

# Zamor i oštećenje materijala boka zuba zupčanika

---

**Basan, Robert**

**Doctoral thesis / Disertacija**

**2009**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Rijeka, Faculty of Engineering / Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:188:453224>

*Rights / Prava:* [Attribution-NonCommercial 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Repository of the University of Rijeka Library - SVKRI Repository](#)





**SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET**

**ZAMOR I OŠTEĆENJE MATERIJALA BOKA ZUBA  
ZUPČANIKA**

**Doktorska disertacija**

**Robert Basan**

**Rijeka, 2009.**



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
TEHNIČKI FAKULTET

**ZAMOR I OŠTEĆENJE MATERIJALA BOKA ZUBA  
ZUPČANIKA**

Doktorska disertacija

Robert Basan

Mentor: Red. prof. dr. sc. Božidar Križan, dipl. ing.

Komentor: Red. prof. dr. sc. Domagoj Rubeša, dipl. ing.

Rijeka, 2009.

Sveučilište u Rijeci  
**TEHNIČKI FAKULTET**  
-Fakultetsko vijeće-  
Klasa: 602-04/06-02/29  
Ur. br.: 2170-57-43-06-16  
Rijeka, 20. srpnja 2006.

Fakultetsko vijeće Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, na svojoj 29. sjednici u akad. god. 2004./05./06./07., održanoj 20. srpnja 2006., donijelo je sljedeću

## ODLUKU

Sukladno izvješću Stručnog povjerenstva, u sastavu: red. prof. dr. sc. Božidar Križan, dipl. ing., izv. prof. dr. sc. Domagoj Rubeša, dipl. ing., red. prof. dr. sc. Ivan Prebil, dipl. ing., (Fakulteta za strojništvo Univerze v Ljubljani), utvrđuje se da pristupnik **Robert Basan, dipl. ing. strojarstva** ispunjava Zakonom propisane uvjete za prijavu i izradu doktorske disertacije naslovljene: "*Zamor i oštećenje materijala boka zuba zupčanika*"

Mentorom se imenuje red. prof. dr. sc. Božidar Križan, dipl. ing., a komentorom izv. prof. dr. sc. Domagoj Rubeša, dipl. ing.



Dekan

Red. prof. dr. sc. Tonči Mikac, dipl. ing.

### Dostaviti:

1. Robert Basan, dipl. ing.
2. Mentor, red. prof. dr. sc. Božidar Križan, dipl. ing., ovdje
3. Komentor, izv. prof. dr. sc. Domagoj Rubeša, dipl. ing., ovdje
4. Služba studentske evidencije, ovdje
5. Pismohrana FV, ovdje



## ***SAŽETAK***

U ovoj doktorskoj disertaciji razmatrano je oštećivanje boka zuba zupčanika izazvano zamorom materijala. Razvijen je proračunski postupak koji omogućuje proračunavanje broja izmjena opterećenja do pojave pukotina na boku zuba, identificiranje mjesta na kojima se njihova pojava može najprije očekivati te predviđanje orijentacije i oblika pukotina u početnoj fazi njihovog rasta odnosno vrste oštećenja boka do kojeg bi mogle dovesti. Za proračunavanje vremena do inicijacije pukotina primijenjena je kombinacija pristupa temeljenog na deformaciji i Fatemi-Socievog kriterija inicijacije pukotine temeljenog na principu kritične ravnine. Izrađen je matematički model zahvata zuba zupčanika kojim se proračunava evolucija komponenata naprezanja i deformacija materijala boka zuba tijekom zahvata. Predložen je i novi pristup procjenjivanju zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotonih parametara, čijom su primjenom razvijeni izrazi za proračunavanje Basquin-Coffin-Mansonovih parametara zamora čelika 42CrMo4 isključivo na osnovi njegove tvrdoće. Cjelokupni proračunski postupak implementiran je u program za osobno računalo, čime je omogućeno brzo i detaljno predviđanje trajnosti bokova zuba zupčaničkih parova različitih geometrija i materijala pri različitim uvjetima zahvata. Proračunata vremena do pojave pukotina mogu poslužiti kao osnova za provjeru ispravnosti odabira materijala zupčanika, kao i ispravnosti profila tvrdoće ostvarenog u površinskom sloju materijala boka zuba nakon toplinske obrade.

## ***ABSTRACT***

This dissertation deals with fatigue-induced damage of gear tooth flank. The developed calculation procedure enables calculation of number of load reversals to fatigue crack initiation, identification of the area on the tooth flank where cracks will first appear as well as a prediction of orientation i.e. the shape of initiated cracks and type of damage they will most probably develop into. To determine crack initiation time, strain-based approach was combined with critical plane based Fatemi-Socie crack initiation criterion. A mathematical model of gear teeth flanks in mesh was developed to calculate the evolution of stress and strain components during the mesh. Furthermore, a novel approach is proposed for the estimation of material fatigue parameters from its monotonic properties and also expressions are given for the calculation of Basquin-Coffin-Manson fatigue parameters for steel 42CrMo4 from its hardness. The entire calculation procedure was implemented in a computer program which enables fast and detailed prediction of tooth flank lifetime for gear pairs with different geometries, made of different materials and operating under different working conditions. Numbers of load reversals to the crack initiation calculated in such a manner can serve as a basis for the verification of the adequacy of the chosen gear material, as well as that of the hardness profile achieved in the surface layer of the tooth flank after heat treatment.

## ***PREDGOVOR***

Doktorsku disertaciju „Zamor i oštećenje materijala boka zuba zupčanika“ izradio sam pod mentorstvom red. prof. dr. sc. Božidara Križana. Puno hvala ne samo za sveobuhvatnu podršku prilikom rada na njoj nego i za poziv na suradnju te za cjelokupni zajednički rad koji je nakon njega uslijedio. Vi ste krivi.

Komentoru red. prof. dr. sc. Domagoju Rubeši zahvaljujem na korisnim i konkretnim razgovorima o problemima koje sam u radu rješavao te nadasve savjesnom i detaljnom pregledu teksta disertacije.

Disertacija je izrađena u okviru znanstvenog projekta br. 069-0692195-1796 „Materijali, trajnost i nosivost suvremenih zupčastih prijenosnika“ Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske te međunarodnog hrvatsko-slovenskog projekta „Utjecaj niskocikličnog zamora materijala na nosivost ozubljenja s velikim stupnjem prekrivanja profila“. Zahvaljujem Ministarstvu na financijskoj potpori.

Bliska suradnja sa kolegicom i prijateljicom dr. sc. Marinom Franulović traje znatno duže od samog rada na ovoj disertaciji. Njoj zahvaljujem za sve dosadašnje razgovore, diskusije, komentare i razmjene mišljenja kojih pogotovo tijekom njene pripreme i izrade nije bilo malo.

Red. prof. dr. sc. Ivanu Prebilu i doc. dr. sc. Robert Kuncu sa Fakultete za strojništvo u Ljubljani zahvaljujem na omogućavanju izvođenja eksperimentalne karakterizacije materijala i na ugodnom ozračju prilikom brojnih radnih boravaka u Ljubljani.

Red. prof. dr. sc. Dubravki Siminiati zahvaljujem na korisnim razgovorima i literaturi te razumijevanju i otklanjanju dijela nastavnih obveza koje bi me udaljile od rada na disertaciji i produljile njenu izradu. Izv. prof. dr. sc. Nevenu Lovrinu zahvaljujem na dopuštenju za korištenje njegovih modela ozubljenja za fotoelasticimetrijska ispitivanja.

Djelatnicima knjižnice Tehničkog fakulteta, a posebice gospođi Anki Glavan zahvaljujem na strpljenju i upornosti prilikom ispunjavanja mojih nemalih potreba za literaturom.

Zahvaljujem i svim kolegicama i kolegama sa Zavoda za konstruiranje u strojarstvu i Tehničkog fakulteta u cjelini koji su mi u bilo kom pogledu pružili pomoć prilikom rada na disertaciji.

Svima dosad spomenutima, nadam se da je naša dosadašnja suradnja tek početak.

I na kraju, iako bi zbog važnosti podrške koju mi pruža trebala biti na prvom mjestu, zahvaljujem i svojoj supruzi Kristini za neizmjernu količinu razumijevanja i strpljenja koje za mene i moj rad ima.

Rad posvećujem svojoj obitelji.

