun pogodan za termodinamičku analizu procesa stvaranja leda na lamelnim izmjenjivačima topline.

U sljedećem poglavlju dani su rezultati numeričke analize za navedeni fizikalni model.

## 7.2 Rezultati numeričke analize

Numerička analiza stvaranja leda na lamelnim izmjenjivačima topline koristeći razvijeni računalni program omogućuje praćenje raznih karakterističnih parametara fizikalnog problema. Rezultati numeričke analize fizikalnog problema na kojem su vršena mjerenja bit će prikazani za ispitivanja I i V. Rezultati su prikazani za vremena  $t = 1, 2, 3, 4, 5$  i 6 sati od početka ispitivanja.

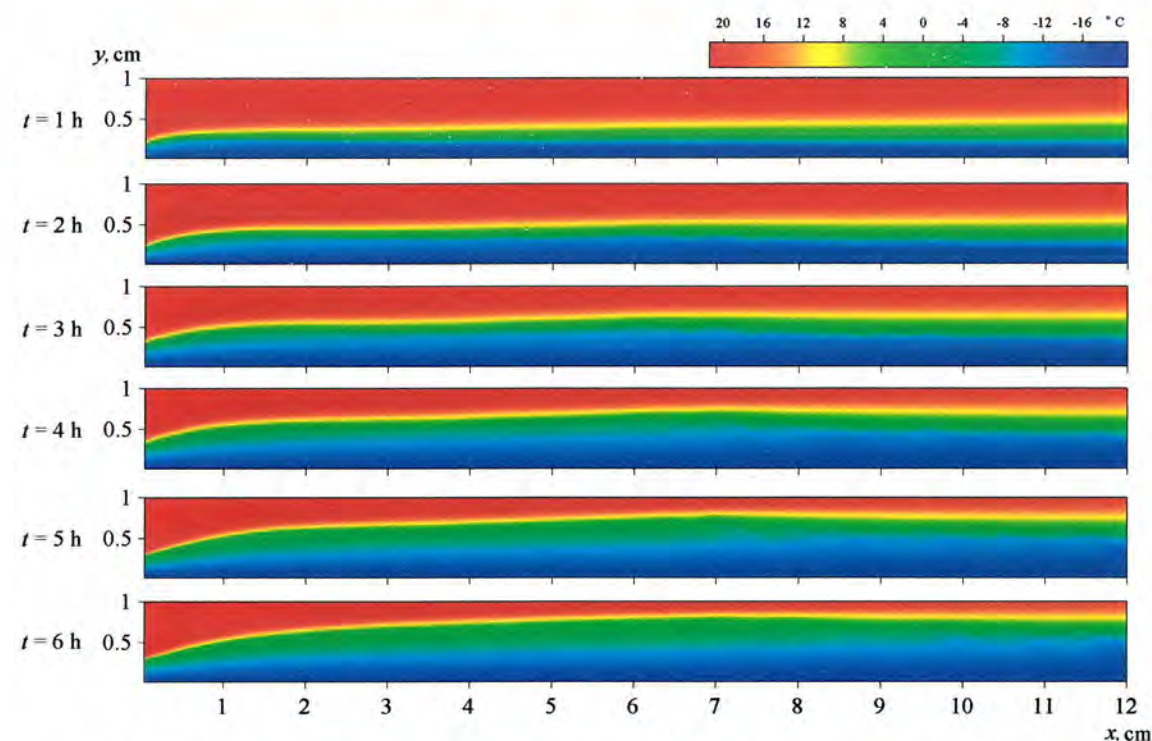
Kao najutjecajniji parametar koji utječe i na uvjete prijenosa topline i otpor strujanju zraka bit će prikazana debljina leda. Na slici 7.6 prikazano je napredovanje rasta ledenog sloja pri uvjetima ispitivanja I.



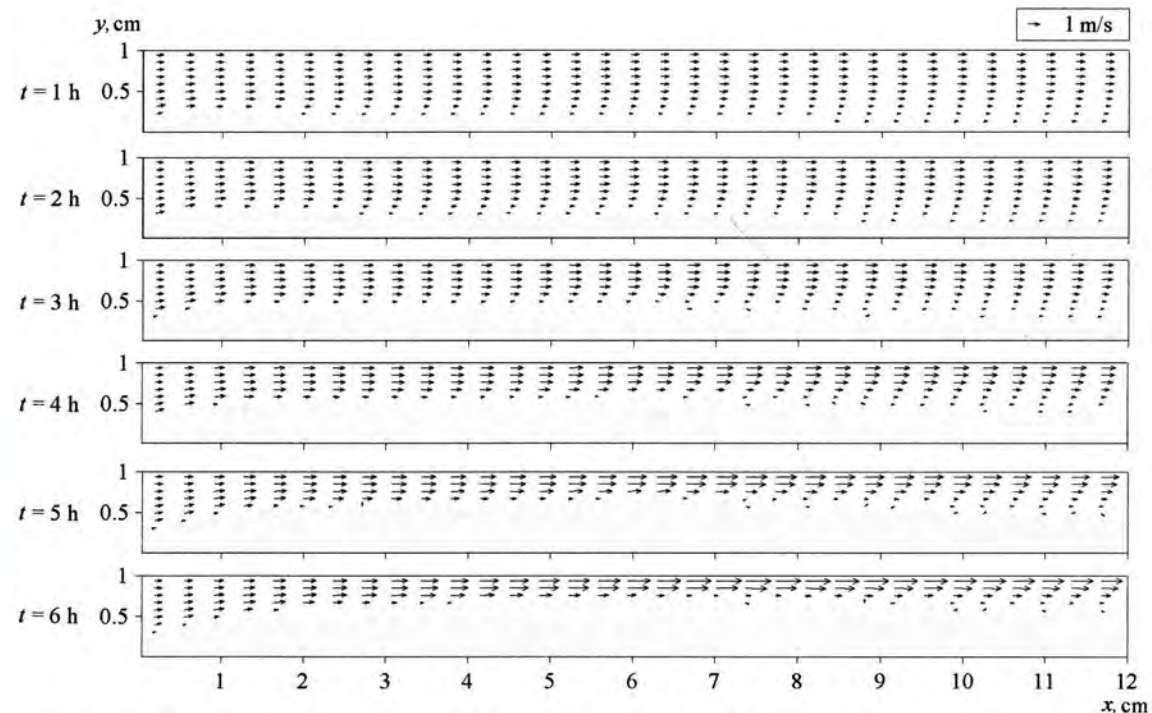
Slika 7.6. Debljine ledenog sloja pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivene numeričkim putem

Iz slike 7.6 vidljivo je da su pri nastanka ledenog sloja pri uvjetima ispitivanja I uglavnom prisutne druga i treća faza nastanka sloja koje su opisane 2. poglavlju. Druga faza nastanka ledenog sloja tzv. period rasta ledenog sloja prisutan je u početku na cijeloj domeni, a u kasnijem periodu prisutan je u većem ili manjem dijelu u desnom dijelu domene. Ova je faza karakterizirana neravnom graničnom površinom između zraka i ledenog sloja. Kako rast ledenog sloja napreduje područje u kojem prevladava druga faza rasta sloja smanjuje se na račun povećavanja područja u kojem prevladava treća faza nastanka ledenog sloja tzv. perioda potpuno razvijenog rasta ledenog sloja. Za ovu fazu je karakteristična glatka granična površina jer dolazi do taljenja kristala leda na samoj površini i prodiranja kapljevite vode u dublje slojeve gdje se ona skrućuje i povećava gustoću ledenog sloja. Zbog pojave taljenja kristala leda na površini ledenog sloja granična površina postaje relativno glatka. Na slici 7.6 mogu se uočiti područja glatke granične površine u kojem prevladava treća faza nastanka ledenog sloja i područja naborane površine u kojem prevladava druga faza nastanka ledenog sloja.

Temperaturna raspodjela uvjetovana je režimom strujanja te strukturom i debljinom ledenog sloja. Temperaturne raspodjele pri uvjetima ispitivanja I prikazane su na slici 7.7, a raspodjele vektora brzina strujanja zraka na slici 7.8.

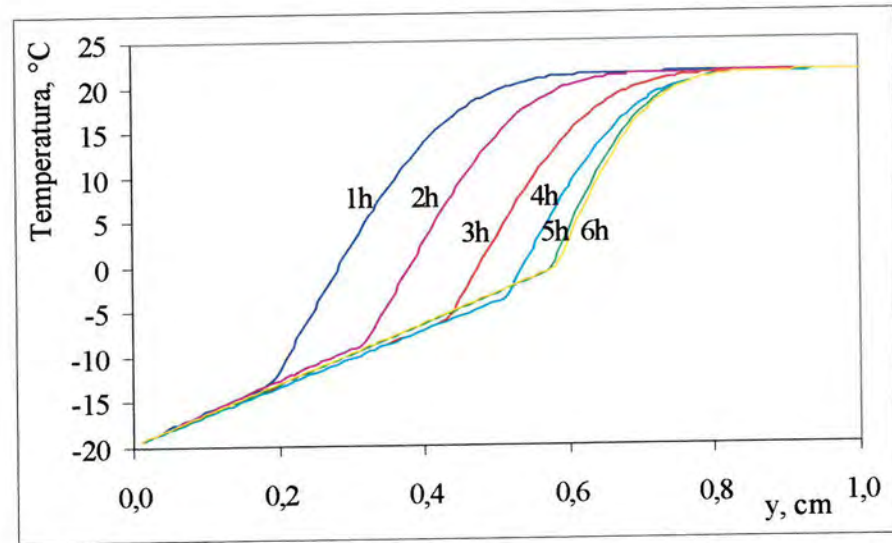


Slika 7.7. Raspodjele temperatura pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivene numeričkim putem

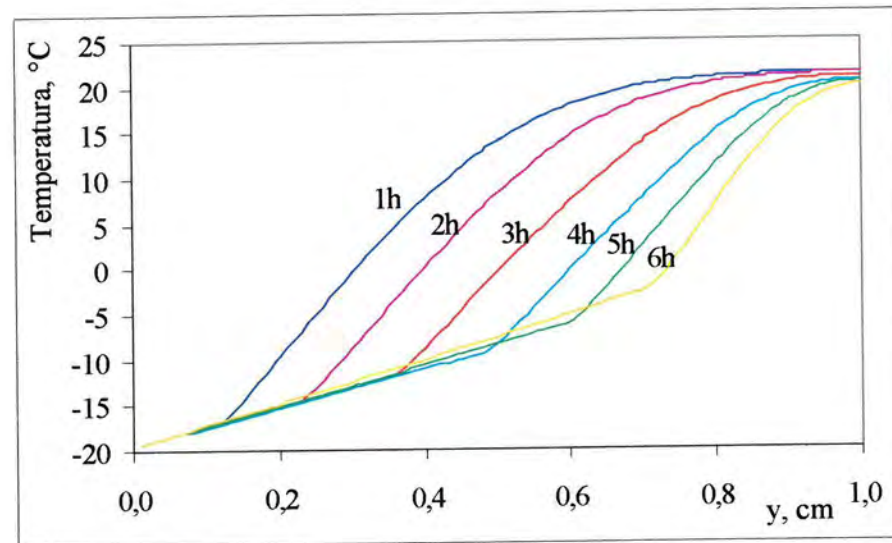


Slika 7.8. Polja vektora brzina strujanja zraka pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivena numeričkim putem

Temperaturne raspodjele poprečno na smjer strujanja zraka na udaljenostima 2 i 8 cm od ulaznog ruba pri uvjetima ispitivanja I prikazane su na slikama 7.9 i 7.10.



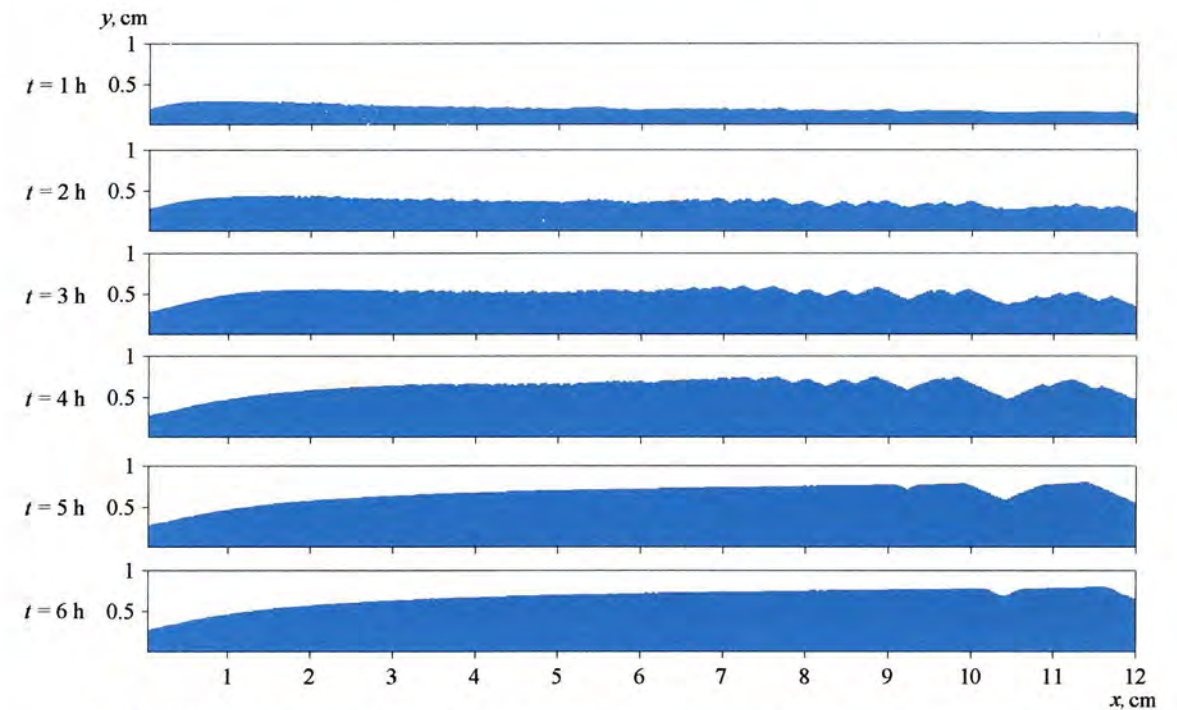
Slika 7.9. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 2 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja I



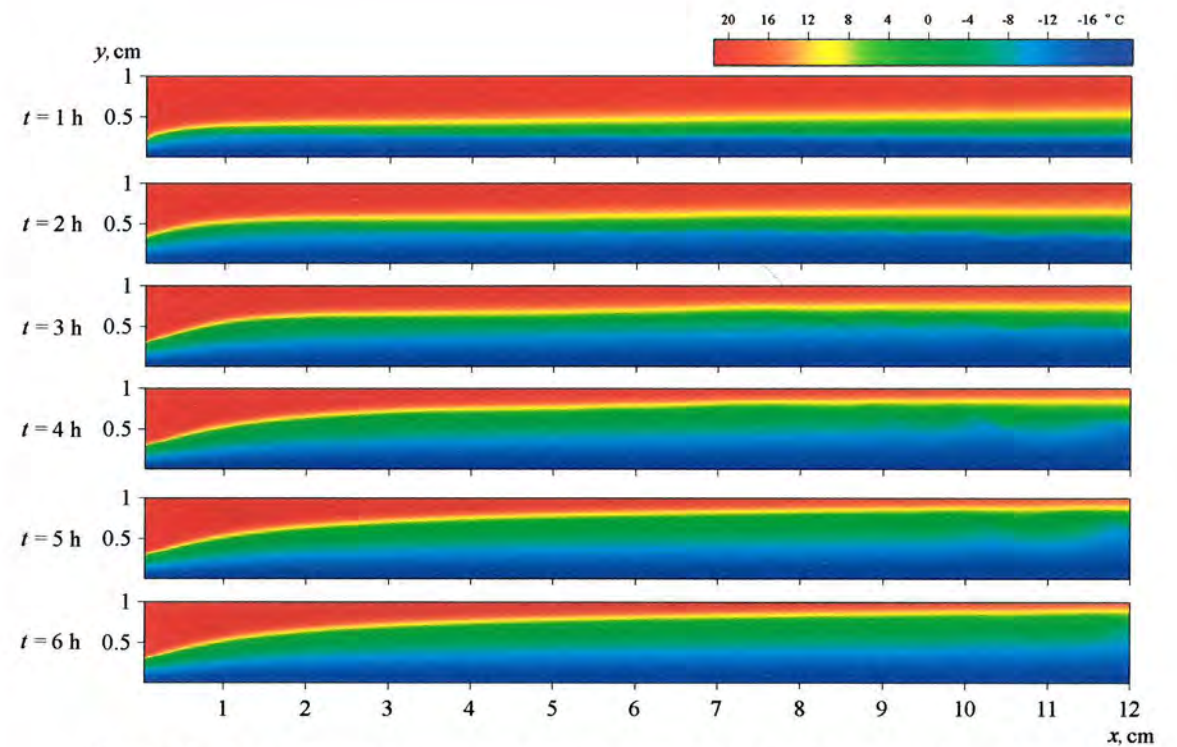
Slika 7.10. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 8 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja I

Na slikama 7.9 i 7.10 na kojima su prikazane poprečne raspodjele temperatura mogu se uočiti dva karakteristična područja s različitim raspodjelama temperatura. U području ledenog sloja poprečna raspodjela temperatura je linearna dok je u području subdomene zraka raspodjela temperatura tipična za granični sloj pri prijelazu topline.

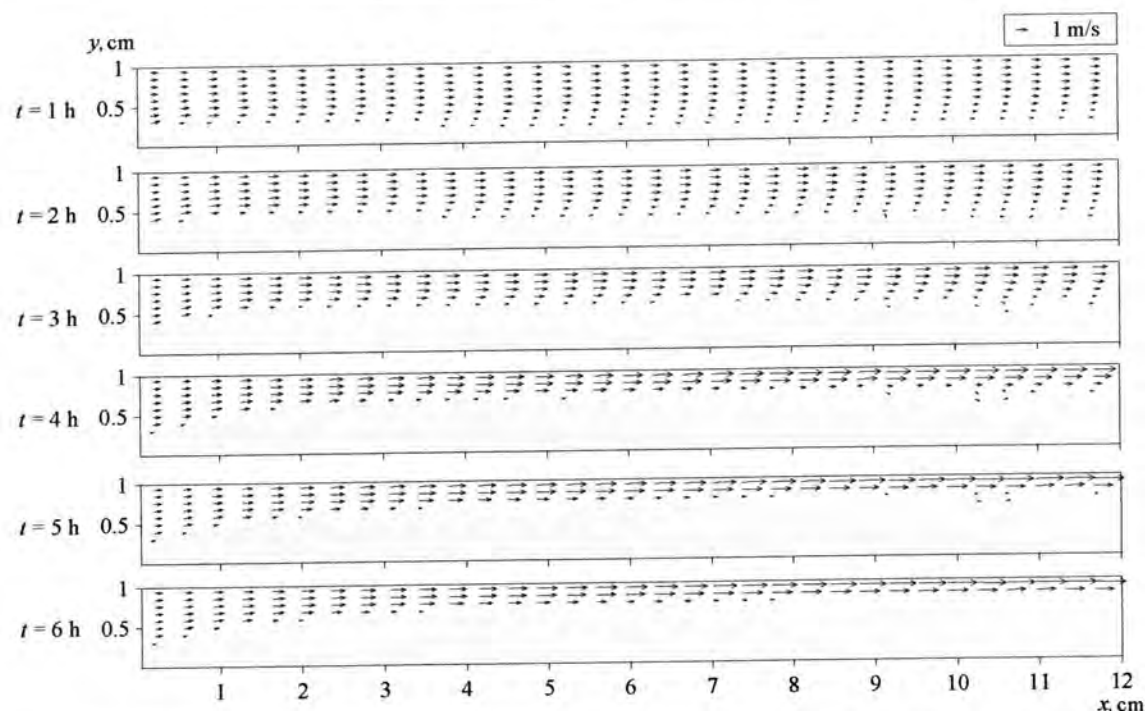
U nastavku, na slikama 7.11, 7.12 i 7.13 prikazane su debljine ledenog sloja, raspodjele temperatura i vektora brzina kao rezultat numeričke analize za uvjete ispitivanja V. Poprečne raspodjele temperatura prikazane su na slikama 7.14 i 7.15.



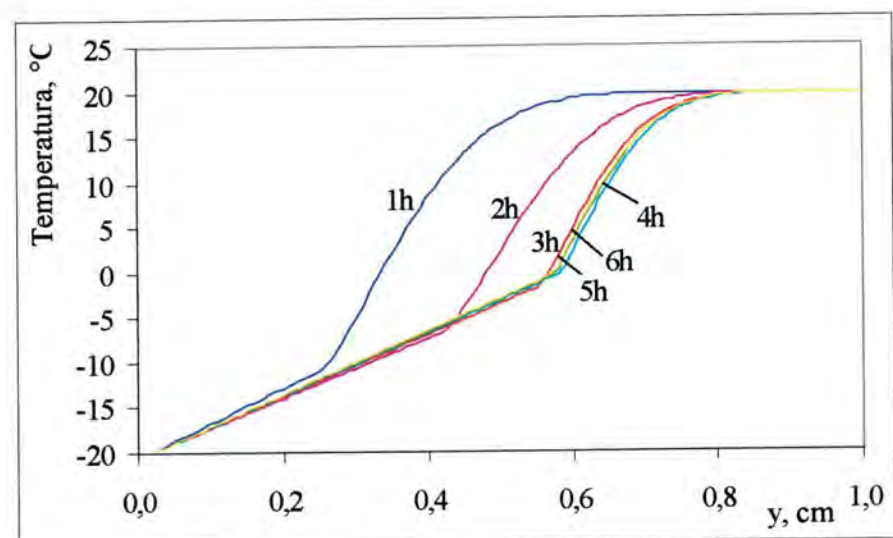
Slika 7.11. Debljine ledenog sloja pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivene numeričkim putem



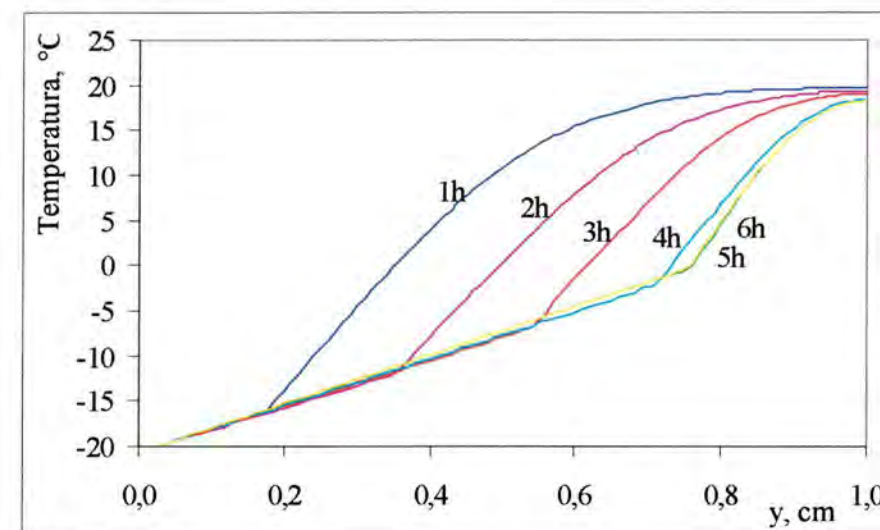
Slika 7.12. Raspodjele temperatura pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivene numeričkim putem



Slika 7.13. Polja vektora brzina strujanja zraka pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivena numeričkim putem



Slika 7.14. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 2 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja V



Slika 7.15. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 8 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja V

Navedeni rezultati numeričke analize primijenjene na stvarni fizikalni model daju detaljne informacije o debljini ledenog sloja i raspodjeli temperatura ledenog sloja kao i raspodjeli temperatura, sadržaja vlage i brzina u subdomeni zraka. Prikazani su rezultati za dva slučaja s različitim ulaznim sadržajima vlage u zraku. Pri ispitivanju I sadržaj vlage ulaznog zraka iznosio je 6,2 g/kg, a pri ispitivanju V sadržaj vlage ulaznog zraka iznosio je 8,5 g/kg dok su ostali parametri bili približno jednaki u oba ispitivanja. Usporedba rezultata provedene numeričke analize fizikalnog modela pokazuje da je brzina nastanka ledenog sloja pri većim vlažnostima zraka veća. Iz prethodnih slika vidljivo je da se pri uvjetima ispitivanja V zbog veće vlažnosti zraka brže dostigne faza potpuno razvijenog nastanka ledenog sloja na većem dijelu domene. To se manifestira u pojavi glatke granične površine između zraka i ledenog sloja.

## 8 Primjena rezultata istraživanja

### 8.1 Primjena razvijenog modela na lamelni izmjenjivač topline

#### 8.1.1 Opis izmjenjivača topline i parametara pogona

Razvijeni matematički model i računalni program primijenjeni su na lamelni izmjenjivač topline čije su karakteristike dane u tablici 8.1. Izračunata su polja vektora brzina zraka, sadržaja vlage u zraku, temperatura zraka i ledenog sloja te polja raspodjele gustoća i poroznosti ledenog sloja. Na temelju rezultata numeričke simulacije izmjenjivača topline provedena je analiza promjene izmijenjenog toplinskog toka u ovisnosti o radnim parametrima.

Tablica 8.1. Geometrijske karakteristike analiziranog lamelnog izmjenjivača topline

debljina lamele	0,001 m
razmak lamela	0,006 m
širina lamele	0,048 m
ukupni broj cijevi	189
ukupni broj lamela	210
površina izmjenjivača	18 m <sup>2</sup>
longitudinalni razmak cijevi	0,016 m
transverzalni razmak cijevi	0,014 m
vanjski promjer cijevi	0,01 m
unutarnji promjer cijevi	0,008 m

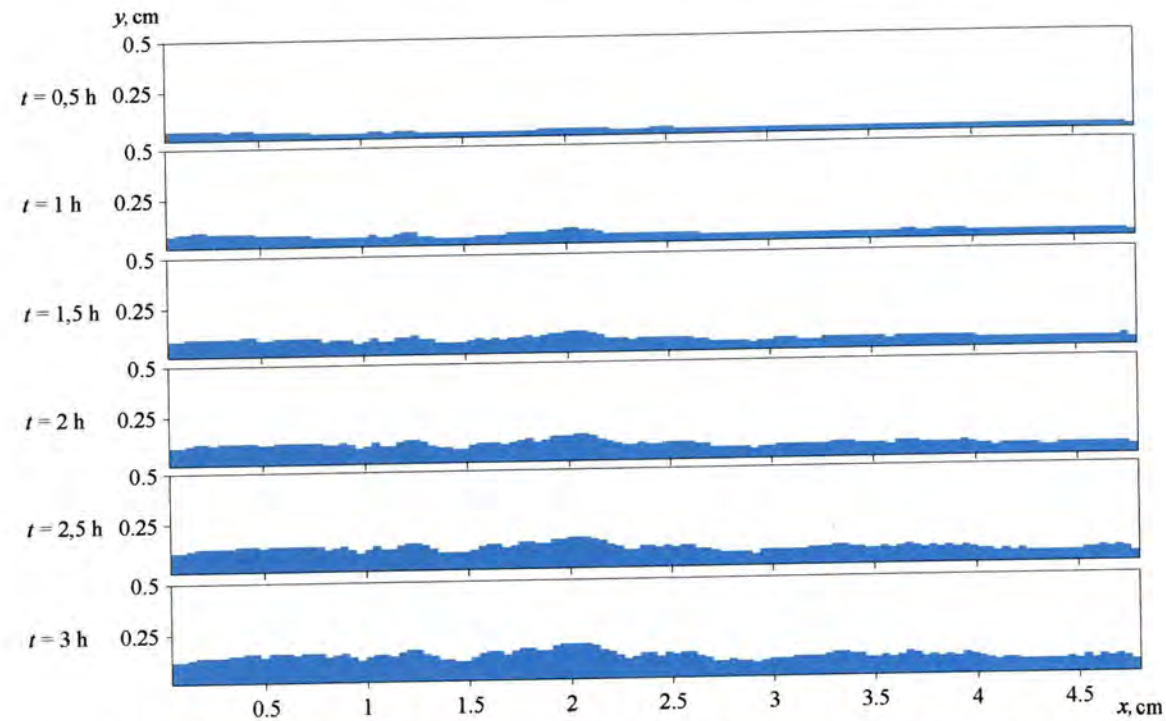
Tablica 8.2. Pregled uvjeta za koje su vršene simulacije rada lamelnog izmjenjivača topline

Oznaka uvjeta	A1	A2	A3	A4	B1	B2	B3
površinska temperatura stijenke	-12°C	-12°C	-12°C	-12°C	-12°C	-12°C	-12°C
ulazna temperatura zraka	12°C	12°C	12°C	12°C	5°C	5°C	5°C
ulazna brzina zraka	1 m/s	1 m/s	1 m/s	1 m/s	1 m/s	1 m/s	1 m/s
ulazni sadržaj vlage u zraku	2 g/kg	4 g/kg	6 g/kg	8 g/kg	1 g/kg	2 g/kg	4 g/kg

Oznaka uvjeta	C1	C2	D1	D2
površinska temperatura stijenke	-12°C	-12°C	-12°C	-12°C
ulazna temperatura zraka	0°C	0°C	12°C	12°C
ulazna brzina zraka	1 m/s	1 m/s	1,2 m/s	1,4 m/s
ulazni sadržaj vlage u zraku	1 g/kg	2 g/kg	4 g/kg	4 g/kg

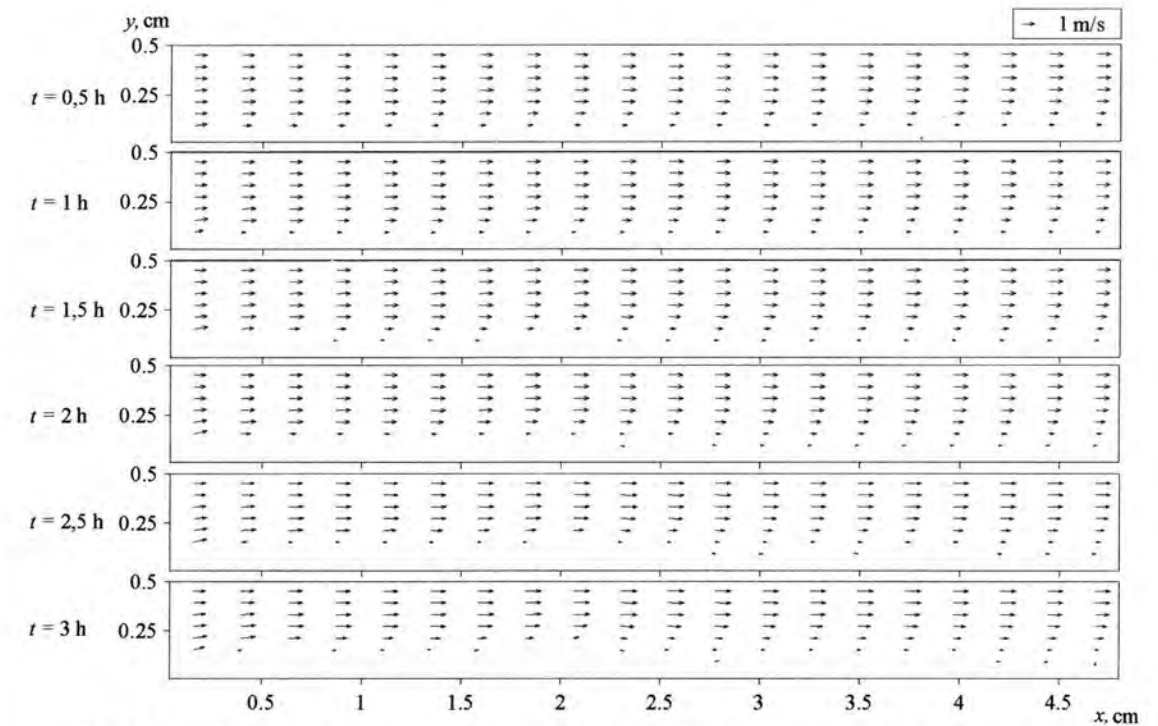


Numeričke simulacije vršene su za sve uvjete navedene u tablici 8.2, a u nastavku su radi usporedbe prikazani rezultati numeričkog proračuna za uvjete A1 i A3. Raspodjele debljina leda i vektora brzina zraka prikazane su na slikama 8.1 i 8.2 odnosno 8.8 i 8.9, a raspodjele temperatura i sadržaja vlage u zraku prikazane su na slikama 8.3 - 8.6 odnosno 8.10 - 8.13. Vrijednosti lokalnih koeficijenata prijelaza topline na graničnoj površini *ledeni sloj - zrak* za različita vremena u procesu nastanka ledenog sloja prikazane su na slikama 8.7 i 8.14.