*Autor*



**SADRŽAJ**

<b>1</b>	<b>Uvod.....</b>	<b>1</b>
1.1	Postavljanje cilja.....	1
1.2	Metodologija rješenja.....	2
<b>2</b>	<b>Dosadašnja istraživanja i stanje tehnike.....</b>	<b>3</b>
2.1	Povećanje nosivosti boka zuba ravnih evolventnih zupčanika.....	3
2.2	Indukcijsko kaljenje zuba zupčanika.....	5
2.3	Propisivanje značajki otvrdnutog sloja materijala na boku zuba.....	6
2.4	Proračunski modeli zahvata zuba zupčanika.....	9
2.5	Zaključak.....	10
<b>3</b>	<b>Oštećenja boka zuba zupčanika uzrokovana zamorom materijala.....</b>	<b>13</b>
3.1	Klasifikacija oštećenja boka zuba uzrokovanih zamorom materijala.....	13
3.2	Zamor materijala uzrokovan djelovanjem cikličkog opterećenja.....	17
3.3	Karakterizacija zamora temeljena na deformaciji.....	19
3.3.1	Uvod.....	19
3.3.2	Naprezanje i deformacija materijala izloženog cikličkom opterećenju promjenjive amplitude.....	20
3.3.3	Predviđanje vremena do inicijacije pukotine.....	23
3.3.4	Kriteriji inicijacije pukotine.....	25
3.4	Kotrljajno-klizno-kontakti zamor materijala.....	27
3.4.1	Značajke kotrljajno-klizno-kontaktnog zamora materijala.....	27
3.4.2	Kriteriji inicijacije pukotine u uvjetima kotrljajno-kliznog kontakta.....	30
3.4.2.1	Pregled postojećih kriterija.....	30
3.4.2.2	Kriterij Fatemia i Sociea.....	31
3.4.2.3	Kriterij Varvani-Farahania.....	32
3.4.2.4	Odabir kriterija inicijacije pukotine.....	32
<b>4</b>	<b>Eksperimentalna karakterizacija ponašanja čelika 42CrMo4.....</b>	<b>33</b>
4.1	Materijal.....	33
4.2	Eksperimentalna procedura.....	33
4.2.1	Priprema ispitnih epruveta.....	33
4.2.2	Eksperimentalna oprema i uvjeti ispitivanja.....	34
4.2.3	Mjerni protokol.....	34
4.3	Rezultati.....	35
4.3.1	Mikrostruktura.....	35
4.3.2	Tvrdoća.....	36
4.3.3	Ponašanje materijala u uvjetima monotono rastućeg i cikličkog opterećenja....	37
4.3.4	Monotoni parametri materijala.....	38
4.3.5	Ciklički parametri materijala.....	38
4.3.6	Zamorni parametri materijala.....	39
4.4	Zaključak.....	40
<b>5</b>	<b>Karakterizacija zamaranja materijala na osnovi monotonih parametara.....</b>	<b>41</b>
5.1	Empirijske metode procjene zamornih parametara materijala.....	41
5.2	Verifikacija metode tvrdoće Roesslea i Fatemia.....	45
5.2.1	Osnovne značajke metode.....	45
5.2.2	Testni podaci.....	45
5.2.3	Provjera metode.....	47
5.2.4	Ocjena metode.....	54

5.3	Novi pristup procjeni zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotonih parametara.....	54
5.4	Prijedlog postupka određivanja izraza za proračunavanje zamornih parametara materijala na osnovi njegove tvrdoće.....	59
5.5	Verifikacija predloženim postupkom razvijenih izraza za procjenu zamornih parametara čelika 42CrMo4 na osnovi njegove tvrdoće.....	63
5.6	Zaključak.....	69
<b>6</b>	<b>Matematički model zahvata zuba ravnih evolventnih zupčanika.....</b>	<b>71</b>
6.1	Uvjeti zahvata zuba ravnih evolventnih zupčanika.....	71
6.1.1	Uvod.....	71
6.1.2	Kinematika zahvata.....	71
6.1.3	Opterećenja boka zuba u zahvatu.....	72
6.1.4	Uvjeti podmazivanja.....	74
6.1.5	Utjecaj uvjeta zahvata na opterećenja i naprezanja materijala boka zuba.....	75
6.2	Proračun naprezanja i deformacija boka zuba za vrijeme zahvata.....	78
6.2.1	Svrha i potrebne značajke matematičkog modela zahvata.....	78
6.2.2	Teoretske postavke predloženog matematičkog modela zahvata.....	78
6.2.3	Modeliranje geometrije zuba.....	83
6.2.4	Proračun i modeliranje opterećenja boka zuba.....	87
6.2.4.1	Uvod.....	87
6.2.4.2	Normalno opterećenje.....	87
6.2.4.3	Tangencijalno opterećenje.....	91
6.2.5	Modeliranje naprezanja zaostalih nakon toplinske obrade.....	92
<b>7</b>	<b>Verifikacija razvijenog matematičkog modela zahvata zuba.....</b>	<b>95</b>
7.1	Uvod.....	95
7.2	Verifikacija rezultata metodom fotoelasticimetrije.....	95
7.2.1	Fotoelastični model zupčanika.....	95
7.2.1.1	Geometrijski parametri ozubljenja.....	95
7.2.1.2	Materijal modela.....	96
7.2.2	Eksperimentalna oprema i uvjeti ispitivanja.....	96
7.2.3	Mjerni protokol.....	97
7.2.4	Analiza rezultata.....	98
7.2.4.1	Preliminarna analiza eksperimenta i dobivenih rezultata.....	98
7.2.4.2	Vrijednost i mjesto maksimuma glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela.....	102
7.2.4.3	Glavno smično naprezanje u ravnini modela za vrijeme zahvata.....	104
7.3	Verifikacija rezultata metodom konačnih elemenata.....	107
7.3.1	Vrsta analize.....	107
7.3.2	Geometrijski model zupčanika.....	107
7.3.3	Mreža konačnih elemenata.....	108
7.3.4	Rubni uvjeti.....	110
7.3.5	Analiza rezultata.....	111
7.4	Zaključak.....	118
<b>8</b>	<b>Proračunski postupak određivanja mjesta i vremena inicijacije pukotine na boku zuba.....</b>	<b>119</b>
8.1	Koncept proračunskog postupka.....	119
8.2	Definiranje ulaznih veličina.....	120
8.2.1	Geometrijski parametri ozubljenja.....	120
8.2.2	Pogonski uvjeti i opterećenja.....	121
8.2.3	Materijal.....	121
8.2.4	Upravljački parametri proračuna.....	123



8.3	Parametri kontakta.....	124
8.4	Proračun parametara materijala.....	125
8.5	Proračun naprezanja i deformacija.....	125
8.6	Proračun parametra zamora odabranog kriterija inicijacije pukotine.....	126
8.7	Proračun broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine.....	129
8.8	Identifikacija mjesta inicijacije pukotina i njihove orijentacije.....	129
<b>9</b>	<b>Verifikacija razvijenog proračunskog postupka.....</b>	<b>131</b>
9.1	Uvod.....	131
9.2	Broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine.....	131
9.2.1	Usporedba s podacima iz norme DIN3990.....	131
9.2.2	Usporedba s rezultatima drugih istraživanja.....	135
9.3	Mjesto inicijacije pukotine.....	136
9.4	Orijentacija i oblik inicirane pukotine.....	141
<b>10</b>	<b>Zaključak.....</b>	<b>145</b>
	<b>Popis literature.....</b>	<b>149</b>
	<b>Popis oznaka.....</b>	<b>157</b>
	<b>Popis slika i tablica.....</b>	<b>163</b>

# 1 UVOD

## 1.1 Postavljanje cilja

U projektiranju i proizvodnji zupčanika i zupčastih prijenosa odavno je prisutan kontinuirani trend povećanja njihove nosivosti, pouzdanosti i trajnosti uz smanjivanje mase, izmjera i naravno, troškova proizvodnje. Potreba za ispunjavanjem tih zahtjeva učinila je postupke toplinske obrade poboljšavanja i cementacije neupitnim dijelom proizvodnje visokooteretivih čeličnih zupčanika budući da je takvim postupcima moguće utjecati na nosivost te trajnost i korijena i bokova zuba kao njihovih najopterećenijih dijelova.

Bokovi zuba u zahvatu istovremeno su izloženi izrazito visokim kontaktnim pritiscima i kombiniranom djelovanju kotrljanja i klizanja. Upravo su zbog toga, pored lomova zuba u korijenu, oštećenja bokova zuba jedan od najčešćih načina stradavanja zupčanika u radu [1]. Dije se na površinski inicirana oštećenja i na ona koja su inicirana ispod površine boka. Na pojavu površinski iniciranih oštećenja značajan utjecaj imaju hrapavost površine i postojeća površinska oštećenja pa su stoga ona češće prisutna kod zupčanika sa grubljom površinskom obradom boka zuba koji uz to rade u problematičnim uvjetima podmazivanja. Kod visokooterećenih ozubljenja s otvrdnutom i glatkom površinom boka zuba za čiju se izradu primjenjuju kvalitetni materijali, češća je pojava oštećenja koja se iniciraju ispod površine [2]. Njihova pojava prvenstveno je vezana s ciklički promjenjivim naprezanjima i deformacijama koje se prilikom kontakta bokova zuba javljaju ispod površine. Spomenuta površinska i ispodpovršinska oštećenja osim kod zupčanika javljaju se i kod drugih kontaktno opterećenih, površinski otvrdnutih konstrukcijskih elemenata kao što su valjni ležajevi i kotači šinskih vozila.