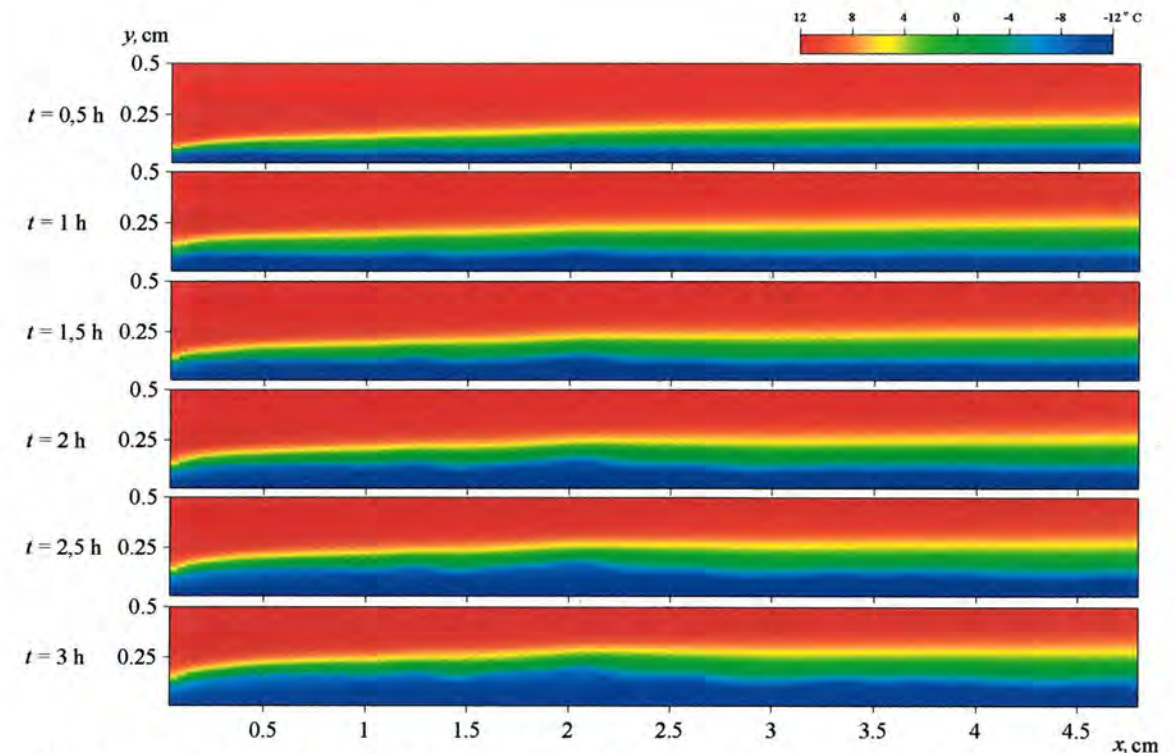


Slika 8.1. Debljine ledenog sloja pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Ledeni sloj koji nastaje relativno je jednolike debljine iako postoje neravnine karakteristične za ledeni sloj u drugoj fazi procesa nastanka. Generalno gledajući na ulaznom rubu ledeni sloj je malo veće debljine zbog toga što na tom mjestu još nije došlo do formiranja graničnog sloja te je granična površina zrak-ledeni sloj u kontaktu s vlažnim zrakom ulaznog sadržaja vlage. Dalje od ruba dolazi do formiranja graničnog sloja u kojem postoji manja vlažnost zraka uz samu graničnu površinu te je u tim zonama proces rasta ledenog sloja manje intenzivan. Prilikom analize polja vektora brzina može se uočiti da na ulaznom dijelu još nije formiran granični sloj. Prema izlaznom dijelu dolazi do formiranja graničnog sloja što se manifestira u paraboličnoj raspodjeli intenziteta brzina u smjeru koordinatne osi  $x$  karakteristične za laminarno strujanje. U centralnoj simetralnoj ravnini između lamela brzine su najveće, a smanjuju se prema stijenci lamele odnosno graničnoj površini zrak-ledeni sloj.



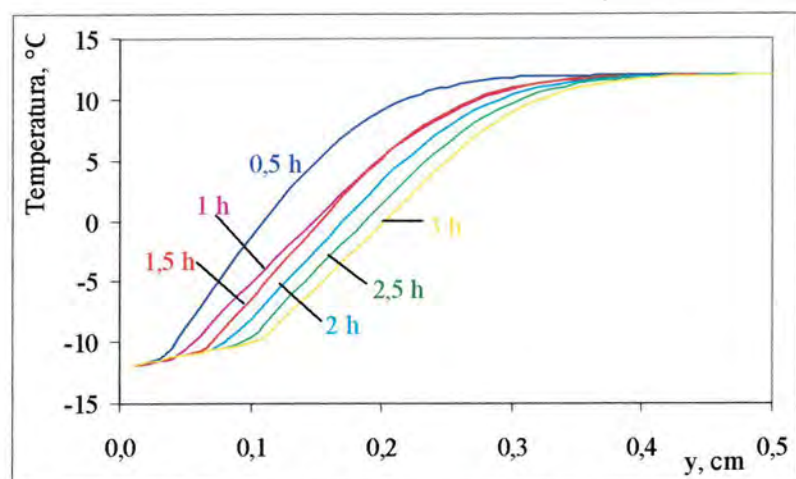
Slika 8.2. Polja vektora brzina pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja



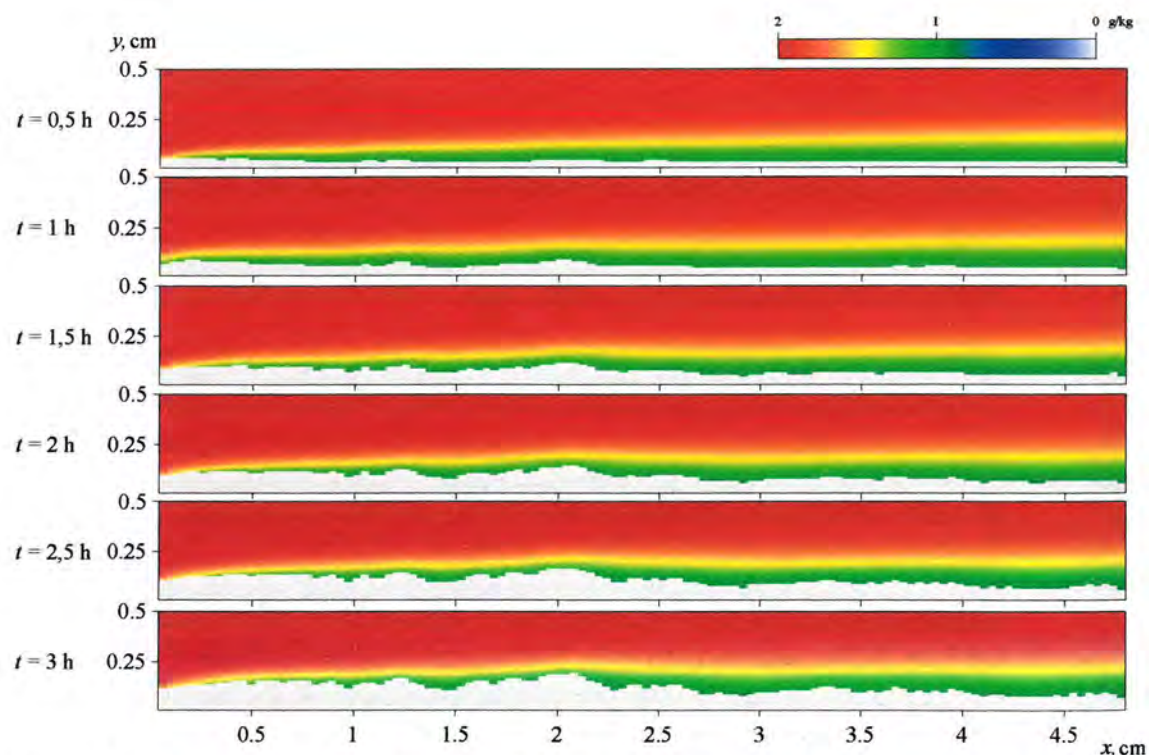
Slika 8.3. Raspodjele temperatura pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Zbog prijenosa topline sa zraka na ledeni sloj dolazi do hlađenja struje zraka nad ledenim slojem. Polje temperatura je slojevito jer se promatra laminarno strujanje. Srednja temperatura

zraka po poprečnom presjeku pada od ulaza prema izlazu. U ustaljenom pogonu se tijekom vremena prosječna debljina ledenog sloja povećava te zbog povećanog otpora prolazu topline temperatura granične površine zrak-ledeni sloj raste.



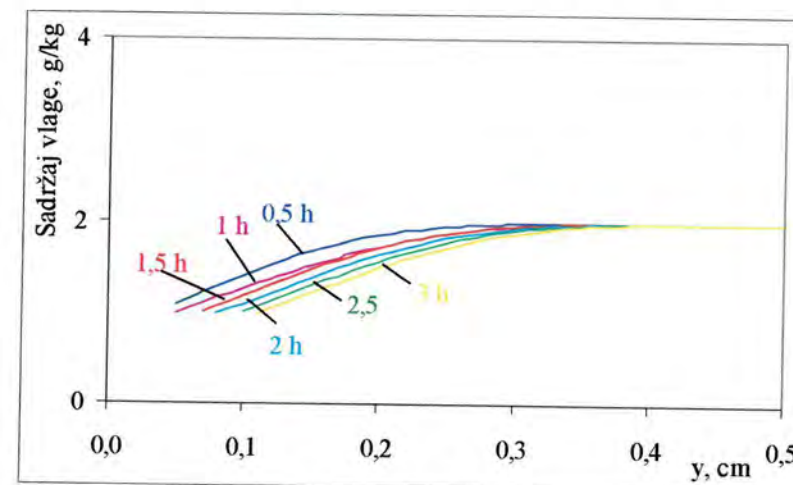
Slika 8.4. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A1



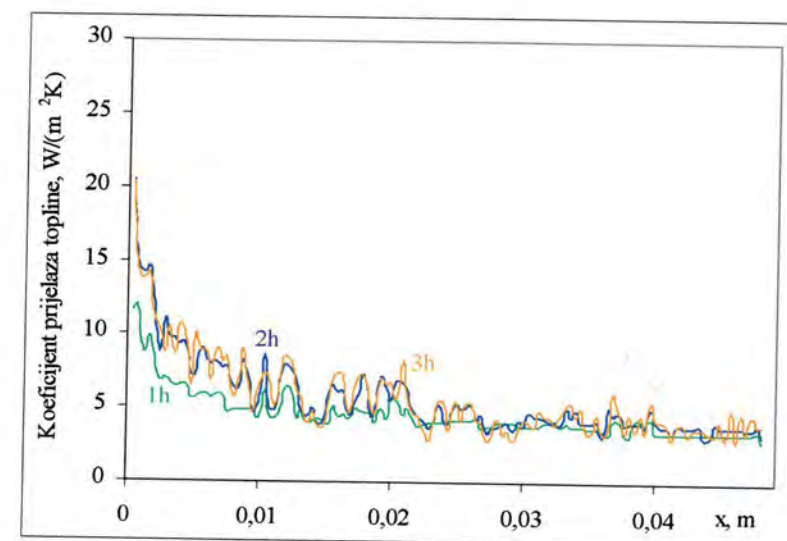
Slika 8.5. Raspodjele sadržaja vlage u zraku pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Zbog razlike sadržaja vlage u zraku i graničnog sadržaja vlage u zraku za temperaturu površine ledenog sloja dolazi do prodiranja vodene pare iz struje zraka u ledeni sloj. Sadržaj vlage u

zraku uz graničnu površinu zraka i ledenog sloja opada od ulaza prema izlazu. Prosječni sadržaj vlage u zraku po poprečnom presjeku smanjuje se u smjeru strujanja zraka.

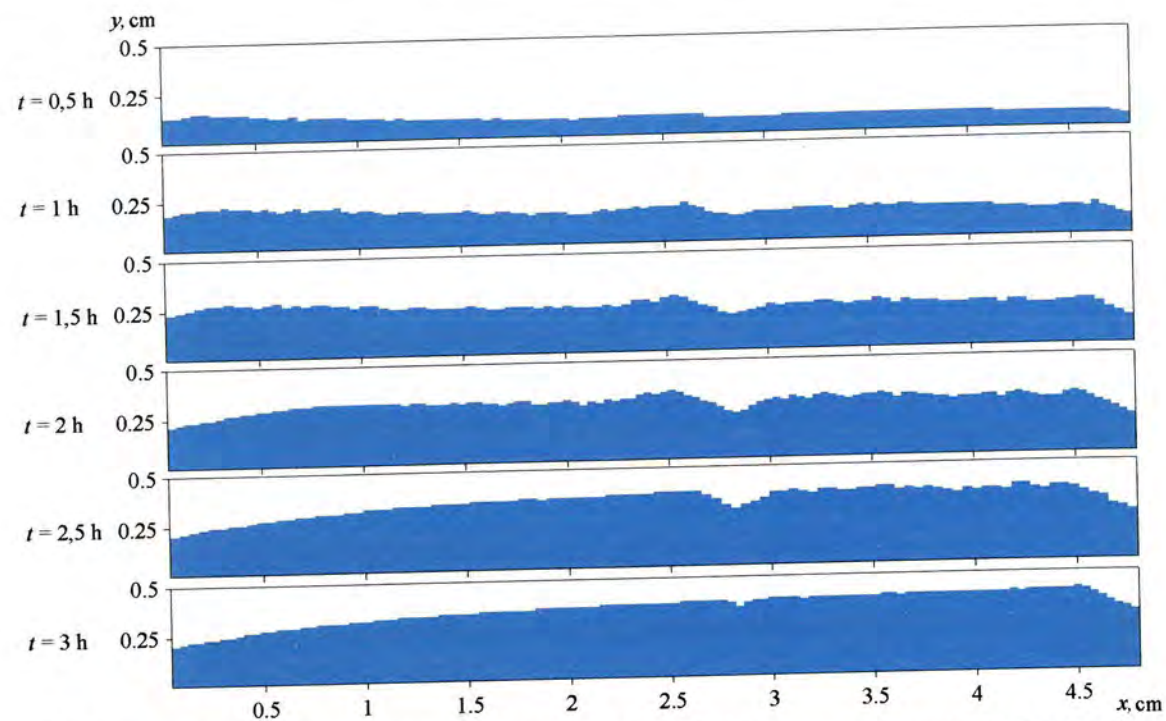


Slika 8.6. Poprečna raspodjela sadržaja vlage u zraku na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A1



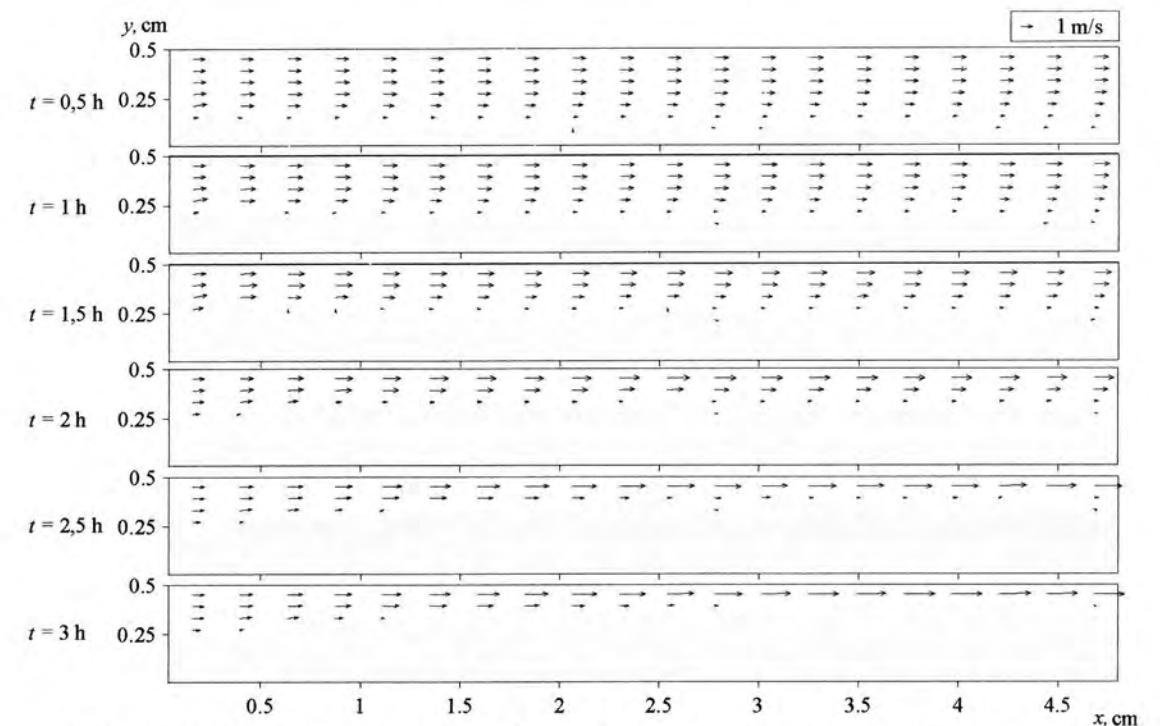
Slika 8.7. Lokalni koeficijenti prijelaza topline na graničnoj površini pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Vrijednosti lokalnog koeficijenta prijelaza topline su u rasponu od 4 do 20  $W/(m^2 \cdot K)$ . Lokalni koeficijenti prijelaza topline u ulaznom dijelu su veći zbog veće razlike temperatura granične površine i temperatura zraka te opadaju u smjeru strujanja zraka.

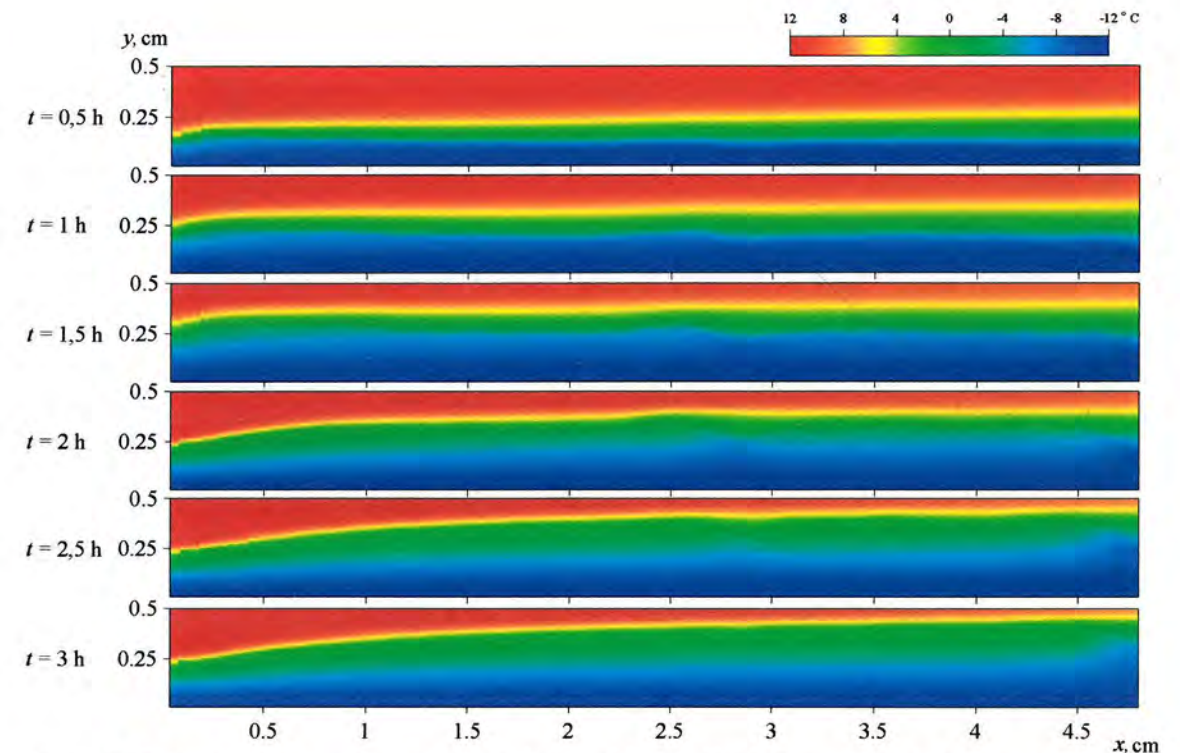


Slika 8.8. Debljine ledenog sloja pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

U slučaju A3 vlažni zrak na ulazu ima veći sadržaj vlage te dolazi do intenzivnijeg nastanka ledenog sloja u usporedbi sa uvjetima u slučaju A1 kod manjeg ulaznog sadržaja vlage. U početku je nastanak ledenog sloja intenzivniji u ulaznom dijelu izmjenjivača topline te je duž cijele domene prisutna prva faza u procesu nastanka ledenog sloja. S porastom ledenog sloja, zbog povećanja otpora prolazu topline, dolazi do porasta temperature granične površine i u trenutku kada ta temperatura dosegne  $0^{\circ}\text{C}$  pojavljuje se treća faza procesa nastanka ledenog sloja. To se najprije dešava na ulaznom rubu te se područje prisutnosti treće faze nastanka ledenog sloja širi prema izlazu. U ovom slučaju istovremeno su prisutne druga i treća faza procesa nastanka ledenog sloja. U ovisnosti o uvjetima, ponekad se može pojaviti diskontinuitet u debljini ledenog sloja na mjestu razdvajanja područja u kojima su prisutne ove različite faze nastanka ledenog sloja.

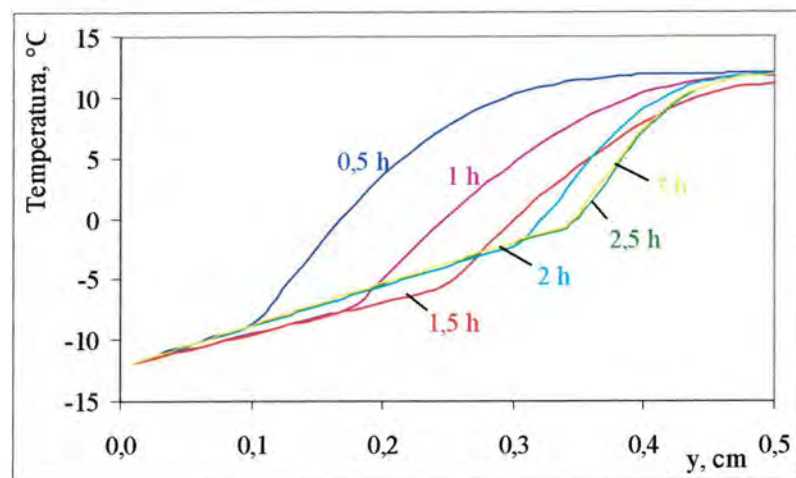


Slika 8.9. Polja vektora brzina pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

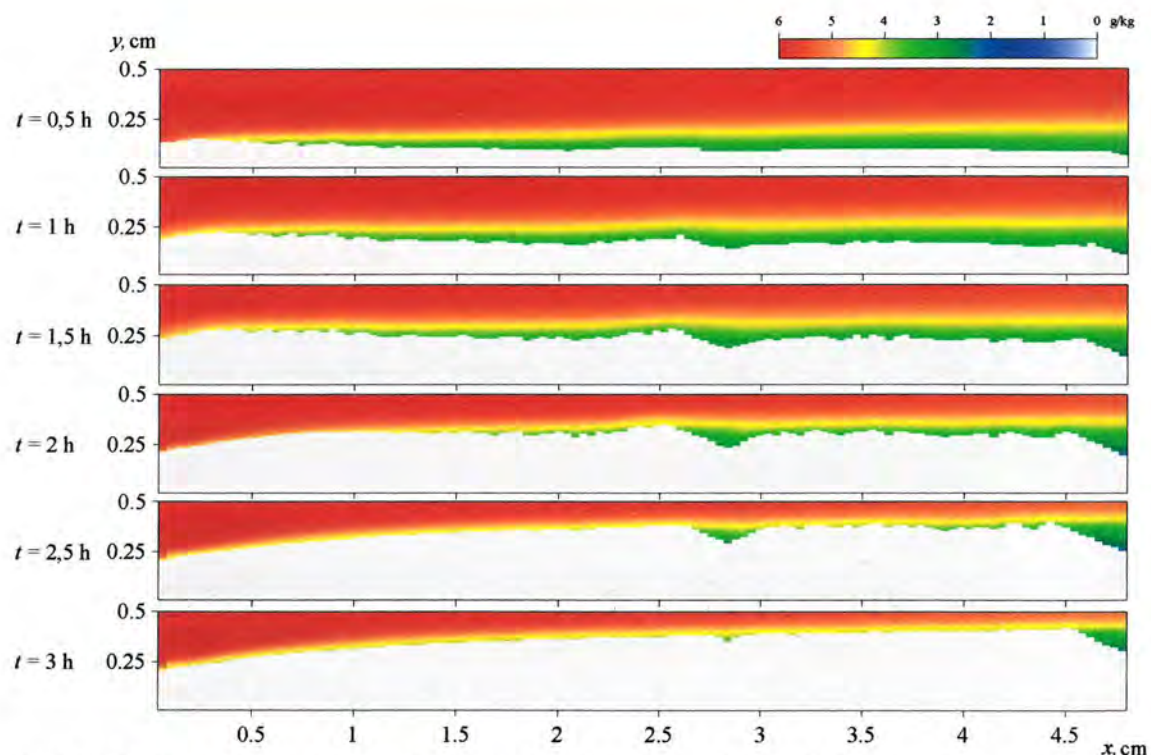


Slika 8.10. Raspodjele temperatura pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Zbog intenzivnijeg nastanka i veće debljine ledenog sloja, temperature ledenog sloja veće su nego u prethodnom slučaju. Prosječna temperatura zraka po poprečnom presjeku pada u smjeru strujanja zraka.