Kod površinski se otvrdnutih elemenata od tvrde površine prema mekšoj jezgri osim tvrdoće mijenja i s njom povezana zamorna čvrstoća materijala. Zbog toga, osim o intenzitetu i raspodjeli naprezanja, položaj kritično opterećenih mjesta ovisi i o raspodjeli vrijednosti tvrdoće odnosno zamorne čvrstoće materijala postignutima nakon njegove toplinske obrade. Nepovoljan međusobni odnos naprezanja i granice tečenja kakav se često javlja na prijelazu između tvrdog površinskog sloja i mekše jezgre može dovesti do pojave znatnih lokalnih plastičnih deformacija materijala. Povremena preopterećenja, koja su u pogonu neizbježna, mogu tu pojavu dodatno intenzivirati što u pravilu dovodi do akumulacije oštećenja i u konačnici do inicijacije ispodpovršinskih pukotina. Tako nastale pukotine u velikom broju slučajeva određeno vrijeme napreduju ispod površine boka zuba, dok se ne ispune uvjeti za njihovo skretanje prema površini zuba ili u dubinu prema suprotnom boku, nakon čega dolazi do konačnog loma i otkidanja većeg komada materijala pa i cijelog zuba. Utjecaji koji značajno doprinose nastanku spomenutih oštećenja bokova zuba zupčanika jesu neodgovarajuća dubina otvrdnutog površinskog sloja, neodgovarajući profil tvrdoće po dubini otvrdnutog sloja i po visini zuba, preniska tvrdoća jezgre, povremena preopterećenja ozubljenja te nepravilnosti u zahvatu zuba izazvane netočnostima pri izradi i montaži [1], [2], [3].

Pojava i napredovanje opisanih oštećenja bokova zuba mogu dovesti do ozbiljnih lomova i konačnog stradavanja zupčanika i cijelih prijenosnika. Stoga razvoj metoda proračuna koje omogućuju preciznije i detaljnije, ali i brzo i praktično određivanje opterećenosti i trajnosti materijala boka zuba te specificiranje njegovih značajki dovoljno rano u konstrukcijskom



procesu, predstavlja važan dio kontinuiranih napora u razvoju i unapređivanju zupčastih prijenosnika.

Stoga je za cilj ovog rada postavljen razvoj proračunskog postupka za određivanje vremena do nastanka oštećenja boka zuba zupčanika uzrokovanih zamorom materijala i identificiranje mjesta na boku na kojima će se ona najprije pojaviti. Njime dobiveni rezultati trebali bi omogućiti točnije i detaljnije propisivanje potrebnih značajki materijala zuba odnosno potrebnog profila tvrdoće u otvrdnutom površinskom sloju materijala na njegovom boku. Takvo bi rješenje moglo pridonijeti boljem iskorištenju značajnih mogućnosti koje imaju suvremeni postupci toplinske obrade poput indukcijskog kaljenja.

## 1.2 Metodologija rješenja

Pregledom dostupnih rezultata dosadašnjih istraživanja i druge relevantne literature utvrđene su mogućnosti povećanja nosivosti odnosno trajnosti boka zuba zupčanika. Pritom je posebna pažnja posvećena postupcima toplinske obrade materijala s naglaskom na različite varijante indukcijskog kaljenja. Osim njih dan je i pregled postojećih pristupa, kriterija te proračunskih modela zahvata zuba zupčanika na osnovu kojih se propisuju značajke koje bi materijal zuba odnosno njegovog boka trebao imati.

U nastavku su analizirana oštećenja boka zuba uzrokovana zamorom, kotrljajno-klizno-kontaktno opterećenje boka zuba za vrijeme zahvata, ponašanje materijala izloženog djelovanju cikličkih opterećenja i postojeći pristupi karakterizaciji zamaranja materijala i predviđanju trajnosti. Na osnovi provedene analize izvršen je odabir kriterija kojim se utvrđuje ispunjenost uvjeta za inicijaciju pukotine.

Za ograničeni broj različito poboljšanih čelika 42CrMo4, izvršena je na statičkim vlačnim i cikličkim vlačno-tlačnim eksperimentima zasnovana karakterizacija njihovog ponašanja u uvjetima djelovanja monotonog i cikličkog opterećenja. Na osnovu dobivenih rezultata utvrđene su vrijednosti njihovih monotonih, cikličkih te značajki zamora potrebnih za odabrani kriterij.

Eksperimentalno određeni podaci dopunjeni su materijalnim značajkama čelika 42CrMo4 iz dostupne literature. Budući da su i tako dopunjeni podaci bili nedostadni za adekvatno modeliranje otvrdnutog sloja na boku sa znatnim gradijentom tvrdoće, razvijen je i predložen novi pristup procjeni značajki zamora materijala na osnovi njegove tvrdoće. Njegovom razvoju se prišlo zbog ustanovljenih nedostataka postojećih empirijskih metoda procjene značajki zamora materijala navedenih u literaturi.

Na osnovi detaljne analize geometrijskih značajki ozubljenja odnosno boka zuba u zahvatu, uvjeta zahvata i prirode opterećenja, razvijen je proračunski model zuba u zahvatu. Njime proračunata naprezanja i deformacije koje se pojavljuju u materijalu boka zuba za vrijeme zahvata, uspoređene su s eksperimentalnim rezultatima dobivenima fotoelasticimetrijskim ispitivanjima te rezultatima proračuna metodom konačnih elemenata

U skladu s ciljem, u razvijeni proračunski postupak uključeni su i parametri indukcijskim kaljenjem postizivih profila tvrdoće. Rezultati dobiveni razvijenim proračunskim postupkom uspoređene su s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja trajnosti zupčanika navedenim u odgovarajućim normama i drugoj literaturi.

## 2 DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA I STANJE TEHNIKE

### 2.1 Povećanje nosivosti boka zuba ravnih evolventnih zupčanika

Povećanje nosivosti zupčanika jedan je od najvažnijih zahtjeva prilikom njihovog razvoja, a moguće ga je ostvariti u prvom redu promjenom geometrijskih parametara ozubljenja, odabirom kvalitetnijih materijala ili modificiranjem svojstava materijala ozubljenja odgovarajućim postupcima toplinske obrade.

Mogućnosti variranja geometrijskih parametara ozubljenja u cilju povećanja nosivosti zupčanika zbog konstrukcijskih su razloga u velikoj mjeri ograničene. Povećanje nosivosti ozubljenja najjednostavnije je postići povećanjem vrijednosti normalnog modula  $m_n$  i povećanjem širine zupčanika  $b$ . Time se, međutim, značajno povećavaju izmjere i masa zupčanika, što je u suprotnosti s nekim od glavnih zahtjeva koji se postavljaju pred suvremene zupčaste prijenosnike. Mijenjanje ostalih veličina poput broja zuba zupčanika  $z$  je zbog vrlo malog utjecaja na nosivost, a velikog na izmjere i masu prijenosnika od zanemarivog značaja i kao takvo nije praktično primjenjivo. Odgovarajućim vrijednostima faktora pomaka profila  $x_1$  i  $x_2$  moguće je u određenoj mjeri utjecati na nosivost, ali prvenstveno korijena zuba. Osim toga, promjena tih parametara utječe i na neke druge pogonske značajke poput mirnoće rada i brzine klizanja u zahvatu. Jedna od mogućnosti istovremenog povećanja nosivosti boka i korijena zuba je primjena ozubljenja s visokim stupnjem prekrivanja profila (engl. *high transverse contact ratio - HCR*). Odabirom odgovarajućih kombinacija vrijednosti normalnog zahvatnog kuta  $\alpha_n$  i visine glave zuba alata  $h_{a0}$  ostvariva je povoljnija raspodjela opterećenja po zubima za vrijeme zahvata, odnosno smanjenje opterećenja pojedinog zuba [4]. Međutim, povećana osjetljivost na točnost izrade [5], povećane brzine klizanja u zahvatu te izraženija sklonost pojavi zaribavanja, čine takva ravna evolventna ozubljenja relativno složenima za proračunavanje i primjenu.

Odabirom i primjenom kvalitetnijih, legiranih, ali toplinski neobrađenih čelika uz zadržavanje identične geometrije ozubljenja moguće je tek ograničeno povećanje nosivosti i trajnosti ozubljenja. Granica isplativosti dobitaka u odnosu na nosivost ostvarenih na taj način vrlo se brzo dostiže, jer s daljnjim porastom kvalitete materijala ubrzano raste i njihova cijena. Osim toga, spomenuti čelici ujedno su najčešće predviđeni za toplinsku obradu te se stoga u toplinski neobrađenom stanju primjenjuju rijetko, a za izradu visokooteretivih ozubljenja praktički nikad. U cilju dodatnog povećanja nosivosti, materijal se zuba u pravilu toplinski obrađuje i to najčešće nekim od postupaka površinskog otvrdnjavanja. Razlog za to leži u znatnom povećanju dinamičke izdržljivosti, ali i u činjenici da na taj način toplinski obrađeni zubi imaju povoljniju raspodjelu zaostalih naprezanja u usporedbi s prokaljenim i popuštenim zubima. Navedeno je vidljivo na primjeru podataka za konstrukcijski čelik St52-3 U i dva čelika za poboljšanje C45E i 42CrMo4 koji se uobičajeno primjenjuju za izradu zupčanika (tablica 2.1) [6], [7], [8].

**Tablica 2.1** Osnovne značajke čelika koji se uobičajeno primjenjuju za izradu zupčanika

Oznaka čelika	Toplinska obrada	Dinamička čvrstoća boka $\sigma_{Hlim}$ u $Nmm^{-2}$
St52-3 U	normaliziran	370
C45E	normaliziran	530
42CrMo4	poboljšan	600
C45E	površinski otvrdnut (53 HRC)	1030
42CrMo4	površinski otvrdnut (55 HRC)	1170

Ovisno o vrsti čelika od kojeg je zupčanik izrađen, njegov se površinski sloj najčešće otvrdnjava postupkom cementiranja koji objedinjuje pougljičavanje, kaljenje i niskotemperaturno popuštanje ili postupkom poboljšavanja koji predstavlja kombinaciju kaljenja i visokotemperaturnog popuštanja.

Cementiranje je toplinsko-kemijski postupak kojim se površinski sloj konstrukcijskih elemenata od niskougljičnih i niskolegiranih čelika (najviše 0,25 % C) najprije dodatno pougljičava difuzijom ugljika pri temperaturama oko 900 °C (u pravilu većima od temperature  $A_3$ ). Zahvaljujući visokom sadržaju ugljika (0,6...0,9 % C) dobivenom na površini, nakon gašenja i niskotemperaturnog popuštanja postiže se tvrdi površinski sloj pretežno martenzitne strukture. Unutarnji slojevi materijala zadržavaju feritno-perlitnu strukturu te su kao takvi znatno mekši i žilaviji.

Za razliku od niskougljičnih čelika i čelika za cementiranje, čelici za poboljšavanje pored značajnijeg udjela ugljika (0,18...0,65 % C) u svom sastavu imaju i legirajućih elemenata koji im poboljšavaju prokaljivost te su stoga pogodni za kaljenje bez prethodnog mijenjanja kemijskog sastava nekim od toplinsko-kemijskih postupaka. Kod elemenata od takvih čelika moguće je otvrdnjavanje površinskih slojeva, ali i materijala na većim dubinama pa i potpuno prokaljivanje. Promjena strukture i svojstava čelika postupkom poboljšavanja započinje njegovim zagrijavanjem i zadržavanjem na temperaturi austenitizacije (iznad temperature  $A_3$ ). Pritom dolazi do transformacije postojeće strukture u austenitnu i do njene homogenizacije. Gašenjem u prikladnom rashladnom mediju odnosno ohlađivanjem brzinom većom od kritične brzine ohlađivanja dolazi do transformacije austenita u martenzit pri čemu je poželjno da ta transformacija bude što potpunija. Novonastala martenzitna struktura je tvrda, krhka i nestabilna, a ima i veći specifični volumen od drugih struktura koje se usporedno s njom mogu pojaviti (zaostali austenit, perlit, ferit, cementit) što posebice kod površinskog kaljenja za posljedicu ima nastanak zaostalih tlačnih naprežanja u površinskom sloju materijala. Takav materijal se nakon gašenja visokotemperaturno popušta odnosno zagrijava i određeno vrijeme zadržava na temperaturama 200...550 °C. Time se omogućava raspad zaostalog austenita, smanjenje tetragonalnosti martenzita, smanjenje koncentracije ugljika u martenzitu na 0,2 % te stvaranje fino raspršene smjese ferita i cementita. Na najvišim temperaturama popuštanja (iznad 380 °C) mikrostrukturni sastojci teže sferoidizaciji, a na temperaturama popuštanja bliskim  $A_1$  formira se zrnati perlit. Uslijed navedenih pretvorbi u materijalu se smanjuju nepravilnosti u kristalnoj građi, snizuju se zaostala naprežanja, snizuju se vrijednosti čvrstoće i tvrdoće, a povećava se njegova žilavost [9], [10], [11].

Budući da su različiti dijelovi ozubljenja pri radu različito opterećeni, različiti su i uvjeti koje je potrebno istovremeno ispuniti da bi se povećala sveukupna nosivost ozubljenja. U području korijena poželjne su povišena površinska tvrdoća materijala i visoka razina zaostalih tlačnih naprežanja, dok je na boku zuba presudna kombinacija visoke površinske tvrdoće te čvrstoće i žilavosti ispodpovršinskih slojeva materijala. Od spomenutih mjera i

postupaka, kojima je moguće povećati nosivost ozubljenja, a uzimajući u obzir navedene specifične zahtjeve, postupci toplinske obrade materijala nude najbolji omjer uloženog i dobivenog. To je vidljivo i iz činjenice da su takvi postupci odavno postali neupitnim dijelom proizvodnje visokoopteretivih ozubljenja. Osnovna prednost postupaka površinskog otvrdnjavanja materijala u usporedbi s ostalim postupcima toplinske obrade je mogućnost ciljanog, lokaliziranog djelovanja te podizanja kvalitete i nosivosti upravo najopterećenijih dijelova konstrukcijskih elemenata – u ovom slučaju boka zuba zupčanika [12].

## 2.2 Indukcijsko kaljenje zuba zupčanika

Kod indukcijskog kaljenja zagrijavanje materijala i njegovo zadržavanje na temperaturi austenitizacije postiže se djelovanjem promjenjivog magnetnog polja na materijal izratka, u kojem se uslijed elektromagnetske indukcije induciraju vrtložne struje. Njihova gustoća eksponencijalno opada prema dubini izratka, tako da se njihovim djelovanjem prvenstveno zagrijava upravo površinski sloj materijala. Do stvaranja spomenutog magnetnog polja dolazi uslijed protoka izmjenične struje kroz induktor koji izmjerama i oblikom mora odgovarati izratku ili njegovom dijelu koji je potrebno zagrijavati. Dubina do koje u materijal izratka prodiru inducirane vrtložne struje i brzina kojom će se materijal zagrijavati izravno ovise o njegovoj magnetnoj permeabilnosti i električnoj provodljivosti, a dubina prodiranja inducirane struje ovisi još i o frekvenciji izmjenične struje u induktoru. Upravo ta ovisnost dubine prodiranja induciranih struja o frekvenciji i prevladavajuća primjena uređaja s konstantnom frekvencijom u prošlosti uzrokovala je podjelu postupaka indukcijskog kaljenja na srednjefrekventne (oko 10 kHz) i visokofrekventne (300...900 kHz). Budući da se kod postupaka s konstantnom frekvencijom vrtložne struje induciraju do konstantne dubine materijala, osim oblikom i vrstom induktora, debljinu i ostale značajke zakaljenog sloja moguće je regulirati variranjem jakosti struje odnosno snage i trajanjem zagrijavanja [9], [13], [14].

Indukcijsko kaljenje pogodno je i uobičajeno se primjenjuje za toplinsku obradu čelika koji sadrže više od 0,35 % C i čelika za poboljšavanje. Tipične dubine zakaljenog sloja kreću se od 0,4 do 2,5 mm, ali su uz odgovarajuće uvjete zagrijavanja i uz odgovarajući materijal ostvarive i dubine veće od 50 mm. Prednosti indukcijskog kaljenja u odnosu na druge postupke su kratka vremena zagrijavanja izratka, jednostavnost izvođenja postupka gašenja, vrlo mala opasnost od trajnog deformiranja izradaka, mogućnost lokaliziranog djelovanja, dobra mogućnost kontrole dubine i oblika otvrdnutog područja materijala i profila tvrdoće u njemu te pojava zaostalih tlačnih naprezanja u otvrdnutom površinskom sloju materijala. Osnovne vrste indukcijskog kaljenja su tzv. *single-shot* postupak kod kojeg se materijal konstrukcijskog elementa u najprije u cijelosti zagrije pa onda gasi te tzv. *scanning* postupak kod kojeg se induktor postepeno pomiče duž izratka zagrijavajući pritom usko područje materijala koje se odmah potom i gasi [14].

Zbog nemogućnosti preciznog ostvarivanja otvrdnutog površinskog sloja na izracima složene geometrije, postupci indukcijskog kaljenja s konstantnom frekvencijom i induktorskim zavojnicama koje obuhvaćaju cijeli izradak ili njegov veći dio prikladni su samo za toplinsku obradu jednostavnih izradaka. Preciznije rezultate i bolju kontrolu nad značajkama otvrdnutog sloja moguće je postići tzv. konturnim kaljenjem primjenom specijalno oblikovanih i precizno pozicioniranih induktora te kombiniranjem spomenutih *single-shot* ili *scanning* načina zagrijavanja svakog pojedinačnog zuba zupčanika. Nedostatak takvih postupaka je u dugotrajnosti postupka i znatnoj cijeni induktora. Usavršavanjem generatora izmjenične struje omogućeno je najprije slijedno zagrijavanje izratka energijom niske pa visoke frekvencije što je rezultiralo razvojem tzv. *dual-*

*frequency* indukcijskog kaljenja. Kod takvih postupaka se magnetskim poljem niske frekvencije materijal zubi predgrijava, a visokom frekvencijom se u vrlo kratkom vremenu samo površinski sloj završno zagrije na temperaturu austenitizacije, nakon čega slijedi gašenje. Daljnji razvoj generatora omogućio je pojavu najnovijeg tzv. *simultaneous dual-frequency* postupka indukcijskog kaljenja koji podrazumijeva istovremeno zagrijavanje izratka energijom srednje i visoke frekvencije korištenjem samo jednog induktora. Vrlo dobra kontrola nad značajkama otvrdnutog površinskog sloja zuba zupčanika ostvariva je već i induktorima jednostavnog, prstenastog oblika. Rezultati ovakvog postupka usporedivi su sa rezultatima postupka konturnog kaljenja, a u usporedbi s njim cijeli postupak kaljenja zupčanika je iznimno ubrzan [12], [15], [16].