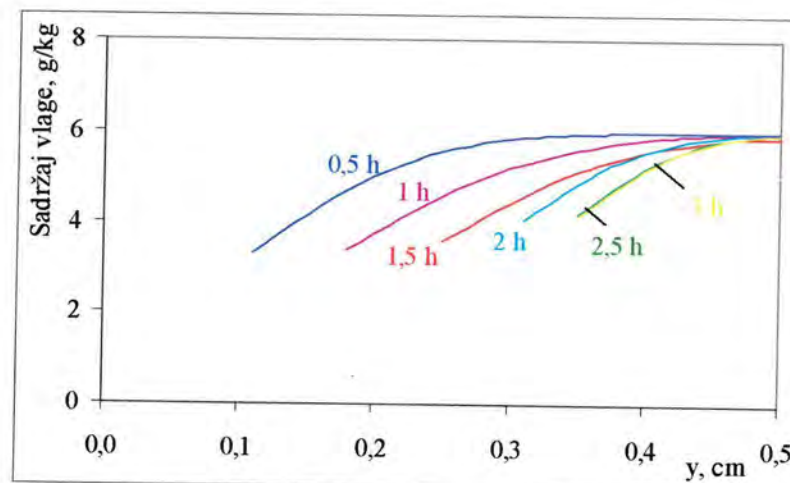


Slika 8.11. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A3

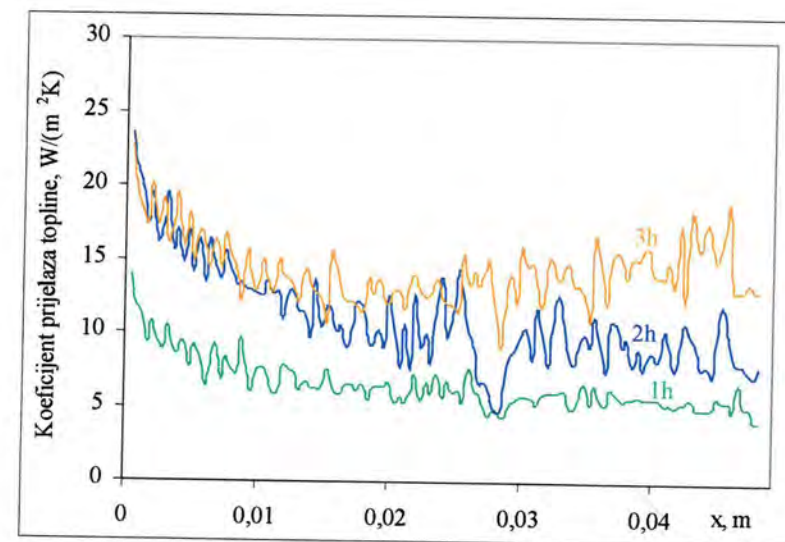


Slika 8.12. Raspodjele sadržaja vlage u zraku pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Gradijent sadržaja vlage u zraku uz graničnu površinu zrak – ledeni sloj u ovom je slučaju veći zbog većeg ulaznog sadržaja vlage u zraku što i uzrokuje intenzivnije prodiranje vodene pare u ledeni sloj te povećava njegovu gustoću i debljinu.



Slika 8.13. Poprečna raspodjela sadržaja vlage u zraku na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A3



Slika 8.14. Lokalni koeficijenti prijelaza topline na graničnoj površini pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja

Vrijednosti lokalnog koeficijenta prijelaza topline su u rasponu od 5 do 20  $W/(m^2 K)$  s tendencijom rasta tijekom vremena. Zbog rasta ledenog sloja dolazi do sužavanja prostora između lamela što dovodi do malog povećanja brzine zraka, a ta povećana brzina zraka uzrokuje i bolji konvektivni prijelaz topline sa zraka na graničnu površinu. Stoga dolazi do blagog povećanja koeficijenta prijelaza topline, što međutim nema značajnog utjecaja na ukupnu izmjenu topline zrak i lamele zbog povećanog otpora provođenju topline debljeg ledenog sloja čiji je utjecaj značajniji.

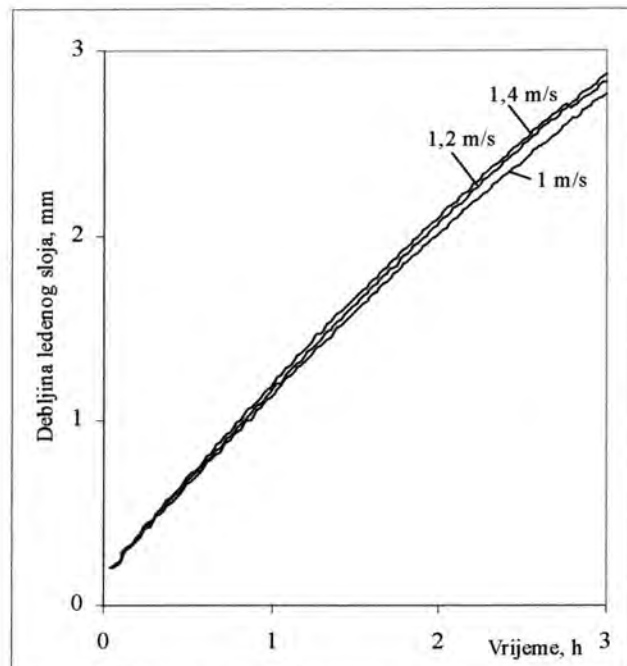
### 8.1.2 Utjecaj brzine strujanja zraka na stvaranje ledenog sloja

Na slici 8.15 prikazana je promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite brzine strujanja zraka.

Prosječna debljina ledenog sloja  $\delta_{ls}$  iznosi:

$$\delta_{ls} = \frac{\sum_{i=1}^M \delta_{li}}{M} \quad (8.1)$$

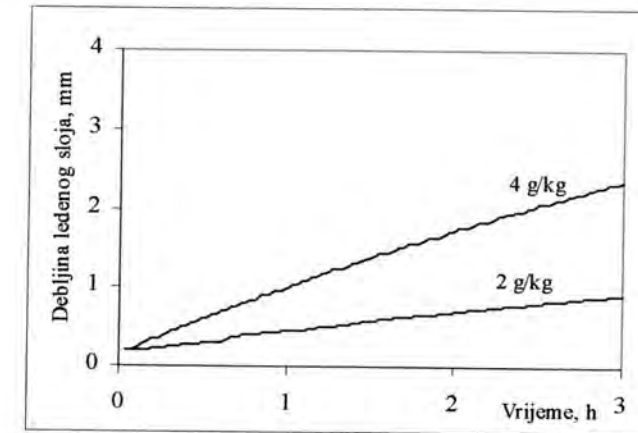
Kod većih brzina rast ledenog sloja je nešto intenzivniji iako je taj utjecaj brzine strujanja zraka na brzinu rasta ledenog sloja vrlo mali. Do nešto bržeg nastanka ledenog sloja zbog veće brzine strujanja zraka dolazi zbog povećanog gradijenta sadržaja vlage u zraku uz graničnu površinu koji je veći kod većih brzina strujanja.



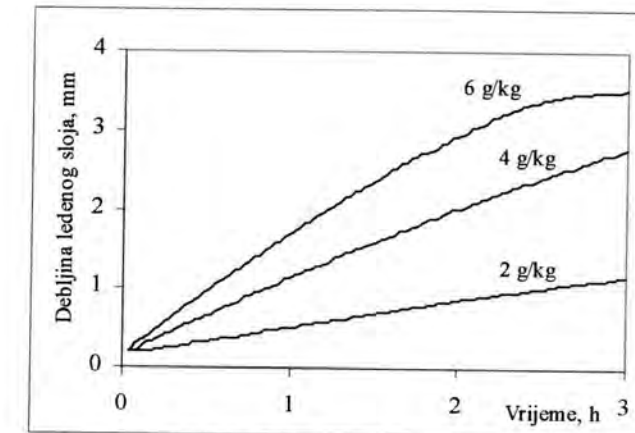
Slika 8.15. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne brzine zraka pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C i sadržaju vlage od 4 g/kg

### 8.1.3 Utjecaj sadržaja vlage u zraku na stvaranje ledenog sloja

Nakon provedene numeričke analize za različite temperature zraka i ulazne sadržaja vlage u zraku dobivene su ovisnosti brzine nastanka ledenog sloja o ulaznom sadržaju vlage u zraku. Na slikama 8.16 i 8.17 prikazane su promjene prosječne debljine ledenog sloja u vremenu pri različitim sadržajima vlage u zraku za ulazne temperature zraka od 5 °C i 12 °C. Pri većim sadržajima vlage u zraku nastanak ledenog sloja je intenzivniji zbog većeg gradijenta sadržaja vlage u zraku uz graničnu površinu. Ovaj utjecaj sadržaja vlage u zraku na rast ledenog sloja je značajan.



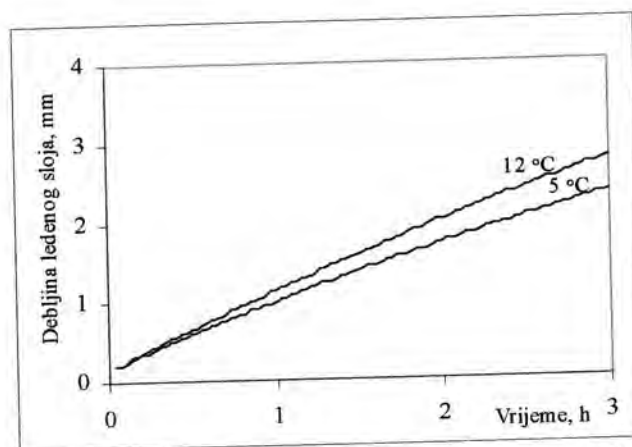
Slika 8.16. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne sadržaje vlage u zraku pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C



Slika 8.17. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne sadržaje vlage u zraku pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C

### 8.1.4 Utjecaj temperature zraka na stvaranje ledenog sloja

Na slici 8.18 prikazane su promjene prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne temperature zraka, ali pri istom ulaznom sadržaju vlage od 4 g/kg. Pri nižim temperaturama zraka nastanak ledenog sloja je sporiji nego pri višim temperaturama zraka ali su razlike vrlo male.



Slika 8.18. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne temperature zraka pri ulaznom sadržaju vlage od 4 g/kg

## 8.2 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na izmijenjen toplinski tok

### 8.2.1 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na otpor provođenju topline

Osnovna nepoželjna posljedica nastanka ledenog sloja na lamelnim izmjenjivačima topline je povećanje otpora provođenju topline što uzrokuje smanjenje izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču. Da bi se prikazala promjena otpora provođenju topline kroz ledeni sloj potrebno je proračunati ukupni koeficijent toplinske vodljivosti za cijeli ledeni sloj u svakom vremenskom koraku.

Zbog nehomogenosti ledenog sloja i različitih mehanizama nastanka sloja u različitim fazama stvaranja ledenog sloja, nastaju područja različitih poroznosti odnosno gustoća. Ovo uzrokuje pojavu različitih lokalnih vrijednosti koeficijenata toplinske vodljivosti.

Lokalni koeficijent toplinske vodljivosti određen je prema izrazu:

$$\lambda_{\perp} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i}} \quad (8.2)$$

gdje je:

$N$  debljina ledenog sloja izražena u broju kontrolnih volumena visine  $\Delta y$   
 $\lambda_i$  koeficijent toplinske vodljivosti pojedinog kontrolnog volumena, W/(m K)

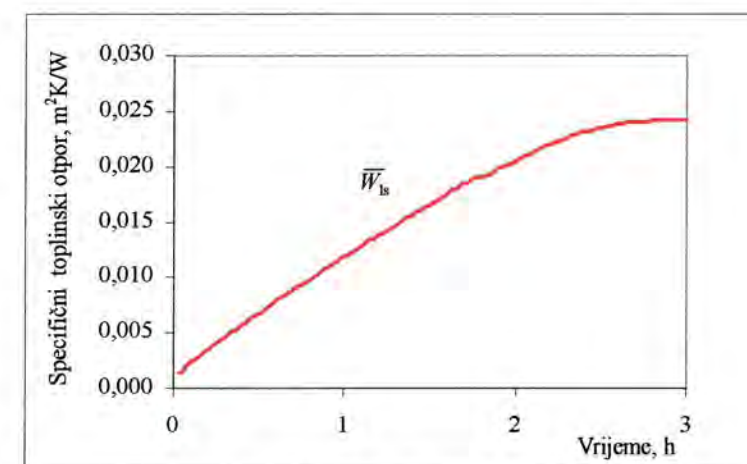
Lokalni specifični toplinski otpor  $W_{\perp}$  omjer je lokalne debljine ledenog sloja i lokalnog koeficijenta toplinske vodljivosti te slijedi:

$$W_{\perp} = \frac{N \cdot \Delta y}{\lambda_{\perp}} = \Delta y \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{\lambda_i} \quad (8.3)$$

Prosječni specifični toplinski otpor ledenog sloja  $\bar{W}_{ls}$  iznosi:

$$\bar{W}_{ls} = \frac{\sum_{i=1}^M W_{\perp i}}{M} \quad (8.4)$$

Promjena prosječnog specifičnog toplinskog otpora tijekom vremena nastanka ledenog sloja za odabrani lamelni izmjenjivač topline pri uvjetima A3 prikazana je na slici 8.19. Zbog porasta debljine sloja ukupni otpor provođenju topline raste. Intenzitet porasta otpora provođenju topline slijedi dinamiku porasta debljine ledenog sloja. U početku nastanka ledenog sloja otpor provođenju topline raste brže a kada dođe do treće faze nastanka ledenog sloja pri kojoj je rast ledenog sloja bitno sporiji, rast toplinskog otpora se usporava.



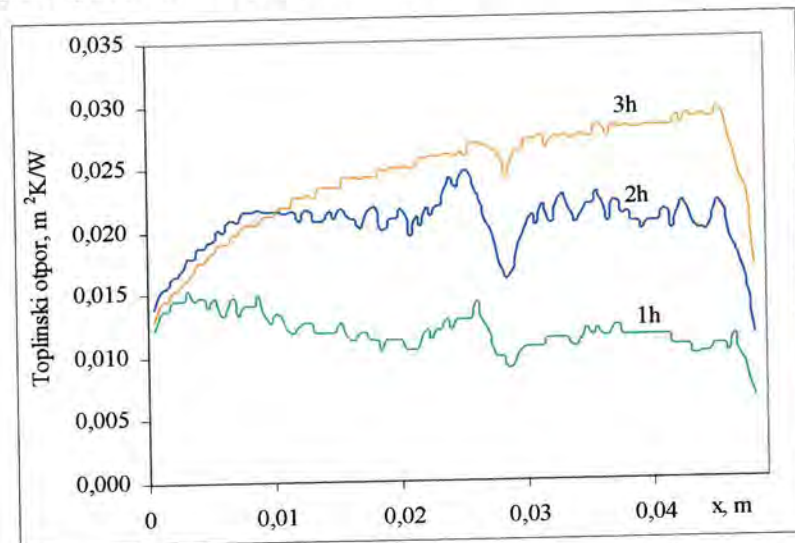
Slika 8.19. Promjena prosječnog specifičnog toplinskog otpora tijekom nastajanja ledenog sloja pri uvjetima A3

Raspodjele lokalnih vrijednosti specifičnih toplinskih otpora i koeficijenata toplinske vodljivosti za različita vremena u procesu nastajanja ledenog sloja prikazane se na slikama 8.20 i 8.21.

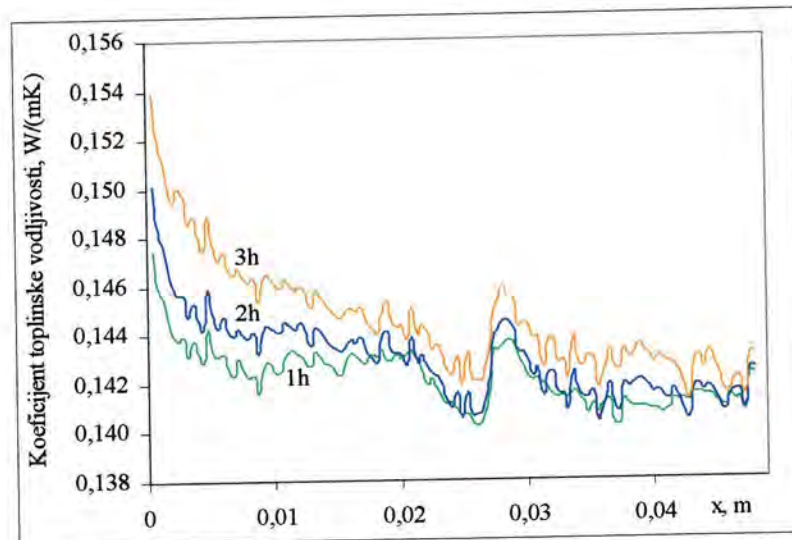
Iz raspodjele lokalnih vrijednosti može se uočiti da je koeficijent toplinske vodljivosti na ulaznom dijelu veći te je specifični toplinski otpor manji. Veće lokalne vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti na ulaznom dijelu pojavljuju se zbog veće gustoće ledenog sloja budući da na tom dijelu vrlo brzo dolazi do treće faze nastanka ledenog sloja. Za treću fazu nastanka ledenog sloja karakteristično je povećavanje gustoće zbog prodiranja i smrzavanja kapljevite vode u dublje slojeve ledenog sloja. Poroznost sloja postaje u tim dijelovima manja te ledeni sloj sadrži više kristalica leda, a oni imaju veći koeficijent toplinske vodljivosti od zračnih šupljina. Time se povećava vrijednost koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja.

Lokalne vrijednosti koeficijenata toplinske vodljivosti sloja rastu i u vremenu nastanka ledenog sloja. Tijekom procesa nastanka ledenog sloja jedan dio vodene pare koji iz zraka prijede u ledeni sloj kondenzira se i skrućuje te taloži se na površini u obliku kristala što se manifestira povećanjem debljine sloja, a drugi dio difuzijom prelazi unutar ledenog sloja povećavajući tako njegovu gustoću. Zbog porasta gustoće ledenog sloja zbog difuzije vodene pare dolazi i do povećanja koeficijenta toplinske vodljivosti leda.

Utjecaj povećanja koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja na specifični otpor provođenju topline u odnosu na utjecaj porasta debljine leda jest manji tako da specifični otpor provođenju topline ipak raste kako je prikazano ranije.



Slika 8.20. Raspodjela lokalnih vrijednosti specifičnog toplinskog otpora ledenog sloja pri uvjetima A3

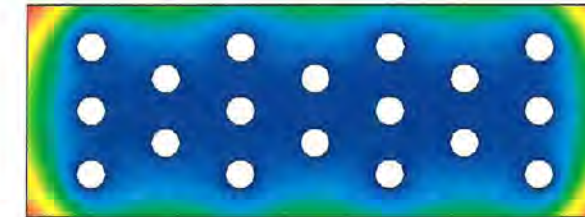


Slika 8.21. Raspodjela lokalnih vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja pri uvjetima A3

### 8.2.2 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na efikasnost lamele

Budući da je specifični toplinski otpor najveći na zračnoj strani izmjenjivača, te čini oko 2/3 ukupnog specifičnog toplinskog otpora, pri konstrukciji izmjenjivača poduzimaju se različite mjere povećanja površine izmjene topline na strani zraka. Ugradnja lamela jedan je od načina povećavanja površine na zračnoj strani što pridonosi povećanju iskoristivosti izmjenjivača. U

realnom slučaju cijela površina lamele neće biti progrijana na jednoliku temperaturu površine cijevi čiju proširenu površinu one i predstavljaju. Toplinski tok prema površini lamela bit će stoga manji nego u slučaju kada bi cijela površina lamele bila na temperaturi površine cijevi. Razlika između temperatura površine lamele i okolnog zraka u dijelu lamele gdje se ona spaja s cijevi (u korijenu lamele, na spoju lamele i cijevi) bit će veća nego na rubovima lamele. Na slici 8.22 kvalitativno je prikazana tipična raspodjela temperatura na površini lamele.



Slika 8.22. Kvalitativna raspodjela temperatura na površini lamele

U svrhu matematičkog opisivanja ove pojave definira se pojam *efikasnosti lamele*. Efikasnost lamele omjer je stvarno predane topline na lamelu i teorijski predane topline kada bi lamela bila jednoliko progrijana na temperaturu površine cijevi te je definirana izrazom [36]:

$$\eta_{\text{lam},0} = \frac{\int_A \alpha_{zr} (\vartheta_{zr} - \vartheta_{\text{lam}}) dA}{\int_A \alpha_{zr} (\vartheta_{zr} - \vartheta_{\text{cijev}}) dA} \quad (8.5)$$

Efikasnost lamele može se približno izračunati prema izrazu [37]:

$$\eta_{\text{lam},0} = \frac{\vartheta_{zr} - \bar{\vartheta}_{\text{lam}}}{\vartheta_{zr} - \vartheta_{\text{cijev}}} \quad (8.6)$$

Efikasnost lamela manja je kod duljih, tanjih i lamela izrađenih od materijala s manjim koeficijentom toplinske vodljivosti. Efikasnost lamele opada i s povećanjem koeficijenta prijelaza topline na strani zraka zbog povećanja toplinskog toka.

Prethodne definicije efikasnosti lamele uzimaju u obzir samo osjetnu toplinu koja se izmjenjuje između lamele i zraka. Kako bi se uzela u obzir izmjena i osjetne i latentne topline, efikasnost lamele definira se izrazom [15]:

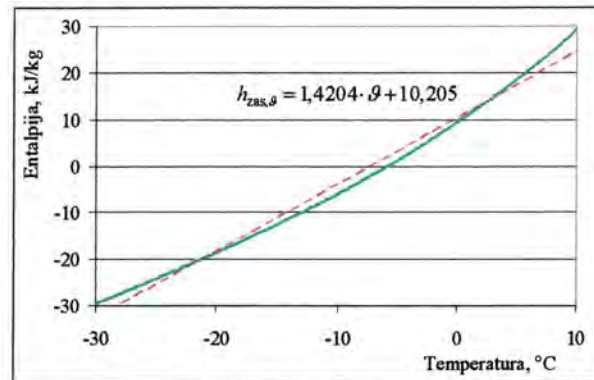
$$\eta_{\text{lam},0} = \frac{h_{zr} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{lam}}}}{h_{zr} - h_{\text{zas}, \vartheta_{\text{cijev}}}} \quad (8.7)$$

gdje je:

$h_{zr}$  specifična entalpija zraka, J/kg

$\bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{lam}}}$  specifična entalpija zasićenog zraka na prosječnoj temperaturi površine lamele, J/kg

$h_{\text{zas}, \vartheta_{\text{cijev}}}$  specifična entalpija zasićenog zraka na temperaturi površine cijevi, J/kg



Slika 8.23. Linearizacija ovisnosti specifične entalpije zasićenog vlažnog zraka o temperaturi

Uvede li se linearizacija ovisnosti specifične entalpije zasićenog vlažnog zraka o temperaturi u području temperatura  $-30^{\circ}\text{C} < \vartheta < 10^{\circ}\text{C}$  prema slici 8.23 slijedi izraz u obliku:

$$h_{zas,\vartheta} = a \cdot \vartheta + b = 1,4204 \cdot \vartheta + 10,205 \quad (8.8)$$

Efikasnost lamele uzimajući u obzir izmjenu osjetne i latentne topline može se definirati slično definiciji koju je dao Schmidt [38] izrazom:

$$\eta_{lam,0} = \frac{\tanh(m_0 \cdot L)}{m_0 \cdot L} \quad (8.9)$$

gdje je

$$m_0 = \sqrt{\frac{\alpha_x \cdot a}{c_{p,zr} \cdot \lambda_{lam} \cdot \delta_{lam}}} \quad (8.10)$$

Ekvivalentna visina lamele  $L$  iznosi:

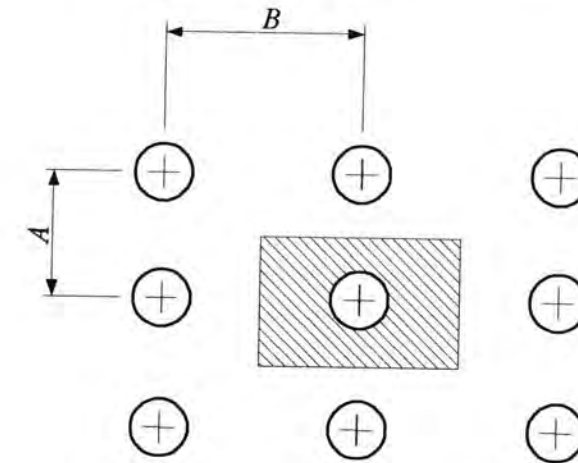
$$L = r_{cijev} \left( \frac{r_{ekv}}{r_{cijev}} - 1 \right) \left( 1 + 0,35 \cdot \ln \frac{r_{ekv}}{r_{cijev}} \right) \quad (8.11)$$

Omjer polumjera  $r_{ekv}/r_{cijev}$  ovisi o razmještanju cijevi. Za paralelni razmještaj cijevi prikazan na slici 8.24 slijedi:

$$\frac{r_{ekv}}{r_{cijev}} = 1,28 \cdot \frac{l_v}{r_{cijev}} \cdot \sqrt{\frac{l_h}{l_v} - 0,2} \quad (8.12)$$

uz

$$l_v = \frac{A}{2} \text{ i } l_h = \frac{B}{2} \quad (8.13)$$



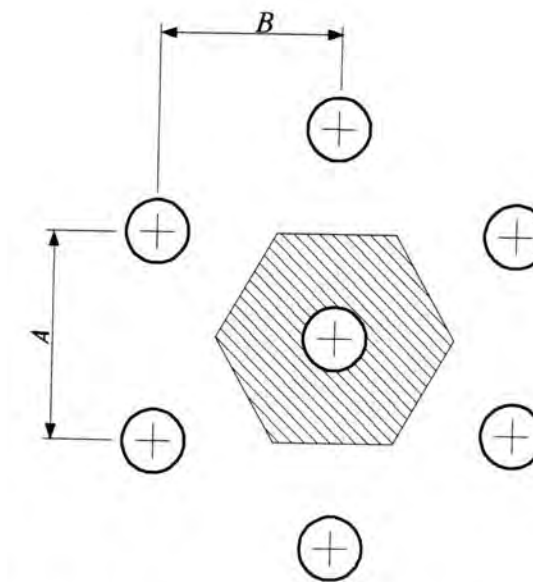
Slika 8.24. Paralelni razmještaj cijevi

Za naizmjeničan razmještaj cijevi prikazan na slici 8.25 slijedi:

$$\frac{r_{ekv}}{r_{cijev}} = 1,27 \cdot \frac{l_v}{r_{cijev}} \cdot \sqrt{\frac{l_h}{l_v} - 0,3} \quad (8.14)$$

uz

$$l_v = \frac{A}{2} \text{ i } l_h = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{A^2}{4} + B^2} \quad (8.15)$$



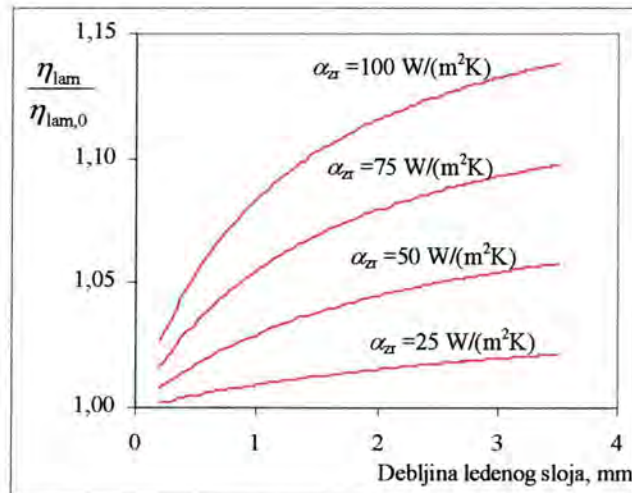
Slika 8.25. Naizmjeničan razmještaj cijevi



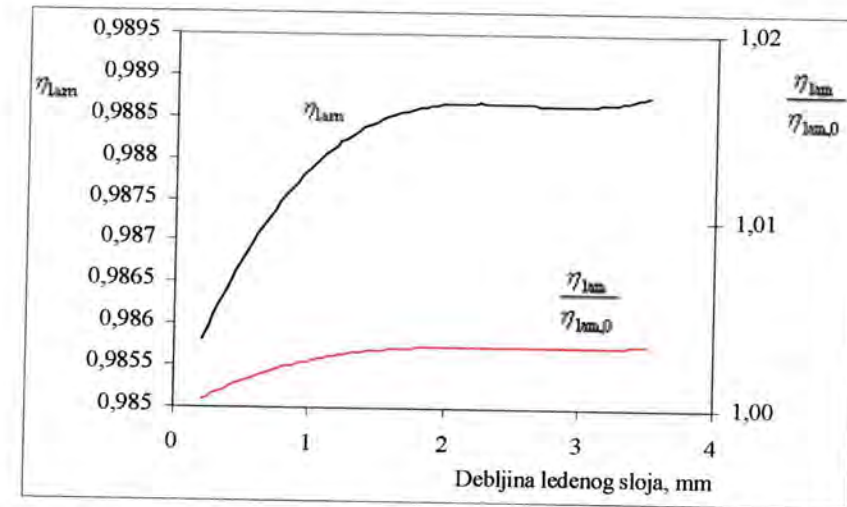
Izraz 8.9 uz 8.10 definira efikasnost nezaleđene lamele. Kako bi se mogla izračunati efikasnost lamele s naslagom ledenog sloja u  $m$  će se uključiti i prosječni specifični toplinski otpor ledenog sloja, tj. slijedi:

$$m = \sqrt{\frac{1}{\overline{W}_{ls} + \frac{c_{p,zr}}{\alpha_{zr} \cdot a}} \cdot \frac{1}{\lambda_{lam} \cdot \delta_{lam}}} \quad (8.16)$$

Kako bi se prikazao utjecaj debljine ledenog sloja na efikasnost lamele izračunat je omjer efikasnosti lamele s ledenim slojem  $\eta_{lam}$  i efikasnosti lamele bez ledenog sloja  $\eta_{lam,0}$ . Efikasnost lamele raste s povećanjem debljine ledenog sloja zbog izolacijskog efekta samog ledenog sloja koji pridonosi ujednačavanju temperaturne raspodjele po lameli. Utjecaj debljine ledenog sloja na omjer efikasnosti lamele za različite koeficijente prijelaza topline na strani zraka prikazan je na slici 8.26. Vrijednosti prikazane na slici proračunate su za izmjenjivač topline sa šahovskim rasporedom cijevi gdje su  $l_v = 0,016$  m,  $l_h = 0,024$  m. Odnos efikasnosti lamele s ledenim slojem i efikasnosti lamele bez ledenog sloja veći je od jedinice. To znači da je efikasnost lamele s ledenim slojem veća od efikasnosti lamele bez ledenog sloja zbog toga što je kod lamele s ledenim slojem raspodjela temperature ravnomjernija što utječe na povećanje efikasnosti lamele prema izrazu (8.6) i (8.7). Međutim treba napomenuti da navedena definicija efikasnosti lamele [15] ne uzima u obzir otpor provođenju topline kroz ledeni sloj već će taj utjecaj dodatno biti uzet u obzir prilikom proračuna ukupnog koeficijenta prolaza topline. Utjecaj debljine ledenog sloja na efikasnost lamele sa i bez ledenog sloja kao i na omjer efikasnosti lamele za ispitivani izmjenjivač, uzimajući u obzir realne koeficijente prijelaza topline na strani zraka, prikazan je na slici 8.27.



Slika 8.26. Utjecaj debljine ledenog sloja na omjer efikasnosti lamele

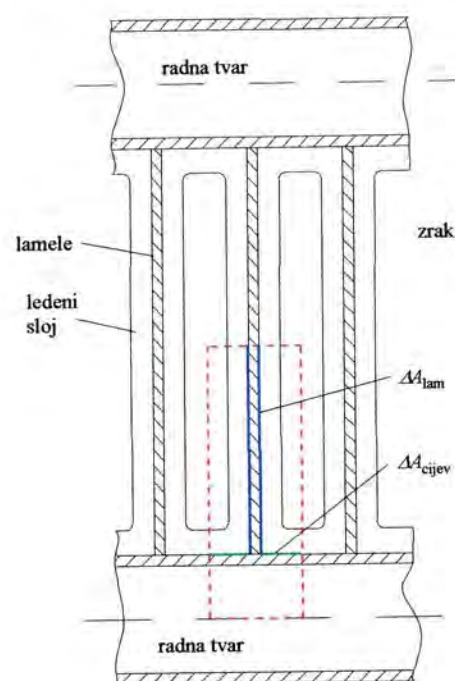


Slika 8.27. Utjecaj debljine ledenog sloja na efikasnost lamele i na omjer efikasnosti lamele za odabrani lamelni izmjenjivač pri uvjetima A3

S porastom debljine ledenog sloja, raste i otpor provođenju topline te se između zraka i lamele izmjenjuje manje topline. Zbog toga temperaturna raspodjela na površini lamele biva jednoličnija pa je i efikasnost lamele definirana na standardni način veća. Kako je ranije rečeno, činjenica da je vrijednost efikasnosti lamele određene na ovaj način veća ne znači da je prijenos topline sa zraka na lamelu intenzivniji jer navedenom definicijom nije uzet u obzir povećani otpor provođenju topline kroz ledeni sloj. Ovu definiciju efikasnosti lamele treba shvatiti samo kao mjeru jednolikosti temperaturne raspodjele lamele, a u ovom istraživanju uzeta je u obzir kako bi podaci bili usporedivi sa rezultatima ostalih istraživanja u relevantnoj literaturi.

### 8.2.3 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na koeficijent prolaza topline izmjenjivača

U svrhu određivanja izmijenjene topline između zraka i reprezentativnog segmenta lamelnog izmjenjivača topline definira se elementarni volumen prikazan na slici 8.28. Ovaj elementarni segment obuhvaća prostor između dvaju središta zračnih šupljina među lamelama s dijelom jedne cijevi i s dijelom površine lamele.



Slika 8.28. Elementarni segment lamelnog izmjenjivača topline

Ukupni toplinski tok izmijenjen na elementarnom segmentu pločastog izmjenjivača topline obuhvaća toplinski tok izmijenjen na cijevi i toplinski tok izmijenjen na lameli unutar promatranog segmenta:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{uk}} = \Delta \dot{Q}_{\text{lam}} + \Delta \dot{Q}_{\text{cijev}} \quad (8.17)$$

Izmijenjen toplinski tok na segmentu lamele iznosi:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{lam}} = \frac{k_{\text{lam}}}{c_{p, \text{zr}}} (h_{\text{zr}} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{lam}}}) \cdot \Delta A_{\text{lam}} \quad (8.18)$$

Izmijenjen toplinski tok na segmentu cijevi iznosi:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{cijev}} = \frac{k_{\text{cijev}}}{c_{p, \text{zr}}} (h_{\text{zr}} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{cijev}}}) \cdot \Delta A_{\text{cijev}} \quad (8.19)$$

Slijedi ukupni izmijenjeni toplinski tok:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{uk}} = \frac{k_{\text{lam}}}{c_{p, \text{zr}}} (h_{\text{zr}} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{lam}}}) \cdot \Delta A_{\text{lam}} + \frac{k_{\text{cijev}}}{c_{p, \text{zr}}} (h_{\text{zr}} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{cijev}}}) \cdot \Delta A_{\text{cijev}} \quad (8.20)$$

Koristeći izraz (8.7) iz (8.20) slijedi:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{uk}} = \frac{\Delta A_{\text{lam}}}{c_{p, \text{zr}}} (h_{\text{zr}} - \bar{h}_{\text{zas}, \vartheta_{\text{cijev}}}) k_{\text{lam}} \cdot \left( \eta_{\text{lam}} + \frac{k_{\text{cijev}}}{k_{\text{lam}}} \frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{lam}}} \right) \quad (8.21)$$

Koficijenti prolaza topline  $k_{\text{lam}}$  i  $k_{\text{cijev}}$  u sebi sadrže i prosječni specifični toplinski otpor ledenog sloja kao i utjecaj promjene geometrije zbog rasta ledenog sloja te iznose:

$$k_{\text{lam}} = \frac{1}{\frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta A_{\text{ls, lam}}} \cdot \frac{1}{\alpha_{\text{zr}}} + \frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta A_{\text{lam}}} \cdot \bar{W}_{\text{ls}} \frac{a}{c_{p, \text{zr}}}} \quad (8.22)$$

$$k_{\text{cijev}} = \frac{1}{\frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{ls, cijev}}} \cdot \frac{1}{\alpha_{\text{zr}}} + \frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{cijev}}} \cdot \bar{W}_{\text{ls}} \frac{a}{c_{p, \text{zr}}}} \quad (8.23)$$

gdje je

$\Delta A_{\text{lam}}$  površina segmenta lamele,  $\text{m}^2$

$\Delta A_{\text{ls, lam}}$  površina ledenog sloja na zračnoj strani segmenta lamele,  $\text{m}^2$

$\bar{\Delta A}_{\text{lam}}$  srednja površina (između  $\Delta A_{\text{lam}}$  i  $\Delta A_{\text{ls, lam}}$ ) na polovini debljine ledenog sloja,  $\text{m}^2$

$\Delta A_{\text{cijev}}$  površina segmenta cijevi,  $\text{m}^2$

$\Delta A_{\text{ls, cijev}}$  površina ledenog sloja na zračnoj strani segmenta cijevi,  $\text{m}^2$

$\bar{\Delta A}_{\text{cijev}}$  srednja površina (između  $\Delta A_{\text{cijev}}$  i  $\Delta A_{\text{ls, cijev}}$ ) na polovini debljine ledenog sloja,  $\text{m}^2$

Zanemarujući otpor provođenju topline kroz stijenku cijevi ukupni toplinski tok izmijenjen na segmentu lamelnog izmjenjivača topline iznosi:

$$\Delta \dot{Q}_{\text{uk}} = \frac{k_{\text{uk}}}{c_{p, \text{zr}}} \Delta A_{\text{lam}} (h_{\text{zr}} - h_{\text{zas}, \vartheta_{\text{R}}}) \quad (8.24)$$

uz ukupni koeficijent prolaza topline

$$k_{\text{uk}} = \left[ \frac{1}{k_{\text{lam}} \left( \eta_{\text{lam}} + \frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{lam}}} \cdot \frac{k_{\text{cijev}}}{k_{\text{lam}}} \right) + \frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta A_{\text{R}}} \frac{a}{c_{p, \text{zr}} \cdot \alpha_{\text{R}}}} \right]^{-1} \quad (8.25)$$

gdje je

$\Delta A_{\text{R}}$  unutarnja površina segmenta cijevi,  $\text{m}^2$

Kod velikih vrijednosti omjera  $\Delta A_{\text{lam}} / \Delta A_{\text{cijev}}$  izraz  $\frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{lam}}} \cdot \frac{k_{\text{cijev}}}{k_{\text{lam}}} \rightarrow 0$ .

Za izračunavanje ukupnog koeficijenta prolaza topline potrebno je odrediti geometrijske veličine elementarnog segmenta lamelnog izmjenjivača topline.

Omjer površine segmenta lamele i površine ledenog sloja na zračnoj strani segmenta lamele izračunava se izrazom:

$$\frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta A_{\text{ls,lam}}} = \left[ 1 - \frac{\delta_{\text{ls}}}{L} \left( \frac{1 + \frac{\delta_{\text{ls}}}{d_v}}{1 + \frac{L}{d_v}} \right) \right]^{-1} \quad (8.26)$$

Omjer površine segmenta lamele i srednje površine (između  $\Delta A_{\text{lam}}$  i  $\Delta A_{\text{ls,lam}}$ ) na polovini debljine ledenog sloja iznosi:

$$\frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta \bar{A}_{\text{lam}}} = \left( 1 - \frac{\delta_{\text{ls}}}{2L} \frac{1 + \frac{\delta_{\text{ls}}}{d_v}}{1 + \frac{L}{d_v}} \right)^{-1} \quad (8.27)$$

Omjer površine segmenta cijevi i površine ledenog sloja na zračnoj strani segmenta cijevi unutar elementarnog segmenta izmjenjivača topline izračunava se izrazom:

$$\frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{ls,cijev}}} = \left[ \left( 1 - \frac{2\delta_{\text{ls}}}{s - 2\delta_{\text{lam}}} \right) \cdot \left( 1 + \frac{2\delta_{\text{ls}}}{d_v} \right) \right]^{-1} \quad (8.28)$$

Omjer površine segmenta cijevi i srednje površine (između  $\Delta A_{\text{cijev}}$  i  $\Delta A_{\text{ls,cijev}}$ ) na polovini debljine ledenog sloja unutar elementarnog segmenta izmjenjivača topline iznosi:

$$\frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta \bar{A}_{\text{cijev}}} = \left[ \left( 1 - \frac{\delta_{\text{ls}}}{s - 2\delta_{\text{lam}}} \right) \frac{\frac{2\delta_{\text{ls}}}{d_v}}{\ln \left( 1 + \frac{2\delta_{\text{ls}}}{d_v} \right)} \right]^{-1} \quad (8.29)$$

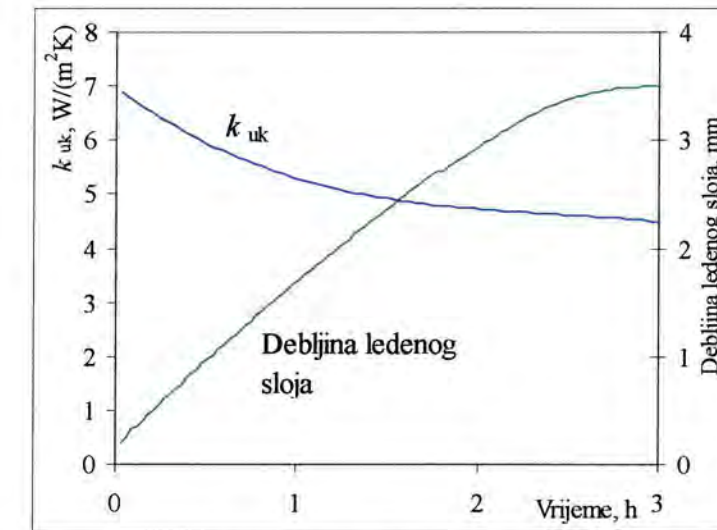
Odnos površina cijevi i lamele unutar elementarnog segmenta lamelnog izmjenjivača topline izračunava se prema izrazu:

$$\frac{\Delta A_{\text{cijev}}}{\Delta A_{\text{lam}}} = \left[ \frac{2}{s - 2\delta_{\text{lam}}} \left( 1 + \frac{L}{d_v} \right) \right]^{-1} \quad (8.30)$$

Omjer površina segmenta lamele i segmenta unutarnje površine cijevi u elementarnom segmentu izmjenjivača topline iznosi:

$$\frac{\Delta A_{\text{lam}}}{\Delta A_{\text{R}}} = \frac{2 \frac{L}{s} \left( 1 + \frac{L}{d_v} \right)}{\frac{d_u}{d_v}} \quad (8.31)$$

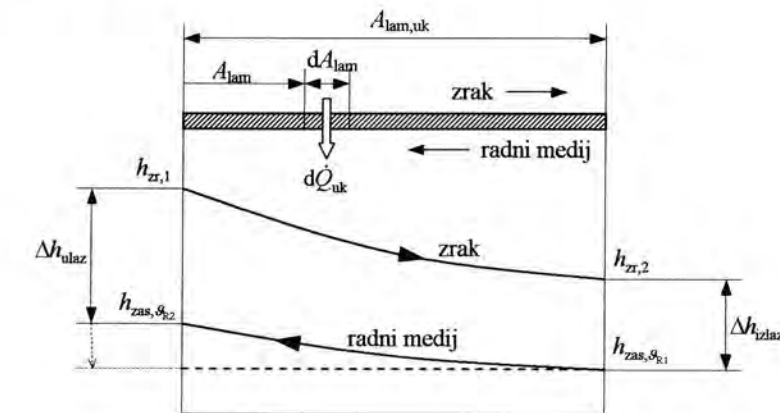
Prilikom povećanja debljine ledenog sloja dolazi do povećanog otpora provođenju topline te se ukupni koeficijent prolaza topline smanjuje. Promjena ukupnog koeficijenta prolaza topline i debljine ledenog sloja u vremenu za ispitivani izmjenjivač prikazana je na slici 8.29.



Slika 8.29. Promjena ukupnog koeficijenta prolaza topline u vremenu prilikom povećanja debljine ledenog sloja za odabrani lamelni izmjenjivač topline pri uvjetima A3

#### 8.2.4 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na izmijenjen toplinski tok u izmjenjivaču

Pri proračunu ukupnog izmijenjenog toplinskog toka na lamelnom izmjenjivaču topline unakrsno strujanje aproksimirano je čistim protusmjernim strujanjem. Na slici 8.30 prikazan je shematski prikaz izmjenjivača.



Slika 8.30. Shematski prikaz protusmjernog izmjenjivača

Na diferencijalnoj površini lamele izmjenjivača  $dA_{\text{lam}}$  izmjenjuje se toplinski tok:

$$d\dot{Q}_{\text{uk}} = \frac{k_{\text{uk}}}{c_{p,zr}} (h_{zr} - h_{z\text{as},s_r}) dA_{\text{lam}} \quad (8.32)$$

Površina svih  $A_{lam,uk}$  lamela izmjenjivača izračunava se prema izrazu:

$$A_{lam,uk} = n_h \cdot n_v \cdot n_{lam} \cdot \Delta A_{lam} \quad (8.33)$$

Na površini cijelog izmjenjivača  $A_{lam,uk}$  izmjenjuje se toplinski tok u iznosu:

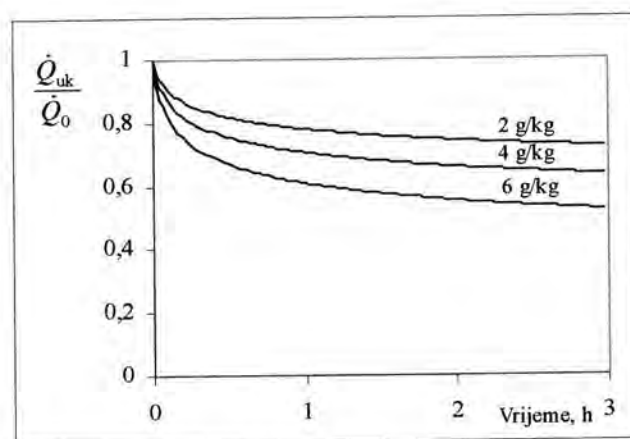
$$\dot{Q}_{uk} = \frac{k_{uk}}{c_{p,zr}} \frac{(h_{zr,1} - h_{zas, \vartheta_{R2}}) - (h_{zr,2} - h_{zas, \vartheta_{R1}})}{\ln \frac{h_{zr,1} - h_{zas, \vartheta_{R2}}}{h_{zr,2} - h_{zas, \vartheta_{R1}}}} A_{lam,uk} \quad (8.34)$$

Ako se pretpostavi da je temperatura radne tvari konstantna (isparivanje radne tvari) izraz 8.34 poprima jednostavniji oblik:

$$\dot{Q}_{uk} = \frac{k_{uk}}{c_{p,zr}} \left( \frac{h_{zr,1} - h_{zr,2}}{\ln \frac{h_{zr,1} - h_{zas, \vartheta_R}}{h_{zr,2} - h_{zas, \vartheta_R}}} \right) A_{lam,uk} \quad (8.35)$$

U izrazima 8.34 i 8.35 pojavljuje se srednja logaritamska specifična entalpija analogno srednjoj logaritamskoj temperaturi koja se koristi pri proračunu izmjenjivača kod kojih dolazi do izmjene samo osjetne topline. Ovom entalpijskom metodom uzete su u obzir i osjetna i latentna toplina koje se izmjenjuju između vlažnog zraka i radne tvari.

Promjene odnosa trenutno ostvarenih ukupnih i nominalnih izmijenjenih toplinskih tokova za vrijeme nastanka ledenog sloja za različite ulazne sadržaje vlage u zraku prikazane su na slici 8.30.



Slika 8.31. Odnosi trenutnih i nominalnih izmijenjenih toplinskih tokova za vrijeme nastanka ledenog sloja za uvjete A1, A2 i A3

Pri izmjeni topline kod izmjenjivača topline na kojem nema ledenog sloja ostvaruje se nominalni izmijenjeni toplinski tok. Ako se izmjenjivač topline nalazi u uvjetima nastanka ledenog sloja, zbog toplinskog otpora nastalog ledenog sloja izmijenjeni toplinski tok bit će manji od nominalnog. Sa slike 8.31 vidljivo je da omjer trenutnih i nominalnih izmijenjenih

toplinskih tokova opada s porastom debljine ledenog sloja. Kod većeg ulaznog sadržaja vlage u zraku nastanak ledenog sloja je intenzivniji te je smanjenje izmijenjenog toplinskog toka izrazitije zbog povećanog toplinskog otpora. Prilikom rada izmjenjivača topline u zraku sa sadržajem vlage od 2 g/kg nakon tri sata pogona izmijenjen toplinski tok smanji se za oko 28 %, a u zraku sa sadržajem vlage od 4 g/kg smanjenje izmijenjenog toplinskog toka iznosi oko 36 %.

### 8.3 Sprječavanje stvaranja ledenog sloja na izmjenjivačima topline

#### 8.3.1 Dodirni kut

Značajno mjesto u istraživanjima sprječavanja nastanka ledenog sloja zauzimaju istraživanja utjecaja različitih hidrofilnih i hidrofobnih obloga, tj. premaza, na stvaranje ledenog sloja i njegovo uklanjanje razleđivanjem. Sprječavanje ili usporavanje nastanka ledenog sloja ovim metodama ima svoje značajne prednosti jer su to mjere koje uopće ne zahtijevaju ili pak drastično smanjuju potrošnju dodatne energije potrebne za razleđivanje tijekom rada uređaja.

Pri opisivanju hidrofilnosti ili hidrofobnosti neke površine kao numerička vrijednost koja definira intenzitet navedenog svojstva površine koristi se veličina *dodirnog kuta*. Dodirni kut predstavlja kvantitativni izraz za vlaženje. To je unutarnji kut što ga kapljica zatvara s površinom, slika 8.32. Ako je dodirni kut veći od 90° kapljica teži stvaranju kapljica na površini, a ako je dodirni kut manji od 90° kapljica se više razlijeva po površini. U slučaju kada kapljica čini tanki film na površini vrijednost dodirnog kuta teži ka 0°.



Slika 8.32. Prikaz dodirnog kuta hidrofilnih i hidrofobnih površina

Hidrofilna površina ima afinitet prema vodi i u tom slučaju voda prekriva veću površinu te ima oštar tj. relativno mali dodirni kut. Hidrofobne površine "odbijaju" vodu i na površini stvaraju kapljice koje imaju tupi tj. relativno veliki dodirni kut.

#### 8.3.2 Napetost površine vode

Uzrok površinske napetosti kapljice leži u silama privlačenja među molekulama. Kada nije prisutna sila izvana, ova sila međusobnog privlačenja molekula uzrokuje grupiranje molekula na način da se stvaraju kapi sferičnog oblika. Ovaj efekt vidljiv je kada kišne kapi padnu na svježe ispoliranu metalnu površinu npr. automobilske karoserije.

Općenito je pravilo da veći udio polarnih grupa (npr. OH grupa) u molekuli utječe na jače privlačne sile među molekulama. Jake međumolekularne privlačne sile pojačavaju površinsku

napetost kapljevine i tendenciju stvaranja nakupina tj. kapi na nekoj površini umjesto da se kapljevine rasporede ravnomjerno po toj površini ovlažujući tako njezin veći dio. U molekuli vode udio OH grupe je prilično velik i tako veliki udio odgovoran je za relativno veliku napetost vodene površine. Neke druge molekule, kao npr. alkoholi, imaju manji udio OH grupe u molekuli, a time i manje sile površinske napetosti.

Što je površinska napetost neke kapljevine manja to će biti lakše ostvariti jednoliko ovlaženu površinu u obliku tankog filma kapljevine na traženoj ovlaživanoj površini.

Sile površinske napetosti su sile koje održavaju molekule kapljevine na okupu. U dubljim slojevima kapljevine gdje je svaka molekula okružena ostalim molekulama iste tvari ove se sile poništavaju i ukupni sustav molekula je u ravnoteži. Na površini je stanje drukčije. Na dodirnoj površini kapljevine i zraka površinske molekule su privučene od ostalih molekula kapljevine ali ne i od strane molekula zraka. Sile su neuravnotežene i kapjevina se ponaša kao da ima nategnutu elastičnu stijenku na svojoj površini.

Napetost površine može se kvantificirati kao sila koja djeluje na jediničnu dodirnu površinu zraka i kapljevine. Jedinica za opisivanje površinske napetosti reda je veličine  $\text{mN/m}^2$ .

### 8.3.3 Energija površine lamele

Energiju neke površine također čine sile privlačenja među molekulama tvari od koje je površina izrađena. Npr. čista drvena površina ima na svojoj površini složenu mješavinu različitih molekula sastavljenih od atoma ugljika, vodika i kisika te će zbog toga imati značajno velik udio polarnih grupa (OH) u molekulama. To će utjecati da sile među molekulama budu veće te će one činiti površinu veće energije.

Ugljikovodici, naprotiv, imaju mali ili nulti udio polarne OH grupe u molekulama te su sile privlačenja molekula manje i energija takve površine bit će manja.

Prilikom dodira kapljevine i neke površine, sile te površine mogu umanjiti ili potpuno poništiti djelovanje sila napetosti površine kapljevine i kapjevina će se lakše razliti i ravnomjernije rasporediti po površini. To će biti slučaj s površinama veće energije, npr. čistom drvenom površinom. Ovakve se površine nazivaju i hidrofilne ako se radi o vodi.

Pri dodiru kapjevina s površinama manje energije, npr. ugljikovodicima kao što su polimeri, energija takve površine neće biti dovoljna da poništi djelovanje sila površinske napetosti kapjevina koje su izrazito polarne. U ovom slučaju javljaju se kapi, pa se kapjevina teže raspoređuje po površini. U slučaju da je ta kapjevina voda takve se površine nazivaju hidrofobne.

Postoje različite metode kako površinu male energije transformirati u površinu veće energije. Svim metodama je zajedničko da na površini nastoje dobiti čestice koje sadrže kisik, a ova oksidacija površine može se postići npr. izlaganjem površine ultraljubičastom zračenju, plazmi, plamenu ili pak kiselinama.

Veličina energije površine određena je jačinom sila koje djeluju na jediničnu površinu granice krutina-zrak ili krutina-kapjevina.

### 8.3.4 Utjecaj vrste površine na stvaranje ledenog sloja i na proces razleđivanja

Novija istraživanja utjecaja hidrofilnih i hidrofobnih karakteristika površina lamele na stvaranje ledenog sloja i na proces razleđivanja pokazala su da na hidrofilnim površinama nastaje ledeni sloj veće gustoće. Također, na takvim je površinama poboljšana drenaža otopljene vode tijekom razleđivanja. Naprotiv, na hidrofobnim površinama lamela nastaje ledeni sloj manje gustoće. Prilikom razleđivanja ledenog sloja nastalog na hidrofobnim površinama dolazi do još većeg poboljšanja drenaže otopljenog leda zbog pojave odvajanja ledenog sloja koji se još nije potpuno otopio upravo radi karakteristika takvih površina.

U istraživanju kojega su proveli S. Jhee i dr [39] izvršena je usporedba izmjenjivača topline s čistim aluminijskim lamelama, hidrofilno tretiranim lamelama s premazima na bazi kroma i hidrofobno tretiranim lamelama na bazi politetrafluoretilena. Dodirni kut površine čiste netretirane aluminijske lamele iznosio je  $72^\circ$ , hidrofilno tretirane lamele  $12^\circ$  te hidrofobno tretirane lamele  $124^\circ$ .

Tretiranje površine lamela hidrofilnim premazima utječe uglavnom na stvaranje ledenog sloja, dok tretiranje površine hidrofobnim premazima utječe na pojave pri razleđivanju. Tretiranje površine lamele uglavnom utječe na ubrzanje rasta ledenog sloja, a ne na njegovo usporavanje [39]. Također je zaključeno da tretiranje površine ima mali utjecaj na toplinsku iskoristivost izmjenjivača topline.

Međutim, tretiranje površine lamela utječe na poboljšanje procesa razleđivanja. U slučaju hidrofilnog tretiranja površine lamele učinkovitost razleđivanja povećana je za 3,5 %, a u slučaju tretiranja lamela hidrofobnim premazima učinkovitost razleđivanja povećana je za čak 10,8 %. Količina zaostale vode na lamelama nakon razleđivanja bitno je manja kod površinski tretiranih lamela nego kod čistih netretiranih aluminijskih lamela.

## 8.4 Razleđivanje

### 8.4.1 Najčešće tehnike razleđivanja

Kod većine rashladnih uređaja koji na isparivačkoj strani imaju izmjenjivač topline *radna tvar* – *zrak*, a rade u uvjetima vlažnoga zraka neminovno dolazi do stvaranja ledenog sloja koji negativno utječe na rad i izmijenjen toplinski tok. Pojava ledenog sloja utječe na smanjenje prijenosa topline sa zraka na izmjenjivač i na veći pad tlaka odnosno otpor strujanju zraka kroz izmjenjivač. Zato je razleđivanje (eng. *defrosting*) neizbježan proces koji se mora periodički provoditi kako bi se nakupljeni ledeni sloj odstranio s izmjenjivača topline.

Razleđivanje se može provoditi na različite načine. Najčešći način odstranjivanja ledenog sloja s izmjenjivača je dovođenjem topline, tj. grijanjem. Pri tome dolazi do taljenja leda i on se u obliku kapljevite faze odvodi iz izmjenjivača topline. Rjeđe se koristi odstranjivanje ledenog sloja mehaničkim putem i odstranjivanje ledenog sloja čistom sublimacijom.

U nastavku će se pažnja posvetiti razleđivanju dovođenjem topline koje se može izvesti na dva osnovna načina:

- dovođenjem topline sa strane radne tvari i
- dovođenjem topline sa strane zraka.

Dovođenje topline može biti pri uvjetima konstantne temperature (npr. razleđivanje parom radne tvari) ili pri uvjetima konstantnog toplinskog toka (npr. razleđivanje električnim

grijačima). U sljedećoj tablici prikazana je klasifikacija metoda razleđivanja dovodenjem topline.

Tablica 8.3. Metode razleđivanja dovodenjem topline

Dovođenje topline na stani radne tvari			Dovođenje topline na stani zraka		
Razleđivanje toplom parom radne tvari	Razleđivanje toplom kapljevinom radne tvari	Razleđivanje grijanjem sekundarnim sustavom cijevi	Razleđivanje električnim grijačima	Razleđivanje hladnim ili toplim zrakom	Razleđivanje mlazom vode ili otopine

Najjednostavniji način razleđivanja je ono koje se izvodi zrakom koji se nalazi u prostoru oko isparivača topline. Primjenjuje se u slučajevima kada je temperatura zraka jednaka ili viša od 1°C. Kompresor se isključuje iz rada, a ventilatori izmjenjivača topline su u pogonu kako bi se intenzivirala izmjena topline i taljenje ledenog sloja.