Dodatna prednost postupka indukcijskog kaljenja očituje se u njegovoj fleksibilnosti i u mogućnosti da se između njegovih različitih, a pogotovo najsuvremenijih varijanti, odabere ona koja je najbolje prilagođena veličini i obliku izratka te zahtjevima po pitanju značajki otvrdnutog sloja. Postojanje mogućnosti preciznog ispunjavanja čak i vrlo složenih zahtjeva otvrdnjavanja materijala zuba zupčanika naglašava potrebu da željeni parametri tog sloja budu u konstrukcijskom procesu optimalno i točno definirani.

### 2.3 Propisivanje značajki otvrdnutog sloja materijala na boku zuba

Osnovni pojmovi poput dubine otvrdnutog sloja i granične vrijednosti tvrdoće te opis eksperimentalnog i proračunskog postupka kojima se te i druge značajke površinskog sloja materijala otvrdnutog plamenim ili indukcijskim kaljenjem mogu odrediti, definirani su normom [17]. U nacionalnim [7], [18] i međunarodnim [8], [19] normama odnosno u njihovim dijelovima koji se bave problematikom proračunavanja i dimenzioniranja zupčanika s obzirom na nosivost bokova zuba dane su tek približne smjernice za određivanje značajki otvrdnutog sloja materijala. U dijagramima je za različite grupe i kvalitete materijala te postupke njihove toplinske obrade definirana veza između površinske tvrdoće i trajne dinamičke čvrstoće materijala boka zuba  $\sigma_{Hlim}$ . Za dubinu otvrdnutog sloja navedeno je kako mora biti adekvatna, dok profil tvrdoće u otvrdnutom sloju nije spomenut. Podaci navedeni u tim dijagramima su u prvom redu rezultat eksperimentalnih ispitivanja provedenih na testnim zupčanicima uz standardizirane pogonske uvjete, od kojih se stvarna ozubljenja i uvjeti u kojima ona rade mogu i značajno razlikovati. Stoga je za postizanje zadovoljavajuće točnih i pouzdanih rezultata podatke dobivene iz dijagrama potrebno na odgovarajući način korigirati za što je zbog nedostatka preciznijih smjernica nužno imati značajno praktično iskustvo.

Zbog velikog broja parametara (materijalni, geometrijski, pogonski, tehnološki) koji utječu na nosivost i trajnost površinski otvrdnutih bokova zuba, pravilno propisivanje značajki otvrdnutog sloja u cilju izbjegavanja oštećenja vrlo je složeno. Važnost tog problema motivirala je značajan broj istraživanja koja su rezultirala brojnim radovima u kojima su predstavljani različiti pristupi i predložene metode za njegovo rješavanje.

Pederson i Rice u uvodnom dijelu svog rada [20] spominju na iskustvu temeljen pristup kao jedan od prvih načina rješavanja problema propisivanja dubine otvrdnutog sloja. Budući da su tako definirane dubine vrlo često bile približno proporcionalne izmjerama odnosno debljini zuba, to je dovelo do pojave prvih formalnih preporuka u kojima se dubina sloja dovodila u vezu s debljinom zuba mjenom na diobenom promjeru. U navedenom radu, spomenuto je i propisivanje dubine otvrdnutog sloja na osnovi koraka odnosno lučne udaljenosti uzastopnih lijevih ili desnih bokova zuba kao poboljšanja kojim se reduciraju mogući problemi kod ozubljenja kod kojih se diobeni i kinematski promjeri međusobno razlikuju. U glavnom dijelu istog rada jasno je diferencirano površinsko



jamičenje i poseban vid stradanja bokova zupčanika pod engleskim nazivom *case crushing* kod kojeg su pukotine inicirane u dubljim slojevima materijala cementiranih zuba. Eksperimentalnim putem je ustanovljena veza između omjera najvećeg dozvoljenog smičnog naprezanja i smične čvrstoće materijala s debljinom otvrdnutog sloja te su navedene vrijednosti tog omjera kod kojih se može očekivati pojava tzv. *case crushing*. Za određivanje smične čvrstoće primijenjene su na eksperimentima zasnovane relacije koje povezuju tvrdoću i statičku vlačnu odnosno smičnu granicu tečenja.

Kao osnovne preduvjete za učinkovito sprečavanje zamaranja i oštećivanja materijala na bokovima zuba zupčanika Wolkenstein [21] navodi poznavanje raspodjele glavnog smičnog naprezanja koje nigdje ne smije prijeći ishodišnu trajnu smičnu čvrstoću  $R_{dt0}$ . Pritom se naglašava da je kod ovakvog pristupa mjesto pojave oštećenja od sporednog značaja te se oštećenja površinskog odnosno ispodpovršinskog sloja materijala ne promatraju odvojeno. Na osnovi empirijskih izraza koji povezuju vlačnu čvrstoću materijala  $R_m$ , njegovu ishodišnu trajnu smičnu čvrstoću  $R_{dt0}$  i tvrdoću, vrijednosti naprezanja preračunavaju se u potrebne vrijednosti tvrdoće. Specifičnosti pojedinih postupaka površinskog otvrdnjavanja materijala uzimaju se u obzir putem pripadnih referentnih krivulja raspodjele tvrdoće. One se grafičkom metodom korigiraju kako bi u cijelosti i sa sigurnošću nadvisile prethodno proračunati potrebni profil tvrdoće u promatranom presjeku te se onda iz njih određuju potrebne vrijednosti površinske tvrdoće, tvrdoće jezgre i dubine otvrdnutog sloja. Budući da se naknadnom obradom površinskog sloja brušenjem skida sloj materijala, u radu se predlaže njegovo uzimanje u obzir odgovarajućim pomicanjem potrebnog profila tvrdoće u dubinu prije uspoređivanja sa referentnim krivuljama.

Kao dopunu procedure za dimenzioniranje zupčanika definirane ISO normom Sandberg [22] predlaže metodu proračunavanja dubine otvrdnutog sloja imajući pritom na umu prvenstveno nosivost velikih, površinski otvrdnutih zupčanika. Kao glavni razlog za dopunu navedena je nedorečenost ISO procedura i njihova nedostatnost za sprečavanje zamora ispodpovršinskih slojeva materijala i oštećenja koja se u njima iniciraju. U skladu s tim je za utvrđivanje uvjeta pojave zamora i oštećenja materijala predloženo uspoređivanje vrijednosti smičnog naprezanja s izmjeničnom trajnom smičnom čvrstoćom materijala  $R_{dt-1}$ . Za određivanje vrijednosti trajne smične čvrstoće predložen je pristup prema kojem se ona određuje na osnovi vrijednosti tvrdoće materijala. Na osnovi uvjeta da ni u jednoj točki u promatranom presjeku smično naprezanje ne smije biti veće od smične zamorne čvrstoće, predložen je postupak za određivanje minimalne debljine otvrdnutog sloja materijala i profila njegove tvrdoće koji bi trebao biti dovoljan za prevenciju zamora i oštećivanja materijala. Na ograničenu primjenjivost predložene procedure u radu je upozoreno kroz napomenu da je zbog znatnih pojednostavljenja i empirijske prirode većine izraza ona valjana samo za slojeve materijala na dubinama većima od četvrtine širine područja kontakta ( $z/b_H > 0,5$ ). U ograničenom opsegu upozoreno je i na opasnost od propisivanja prevelike debljine otvrdnutog sloja koja može uzrokovati prekomjerno smanjenje zaostalih tlačnih naprezanja i zamorne čvrstoće, ali i potpuno prokaljivanje vrhova zuba koji su u tom slučaju podložni krhkim lomovima.

Glodež, Flašker, Ren i Pehan [23] definiraju potrebnu dubinu otvrdnutog sloja na osnovi najveće vrijednosti ekvivalentnog naprezanja materijala boka zuba izračunatog prema teoriji najveće distorzijske energije (von Misesovo ekvivalentno naprezanje). Pritom se za sprečavanje pojave plastičnih deformacija materijala i jamičenja navodi uvjet da se maksimum von Misesovog ekvivalentnog naprezanja mora nalaziti unutar otvrdnutog površinskog sloja. Kao dodatni uvjet, ono mora biti manje i od granice tečenja materijala određene jednoosnim vlačno-tlačnim odnosno torzijskim eksperimentima. U radu je spomenuta proporcionalna međuovisnost tvrdoće i granice tečenja odnosno lokalne

nosivosti materijala, ali bez detaljnijeg navođenja o kakvoj se vrsti povezanosti i međuovisnosti radi.

Parrish [24] navodi eksperimentalno određene trajnosti različitih ozubljenja iz kojih je razvidna složenost utjecaja niza veličina (materijalnih, tehnoloških, geometrijskih, pogonskih) na ponašanje materijala zuba zupčanika u zahvatu. Time se potvrđuje i naglašava potreba za dobrim razumijevanjem i diferenciranjem kriterija na osnovi kojih bi značajke otvrdnutog površinskog sloja materijala trebale biti definirane.

Tobie, Oster i Höhn [25] opisuju eksperimentalno određivanje utjecaja raspodjele tvrdoće i dubine cementiranog sloja na trajnost korijena i boka zuba, pri čemu nastoje uvažiti utjecaj i djelovanje toplinskom obradom uzrokovanih zaostalih naprezanja. Navedene veličine kvantificiraju i uzimaju u obzir u svojim proračunima na osnovi kojih definiraju preporuke za propisivanje otvrdnutog sloja materijala. Rezultatima proračuna i analizama eksperimentalno određenih trajnosti zupčanika sa zubima otvrdnutim prema njihovim preporukama, naglašavaju potrebu za različitim značajkama površinski otvrdnutog materijala korijena i boka zuba.

Ciklički kotrljajno-klizni kontakt uzrokuje zamor i oštećenje materijala ne samo bokova zuba zupčanika već i drugih konstrukcijskih elemenata poput valjnih ležajeva te željezničkih tračnica i kotača željezničkih vozila. Iako radovi s tom tematikom spomenuti u nastavku ne uključuju eksplicitno propisivanje značajki otvrdnutog sloja materijala zuba zupčanika, zbog bliskosti i srodnosti u njima obrađene problematike u njima korištena metodologija i kriteriji nastanka oštećenja mogu se u određenoj mjeri primijeniti i u tu svrhu.

Za određivanje potrebne dubine otvrdnjavanja kod indukcijskog kaljenja staza sporookrećućih, velikih valjnih ležajeva Zwirlein i Wieland [26] u svom radu koriste pristup temeljen na povezivanju vrijednosti naprezanja i trajnosti (engl. *stress-life approach*). Potencijalno kritična mjesta u otvrdnutom sloju preliminarno se identificiraju na osnovi pretpostavljenog ili ostvarenog profila tvrdoće. Za ta se mjesta u materijalu proračunavaju von Misesovo ekvivalentno naprezanje te ciklička granica tečenja koja se empirijskom korekcijom dobiva iz statičke granice tečenja. Na osnovi uvjeta da proračunato naprezanje mora biti manje od korigirane cikličke granice tečenja te u radu opisane veze između tvrdoće i čvrstoće materijala određuje se potrebna dubina otvrdnutog sloja.

U okviru istraživanja kotrljajno-kliznog kontakta cilindričnih tijela Kumar [27] na osnovi eksperimenata i rezultata numeričkih proračuna temeljenih na ELKHP (engl. *elastic-linear-kinematic-hardening-plastic*) materijalnom modelu ustanovljava vezu između dubine materijala do koje se pojavljuju oštećenja i dubine zone plastifikacije materijala. Iako se u radu ne navodi kojim bi se mjerama navedeno zamaranje i oštećivanje materijala moglo i trebalo smanjiti, iz navedenog se može zaključiti da bi se sprečavanjem cikličkog plastičnog deformiranja površinskog sloja materijala smanjila vjerojatnost i intenzitet njegovog zamaranja odnosno oštećivanja.

Hertter [28] spominje uvjete promjenjivog opterećenja te višeosnosti i neproporcionalnosti naprezanja materijala boka zuba zupčanika za vrijeme zahvata te potrebu da se spomenuti uvjeti u proračunima uzmu u obzir na adekvatniji način nego što je to učinjeno postojećim proračunskim postupcima. Kao pokazatelj opteretivosti područja korijena i boka zuba zupčanika definira se parametar napregnutosti materijala i predlaže proračunska procedura za njegovo određivanje temeljena na modificiranoj teoriji intenziteta smičnog naprezanja (njem. *Schubspannungsintensitätshypothese – SIH*). U predloženom obliku razvijena proračunska procedura predviđena je tek za proračunavanje najvećeg nazivnog opterećenja koje će u materijalu korijena odnosno boka zuba uzrokovati naprezanje manje ili jednako

njegovoj zamornoj čvrstoći te kao takva nije prikladna za izravno propisivanje značajki koje bi otvrdnuti sloj trebao imati.

Za utvrđivanje vremena potrebnog za inicijaciju pukotine na boku zuba Šraml, Flašker i Potrč [29] predlažu metodu temeljenu na povezivanju vrijednosti deformacije i trajnosti (engl. *strain-life approach*). Njome se na osnovi proračunate amplitude ekvivalentne deformacije i dijagrama ovisnosti broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine o amplitudi deformacije, može utvrditi očekivani broj izmjena opterećenja do nastanka zamorne pukotine.

Kunc i Prebil [30] predlažu naprednu numeričku proceduru za određivanje niskocikličke nosivosti otvrdnutih staza velikih valjnih ležajeva s obzirom na pojavu oštećenja i pukotina u prijelaznom području između otvrdnutog površinskog sloja materijala i mekane jezgre. Za proračunavanje odziva materijala koriste u numerički model ležaja integrirani modificirani Chabocheov konstitutivni materijalni model s parametrom oštećenja, na osnovi čije je vrijednosti moguće utvrditi da li je, odnosno kada je i gdje došlo do inicijacije makroskopske pukotine.

## 2.4 Proračunski modeli zahvata zuba zupčanika

Kako bi bilo moguće propisati odnosno provjeravati profil tvrdoće površinski otvrdnutog materijala boka zuba zupčanika, potrebno je poznavati naprezanja i deformacija koje se u njemu za vrijeme trajanja zahvata javljaju. Iako eksperimentalni rezultati dobiveni u pogonskim uvjetima bliskim stvarnima bez sumnje predstavljaju najtočniju i najpouzdaniju osnovu za propisivanje značajki otvrdnutog sloja, zbog svoje su skupoće u financijskom i vremenskom pogledu najčešće nedostupni. Upravo ta visoka razina troškova eksperimenata predstavlja glavni razlog i motivaciju za kontinuirani razvoj proračunskih modela kojima bi bilo moguće dovoljno točno modelirati zahvat zuba zupčanika.

U radovima koji se bave propisivanjem potrebnih značajki otvrdnutog sloja navedenim u točki 2.3 predlagani su i korišteni proračunski modeli zahvata različitih stupnjeva složenosti. Pederson i Rice [20] i Wolkenstein [21] za proračunavanje naprezanja materijala opterećenog boka zuba koriste osnovne analitičke izraze Hertzove teorije kontakta dvaju cilindričnih tijela. Određivanjem najveće vrijednosti glavnog smičnog naprezanja i dubine na kojoj se ono pojavljuje te njihovim uvrštavanjem u empirijske izraze približno se proračunava raspodjela naprezanja. U navedenim radovima proračuni su izvođeni samo za slučaj kontakta u unutarnjoj točki jednostrukog zahvata, u kojoj je opterećenje bokova u pravilu najveće. Pritom su u proračunskom modelu u [20] uzeta u obzir približna, toplinskom obradom uzrokovana zaostala naprezanja dok su ostale utjecajne veličine poput trenja zanemarene. Modelom predloženim u [21] pomoću empirijskih se izraza i korekcijskih faktora tek vrlo približno i djelomično kvantificira utjecaj koji na proračunate vrijednosti naprezanja ima trenje, budući da nije uzet u obzir utjecaj koji ono ima na mjesto najveće vrijednosti smičnog naprezanja. Sličan pojednostavljeni analitički pristup određivanju naprezanja primjenjuje i Sandberg [22]. Mjerodavnu raspodjelu smičnog naprezanja on određuje na osnovi empirijskih izraza dobivenih kombinacijom Hertzove teorije i veličina iz standardnih (DIN, ISO) proračuna nosivosti boka zuba. Budući da pritom prvenstveno razmatra nastanak oštećenja u dubljim slojevima materijala, u proračun ne uključuje utjecaj trenja, oblika i raspodjele površinskog pritiska kao ni zaostalih naprezanja.

Glodež, Flašker, Ren i Pehan [23] par zuba u zahvatu svode na ekvivalentni model dva cilindra u kontaktu, koji dodatno pojednostavljaju i implementiraju u software za analizu metodom konačnih elemenata. Raspodjelu normalnog opterećenja proračunavaju prema Hertzovoj teoriji, a trenje između zuba u zahvatu uzimaju u obzir putem tangencijalnog opterećenja određenog prema Coulombovom zakonu. Opisani pristup modeliranju zahvata zuba i razvijeni analitičko-numerički 2D model korišten je i u [31], [32] i [33].

Hertter [28] za određivanje komponenata naprezanja i njihove raspodjele u materijalu boka zuba koristi detaljan analitičko-numerički proračun u kojem se par zuba u zahvatu zamjenjuje pojednostavljenim 2D modelom jednog zuba i odgovarajućim opterećenjem. Pri definiranju opterećenja i drugih rubnih uvjeta u obzir uzima raspodjelu i promjenu opterećenja za vrijeme zahvata, hrapavost površine boka, uvjete podmazivanja odnosno vrstu i veličinu trenja u zahvatu, krutost nosive konstrukcije i zaostala naprezanja u materijalu zuba.