Razleđivanje toplom parom radne tvari izvodi se tako da se topla para radne tvari vodi kroz isparivač topline. U većini procesa na ovaj se način koristi specifična latentna toplina kondenzacije radne tvari, dok se ponekad koristi samo osjetna toplina pregrijane pare radne tvari. Tijekom razleđivanja kompresor je u radu, a ventilatori isparivača su isključeni.

Pri razleđivanju električnim grijačima toplina se dovodi s vanjske strane izmjenjivača bilo da su grijači u izravnom dodiru s površinom isparivača ili se oni nalaze između ventilatora i samog izmjenjivača. Ovakvo razleđivanje traje dulje od razleđivanja toplom parom radne tvari.

Razleđivanje vodenim mlazom može se koristiti u uvjetima gdje je temperatura zraka veća od -18 °C. Rashladni uređaj i ventilatori izmjenjivača se zaustavljaju, a preko ledenog sloja aplicira se vodeni mlaz. Voda se prethodno zagrijava. Cijevi za dovod i odvod vode moraju biti izvedene tako da omogućuju brzu drenažu.

#### 8.4.2 Načini upravljanja ciklusom razleđivanja

Danas je, pri upravljanju rashladnim sustavima i sustavima s dizalicama topline, frekvencija rezleđivanja najčešće određena prethodno zadanim vremenskim intervalima ili je funkcija trajanja pogona uređaja. Razlikuju se tri osnovna načina upravljanja ciklusom razleđivanja:

- vremenski određen početak i vremenski određen završetak ciklusa
- vremenski određen početak i temperaturom određen završetak ciklusa i
- vremenski određen početak i tlakom određen završetak ciklusa razleđivanja.

##### Vremenski određen početak i vremenski određen završetak ciklusa razleđivanja

Ovaj način upravljanja ciklusom razleđivanja koristi se kada je moguće predvidjeti potrebno vrijeme između dva ciklusa i potrebno vrijeme trajanja razleđivanja.

##### Vremenski određen početak i temperaturom lamele određen završetak ciklusa razleđivanja

Početak ciklusa razleđivanja zadan je vremenskim intervalom. Tijekom postupka odstranjivanja ledenog sloja uređaj nije u funkciji i ne daje rashladnu energiju te dolazi do porasta temperature.

Temperaturni uvjet za završetak ciklusa razleđivanja i ponovno upućivanje uređaja u rad podešen je na temperaturu pri kojoj je sigurno da se sav led otopio.

##### Vremenski određen početak i tlakom radne tvari određen završetak ciklusa razleđivanja

Kao i u prethodnom načinima upravljanja ciklusom razleđivanja, početak ciklusa je vremenski određen. Kraj ciklusa određen je tlakom u usisnom dijelu uređaja. Kada tlak na usisu dostigne podešeni tlak koji odgovara tlaku radne tvari pri nezaleđenom isparivaču daje se nalog za završetak ciklusa razleđivanja.

#### 8.4.3 Fizikalni mehanizam razleđivanja

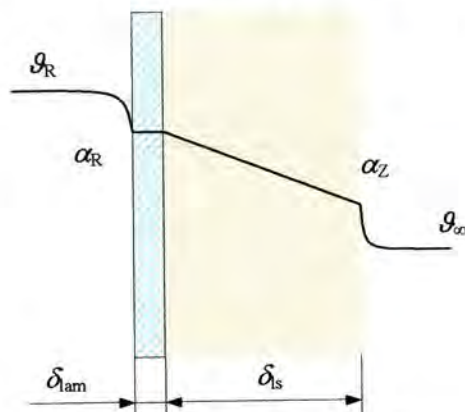
Razleđivanje ili taljenje ledenog sloja na lamelama izmjenjivača topline je nestacionaran proces. Taljenje ledenog sloja započinje na strani dovođenja topline. Određena količina vode koja nastaje kao posljedica taljenja leda biva apsorbirana u ostatak ledenog sloja. Tek kada dođe do zasićenja ledenog sloja kapljevitom fazom, višak vode se izlučuje u obliku kapljevite faze. U slučajevima razleđivanja dovodenjem topline sa stane radne tvari, tj. "iznutra", može doći do odvajanja ledenog sloja od površine lamele prije nego što je došlo do taljenja cjelokupnog ledenog sloja. U nekim je slučajevima ledeni sloj prilikom taljenja prislonjen na površinu lamele, a ponekad dolazi do stvaranja zračnih barijera između ledenog sloja i površine lamele koja odaje toplinu. Zbog nepredvidljivosti ovih pojava točno matematičko modeliranje ovakvog procesa razleđivanja predstavlja složen zadatak. Pri matematičkom opisivanju razleđivanja s dovodenjem topline preko lamele obrađuju se dva granična slučaja. U jednom je ledeni sloj prislonjen na površinu lamele, a u drugom je ledeni sloj od lamele odvojen zračnom šupljinom. Realni slučaj razleđivanja najčešće je kombinacija ovih dviju krajnosti. Zračne šupljine povećavaju otpor prijenosu topline s lamele na ledeni sloj i time produljuju vrijeme taljenja ledenog sloja, a time produljuju i potrebno vrijeme trajanja ciklusa razleđivanja. U slučaju da se isparivač nalazi u hladnom prostoru tijekom ciklusa razleđivanja dolazi do odavanja topline u hladni prostor, a može doći i do ponovnog zaleđivanja na površini nepotpuno otopljenog ledenog sloja izloženog niskim temperaturama.

#### 8.4.4 Matematički modeli procesa razleđivanja

Matematički model procesa razleđivanja temelji se na pretpostavki da se toplina potrebna za taljenje ledenog sloja dovodi preko površine izmjenjivača. Pri tome se razlikuju dovođenje topline pri konstantnoj temperaturi što je slučaj kod razleđivanja parom radne tvari i dovođenje topline pri konstantnom toplinskom toku koje se javlja pri razleđivanju električnim grijačima. Modele je detaljnije opisao Sanders [15]. Radi lakšeg matematičkog opisivanja pri procesu taljenja ledenog sloja možemo razlučiti dvije faze. Jednu u kojoj dolazi do povećavanja temperature ledenog sloja do temperature taljenja od 0 °C i drugu fazu koja predstavlja samo taljenje ledenog sloja. Prema položaju ledenog sloja u odnosu na površinu lamele definiraju se: model odleđivanja pri kojem je ledeni sloj u stalnom kontaktu s površinom izmjenjivača (model I) i model odleđivanja pri kojem je ledeni sloj odvojen od površine lamele zračnim slojem (model II). Kao što je već rečeno, realan proces razleđivanja najčešće je kombinacija ovih dvaju graničnih teorijskih slučajeva.

**Model I – Ledeni sloj je u stalnom kontaktu s površinom lamele**

Pri ovakvom procesu ostvaren je stalan kontakt ledenog sloja i lamele preko koje se dovodi toplina potrebna za taljenje ledenog sloja. Omogućen je nesmetan tok topline provođenjem. Ako temperaturu radne tvari označimo sa  $\vartheta_R$ , temperaturu okolnog zraka sa  $\vartheta_\infty$ , a ukupni koeficijent prijelaza topline na strani radne tvari  $\alpha_R$  te na strani zraka sa  $\alpha_Z$ , ovaj proces može se prikazati shemom kao na slici 8.33. Debljina lamele je  $\delta_{lam}$ , a debljina ledenog sloja označena je s  $\delta_s$ .

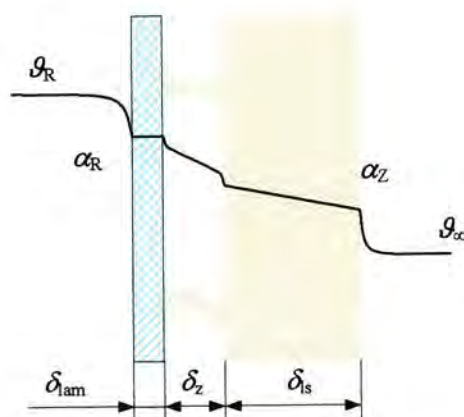


Slika 8.33. Model I – Ledeni sloj je u stalnom kontaktu s površinom lamele

Pri ovakvom razleđivanju zbog dobrih uvjeta prijenosa topline ostvaruje se najveća efikasnost razleđivanja i postiže se najkraće vrijeme trajanja razleđivanja.

**Model II – Ledeni sloj je fizički odvojen od površinom lamele**

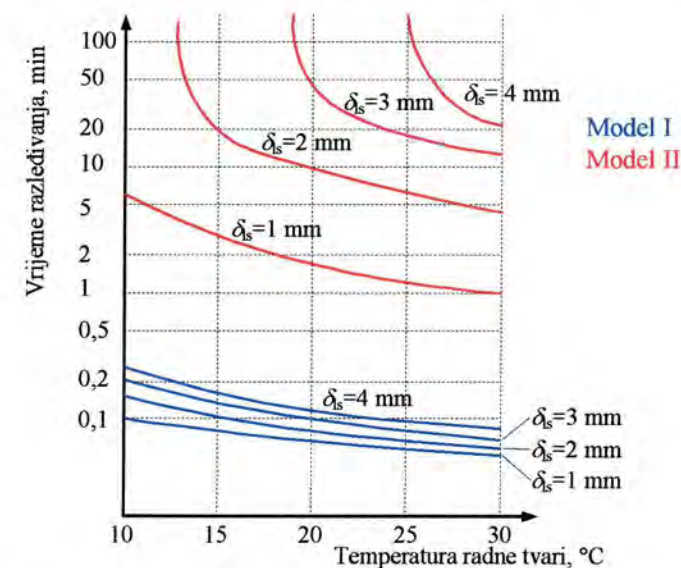
U procesu razleđivanja mogu nastati zračne šupljine između ledenog sloja i površine lamele preko koje se dovodi toplina potrebna za taljenje ledenog sloja. Zračni sloj debljine  $\delta_z$  predstavlja dodatni otpor prijenosu topline s lamele na ledeni sloj. Posljedica toga je smanjena efikasnost razleđivanja i dulje vrijeme trajanja ciklusa razleđivanja. Ovaj je proces shematski prikazan na slici 8.34. Prilikom taljenja leda dio nastale kapljevine apsorbira se u preostali ledeni sloj te tako povećava gustoću, a time i mehaničku čvrstoću ledenog sloja što pridonosi stvaranju ovakvih struktura.



Slika 8.34. Model II – Ledeni sloj je odvojen od površine lamele zračnom barijerom

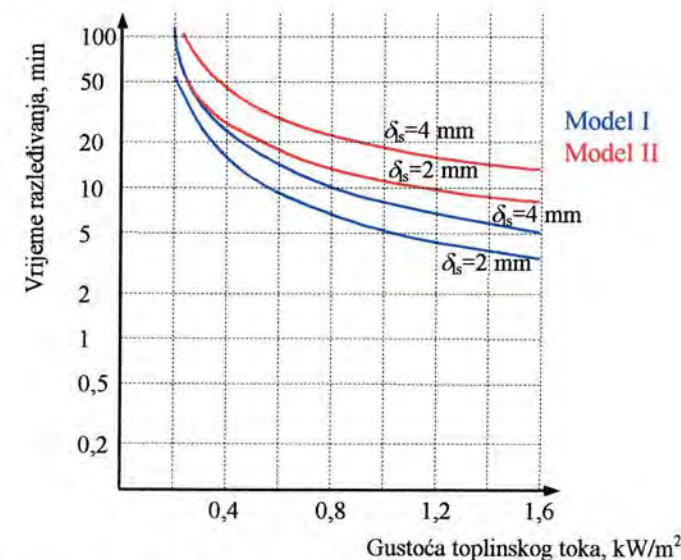
**Usporedba modela razleđivanja**

Usporedbu različitih modela razleđivanja dao je Sanders [15]. Na slici 8.35 prikazana je ovisnost potrebnog vremena razleđivanja o temperaturi pare radne tvari za različite debljine ledenog sloja. Dijagram predstavlja slučaj razleđivanja pri konstantnoj temperaturi, npr. razleđivanje toplom parom radne tvari. Vidljivo je da se u slučaju kada je ledeni sloj tijekom razleđivanja u stalnom kontaktu s površinom izmjenjivača (model I) postiže najkraće vrijeme razleđivanja. Najdulje vrijeme razleđivanja postiže se u slučajevima pri kojima je ledeni sloj odvojen od površine izmjenjivača zračnim slojem (model II).



Slika 8.35. Ovisnost trajanja razleđivanja o temperaturi radne tvari prilikom razleđivanja toplom parom radne tvari

Ovisnost trajanja razleđivanja o toplinskom toku za različite debljine ledenog sloja prikazana je na slici 8.36. Slika prikazuje slučaj razleđivanja pri konstantnoj gustoći toplinskog toka, npr. električnim grijačima.



Slika 8.36. Ovisnost trajanja razleđivanja o gustoći toplinskog toka prilikom razleđivanja električnim grijanjem

Vidljivo je da su prilikom razleđivanja konstantnom gustoćom toplinskog toka razlike među modelima s obzirom na vrijeme razleđivanja manje nego u slučaju razleđivanja pri konstantnoj temperaturi.

Usporedba ovih dvaju vrsta razleđivanja pri toplinski ekvivalentnim uvjetima pokazala je da razleđivanje konstantnim toplinskim tokom u prosjeku traje dulje nego razleđivanje kod konstantne temperature. Nadalje, pokazano je da se pri određenim uvjetima razleđivanje ne može potpuno niti provesti, osobito u slučaju razleđivanja toplim parama radne tvari. Rezultati prikazani na prethodnim dijagramima korisni su prilikom određivanja potrebne temperature ili toplinskog toka u procesu razleđivanja.

Pri većim debljinama ledenog sloja veća je mogućnost pojavljivanja zračnih šupljina između lamela i ledenog sloja te se zbog nepovoljnih uvjeta prijenosa topline produljuje potrebno vrijeme razleđivanja. Pri taljenju tanjeg ledenog sloja vjerojatnost da će se pojaviti ove zračne barijere je manja. Tada se tijekom razleđivanja ledeni sloj koji je zasićen kapljevinom nalazi neposredno uz lamelu izmjenjivača topline te je potrebno kraće vrijeme razleđivanja.

Tijekom razleđivanja neki se dijelovi ledenog sloja mogu odvojiti i dospjeti u niže zone izmjenjivača te tamo povećati debljinu ledenog sloja. Time se, u pravilu, vrijeme potrebno za razleđivanje produljuje.

#### 8.4.5 Toplina potrebna za razleđivanje

Prilikom razleđivanja potrebno je dovoditi toplinu na jedan od ranije opisanih načina. Toplina potrebna za razleđivanje može se rastaviti na nekoliko dijelova kako slijedi:

$$Q_R = Q_{it,0} + Q_{ls,0} + Q_{ls,lat} + Q_{it,\vartheta_R} + Q_{v,\vartheta_V} + Q_{sub} + Q_{gub} \quad (8.36)$$

Minimalna potrebna toplina za razleđivanje u idealnom slučaju iznosi:

$$Q_{R,min}^* = Q_{it,0} + Q_{ls,0} + Q_{ls,lat} \quad (8.37)$$

Minimalna potrebna toplina za razleđivanje u idealnom slučaju zanemarujući toplinski kapacitet samog izmjenjivača topline iznosi:

$$Q_{R,min} = Q_{ls,0} + Q_{ls,lat} \quad (8.38)$$

Toplina potrebna za zagrijavanje izmjenjivača topline ukupne mase  $m_{it}$  i specifičnog toplinskog kapaciteta  $c_{p,it}$  od temperature na početku razleđivanja  $\vartheta_R^0$  do temperature od  $0\text{ }^\circ\text{C}$  izračunava se prema izrazu:

$$Q_{it,0} = m_{it} \cdot c_{p,it} \cdot \vartheta_R^0 \quad (8.39)$$

Toplina potrebna za zagrijavanje ledenog sloja ukupne mase  $m_{ls}$  i prosječnog specifičnog toplinskog kapaciteta  $c_{p,ls}$  od temperature na početku razleđivanja  $\vartheta_R^0$  do temperature od  $0\text{ }^\circ\text{C}$  izračunava se prema izrazu:

$$Q_{ls,0} = m_{ls} \cdot c_{p,ls} \cdot \vartheta_R^0 \quad (8.40)$$

Za taljenje ledenog sloja ukupne mase  $m_{ls}$  potrebno je dovesti toplinu koja se može izračunati izrazom:

$$Q_{ls,lat} = m_{ls} \cdot q_{talj} \quad (8.41)$$

Toplina potrebna za zagrijavanje izmjenjivača topline od temperature  $0\text{ }^\circ\text{C}$  do konačne temperature na kraju razleđivanja  $\vartheta_R$  iznosi:

$$Q_{it,\vartheta_R} = m_{it} \cdot c_{p,it} \cdot \vartheta_R \quad (8.42)$$

Toplina potrebna za zagrijavanje vode nastale taljenjem ledenog sloja do konačne temperature vode  $\vartheta_V$  izračunava se prema izrazu:

$$Q_{v,\vartheta_V} = (1 - \omega) \cdot m_{ls} \cdot c_{H_2O} \cdot \vartheta_V \quad (8.43)$$

gdje je

$\omega$  maseni udio ledenog sloja koji tijekom razleđivanja sublimira  
 $c_{H_2O}$  specifični toplinski kapacitet vode:  $4,187\text{ kJ}/(\text{kg K})$

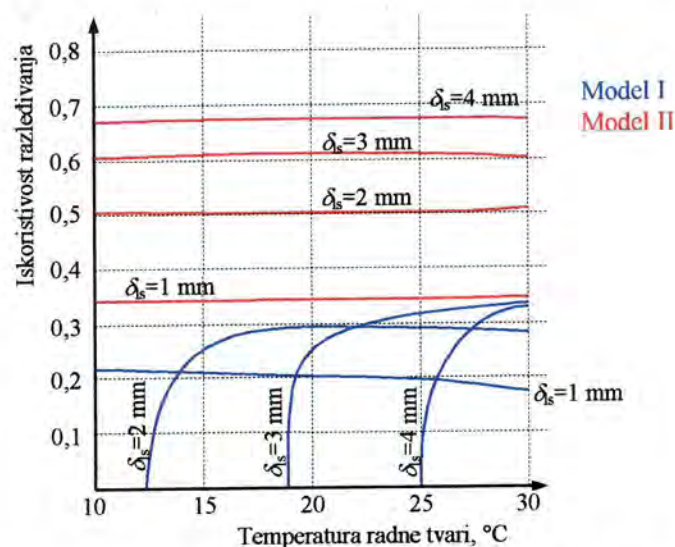
Toplina utrošena na sublimaciju jednog dijela ledenog sloja pri procesu razleđivanja  $Q_{sub}$  i toplinski gubici konvekcijom i zračenjem u okolni prostor  $Q_{gub}$  ne mogu se definirati jednostavnim izrazima. Ove su topline funkcija vremena trajanja procesa razleđivanja. Što proces razleđivanja traje dulje to će topline  $Q_{sub}$ ,  $Q_{gub}$  i  $Q_{it,\vartheta_R}$  biti veće. Posljedica toga je i manja iskoristivost razleđivanja. Zato je važno ne produljivati ciklus razleđivanja više nego što je to nužno potrebno.

#### 8.4.6 Iskoristivost razleđivanja

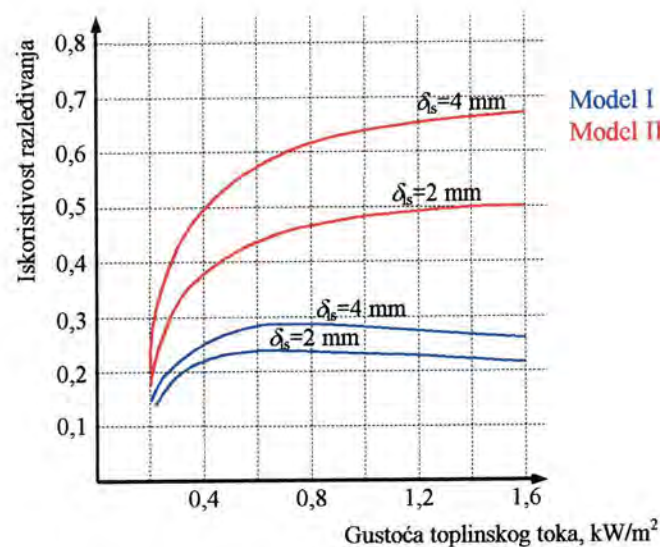
Iskoristivost razleđivanja definirana je kao omjer minimalno potrebne topline za razleđivanje u idealnom slučaju  $Q_{R,min}$  i stvarno utrošene topline  $Q_R$ , te iznosi:

$$\eta_R = \frac{Q_{R,min}}{Q_R} = \frac{Q_{ls,0} + Q_{ls,lat}}{Q_{it,0} + Q_{ls,0} + Q_{ls,lat} + Q_{it,\vartheta_R} + Q_{v,\vartheta_V} + Q_{sub} + Q_{gub}} \quad (8.44)$$





Slika 8.37. Ovisnost iskoristivosti razleđivanja o temperaturi radne tvari prilikom razleđivanja toplom parom radne tvari



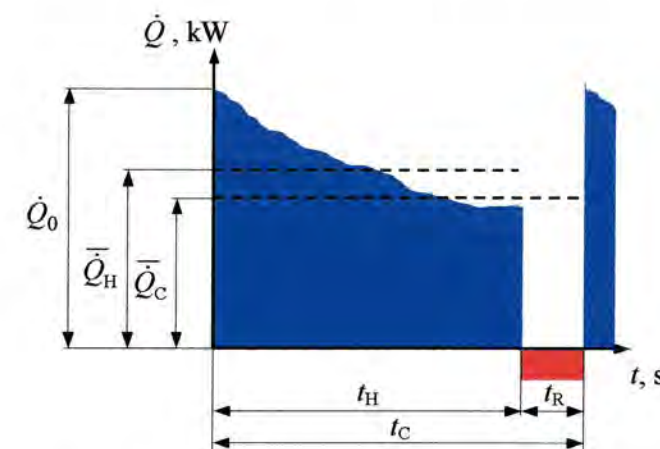
Slika 8.38. Ovisnost iskoristivosti razleđivanja o gustoći toplinskog toka prilikom razleđivanja električnim grijanjem

Na slikama 8.37 i 8.38 može se uočiti da je iskoristivost razleđivanja veća pri većim debljinama ledenog sloja jer su zbog veće količine leda topline za zagrijavanje i otapanje leda  $Q_{is,0}$  i  $Q_{is,lat}$  veće dok topline za zagrijavanje izmjenjivača topline  $Q_{it,0}$  i  $Q_{it,g_k}$  ne ovise o debljini sloja. Time brojnik u izrazu (8.44) postaje veći što daje veću vrijednost iskoristivosti razleđivanja  $\eta_R$ . Međutim, pri većim debljinama ledenog sloja dulje je i potrebno vrijeme razleđivanja. U praksi je važnije ostvariti da vrijeme razleđivanja bude što kraće, bez obzira na iskoristivost razleđivanja jer vrijeme trajanja razleđivanja bitno utječe na ukupnu učinkovitost rada sustava.

## 8.5 Utjecaj stvaranja ledenog sloja na ukupni izmijenjeni toplinski tok

### 8.5.1 Ukupni izmijenjeni toplinski tok pri radu uređaja u uvjetima nastanka ledenog sloja

Prilikom rada rashladnog uređaja u uvjetima nastanka ledenog sloja dolazi do smanjenja izmijenjenog toplinskog toka u isparivaču topline zbog stvaranja ledenog sloja. Utjecajni parametri na brzinu nastanka ledenog sloja analizirani su ranije. Pri radu uređaja neophodno je predvidjeti mogućnost razleđivanja radi ponovnog dostizanja potrebnog nominalnog izmijenjenog toplinskog toka. Određivanje trenutka početka razleđivanja odnosno duljine ciklusa *hlađenje+razleđivanje* složen je problem koji ovisi o čitavom nizu parametara. Na slici 8.39 prikazan je tipičan ciklus pri radu rashladnog uređaja u uvjetima nastanka ledenog sloja. Izmijenjen toplinski tok opada zbog rasta ledenog sloja odnosno povećanja otpora prolazu topline i zbog smanjenog protoka zraka zbog suženja slobodnog prostora strujanja zraka između lamela. Nakon određenog vremena hlađenja  $t_H$  slijedi vrijeme utrošeno na razleđivanje  $t_R$ . U ovoj je analizi pretpostavljeno da se topline potrebne za razleđivanje dovodi pri konstantnom toplinskom toku. Ukupno vrijeme ciklusa  $t_C$  predstavlja zbroj vremena hlađenja i vremena razleđivanja.



Slika 8.39. Tipičan ciklus pri radu rashladnog uređaja u uvjetima nastanka ledenog sloja

Nominalni izmijenjeni toplinski tok  $\dot{Q}_0$  ostvaruje se samo na početku ciklusa dok još nema ledenog sloja. Pri daljnjem radu uređaja izmijenjeni toplinski tok s vremenom se smanjuje. Srednji izmijenjeni toplinski tok tijekom perioda hlađenja iznosi:

$$\bar{Q}_H = \frac{1}{t_H} \int_{t_n} \dot{Q}(t) dt \quad (8.45)$$

Tijekom perioda razleđivanja toplinski tok ne izmjenjuje se u svrhu hlađenja nego se naprotiv dio topline potrebne za razleđivanje neminovno unosi i u hladeni prostor. Nakon završenog postupka razleđivanja na početku ponovnog ciklusa hlađenja potrebno je sam izmjenjivač ohladiti na radnu temperaturu. Sve ove topline također utječu na smanjenje stvarno

izmijenjenog korisnog toplinskog toka, a uključene su u toplinu potrebnu za razleđivanje. Ukupna toplina razleđivanja iznosi:

$$Q_R = \int_{t_k} \dot{Q}_R(t) dt \quad (8.46)$$

Za rad uređaja mjerodavan je srednji izmijenjeni toplinski tok tijekom cijelog ciklusa koji obuhvaća vrijeme hlađenja i vrijeme razleđivanja. Srednji izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču topline u uvjetima nastanka ledenog sloja tijekom cijelog ciklusa iznosi:

$$\bar{Q}_C = \frac{\int_{t_H} \dot{Q}(t) dt - \int_{t_R} \dot{Q}_R(t) dt}{t_H + t_R} \quad (8.47)$$

Stupanj djelovanja koji uzima u obzir smanjenje ukupne izmijenjene topline zbog nastanka ledenog sloja tijekom perioda hlađenja definiran je na sljedeći način:

$$\eta_H = \frac{\bar{Q}_H}{\bar{Q}_0} = \frac{\frac{1}{t_H} \int_{t_H} \dot{Q}(t) dt}{\bar{Q}_0} \quad (8.48)$$

Stupanj djelovanja koji uzima u obzir dodatno smanjenje izmijenjene topline zbog neizbježnog razleđivanja, predstavlja odnos prosječnog izmijenjenog toplinskog toka tijekom cijelog ciklusa i prosječnog izmijenjenog toplinskog toka u periodu hlađenja te iznosi:

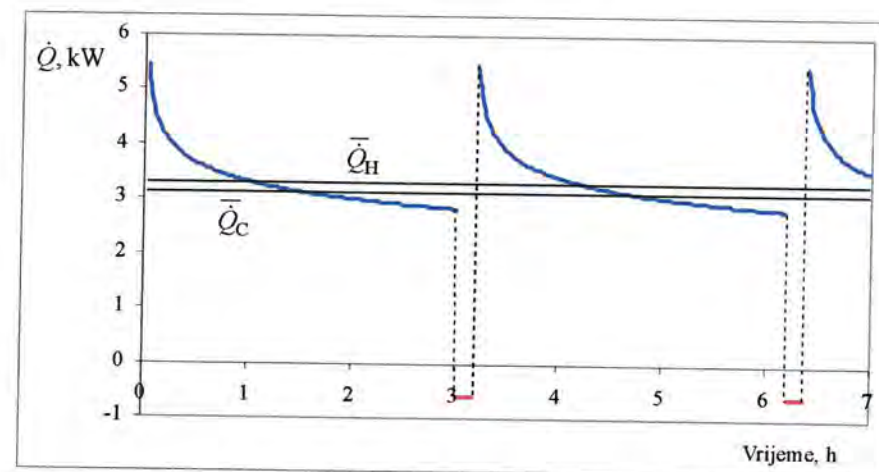
$$\eta_{raz} = \frac{\bar{Q}_C}{\bar{Q}_H} \quad (8.49)$$

Stupanj djelovanja perioda hlađenja  $\eta_H$  opisuje utjecaj stvaranja ledenog sloja na prosječni izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču topline, dok stupanj djelovanja  $\eta_{raz}$  opisuje utjecaj razleđivanja na prosječni izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču topline pri uvjetima nastanka ledenog sloja. Ukupni stupanj djelovanja koji predstavlja odnos prosječnog izmijenjenog toplinskog toka tijekom ciklusa i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka koji bi se ostvario u uvjetima pri kojima nema nastanka ledenog sloja iznosi:

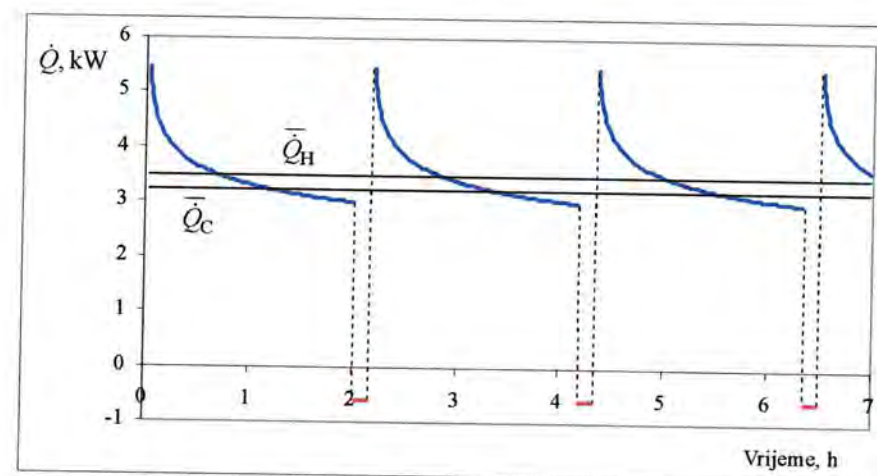
$$\varepsilon = \frac{\bar{Q}_C}{\bar{Q}_0} = \eta_H \cdot \eta_{raz} \quad (8.50)$$

### 8.5.2 Utjecaj razleđivanja na ukupnu iskoristivost

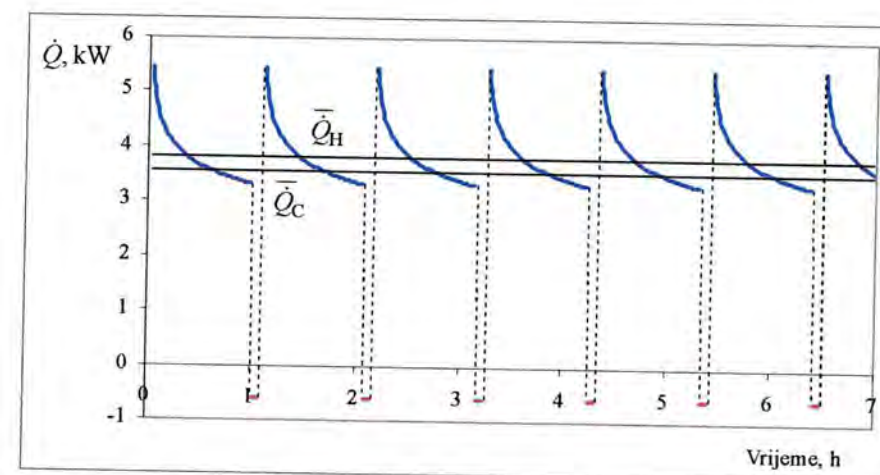
Rad odabranog lamelnog izmjenjivača topline simuliran je za različita vremena trajanja ciklusa i različite toplinske tokove pri procesu razleđivanja. Dobiveni rezultati pri uvjetima rada izmjenjivača topline A3 (ulazni sadržaj vlage u zraku 6 g/kg) prikazani su za vremena trajanja perioda hlađenja od 1, 2 i 3 sata. Na slikama 8.40-8.42 prikazane su promjene izmijenjenog toplinskog toka u vremenu sa zadanim toplinskim tokom razleđivanja od 0,6 kW, dok su na slikama 8.43-8.45 prikazane vremenske promjene izmijenjenog toplinskog toka uz toplinski tok razleđivanja od 0,3 kW.



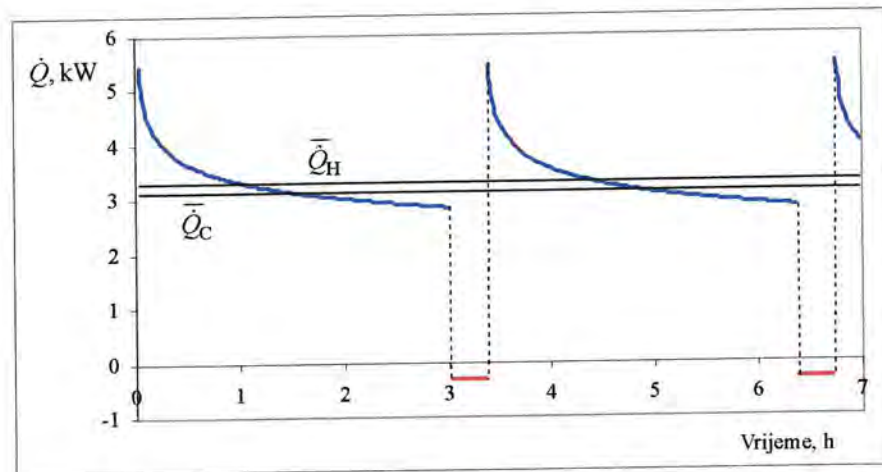
Slika 8.40. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=3$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



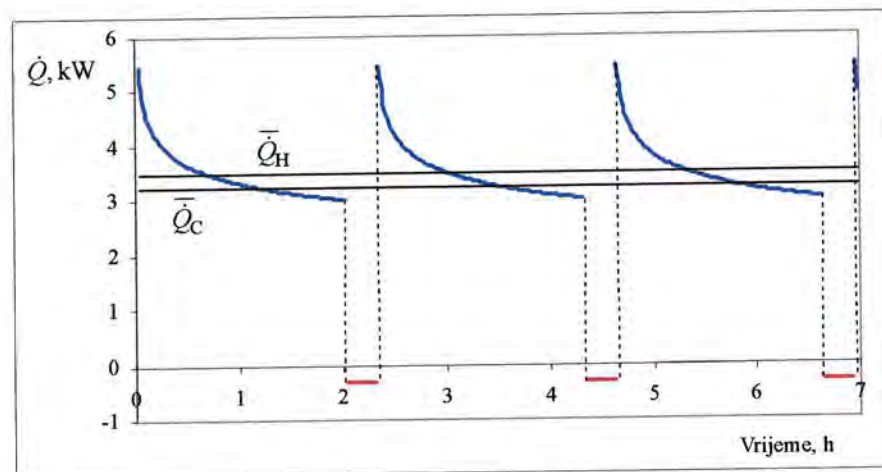
Slika 8.41. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=2$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



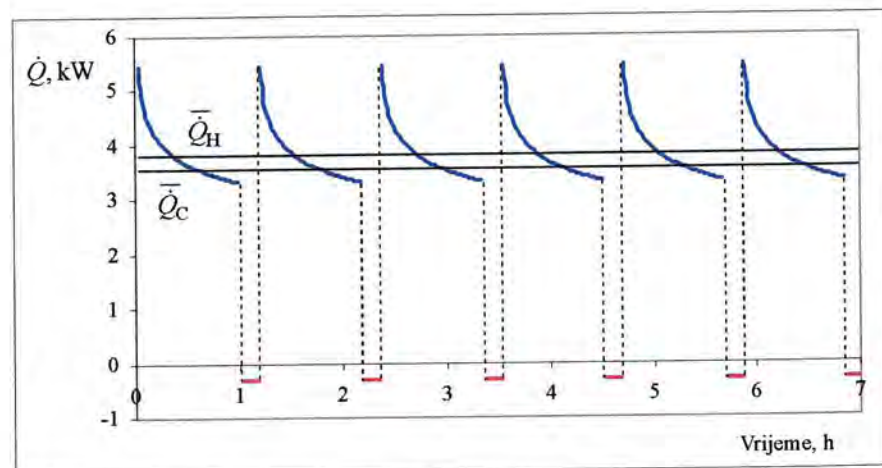
Slika 8.42. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=1$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



Slika 8.43. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=3$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)

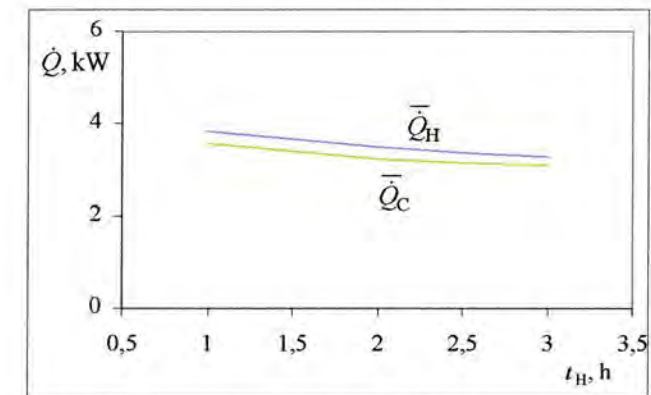


Slika 8.44. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=2$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)



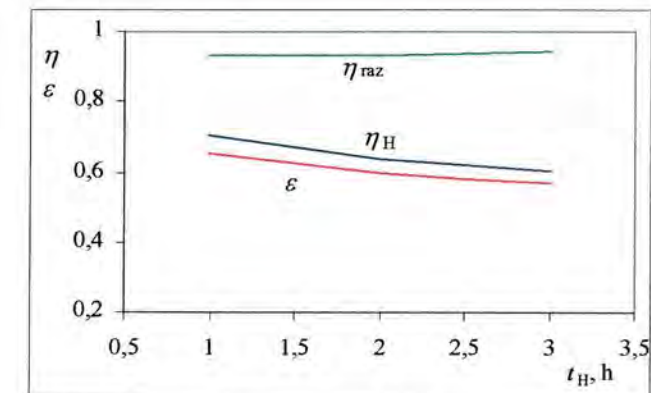
Slika 8.45. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 -  $w_{ul}=6$  g/kg (period hlađenja  $t_H=1$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)

Na prethodnim slikama može se uočiti smanjenje izmijenjenog toplinskog toka pri različitim trajanjima ciklusa rada uređaja. Kod kraćih ciklusa prosječni izmijenjeni toplinski tok tijekom perioda hlađenja i prosječni izmijenjeni toplinski tok tijekom cijelog ciklusa veći je nego kod duljih ciklusa za navedene sadržaje vlage u zraku. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o duljini trajanja ciklusa hlađenja prikazana je na slici 8.46.



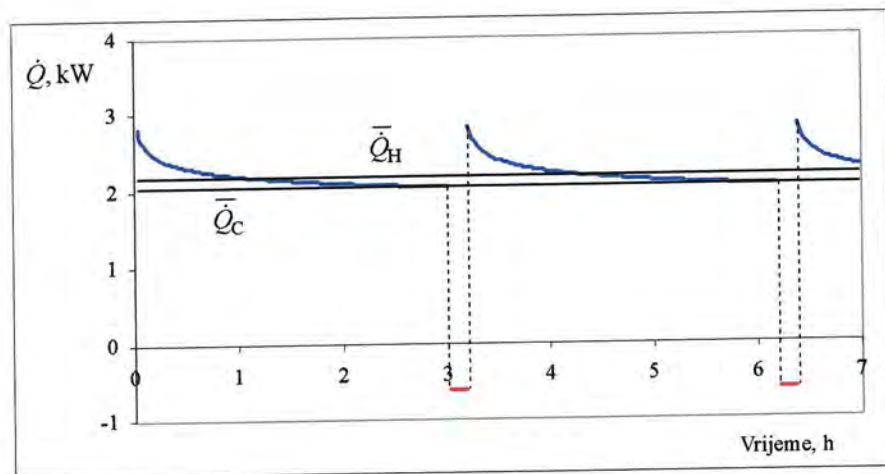
Slika 8.46. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A3

Utjecaj vremena trajanja ciklusa hlađenja na stupnjeve djelovanja prikazan je na slici 8.47. Duljina trajanja ciklusa utječe na stupanj djelovanja perioda hlađenja i ukupni stupanj djelovanja. Stupanj djelovanja perioda hlađenja  $\eta_H$  i ukupni stupanj djelovanja  $\varepsilon$  opadaju s porastom vremena trajanja ciklusa. Stupanj djelovanja zbog neizbježnog razleđivanja  $\eta_{raz}$  gotovo je konstantan, tj. neznatno raste pri većim vremenima trajanja ciklusa.

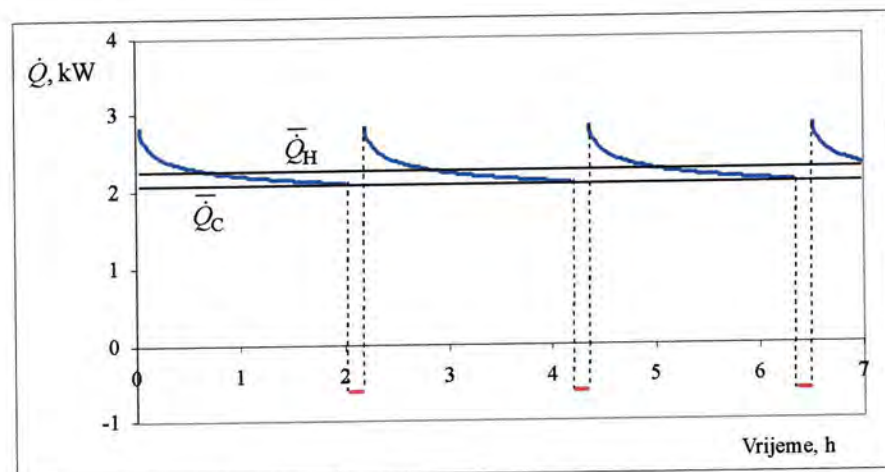


Slika 8.47. Ovisnost stupnjeva djelovanja izmjenjivača o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A3

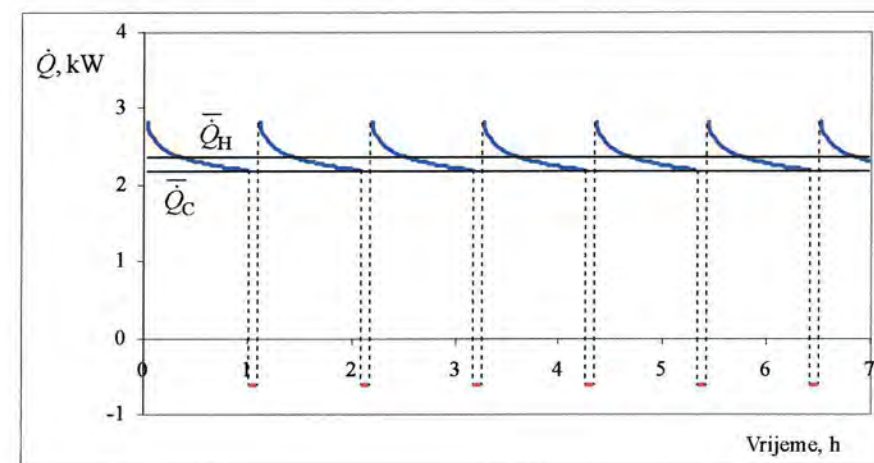
Radi usporedbe u nastavku su prikazani rezultati simulacije rada izmjenjivača topline pri uvjetima A1, tj. kod manjeg sadržaja vlage u ulaznom zraku ( $w_{ul}=2$  g/kg). Na slikama 8.48-8.50 prikazane su promjene izmijenjenog toplinskog toka u vremenu sa zadanim toplinskim tokom razleđivanja od 0,6 kW, dok su na slikama 8.51-8.53 prikazane vremenske promjene izmijenjenog toplinskog toka uz toplinski tok razleđivanja od 0,3 kW. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o duljini trajanja ciklusa hlađenja prikazana je na slici 8.54. Utjecaj vremena trajanja ciklusa hlađenja na stupnjeve djelovanja prikazan je na slici 8.55.



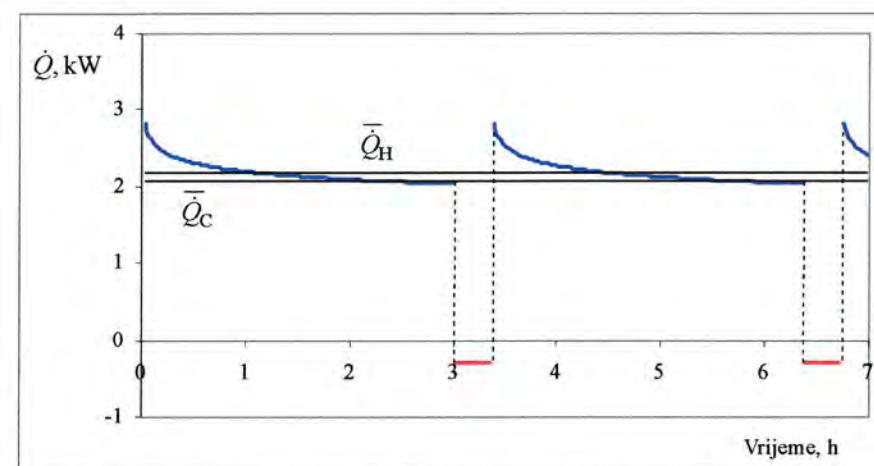
Slika 8.48. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=3$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



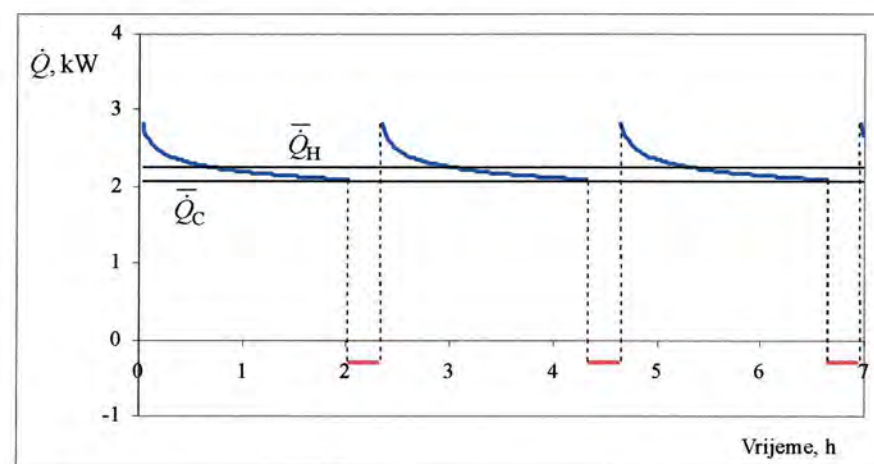
Slika 8.49. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=2$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



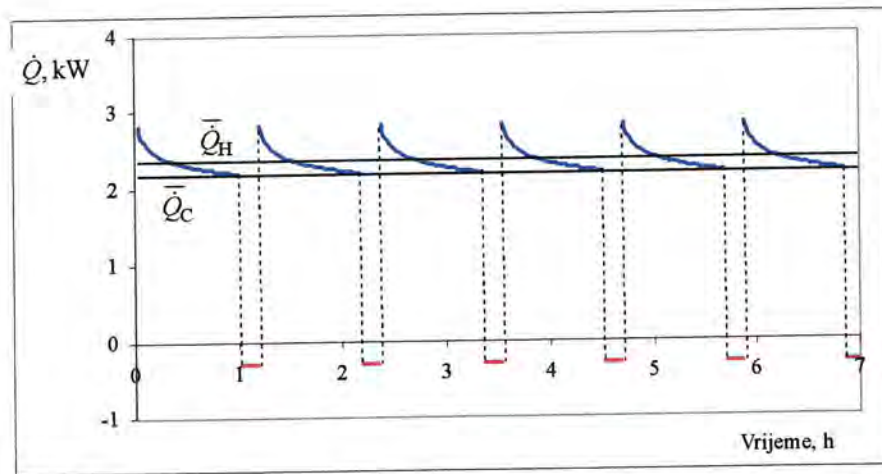
Slika 8.50. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=1$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,6$  kW)



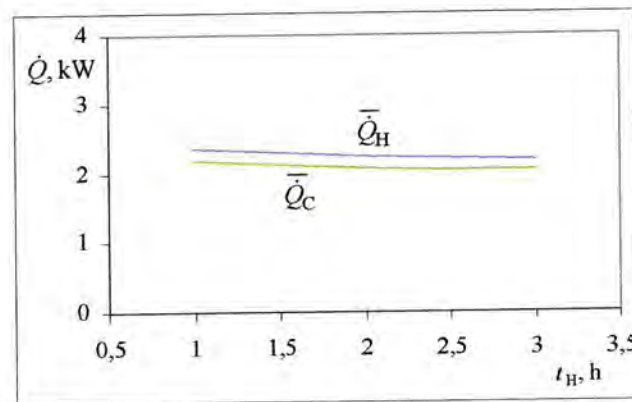
Slika 8.51. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=3$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)



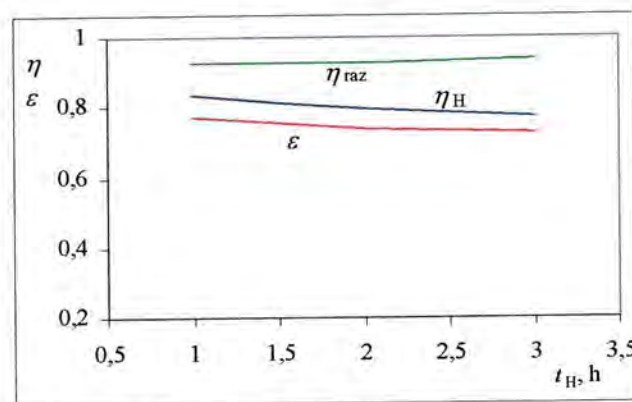
Slika 8.52. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=2$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)



Slika 8.53. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 -  $w_{ul}=2$  g/kg (period hlađenja  $t_H=1$  h, toplinski tok razleđivanja  $\dot{Q}_R = 0,3$  kW)



Slika 8.54. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A1



Slika 8.55. Ovisnost stupnjeva djelovanja izmjenjivača o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A1

Može se uočiti da su osnovne zakonitosti promjene izmijenjenog toplinskog toka i stupnjeva djelovanja u ovisnosti o vremenu trajanja perioda hlađenja slične u slučaju A3 pri većem

ulaznom sadržaju vlage u zraku (6 g/kg) i u slučaju A1 pri manjem sadržaju vlage u zraku (2 g/kg). Izmijenjeni toplinski tokovi koji se postižu pri većem ulaznom sadržaju vlage u zraku veći su zbog veće količine latentne topline kondenzacije i skrućivanja vodene pare iz zraka. U slučaju s manjim ulaznim sadržajem vlage u zraku smanjenje izmijenjenog toplinskog toka u vremenu je sporije, nego u slučaju s većim ulaznim sadržajem vlage u zraku.

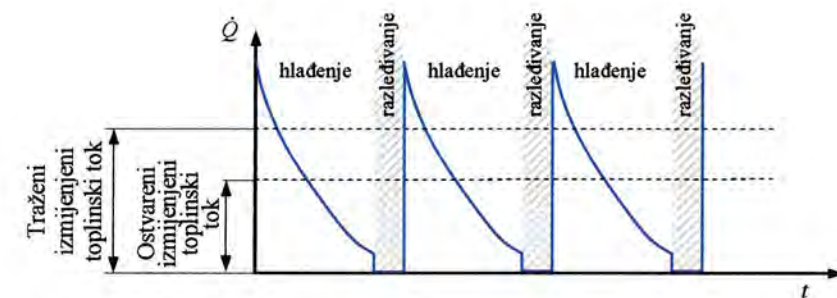
## 8.6 Primjer uporabe rezultata istraživanja pri upravljanju uređajem

### 8.6.1 Optimalno trajanje perioda hlađenja

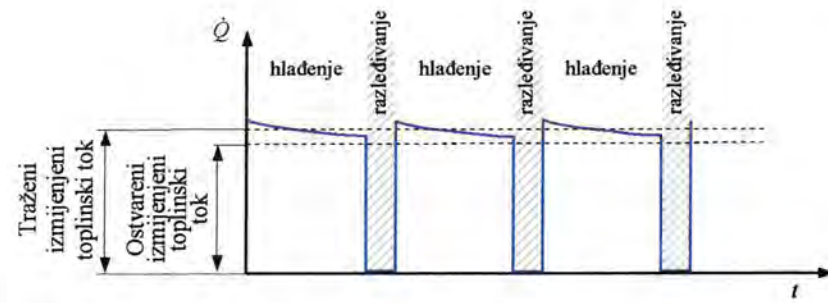
Prilikom rada rashladnog uređaja ili toplinske pumpe s isparivačem u okolišu s vlažnim zrakom neminovno dolazi do stvaranja ledenog sloja. Brzina nastajanja ledenog sloja opisana je prethodno predstavljanim matematičkim modelom. Nastali ledeni sloj smanjuje izmijenjeni toplinski tok u lamelnom izmjenjivaču topline te je nužno vršiti periodičke procese razleđivanja. Trenutak početka procesa razleđivanja nije uvijek lako točno odrediti. Proces razleđivanja troši energiju, a uz to uzrokuje i nekontinuiranu opskrbu rashladnom energijom jer u vrijeme razleđivanja uređaj ne predaje rashladnu energiju. Stoga je važno da se proces razleđivanja provodi samo kada je to nužno potrebno. Trenutak početka razleđivanja najčešće je određen unaprijed zadanim vremenskim intervalom perioda hlađenja. U takvom se radu uređaja općenito može postići predugačak ili prekratak period hlađenja u odnosu na optimalnu potrošnju pogonske energije i optimalnu opskrbu rashladnom energijom.

Ako uređaj radi u uvjetima intenzivnijeg nastanka ledenog sloja može se dogoditi da je ostvareni period hlađenja predugačak te dolazi do neželjenog smanjenja prosječnog izmijenjenog toplinskog toka ispod predviđene granice, slika 8.56. Prekratak period hlađenja pri uvjetima sporog stvaranja ledenog sloja također dovodi do neželjenog smanjenja prosječnog izmijenjenog toplinskog toka zbog prečesto izvođenih ciklusa razleđivanja, slika 8.57. Također dolazi do nepotrebnih prekida u opskrbi rashladnom ili toplinskom energijom.

Iz gore iznesenog vidljiva je važnost određivanja optimalnog trajanja perioda hlađenja koje će zadovoljiti potrebe za rashladnom ili toplinskom energijom uz što manju potrošnju pogonske energije.



Slika 8.56. Predugačak period hlađenja u uvjetima ubrzanog nastanka ledenog sloja



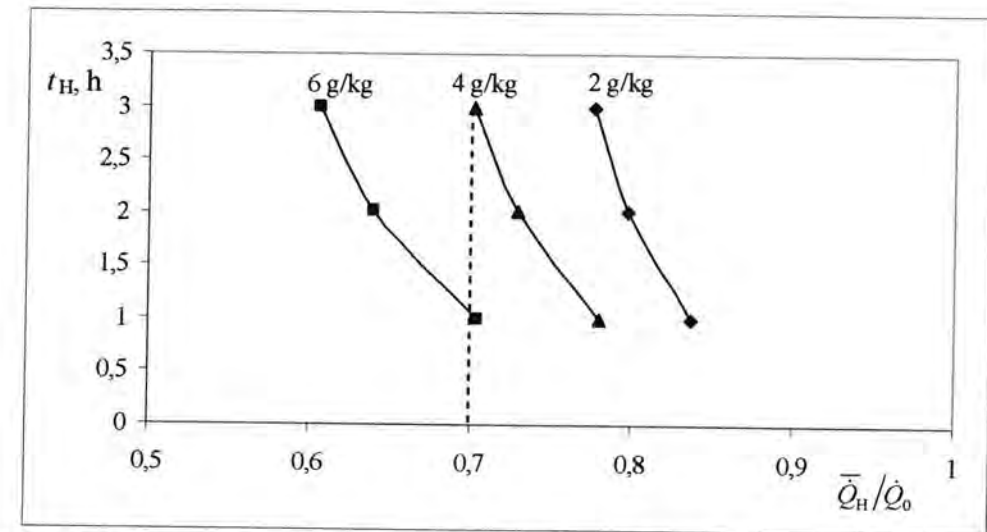
Slika 8.57. Prekratak period hlađenja u uvjetima usporenog nastanka ledenog sloja

### 8.6.2 Određivanje optimalnog trajanja perioda hlađenja

Testna ispitivanja uređaja u R&D Laboratoriju tvornice CIAT, Francuska, pokazala su da se ručnim podešavanjem nekih parametara ciklusa razleđivanja kao što su temperatura radne tvari za razleđivanje kojom se određuje kraj ciklusa i promjenom vremena rada između dvaju ciklusa razleđivanja, tj. podešavanjem vremena trajanja ciklusa, može utjecati na povećanje ukupne učinkovitosti za 10 do 15 %. Cilj ovoga rada je da ponudi rješenja za upravljanje sustavima pri čemu će se učestalost razleđivanja određivati prema stanju ledenog sloja na isparivačima, a ne prethodno zadanim vremenskim intervalima. Obradeni rezultati provedene numeričke analize upravo daju moguće rješenje ovog problema. Korištenjem razvijenog računalnog programa moguće je odrediti optimalnu duljinu trajanja ciklusa hlađenja ovisno o parametrima kao što su sadržaj vlage u zraku, temperatura zraka, temperatura lamele i brzina strujanja zraka.

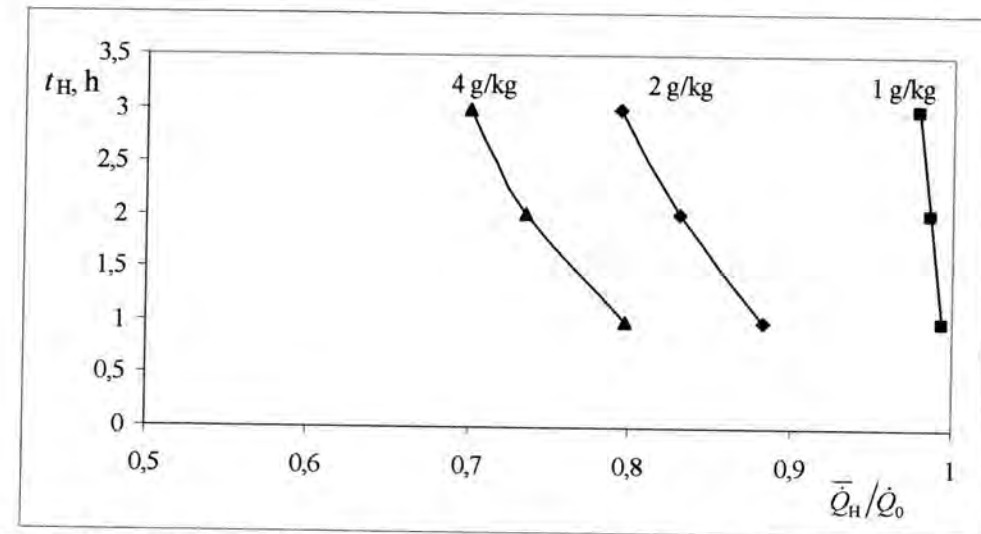
Analizom većeg broja različitih slučajeva s variranjem navedenih ulaznih parametara dobivene su korelacije za određivanje potrebnog vremena hlađenja tj. određivanje trenutka početka razleđivanja ovisno o traženom prosječnom izmijenjenom toplinskom toku u izmjenjivaču topline.