Šraml, Flašker i Potrč [29] te Šraml i Flašker [34] za predviđanje inicijacije pukotine u uvjetima kotrljajno-kliznog kontakta koriste model vrlo sličan onome iz [23]. Ideja zamjene opterećenog boka zuba pojednostavljenim ekvivalentnim numeričkim 2D modelom realizirana je u vidu polubeskonačne ravnine na čijem se slobodnom rubu definiraju opterećenja. Implementacijom modela u program za analizu metodom konačnih elemenata omogućeno je simuliranje pomicanja opterećenja po boku zuba te približno određivanje promjene naprezanja tijekom zahvata. Uz zanemarivanje utjecaja uvjeta podmazivanja na raspodjelu površinskog pritiska, trenje u zahvatu se kao i u [23] uzima u obzir putem Coulombovog zakona. Djelovanje ostalih utjecajnih veličina poput zaostalih naprezanja, hrapavosti površine i nehomogenosti materijala nije uključeno u proračunski model.

## 2.5 Zaključak

Na osnovi provedenog pregleda stanja tehnike može se zaključiti da je uslijed ubrzanog razvoja došlo do određenog raskoraka između mogućnosti tehnologije indukcijskog kaljenja i standardne metodologije propisivanja značajki otvrdnutog sloja materijala na boku zuba. Standardne metode uglavnom su pojednostavljene, a u nekim slučajevima i neodređene, te u nedovoljnoj mjeri iskorištavaju potencijal suvremenih postupaka indukcijskog kaljenja, kojima je moguće precizno ostvariti i vrlo složene profile tvrdoće u otvrdnutom sloju. U nastojanju da se spomenuti nedostatak prevlada u literaturi je predložen značajan broj nestandardnih metoda i postupaka propisivanja značajki materijala boka zuba zupčanika, među kojima postoje nemale razlike s obzirom na detaljnost pristupa.

Jednostavnije metode, i pored toga što se donekle temelje na opterećenjima zuba u zahvatu i njima uvjetovanim odzivom i ponašanjem materijala, u značajnoj mjeri zanemaruju ili pojednostavljaju geometriju ozubljenja i pojedine vrste opterećenja te vrlo pojednostavljeno interpretiraju ponašanja materijala u uvjetima cikličkog, višeosnog i neproportionalnog naprezanja. U tom smislu postoji nezanemariva opasnost da uslijed grešaka koje se na taj način uvode u proračun dođe do njihovog kumulativnog, a možda i sinergijskog djelovanja, koje bi u konačnici moglo uzrokovati prekomjerno odstupanje proračunatih rezultata od stvarnih vrijednosti. Važnost i prednost takvih pojednostavljenih modela i postupaka je u njihovoj praktičnosti i primjenjivosti, koja omogućava brzo provjeravanje više varijanti ozubljenja uz variranje većeg broja njihovih parametara.

S druge strane, određeni broj predloženih postupaka temelji se na detaljnom pristupu i preciznom vrednovanju spomenutih uvjeta te omogućava provođenje vrlo detaljnih analiza i modeliranje složenog ponašanja materijala. Međutim, zbog svoje složenosti, dugotrajnosti i velikog broja potrebnih eksperimentalno određenih materijalnih i ostalih značajki, takvi modeli su nepraktični za krajnju primjenu u inženjerskoj praksi te su primjenjivi gotovo isključivo u okvirima znanstvenog i istraživačkog rada.





### 3 OŠTEĆENJA BOKA ZUBA ZUPČANIK A UZROKOVANA ZAMOROM MATERIJALA

#### 3.1 Klasifikacija oštećenja boka zuba uzrokovanih zamorom materijala

Za vrijeme trajanja zahvata bokovi zuba ravnih zupčanika međusobno se odvaljuju, pri čemu se istovremeno kotrljaju i, u većoj ili manjoj mjeri, kližu jedan po drugom. Budući da se pritom s pogonskog na pogonjeni zupčanik osim gibanja prenosi i snaga, površine bokova zuba u kontaktu međusobno su pritisnute normalnim silama, a zbog trenja dodatno su opterećene i pripadnim tangencijalnim silama [35]. Cikličko djelovanje takvih opterećenja može uzrokovati zamaranje materijala boka zuba odnosno dovesti do pojave i razvoja jedne ili više vrsta zamornih oštećenja. Zbog velike sličnosti geometrije tijela u kontaktu, uvjeta kontakta te vrste i načina djelovanja opterećenja, gotovo identična oštećenja pojavljuju se i kod valjnih ležajeva te kotača i tračnica [36], [37]. Uobičajeni naziv za proces zamaranja materijala u takvim uvjetima te njime izazvana oštećenja je kotrljajno-klizno-kontakti zamor materijala (engl. *rolling sliding contact fatigue - RSCF*). Do inijacije pukotina dolazi uslijed djelovanja smičnih naprežanja odnosno zbog cikličkog smičnog deformiranja materijala. Iako u određenim uvjetima presudnu ulogu u fazama rasta kratkih i dugih pukotina mogu imati i normalna naprežanja, ona su kod kotrljajno-klizno-kontaktnog opterećenja materijala gotovo isključivo tlačna, pa i u tim fazama rasta pukotine najveću važnost ipak imaju smična naprežanja i deformacije [3], [36], [37].

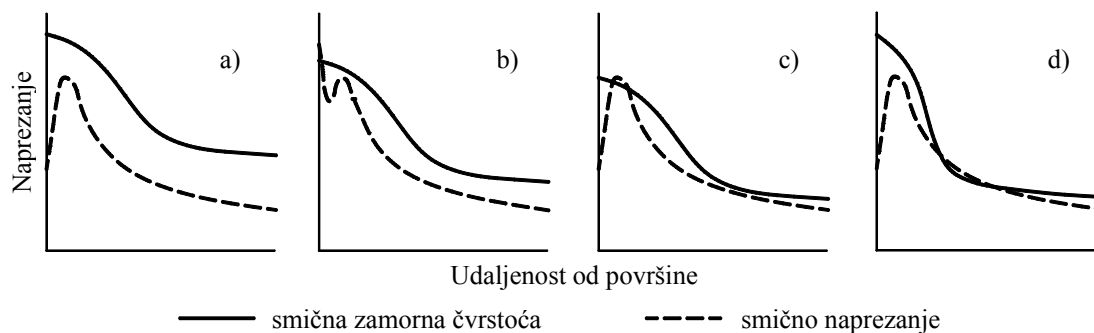
U ISO normi kojom su klasificirana oštećenja zupčanika [38], oštećenja površinskog sloja materijala uzrokovana zamorom navedena su kao jedna od osnovnih kategorija. Iako do zamora i oštećivanja površinskog sloja materijala boka zuba dolazi uslijed njegovog dugotrajnog cikličkog kotrljajno-kliznog opterećivanja, zbog različitosti geometrije ozubljenja, uvjeta zahvata, značajki materijala i njegove toplinske obrade, spomenuta se oštećenja mogu manifestirati na različite načine. Njihova detaljnija podjela navedena je u tablici 3.1.

**Tablica 3.1** Klasifikacija zamornih oštećenja površinskog sloja materijala boka zuba prema ISO 10825

Oštećenja površinskog sloja materijala uzrokovana zamorom	
Jamičenje (engl. <i>pitting</i> )	Inicijalno jamičenje (engl. <i>initial pitting</i> )
	Progresivno jamičenje (engl. <i>progressive pitting</i> )
	Mikrojamičenje (engl. <i>micropitting</i> )
<i>Flake pitting</i> *	
<i>Spalling</i> *	
<i>Case crushing</i> *	

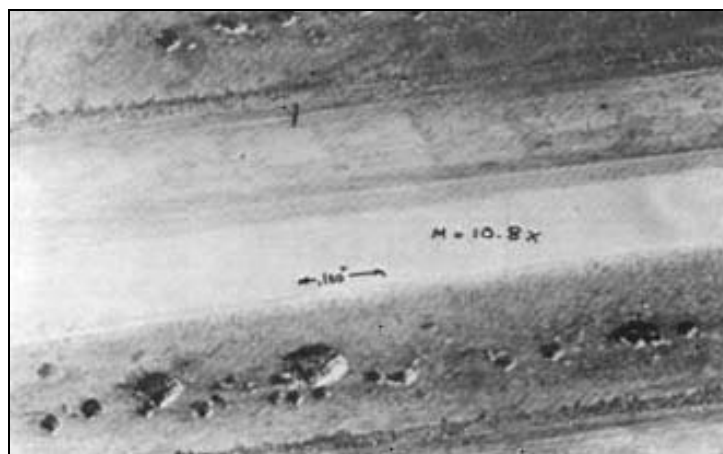
Napomena: Engleski nazivi označeni zvjezdicom objašnjeni su u daljnjem tekstu.

Na slici 3.1 pojednostavljeno su prikazani mogući odnosi profila smične zamorne čvrstoće površinski otvrdnutog materijala i raspodjele smičnog naprežanja izazvanog kotrljajno-klizno-kontaktinim opterećenjem. Mjesta na kojem smično naprežanje prelazi smičnu zamornu čvrstoću materijala vjerojatna su mjesta nastanka zamornih oštećenja [3], [20].