Radi ilustracije konkretne primjene rezultata ovih istraživanja u nastavku su prikazane neke od mogućih korelacija u obliku dijagrama. Na slici 8.58 prikazan je dijagram za određivanje optimalnog tj. najvećeg dopuštenog vremena trajanja perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka pri različitim sadržajima vlage u zraku. Dijagram je dobiven analizom slučajeva sa jednakom ulaznom brzinom i temperaturom zraka te jednakom temperaturom lamele (slučajevi A1-A3). Za zahtijevani izmijenjeni toplinski tok može se odrediti najdulje dopušteno vrijeme trajanje perioda hlađenja u ovisnosti o uvjetima nastanka ledenog sloja. Npr. ako se traži da izmijenjeni toplinski tok bude 70% od nominalnog toplinskog toka, tada pri sadržaju vlage u zraku od 4 g/kg period hlađenja može trajati 3 sata, dok će pri sadržaju vlage u zraku od 6 g/kg period hlađenja morati biti kraći i iznositi oko 1 h. U drugom slučaju sa sadržajem vlage u zraku od 6 g/kg period mora biti kraći jer dolazi do intenzivnijeg rasta ledenog sloja što utječe na intenzivnije smanjenje izmijenjenog toplinskog toka u lamelnom izmjenjivaču topline.

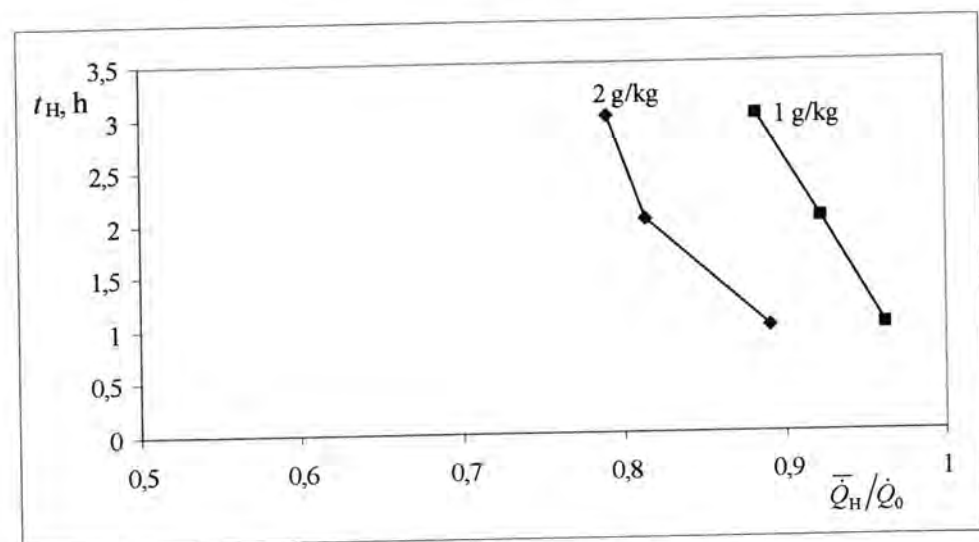


Slika 8.58. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C

Ovisnosti najvećih dopuštenih vremena trajanja perioda hlađenja o omjeru zahtijevanog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C i 0 °C za različite ulazne sadržaje vlage zraka prikazane su na slikama 8.59 i 8.60.



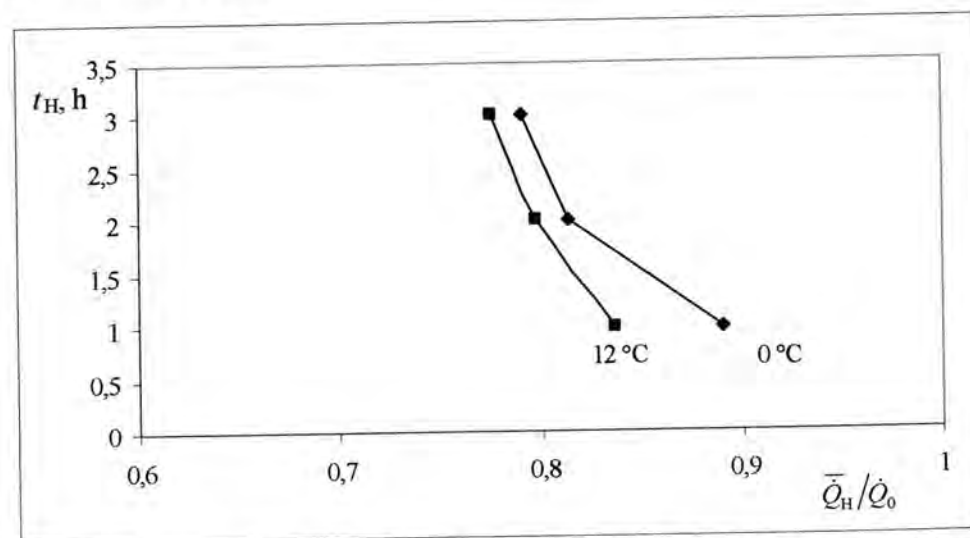
Slika 8.59. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C



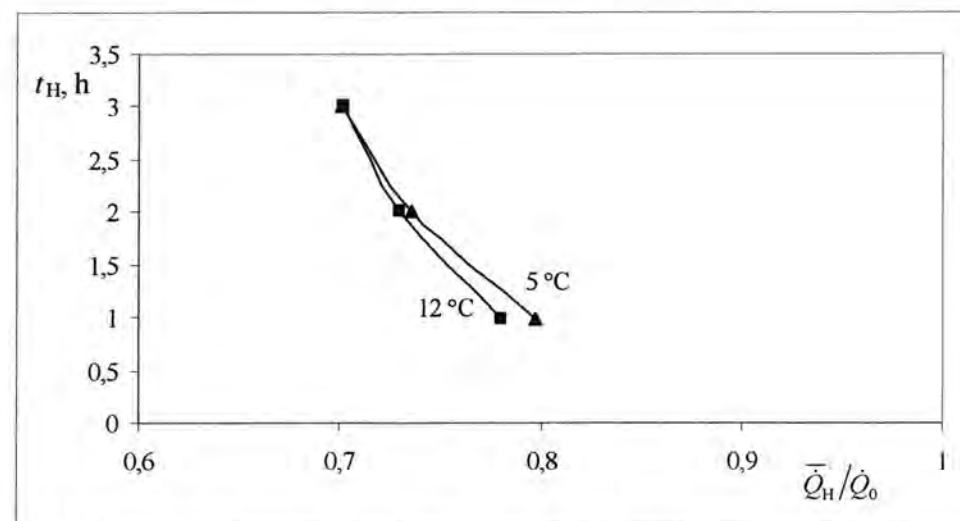
Slika 8.60. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 0 °C

I pri ulaznim temperaturama zraka od 0 °C i 5 °C te pri nekom traženom odnosu izmijenjenih toplinskih tokova  $\bar{Q}_H/\dot{Q}_0$  dulje trajanje perioda hlađenja može se ostvariti pri manjim sadržajima vlage u zraku. Kod većih sadržaja vlage u zraku optimalna vremena trajanja perioda hlađenja su kraća i proces razleđivanja će se morati provoditi češće.

Na slikama 8.61 i 8.62 prikazane su ovisnosti najvećih dopuštenih vremena trajanja perioda hlađenja o omjeru zahtijevanog izmijenjenog toplinskog toka u ciklusu hlađenja i nominalnog toplinskog toka pri različitim ulaznim temperaturama zraka za sadržaje vlage zraka na ulazu u izmjenjivač od 2 g/kg i 4 g/kg.



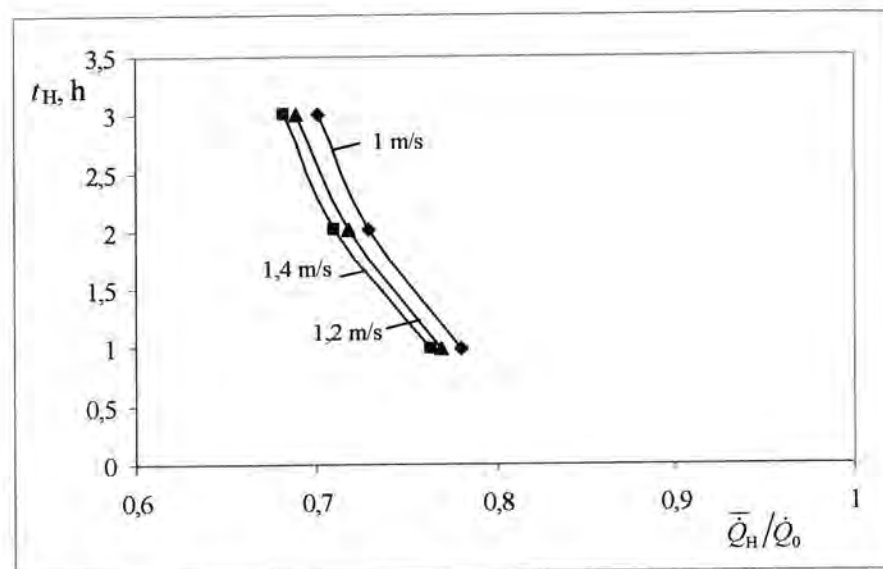
Slika 8.61. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim temperaturama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 2 g/kg



Slika 8.62. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim temperaturama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 4 g/kg

Iz dijagrama se može uočiti da je kod većih sadržaja vlage u zraku brzina stvaranja ledenog sloja veća pa je maksimalno dopušteno trajanje perioda hlađenja manje. Pri manjim temperaturama zraka moguće je ostvariti dulje periode hlađenja nego pri većim temperaturama ulaznog zraka jer je proces nastanka ledenog sloja intenzivniji pri većim temperaturama.

Primjerice, ako zahtijevani izmijenjeni toplinski tok u periodu hlađenja iznosi 80 % od nominalnog toplinskog toka, tj.  $\bar{Q}_H/\dot{Q}_0 = 0,8$  pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 2 g/kg najveće dopušteno vrijeme trajanja perioda hlađenja iznosi 2 h kod ulazne temperature zraka od 12 °C, odnosno 2,6 h kod ulazne temperature zraka od 0 °C. Dakle, za 12 °C nižu ulaznu temperaturu zraka moguće je ostvariti do 0,6 h dulje vrijeme perioda hlađenja za zadane uvjete sadržaja vlage u zraku i zadan potreban izmijenjen toplinski tok u izmjenjivaču. Pri većoj ulaznom sadržaju vlage u zraku od npr. 4 g/kg najveće dopušteno vrijeme trajanja perioda hlađenja iznosi 1 h pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C te 1,3 h pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C za neki zahtijevani odnos prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka  $\bar{Q}_H/\dot{Q}_0 = 0,78$ . Za 7 °C nižu ulaznu temperaturu zraka pri sadržaju vlage od 4 g/kg moguće je ostvariti 0,3 h dulje vrijeme trajanja perioda hlađenja. Ovaj utjecaj temperature zraka na najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja manji je kod većih ulaznih sadržaja vlage u zraku.



Slika 8.63. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim ulaznim brzinama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 4 g/kg i temperaturi od 12 °C

Utjecaj ulazne brzine zraka na najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za neki zadani odnos prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka pri ulaznom sadržaju vlage zraka od 4 g/kg i temperaturi od 12 °C prikazan je na slici 8.63. Pri ovim uvjetima utjecaj brzine zraka praktički je zanemarivo mali.

### 8.6.3 Regulacija uređaja s adaptivnim određivanjem trajanja perioda hlađenja

Korištenjem ovih saznanja moguće je uz zadani traženi prosječni izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču topline optimalno upravljati radom uređaja prateći određene parametre pogona. Time se mogu izbjeći nepotrebni periodi razleđivanja koji se mogu pojaviti kod upravljanja uređajima s vremenskim određivanjem početka razleđivanja. Također se mogu spriječiti periodi rada uređaja kada je stanje zaleđenosti izmjenjivača toliko napredovalo da se zbog debljine ledenog sloja ne može ostvariti traženi izmijenjeni toplinski tok.

Pri radu dizalica topline u tzv. "split" izvedbi u zimskom načinu rada također dolazi do uvjeta stvaranja ledenog sloja na izmjenjivačima topline u vanjskim jedinicama. Uz poznavanje parametara vanjskog zraka moguće je voditi proces rada uređaja na optimalan način sa stanovišta potrošnje energije i sa stanovišta kvalitete opskrbe toplinskom energijom, tj. omogućeno je adaptivno određivanje početka razleđivanja izmjenjivača u vanjskoj jedinici koje je prilagođeno vanjskom stanju zraka.

Obzirom na razvoj računalne tehnologije i tehnologije automatske regulacije realno je očekivati da će računala ugrađena u sustav automatskog upravljanja uređajima imati mogućnost provesti proračune prema opisanom matematičkom modelu. To će omogućiti primjenu adaptivne, i na vanjske parametre osjetljive, regulacije određivanja vremena početka razleđivanja što donosi značajne prednosti u vidu uštede u potrošnji pogonske energije kao i doprinosa kvaliteti i stabilnosti opskrbe rashladnom i toplinskom energijom.

## 9 Zaključak

Istraživanja u okviru izrade ove disertacije obuhvatila su numeričku i eksperimentalnu analizu izmjene topline i tvari pri stvaranju ledenog sloja na lamelnim izmjenjivačima topline. Iz provedenih numeričkih i eksperimentalnih istraživanja može se zaključiti da pojava stvaranja ledenog sloja na hladnim lamelama lamelnog izmjenjivača topline koji je podvrgnut strujanju vlažnog zraka predstavlja složen problem sa stanovišta matematičkog opisivanja problema. Ledeni sloj je promatran kao porozna struktura. Tretiranje ledenog sloja kao porozne strukture zahtijevalo je prilagođavanje postojećih matematičkih modela. Razvijen je matematički model i računalni program za dvodimenzijско rješavanje navedenog problema. Brzina rasta ledenog sloja izračunata je na osnovi masenih tokova vodene pare na granici zrak-ledeni sloj kao i na osnovi masenog toka zbog difuzije vodene pare u sam ledeni sloj. Numeričkim proračunom dobivena je brzina rasta ledenog sloja te su proračunate raspodjele temperatura, sadržaja vlage i brzina u subdomeni zraka kao i raspodjele temperatura i gustoća u subdomeni ledenog sloja. Postavljena je mjerna linija i izvršena su eksperimentalna ispitivanja u svrhu provjere valjanosti matematičkog modela i računalnog programa za numeričku analizu procesa nastanka ledenog sloja. Dan je pregled različitih načina razleđivanja kao i opis matematičkog modela procesa razleđivanja. Provedena je analiza utjecaja nastanka ledenog sloja na uvjete prijenosa topline i utjecaja povećanog otpora provođenju topline na izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču.

Potvrđena je činjenica da je u svrhu matematičkog modeliranja brzine stvaranja ledenog sloja potrebno odrediti gustoću i poroznost ledenog sloja kako bi se mogli izračunati maseni tokovi vodene pare na graničnoj površini. Stoga je u ovom radu izvršena analiza promjene gustoće ledenog sloja proračunom difuzije vodene pare unutar porozne strukture ledenog sloja. Zaključeno je pritom da je efektivna difuzivnost vodene pare u ledenom sloju veća od molekularne difuzivnosti vodene pare u zraku. Iz provedenih numeričkih analiza kojima su dobivene raspodjele temperatura i sadržaja vlage u zraku unutar graničnog sloja zaključuje se da su navedene raspodjele mjerodavne pri analizi nastanka ledenog sloja.

Analizirajući numeričkim i eksperimentalnim putem uvjete pri kojima nastaje ledeni sloj zaključeno je da je, generalno gledajući, brzina stvaranja ledenog sloja veća pri većim ulaznim sadržajima vlage i većim ulaznim temperaturama zraka. Osnovni je zaključak da stvaranje ledenog sloja bitno utječe na uvjete prolaza topline sa zraka na radnu tvar unutar lamelnog izmjenjivača topline. Zaključeno je da je specifični toplinski otpor u uzdužnom smjeru po površini lamele prilično nejednolik zbog različite gustoće ledenog sloja zbog pojava difuzije vodene pare unutar sloja i zbog pojava opisanih pri definiranju treće faze nastanka ledenog sloja koja obuhvaća povećavanje gustoće zbog prodiranja kapljevite vode i njenog skrućivanja u dubljim slojevima ledenog sloja.

Zaključeno je da je pri radu uređaja potrebno posebnu pažnju posvetiti načinu razleđivanja jer efikasnost razleđivanja može biti znatno smanjena zbog neželjenih pojava kao što su pojava zračnih šupljina između lamele i djelomično otopljenog ledenog sloja pri razleđivanju dovođenjem topline iznutra npr. kod razleđivanja toplim parama radne tvari.

Pokazano je da je razvijenim matematičkim modelom i računalnim programom čija je valjanost provjerena eksperimentalnim putem moguće odrediti optimalno trajanje perioda rada uređaja, optimalan početak perioda razleđivanja i ukupno trajanje ciklusa ovisno o traženom izmijenjenom toplinskom toku.



Najvažniji zaključak, a što predstavlja i glavni znanstveni doprinos ovoga rada, sastoji se u mogućnosti da se algoritam razvijenog i eksperimentom potvrđenog matematičkog modela koristi pri optimalnom upravljanju uređajima s lamelnim izmjenjivačima topline koji rade u uvjetima nastanka ledenog sloja. Time će se na adaptivan način moći upravljati vremenom početka razledivanja i periodom trajanja ciklusa hlađenja kako bi se ostvario zahtijevani izmijenjeni toplinski tok. Ovo korištenje rezultata istraživanja omogućuje smanjenje troškova pogona, osiguravanje kvalitetnije opskrbe toplinskom i rashladnom energijom kao i učinkovito korištenje energije.

Nastavak istraživanja trebao bi obuhvatiti analizu pojava pri nastanku ledenog sloja u turbulentnoj struji zraka. Ovakva analiza turbulentnog strujanja vlažnog zraka oko lamele lamelnog izmjenjivača topline zahtijeva proširenje matematičkog modela prema jednom od poznatih modela turbulencije. Nadalje, nastavak istraživanja obuhvatio bi detaljnu analizu utjecaja nastanka ledenog sloja na pad tlaka zraka prolaskom kroz lamelni izmjenjivač topline. U nastavku istraživanja predviđena je i optimizacija programskog koda razvijenog algoritma, kako bi se postigla veća brzina rješavanja i omogućilo eventualno integriranje algoritma u sustave regulacije uređaja s lamelnim izmjenjivačima topline koji rade u uvjetima nastanka ledenog sloja, a sve u svrhu uštede i učinkovitog korištenja energije.

## 10 Popis literature

- [1] M. Živić, *Utjecaj prirodne konvekcije u procesima s promjenom faza*, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2001.
- [2] Y.-X. Tao, R. W. Besant, K. S. Reykallah, *A mathematical model for predicting the densification and growth of frost on a flat plate*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 36 (1993), 353-363.
- [3] K.-S. Lee, W.-S. Kim, T.-H. Lee, *A one-dimensional model for frost formation on a cold surface*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40 (1997), 4359-4365.
- [4] Y. Hayarishi, A. Aoki, S. Adachi, K. Hori, *Study of frost properties correlating with frost formation types*, Journal of Heat Transfer, 99 (1977), 239-245.
- [5] R. Le Gall, J. M. Grillot, C. Jallut, *Modeling of frost growth and desiccation*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40 (1997), 3177-3187.
- [6] A. Lüer, H. Beer, *Frost deposition in a parallel plate channel under laminar flow conditions*, International Journal of Thermal Science, 39 (2000), 85-95.
- [7] B. W. Jones, J. D. Parker, *Frost formation with varying environmental parameters*, Journal of Heat Transfer, 97 (1975), 255-259.
- [8] A. Z. Sahin, *An analytical study of frost nucleation and growth during the crystal growth period*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 30 (1995), 321-330.
- [9] K. Lee, S. Jhee, D. Yang, *Prediction of the frost formation on a cold flat surface*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 46 (2003), 3789-3796.
- [10] B. Na, R. L. Weeb, *New model for frost growth rate*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 47 (2004), 925-936.
- [11] B. Na, R. L. Weeb, *Mass transfer on and within a frost layer*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 47 (2004), 899-911.
- [12] P. L. T. Brian, R. C. Reid, I. Brazinsky, *Cryogenic frost properties*, Cryog. Technology, 5 (1969), 205-212.
- [13] P. L. T. Brian, R. C. Reid, Y. T. Shah, *Frost deposition on cold surfaces*, Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 9 (1970), 375-380.
- [14] T. Kobayashi, T. Kuboda, I. Sungagawa (urednik), *Snow Crystals – Morphology*, Terra Scientific Publishing Company, Tokyo, 1987, 649-743.
- [15] C. T. Sanders, *The influence of frost formation and defrosting on the performance of air coolers*, doktorska disertacija, Delft Technical University, Delft, 1974.
- [16] F. Bošnjaković, *Nauka o toplini II*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1976.

- [17] P. L. T. Brian, R. C. Reid, Y. T. Shah, *Frost deposition on cold surfaces*, Industrial Engineering Chemistry Fundamentals, 9 (1970), 375-380.
- [18] N. Seki, S. Fukusako, K. Matsuo, S. Uemura, *Incipient phenomena of frost formation*, Bulletin of the JSME, 27 (1984) 233, 2476-2482.
- [19] H. Auracher, *Effective thermal conductivity of frost*, Proceedings of the International Symposium of Heat and Mass Transfer in Refrigeration Cryogenics, Dubrovnik, 1986, 285-302.
- [20] R. E. Cunningham, R. J. J. Williams, *Diffusion in Gases and Porous Media*, Plenum Press, 1980.
- [21] S. Jhee, K. S. Lee, W. S. Kim, *Effect of surface treatments on the frosting/defrosting behaviour of a fin-tube heat exchanger*, International Journal of Refrigeration, 25 (2002), 1047-1053.
- [22] C. C. Wang, C. T. Chang, *Heat and mass transfer for plate fin-and-tube heat exchangers, with and without hydrophilic coating*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 41 (1998) 3109-3120.
- [23] E. U. Okoroafor, M. Newborough, *Minimising frost growth on cold surfaces exposed to humid air by means of crosslinked hydrophilic polymeric coatings*, Applied Thermal Engineering, 20 (2000), 737-758.
- [24] X. M. Wu, R. L. Webb, *Investigation of the possibility of frost release from a cold surface*, Experimental Thermal and Fluid Science, 24 (2001), 151-156.
- [25] D. Seker, H. Karatas, N. Egrican, *Frost formation on fin-and-tube heat exchangers. Part I – Modeling of frost formation on fin-and-tube heat exchangers*, International Journal of Refrigeration, 27 (2004), 367-374.
- [26] C. H. Cheng, C. C. Shiu, *Frost formation and frost crystal growth on a cold plate in atmospheric air flow*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 45 (2002), 4289-4303.
- [27] H. Chen, L. Thomas, R. W. Besant, *Fan supplied heat exchanger fin performance under frosting conditions*, Int. Journal of Refrigeration, 26 (2003), 140-149.
- [28] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, New, York, 1980.
- [29] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, *An introduction to computational fluid dynamics – The finite volume method*, Longman Scientific & Technical, Essex, 1995.
- [30] M. Brezinščak, *Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1971.
- [31] B. S. Massey, *Measures in science and engineering*, Ellis Horwood Limited, Chichester, 1986.
- [32] ..., *Testo 350 M/XL, testo 450, Instruction manuals*, Testo GmbH, Lenzkirch, 2001.
- [33] ..., *LabVIEW Tutorial Manual*, National Instruments Corporation, Austin, 1996.

- [34] ... *DAQ SCXI-1102/B/C User Manual*, National Instruments Corporation, Austin, 1997.
- [35] ..., *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration*, EAL-R2 European cooperation for Accreditation in Laboratories Geneva, 1997.
- [36] ..., *ASHRAE Fundamental Handbook*, ASHRAE, New York, 2001.
- [37] ..., *VDI Heat Atlas*, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1993.
- [38] Th. E. Schmidt, *Heat Transfer Calculations for Extended Surfaces*, Refrigeration Engineering (1949), 351- 357.
- [39] S. Jhee, K. S. Lee, W. E. Kim, *Effect of surface treatments on the frosting/defrosting behaviour of a fin-tube heat exchanger*, International Journal of Refrigeration, 25 (2002), 1047-1053.
- [40] C. C. Wang, C. T. Chang, *Heat and mass transfer for plate fin-and-tube heat exchangers, with and without hydrophilic coating*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 41 (1998), 3109-3120.
- [41] E. U. Okoroafor, M. Newborough, *Minimising frost growth on cold surfaces exposed to humid air by means of crosslinked hydrophilic polymeric coatings*, Applied Thermal Engineering, 20 (2000), 737-758.
- [42] S. Kakac, H. Liu, *Heat exchangers*. CRC Press, New York, 2002.
- [43] W. M. Kays, A. L. London, *Compact heat exchangers*, McGraw-Hill, New York, 1984.
- [44] A. Bejan, *Advanced engineering*, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [45] ..., *Invensys Appliance Controls* (www.invensysappliance.com), Illinois, SAD, 2006.
- [46] J. R. Welty, C. e. Wicks, R. E. Wilson, *Fundamentals of momentum, heat and mass transfer*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [47] B. Franković, *Analiza izmjene topline u vlažnom regeneratorsu topline*, doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1989.
- [48] A. Trp, *Termodinamička analiza toplinskih pojava kod rotirajućeg regeneratorsa topline u sustavu termoelektrane srednje snage*, magistarski rad, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 1996.
- [49] I. Wolf, *Utjecaj geometrijskih parametara na izmjenu topline i karakteristike strujanja zraka kod lamelnih izmjenjivača topline*, magistarski rad, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2004.

*Popis oznaka***Latinični simboli**

$A$	površina, $m^2$
$\Delta A$	površina segmenta, $m^2$
$\overline{\Delta A}$	srednja površina na polovini debljine ledenog sloja, $m^2$
$a$	koeficijent temperaturne vodljivosti, $m^2/s$ koeficijent u jednadžbi diskretizacije koeficijent smjera pravca u linearizaciji ovisnosti entalpije zasićenog vlažnog zraka o temperaturi, $J/(kg K)$ granična pogreška
$ap$	koeficijent u jednadžbi za računanje tlaka
$b$	slobodni član u jednadžbi diskretizacije odsječak na ordinati u linearizaciji ovisnosti entalpije zasićenog vlažnog zraka o temperaturi, $J/(kg K)$
$bp$	slobodni član u jednadžbi za računanje tlaka
$c_p$	specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku, $J/(kg K)$
$D$	jakost difuzije pri diskretizaciji jednadžbi očuvanja molekularna difuzivnost, $m^2/s$
$D_{ef}$	efektivna difuzivnost u subdomeni ledenog sloja, $m^2/s$
$d$	promjer, m
$F$	jakost konvekcije pri diskretizaciji jednadžbi očuvanja
$F_\mu$	parametar za usklađivanje vijednosti
$F_{\mu\mu}$	parametar za usklađivanje vijednosti
$f$	faktor utjecaja
$g$	ubrzanje sile teže, $m/s^2$
$H_K$	koeficijent konvekcije pri diskretizaciji jednadžbi očuvanja
$H_D$	koeficijent difuzije pri diskretizaciji jednadžbi očuvanja
$h$	specifična entalpija, $J/kg$
$\overline{h}_{zas, \vartheta_{lm}}$	specifična entalpija zasićenog zraka na prosječnoj temperaturi površine lamele, $J/kg$
$h_{zas, \vartheta_{civ}}$	specifična entalpija zasićenog zraka na temperaturi površine cijevi, $J/kg$
$h_{zas, \vartheta_s}$	specifična entalpija zasićenog zraka na temperaturi radne tvari, $J/kg$
$I$	odsječak na koordinatnoj $x$ osi
$i$	odsječak na koordinatnoj $x$ osi
$J$	tok na granici kontrolnog volumena pri diskretizaciji jednadžbi očuvanja odsječak na koordinatnoj $y$ osi
$j$	odsječak na koordinatnoj $y$ osi
$k$	koeficijent prolaza topline, $W/(m^2K)$ koeficijent u jednadžbi diskretizacije jednadžbe očuvanja mase vode za subdomenu ledenog sloja broj utjecajnih mjerenih fizikalnih veličina
$L$	ekvivalentna visina lamele, m

$l$	duljina domene, m udaljenost cijevi, m
$M$	broj kontrolnih volumena u uzdužnom smjeru (smjeru koordinatne osi $x$ ) molarna masa, $kg/kmol$
$m$	masa, kg
$\dot{m}$	maseni protok po jedinici površine, $kg/(m^2 s)$
$N$	broj kontrolnih volumena u poprečnom smjeru (smjeru koordinatne osi $y$ ) debljina ledenog sloja izražena u broju kontrolnih volumena visine $\Delta y$
$n$	broj mjerenja, broj cijevi, broj lamela
$Pe$	Pecletova značajka
$p$	tlak, Pa
$\dot{Q}$	izmijenjeni toplinski tok, W
$\overline{\dot{Q}}$	prosječni izmijenjeni toplinski tok, W
$\Delta\dot{Q}$	toplinski tok izmijenjen na segmentu lamele, W
$Q$	toplina, J
$q$	specifična toplina, $J/kg$
$r$	polumjer, m
$S_p$	stupanj prezasićenja
$s$	razmak među lamelama, m put, m
$t$	vrijeme, s vremenski period, s
$u$	brzina, $m/s$
$V$	volumen, $m^3$ koeficijent varijacije
$W$	specifični toplinski otpor, $m^2K/W$
$\overline{W}$	prosječni specifični toplinski otpor, $m^2K/W$
$w$	sadržaj vlage, $kg/kg$
$x$	koordinata, m
$\Delta x$	širina kontrolnog volumena, m
$y$	koordinata, m
$\Delta y$	visina kontrolnog volumena, m
$z$	koordinata, m mjerna nesigurnost (greška) sustavna mjerna nesigurnost (greška) slučajna mjerna nesigurnost (greška)
$z_s$	mjerna nesigurnost pri mjerenju temperatura termoparovima, $^\circ C$
$z_n$	mjerna nesigurnost pri mjerenju temperature osjetnikom za istovremeno mjerenje temperature, relativne vlažnosti i brzine zraka, $^\circ C$
$z_{\vartheta_1}$	
$z_{\vartheta_2}$	
$z_u$	mjerna nesigurnost mjerenja brzine zraka, $m/s$
$z_w$	mjerna nesigurnost mjerenja relativne vlažnosti zraka

**Grčki simboli**

$\alpha$	koeficijent prijelaza topline, W/(m <sup>2</sup> K)
$\delta$	debljina, m
$\varepsilon$	poroznost ledenog sloja kriterij točnosti ukupni stupanj djelovanja
$\phi$	zavisna varijabla
$\eta$	dinamički viskozitet, Pa s
$\eta_{\text{lam}}$	efikasnost lamele s ledenim slojem
$\eta_{\text{lam},0}$	efikasnost lamele bez ledenog sloja
$\vartheta$	temperatura, °C
$\kappa$	molni udio vodene pare u zraku, kmol/kmol
$\lambda$	koeficijent toplinske vodljivosti, W/(m K)
$\bar{\lambda}$	prosječni koeficijent toplinske vodljivosti, W/(m K)
$\lambda_{\perp}$	lokalni koeficijent toplinske vodljivosti, W/(m K)
$\mu$	faktor otpora difuziji
$\rho$	gustoća, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma^2$	disperzija, varijanca
$\sigma$	standardna devijacija ili odstupanje
$\tau$	stupanj krivudavosti
$\Omega$	procijenjena vrijednost glavne mjerene veličine
$\omega$	glavna mjerna veličina maseni udio ledenog sloja koji tijekom razleđivanja sublimira
$\psi$	opća zavisna varijabla izmjerena fizikalna veličina

**Donji indeksi**

P, W, E, N, S	susjedni čvorovi u diskretiziranoj domeni
w, e, n, s	granice kontrolnog volumena (lijeva, desna, gornja i donja)
A	tip A
B	tip B
C	ciklus hlađenje+razleđivanje
D	difuzija
dif	koji se širi difuzijom
ef	efektivno
ekv	ekvivalentna vrijednost
g	granična površina
gub	gubici
H	hlađenje
h	u horizontalnom smjeru
i	vrijednost varijable za pojedini kontrolni volumen
it	izmjenjivač topline

K	konvekcija
l	led
lam	lamela
lat	latentno
ls	ledeni sloj
min	najmanja vrijednost
p	vodena para
par	paralelno postavljeni
R	na strani radne tvari razleđivanje
raz	zbog utjecaja razleđivanja
RM	radna tvar, na strani radne tvari
s	stijenka
ser	serijsko postavljeni
sub	sublimacija
sz	sušiti zrak
talj	taljenje
u	unutarnji
ul	ulazni
uk	ukupni
v	vanjski u vertikalnom smjeru voda
x	vrijednost komponente u smjeru koordinatne osi x
y	vrijednost komponente u smjeru koordinatne osi y
$\Delta y$	koji povećava debljinu ledenog sloja
Z	na strani zraka
z	zrak zračna šupljina pri razleđivanju
zas	zasićena vodena para zrak zasićen vodenom parom zasićeno stanje
$\vartheta_{R1}$	na temperaturi radne tvari na ulazu
$\vartheta_{R2}$	na temperaturi radne tvari na izlazu
0	u početnom trenutku za temperaturu 0° C nominalna vrijednost bez ledenog sloja
1	ulaz
2	izlaz
$\infty$	okolni zrak pri temperaturi slobodne struje
$\perp$	lokalna vrijednost okomito na stijenku

**Gornji indeksi**

0	vrijednost u prethodnom proračunskom vremenskom koraku
	vrijednost u početnom trenutku
00	vrijednost u vremenskom koraku koji je prethodio prethodnom proračunskom vremenskom koraku
k	vrijednost u k-toj iteraciji (proračunskom koraku)
k-1	vrijednost u k-1 iteraciji
pr	prethodna vrijednost
*	integrirano
	privremena proračunska vrijednost

**11 Popis slika**

Slika 1.1. Ledeni sloj .....	2
Slika 2.1. Shematski prikaz prve faze procesa nastanka ledenog sloja - period rasta kristala .....	4
Slika 2.2. Shematski prikaz druge faze procesa nastanka ledenog sloja - period rasta ledenog sloja .....	4
Slika 2.3. Shematski prikaz treće faze procesa nastanka ledenog sloja – period potpuno razvijenog rasta ledenog sloja .....	5
Slika 2.4. Porozna struktura ledenog sloja .....	5
Slika 3.1. Analizirani lamelni izmjenjivač topline i domena proračuna .....	9
Slika 3.2. Maseni tok vode na površini ledenog sloja .....	16
Slika 3.3. Pregled jednadžbi očuvanja i rubnih uvjeta po subdomenama .....	18
Slika 3.4. Shematski prikaz serijskog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	19
Slika 3.5. Shematski prikaz paralelnog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	20
Slika 3.6. Shematski prikaz kombiniranog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	20
Slika 3.7. Shematski prikaz kuglastog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	20
Slika 3.8. Shematski prikaz rešetkastog modela za određivanje koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja .....	21
Slika 3.9. Vrste vodenih kristala – a) običan pločasti kristal, b) jednostavno razdijeljeni pločasti kristal, c) složeno razdijeljeni pločasti kristal, d) zvjezdasti kristal nalik paprati, e) igličasti kristal, f) šuplji kristal .....	22
Slika 3.10. Morfologija kristala leda u ovisnosti o višku gustoće vodene pare i temperaturi .....	22
Slika 3.11. Ovisnost faktora utjecaja $f$ o gustoći ledenog sloja .....	24
Slika 3.12. Ovisnost koeficijenta toplinske vodljivosti o gustoći ledenog sloja ( <i>Lee i dr.</i> ) .....	24
Slika 3.13. Usporedba koeficijenata toplinske vodljivosti ledenog sloja dvaju autora .....	25
Slika 3.14. Krivudavost pora u poroznom sloju i rezultirajući smjer difuzije .....	26
Slika 3.15. Definiranje stupnja krivudavosti ledenog sloja .....	26
Slika 3.16. Istovremeno taloženje i sublimacija na suprotnim stranama kristala .....	28
Slika 4.1. Diskretizacija domene na kontrolne volumene i nomenklatura čvorova unutar i u susjedstvu jednog promatranog kontrolnog volumena .....	31
Slika 4.2. Tokovi na granicama kontrolnog volumena .....	33
Slika 4.3. Susjedni čvorovi, udaljenost među njima, tok i brzina na granici kontrolnog volumena .....	35
Slika 4.4. Tok na desnoj granici kontrolnog volumena .....	38
Slika 4.5. Tokovi na granicama kontrolnog volumena .....	44
Slika 4.6. Diskretizacija domene i označavanje čvorova i komponenata brzina .....	57
Slika 4.7. Pomaknuta mreža komponenata brzine u $x$ smjeru .....	58
Slika 4.8. Pomaknuta mreža komponenata brzine u $y$ smjeru .....	60
Slika 4.9. Osnovna mreža diskretizirane domene s označenim čvorovima u kojima se računaju tlak, temperatura, sadržaj vlage u zraku i gustoća ledenog sloja .....	62
Slika 4.10. Osnovna mreža diskretizirane domene s označenim čvorovima u kojima se računaju temperature i gustoće ledenog sloja .....	65

Slika 4.11. Označavanje čvorova i komponenata brzina u subdomenama zraka i ledenog sloja.....	67
Slika 4.12. Brzine na stranicama koje utječu na tlak u kontrolnom volumenu.....	69
Slika 4.13. Umreženje i rubovi domene.....	74
Slika 4.14. Rubni uvjet na lijevoj granici subdomene zraka.....	75
Slika 4.15. Rubni uvjet na desnoj granici subdomene zraka.....	77
Slika 4.16. Rubni uvjet na gornjoj granici subdomene zraka.....	79
Slika 4.17. Rubni uvjet na graničnoj površini zraka i ledenog sloja.....	80
Slika 5.1. Dijagram toka računalnog programa.....	85
Slika 6.1. Shematski prikaz eksperimentalne linije.....	87
Slika 6.2. Eksperimentalna linija.....	87
Slika 6.3. Položaj osjetnika temperature, vlažnosti i brzine zraka te polja termoparova u ispitnoj zoni zračnog tunela.....	88
Slika 6.4. Položaj termoparova po dubini ledenog sloja – poprečno na smjer strujanja zraka.....	89
Slika 6.5. Shematski prikaz jednog dijela razvijenog korisničkog virtualnog instrumenta.....	91
Slika 6.6. Zaslona računala s prikazom mjerenih veličina.....	91
Slika 6.7. Standardna devijacija pri kontrolnim mjerenjima.....	96
Slika 6.8. Standardna pogreška tj. mjerna nesigurnost pri kontrolnim mjerenjima.....	96
Slika 6.9. Koeficijent varijacije pri kontrolnim mjerenjima.....	96
Slika 6.10. Maksimalna odstupanja i odstupanja srednjih vrijednosti temperatura od temperature etalona pri pojedinim kontrolnim mjerenjima.....	97
Slika 6.11. Rasipanje vrijednosti izmjerenih temperatura oko srednje vrijednosti pri pojedinim kontrolnim mjerenjima.....	97
Slika 6.12. Odstupanje vrijednosti izmjerenih temperatura od temperature etalona pri pojedinim kontrolnim mjerenjima.....	97
Slika 6.13. Položaj i označavanje termoparova za mjerenje temperatura po dubini ledenog sloja.....	100
Slika 6.14. Diskontinuitet u promjeni toka temperature – eksperimentalno određivanje temperature granične površine (Tp3, ispitivanje VII).....	101
Slika 6.15. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju III.....	102
Slika 6.16. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju VII.....	102
Slika 6.17. Promjena debljine ledenog sloja pri ispitivanjima III i VII.....	103
Slika 7.1. Proračunska domena i kontrolne točke pri usporedbi numeričkog i eksperimentalnog istraživanja.....	105
Slika 7.2. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju I dobivene numeričkim putem i eksperimentom.....	105
Slika 7.3. Promjena debljine ledenog sloja pri ispitivanju I dobivena numeričkim putem i eksperimentom.....	106
Slika 7.4. Temperature na mjestima Tp1-Tp4 po dubini ledenog sloja pri ispitivanju V dobivene numeričkim putem i eksperimentom.....	106
Slika 7.5. Promjena debljine ledenog sloja pri ispitivanju V dobivena numeričkim putem i eksperimentom.....	107
Slika 7.6. Debljine ledenog sloja pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivene numeričkim putem.....	108
Slika 7.7. Raspodjele temperatura pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivene numeričkim putem.....	109

Slika 7.8. Polja vektora brzina strujanja zraka pri ispitivanju I u različitim vremenima dobivena numeričkim putem.....	109
Slika 7.9. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 2 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja I.....	110
Slika 7.10. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 8 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja I.....	110
Slika 7.11. Debljine ledenog sloja pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivene numeričkim putem.....	111
Slika 7.12. Raspodjele temperatura pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivene numeričkim putem.....	111
Slika 7.13. Polja vektora brzina strujanja zraka pri ispitivanju V u različitim vremenima dobivena numeričkim putem.....	112
Slika 7.14. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 2 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja V.....	112
Slika 7.15. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 8 cm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima ispitivanja V.....	113
Slika 8.1. Debljine ledenog sloja pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	116
Slika 8.2. Polja vektora brzina pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	117
Slika 8.3. Raspodjele temperatura pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	117
Slika 8.4. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A1.....	118
Slika 8.5. Raspodjele sadržaja vlage u zraku pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	118
Slika 8.6. Poprečna raspodjela sadržaja vlage u zraku na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A1.....	119
Slika 8.7. Lokalni koeficijenti prijelaza topline na graničnoj površini pri uvjetima A1 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	119
Slika 8.8. Debljine ledenog sloja pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	120
Slika 8.9. Polja vektora brzina pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	121
Slika 8.10. Raspodjele temperatura pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	121
Slika 8.11. Poprečna raspodjela temperatura na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A3.....	122
Slika 8.12. Raspodjele sadržaja vlage u zraku pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	122
Slika 8.13. Poprečna raspodjela sadržaja vlage u zraku na udaljenosti 15 mm od ulaznog ruba u različitim vremenima pri uvjetima A3.....	123
Slika 8.14. Lokalni koeficijenti prijelaza topline na graničnoj površini pri uvjetima A3 u različitim vremenima u procesu nastanka ledenog sloja.....	123

Slika 8.15. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne brzine zraka pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C i sadržaju vlage od 4 g/kg.....	124
Slika 8.16. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne sadržaje vlage u zraku pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C.....	125
Slika 8.17. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne sadržaje vlage u zraku pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C.....	125
Slika 8.18. Promjena prosječne debljine ledenog sloja u vremenu za različite ulazne temperature zraka pri ulaznom sadržaju vlage od 4 g/kg.....	126
Slika 8.19. Promjena prosječnog specifičnog toplinskog otpora tijekom nastajanja ledenog sloja pri uvjetima A3.....	127
Slika 8.20. Raspodjela lokalnih vrijednosti specifičnog toplinskog otpora ledenog sloja pri uvjetima A3.....	128
Slika 8.21. Raspodjela lokalnih vrijednosti koeficijenta toplinske vodljivosti ledenog sloja pri uvjetima A3.....	128
Slika 8.22. Kvalitativna raspodjela temperatura na površini lamele.....	129
Slika 8.23. Linearizacija ovisnosti specifične entalpije zasićenog vlažnog zraka o temperaturi.....	130
Slika 8.24. Paralelni razmještaj cijevi.....	131
Slika 8.25. Naizmjeničan razmještaj cijevi.....	131
Slika 8.26. Utjecaj debljine ledenog sloja na omjer efikasnosti lamele.....	132
Slika 8.27. Utjecaj debljine ledenog sloja na efikasnost lamele i na omjer efikasnosti lamele za odabrani lamelni izmjenjivač pri uvjetima A3.....	133
Slika 8.28. Elementarni segment lamelnog izmjenjivača topline.....	134
Slika 8.29. Promjena ukupnog koeficijenta prolaza topline u vremenu prilikom povećanja debljine ledenog sloja za odabrani lamelni izmjenjivač topline pri uvjetima A3.....	137
Slika 8.30. Shematski prikaz protusmjernog izmjenjivača.....	137
Slika 8.31. Odnosi trenutnih i nominalnih izmijenjenih toplinskih tokova za vrijeme nastanka ledenog sloja za uvjete A1, A2 i A3.....	138
Slika 8.32. Prikaz dodirnog kuta hidrofilnih i hidrofobnih površina.....	139
Slika 8.33. Model I – Ledeni sloj je u stalnom kontaktu s površinom lamele.....	144
Slika 8.34. Model II – Ledeni sloj je odvojen od površine lamele zračnom barijerom.....	144
Slika 8.35. Ovisnost trajanja razleđivanja o temperaturi radne tvari prilikom razleđivanja toplom parom radne tvari.....	145
Slika 8.36. Ovisnost trajanja razleđivanja o gustoći toplinskog toka prilikom razleđivanja električnim grijanjem.....	145
Slika 8.37. Ovisnost iskoristivosti razleđivanja o temperaturi radne tvari prilikom razleđivanja toplom parom radne tvari.....	148
Slika 8.38. Ovisnost iskoristivosti razleđivanja o gustoći toplinskog toka prilikom razleđivanja električnim grijanjem.....	148
Slika 8.39. Tipičan ciklus pri radu rashladnog uređaja u uvjetima nastanka ledenog sloja.....	149
Slika 8.40. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=3$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	151
Slika 8.41. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=2$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	151
Slika 8.42. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=1$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	151

Slika 8.43. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=3$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	152
Slika 8.44. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=2$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	152
Slika 8.45. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A3 - $w_{ul}=6$ g/kg (period hlađenja $t_H=1$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	152
Slika 8.46. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A3.....	153
Slika 8.47. Ovisnost stupnjeva djelovanja izmjenjivača o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A3.....	153
Slika 8.48. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=3$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	154
Slika 8.49. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=2$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	154
Slika 8.50. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=1$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,6$ kW).....	155
Slika 8.51. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=3$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	155
Slika 8.52. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=2$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	155
Slika 8.53. Promjena izmijenjenog toplinskog toka u vremenu za ispitivani izmjenjivač pri uvjetima A1 - $w_{ul}=2$ g/kg (period hlađenja $t_H=1$ h, toplinski tok razleđivanja $\dot{Q}_R = 0,3$ kW).....	156
Slika 8.54. Ovisnost prosječnih izmijenjenih toplinskih tokova o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A1.....	156
Slika 8.55. Ovisnost stupnjeva djelovanja izmjenjivača o trajanju perioda hlađenja pri uvjetima A1.....	156
Slika 8.56. Predugačak period hlađenja u uvjetima ubrzanog nastanka ledenog sloja.....	157
Slika 8.57. Prekratak period hlađenja u uvjetima usporenog nastanka ledenog sloja.....	158
Slika 8.58. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 12 °C.....	159
Slika 8.59. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 5 °C.....	159
Slika 8.60. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim sadržajima vlage u zraku i pri ulaznoj temperaturi zraka od 0 °C.....	160
Slika 8.61. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim temperaturama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 2 g/kg.....	160
Slika 8.62. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim temperaturama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 4 g/kg.....	161

Slika 8.63. Najveće dopušteno trajanje perioda hlađenja za zadani omjer prosječnog i nominalnog izmijenjenog toplinskog toka u izmjenjivaču pri različitim ulaznim brzinama zraka i pri ulaznom sadržaju vlage u zraku od 4 g/kg i temperaturi od 12 °C..... 162

## 12 Popis tablica

Tablica 4.1. Funkcija $A(Pe)$ za različite pretpostavke profila brzine između susjednih čvorova.....	37
Tablica 4.2. Fizikalna svojstva i ostali zajednički ulazni podaci za proračun.....	74
Tablica 5.1. Kriteriji točnosti za ispitivanje konvergencije zavisnih varijabli.....	85
Tablica 6.1 Temperature izmjerene pri kontrolnim mjerenjima termoparova u °C.....	95
Tablica 6.2. Uvjeti za koje su vršena eksperimentalna istraživanja.....	100
Tablica 8.1. Geometrijske karakteristike analiziranog lamelnog izmjenjivača topline.....	115
Tablica 8.2. Pregled uvjeta za koje su vršene simulacije rada lamelnog izmjenjivača topline.....	115
Tablica 8.3. Metode razleđivanja dovođenjem topline.....	142



## Životopis

Kristian Lenić rođen je 19. listopada 1973. godine u Rijeci. Osnovnu školu završio je u Opatiji. Srednju školu pohađao je u Rijeci pri *Centru za kadrove u obrazovanju i kulturi*, gdje je 1992. godine maturirao s izvrsnim uspjehom.

U rujnu iste godine (1992) upisao je studij strojarstva na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci. U lipnju 1997. godine diplomirao je s ukupnom ocjenom studija izvrstan (5), s radom iz kolegija *Tehnika grijanja i klimatizacija* pod nazivom *Optimizacija energetske izvora za cjelogodišnji pogon hotela* i stekao zvanje diplomiranog inženjera strojarstva. Svih je godina studija nagrađivan od strane Dekana Tehničkog fakulteta za postignuti uspjeh u studiranju.

Nakon završenog dodiplomskog studija u listopadu 1997. godine upisao je poslijediplomski studij za znanstveno usavršavanje na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci, smjer *Termoenergetika*. Magistarski rad pod nazivom *Numerička analiza utjecaja neravnomjernih temperatura na slobodnu konvekciju u zatvorenom zračnom prostoru* pod mentorstvom red. prof. dr. sc. Bernarda Frankovića obranio je na Tehničkom fakultetu 4. veljače 2002. godine.

Od rujna 1997. radi kao znanstveni novak na *Zavodu za termodinamiku i energetiku* Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, te je bio uključen u projekte Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta *Primjena obnovljivih izvora energije u priobalnom području* i *Primijenjena istraživanja komponenata i sustava obnovljivih izvora energije*.

Aktivno je sudjelovao u radu na bilateralnom projektu hrvatsko-slovenske znanstvene suradnje *Istraživanje mogućnosti održivog razvoja energetike s ciljem zaštite okoliša*. U suradnji s energetske institutom "Hrvoje Požar" iz Zagreba sudjelovao je u izradi studije *Korištenje sunčeve energije u Hrvatskoj – SUNEN* u okviru *Nacionalnih energetske programa*. Kao suradnik radio je i na izradi studije *Strategija energetske razvitka Primorsko-goranske županije*.

Od školske godine 1997/98. sudjeluje u nastavi iz kolegija *Nauka o toplini I*, *Nauka o toplini II*, *Osnove nauke o toplini*, *Laboratorijske vježbe* i *Termodinamika* smjesa na sveučilišnim studijima strojarstva, brodogradnje i elektrotehnike kao i kolegija *Toplina* na stručnom studiju strojarstva i brodogradnje.

Voditelj je *Laboratorija za toplinska mjerenja* na *Zavodu za termodinamiku i energetiku* Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci. Tajnik je *Društva za sunčevu energiju* Rijeka i član *Hrvatskog saveza za sunčevu energiju*.

Boravio je na znanstvenim i stručnim usavršavanjima na *Fakultetu za strojništvo Univerze v Ljubljani*, Slovenija, razvojnom istraživačkom centru *CIAT*, Culoz, Francuska, *Royal Institute of Technology*, Stockholm, Švedska i *Università degli Studi, Dipartimento di Fisica Tecnica*, Padova, Italija. Tijekom usavršavanja u razvojnom istraživačkom centru *CIAT* u Francuskoj vršio je preliminarna mjerenja u okviru eksperimentalnih istraživanja vezanih uz rad na doktorskoj disertaciji.

Kao koautor objavio je 15 znanstvenih radova u zbornicima međunarodnih znanstvenih skupova u Hrvatskoj i inozemstvu. Koautor je i 8 stručnih radova.

Govori i piše na engleskom i talijanskom jeziku, a pasivno se služi njemačkim jezikom.

## PODACI O AUTORU I DOKTORSKOJ DISERTACIJI

### 1. AUTOR

Ime i prezime: Kristian Lenić  
Datum i mjesto rođenja: 19. 10. 1973., Rijeka  
Naziv fakulteta, studija i godina završetka dodiplomskog studija: Tehnički fakultet, Sveučilište u Rijeci, 1997.  
Naziv fakulteta, smjera i godina završetka poslijediplomskog studija: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, termoenergetika, 2001.  
Sadašnje zaposlenje: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

### 2. DOKTORSKA DISERTACIJA

Naslov: Analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju leda na lamelnim izmjenjivačima topline  
Broj stranica, slika, tablica i bibliografskih podataka: 179, 134, 8, 49  
Znanstveno polje i grana: Polje Druge temeljne tehničke znanosti, grana Termodinamika i polje Strojarsvo, grana Procesno energetska strojarstvo  
Voditelj rada: Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing.  
Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing.  
Fakultet na kojem je rad obranjen: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

### 3. OBRANA I OCJENA

Datum prijave teme: 24. lipnja 2004.  
Datum predaje rada: 12. travnja 2006.  
Datum prihvatanja ocjene rada: 26. lipnja 2006.  
Sastav Povjerenstva za ocjenu: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Antun Galović, dipl. ing.  
Datum obrane: 6. srpnja, 2006.  
Sastav Povjerenstva za obranu: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Antun Galović, dipl. ing.

Datum promocije:

Oznaka: DD Tek.broj:

UDK 536.2:621.565.93:621.565.3:519.63(043)

ANALIZA IZMJENE TOPLINE I TVARI PRI STVARANJU LEDA NA LAMELNIM  
IZMJENJIVAČIMA TOPLINE

Kristian Lenić

Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
Hrvatska

Ključne riječi: nastanak ledenog sloja  
lamelni izmjenjivač topline  
izmjena topline i tvari

Sažetak:

U radu je provedena numerička i eksperimentalna analiza izmjene topline i tvari pri stvaranju ledenog sloja na lamelnim izmjenjivačima topline. Razvijen je matematički model i računalni program za nestacionarno dvodimenzijnsko rješavanje navedenog problema. Numeričkim proračunom dobivena je brzina rasta ledenog sloja te su proračunate raspodjele temperatura, sadržaja vlage i brzina u subdomeni zraka kao i raspodjele temperatura i gustoća u subdomeni ledenog sloja. Postavljena je mjerna linija i izvršena su eksperimentalna ispitivanja u svrhu provjere valjanosti matematičkog modela i računalnog programa. Provedena je analiza utjecaja nastanka ledenog sloja na uvjete prijenosa topline i utjecaja povećanog otpora provođenju topline na izmijenjeni toplinski tok u izmjenjivaču. Dana su praktična rješenja i algoritam za optimalno upravljanje radom uređaja u vidu optimalnog trajanja ciklusa i adaptivnog određivanja trenutka početka razledivanja u ovisnosti o stanju zaleđenosti izmjenjivača topline.

Rad nije objavljen.

Mentor: Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing. strojarstva  
Komentorica: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing. strojarstva

Povjerenstvo za ocjenu: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Antun Galović, dipl. ing.

Povjerenstvo za obranu: Doc. dr. sc. Anica Trp, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Bernard Franković, dipl. ing.  
Red. prof. dr. sc. Antun Galović, dipl. ing.

Datum obrane: 6. srpnja, 2006.

Datum promocije:

Rad je pohranjen na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci.  
(179, 134, 8, 49, hrvatski jezik)

---

UDK 536.2:621.565.93:621.565.3:519.63(043)

DD

I. Analiza izmjenne topline i tvari pri stvaranju leda na lamelnim izmjenjivačima topline

I Lenić K.

II Sveučilište u Rijeci Tehnički fakultet Hrvatska

Ključne riječi:  
nastanak ledenog sloja  
lamelni izmjenjivač topline  
izmjenna toplina i tvari

Code: DD No.

UDC 536.2:621.565.93:621.565.3:519.63(043)

## ANALYSIS OF HEAT AND MASS TRANSFER DURING FROST FORMATION ON FIN-AND-TUBE HEAT EXCHANGERS

Kristian Lenić

University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
Croatia

Keywords: frost layer formation  
fin-and-tube heat exchanger  
heat and mass transfer

### Summary:

In the dissertation a numerical and experimental heat and mass transfer analysis of frost layer formation on fin-and-tube heat exchangers have been presented. A mathematical model and computer program for transient two-dimensional numerical solving of mentioned physical problem have been developed. As numerical solving results the frost growth rates, temperatures, humidity and velocity distributions in the air sub-domain, as well as temperatures and density distributions in the frost sub-domain have been gained. For the purpose of mathematical model and computer program validation, the experimental line has been set up on which experimental investigations have been performed. An analysis of frost formation impact on heat transfer conditions and impact of increased thermal resistance on heat exchanger performance has been carried out. Practical solutions and algorithm for optimal control of appliances have been given. The developed algorithm enables the determination of optimal cycle duration and adaptive determination of defrost cycle initiation time depending on frosting conditions of the heat exchanger.

This thesis has not been published.

Mentor: Prof. D. Sc. Bernard Franković, B. ME

Comentor: Assist. Prof. D. Sc. Anica Trp, B. ME

Advisors: Assist. Prof. D. Sc. Anica Trp, B. ME  
Prof. D. Sc. Bernard Franković, B. ME  
Prof. D. Sc. Antun Galović, B. ME

Reviewers: Assist. Prof. D. Sc. Anica Trp, B. ME  
Prof. D. Sc. Bernard Franković, B. ME  
Prof. D. Sc. Antun Galović, B. ME

Presentation: 6th July, 2006

Degree conferred:

This thesis is deposited in the library of the University of Rijeka, Faculty of Engineering.  
(179, 134, 8, 49, Croatian language)

DR

UDC 536.2:621.565.93:621.565.3:519.63(043)

- I. Analysis of heat and mass transfer during  
frost formation on fin-and-tube heat exchangers  
in a closed air container

I Lenić K.

II University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
Croatia

Key words:

frost layer formation  
fin-and-tube heat exchanger  
heat and mass transfer