**Slika 3.1** Mogući odnosi smične zamorne čvrstoće i smičnog naprezanja i njihov mogući utjecaj na mjesto nastanka oštećenja: a) bez oštećenja, b) površinsko oštećenje (jamičenje), c) oštećenje neposredno ispod površine (*flake pitting, spalling*), d) oštećenje duboko ispod površine (*case crushing*) (prema [3])

Jamičenje (engl. *pitting*) je općeniti naziv za oštećenje površine bokova zuba u vidu pukotina odnosno jamica, čiji promjer može iznositi od nekoliko desetinki milimetra do nekoliko milimetara, a u slučaju ozubljenja velikih modula i više (slika 3.2). Neovisno o vrsti, jamičenju su izloženi zubi pogonskog zupčanika zbog češćeg ulaženja u zahvat i to posebice njihovi dijelovi oko i ispod kinematskog kruga zbog ukupno nepovoljnije kombinacije visine i načina djelovanja opterećenja na tom dijelu bokova zuba.

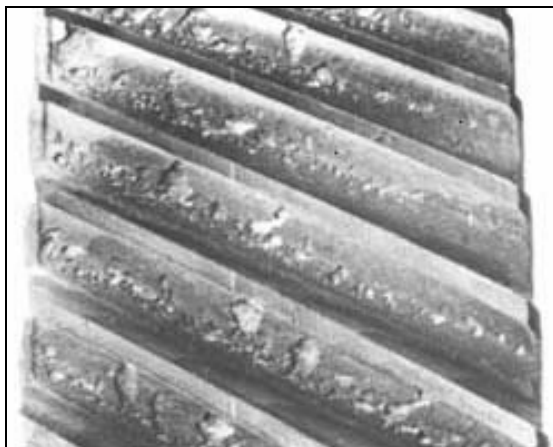


**Slika 3.2** Jamičenje na bokovima zuba [39]

Inicijalno jamičenje javlja se samo u početnim fazama rada zupčastog para i to na mjestima koja su zbog lokalnih geometrijskih nepravilnosti i hrapavosti površine boka izložena većim kontaktnim pritiscima i izravnom metalnom kontaktu. Nakon zaglađivanja površine bokova zuba u kontaktu opterećenje se raspodjeljuje na veću površinu, a naprezanja u površinskom sloju materijala smanje se ispod razine kod koje dolazi do oštećivanja, te se jamičenje zaustavlja.

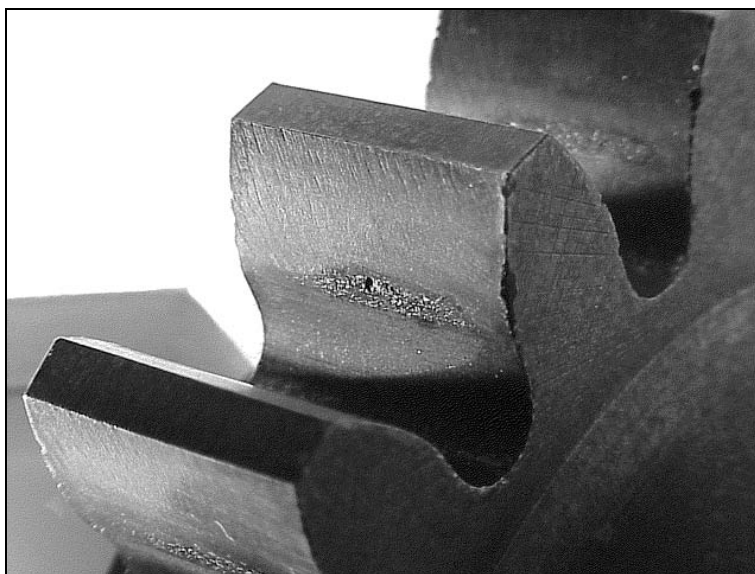
Progresivno jamičenje uzrokovano je zamorom materijala i inicijacijom mikropukotina na površini ili ispod nje. Rastom i eventualnim spajanjem pukotina te njihovim izbijanjem na površinu dolazi do odvajanja i otkidanja manjih ili većih komadića materijala nakon čega na tim mjestima ostaju jamice različitih promjera i dubina. Kao najčešća mjesta nastanka površinski iniciranog jamičenja navode se mikroneravnine uzrokovane strojnom obradom bokova (glodanje, brušenje), greške i/ili strani uključci u materijalu te toplinskom obradom uzrokovani poremećaji u strukturi materijala. U slučaju ispodpovršinski iniciranog jamičenja, pukotine pretežno nastaju u području u kojem smično naprezanje uzrokovano kotrljajno-kliznim opterećenjem dostiže svoje najveće vrijednosti. Budući da progresivno jamičenje ne uzrokuju samo lokalne nepravilnosti i hrapavost bokova zuba, ono napreduje

i nakon završetka početnog zaglađivanja površina bokova. Njegovim kontinuiranim širenjem smanjuje se nosiva površina bokova zuba te se gubi izvorni profil zuba do trenutka kada uslijed prekomjernih vibracija i porasta dinamičkih opterećenja dolazi do konačnog loma zuba odnosno stradavanja zupčanika (slika 3.3).



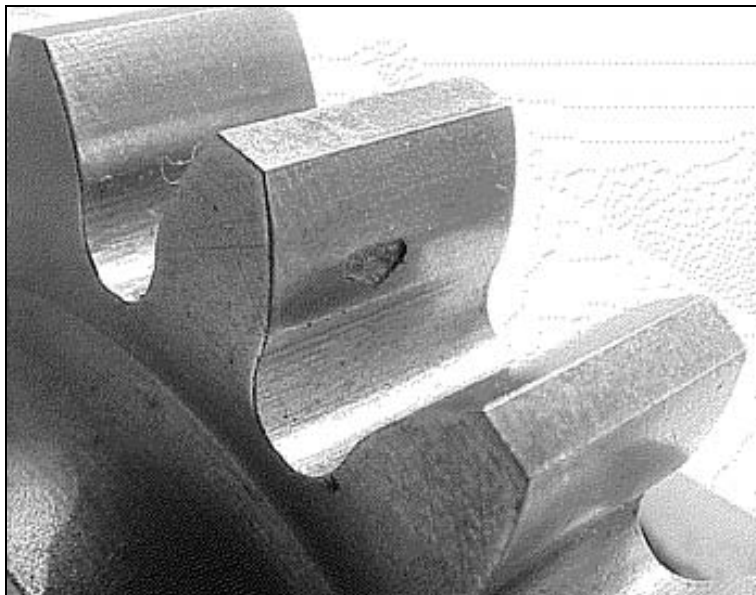
Slika 3.3 Progresivno jamičenje [39]

Mikrojamičenje označava pojavu velikog broja plitkih mikropukotina i jamica dubine do nekoliko mikrona zbog kojih zahvaćeni dijelovi površina boka zuba poprimaju „smrznuti“ ili mat-sivi izgled (slika 3.4). Uslijed izravnog kontakta, vrhovi hrapavosti i neravnina se dijelom plastično deformiraju, a dijelom otkidaju, što vrlo brzo dovodi do oštećenja plitkog površinskog sloja materijala zuba i stvaranja spomenutih mikropukotina. Cijeli proces može biti dodatno potpomognut i intenziviran manjkavim uvjetima podmazivanja jer toplina stvorena tijekom zahvata dodatno smanjuje viskoznost ulja i stanjuje uljni film. To može dovesti do njegovog probijanja i izraženijeg metalnog kontakta na širem području pa i na cijeloj površini bokova zuba. Iako ovaj oblik oštećenja površine sam po sebi nije izrazito kritičan te u slučaju dobrog podmazivanja može doći do njegovog zaustavljanja, postoji mogućnost da u određenim uvjetima daljnje širenje na taj način iniciranih mikropukotina dovede do ozbiljnijeg oštećenja površine.



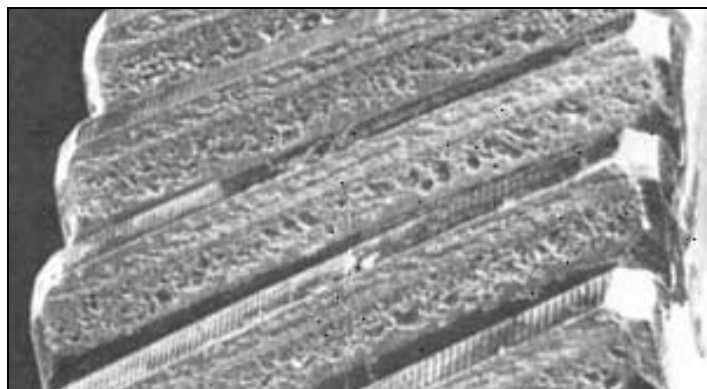
Slika 3.4 Mikrojamčenje [40]

Engleskim pojmom *flake pitting* (engl. *flake* = pahuljica, tanki list) označava se oštećenje šireg područja boka zuba oblika oblika trostrane prizme prikazanog na slici 3.5 koje je izazvano odvajanjem tankih ljuskica materijala od osnovnog materijala zuba.



Slika 3.5 *Flake pitting* [40]

Engleski pojam *spalling* (engl. *spall* = krhotina) naziv je za ispodpovršinski inicirano oštećenje slično tzv. *flake pittingu* koje se također u pravilu prostire preko većih dijelova površine boka zuba, ali kod kojeg su ljuske veće debljine (slika 3.6). Inicirane pukotine se u početku šire ispod površine zuba i to paralelno s njom, da bi nakon dostizanja određene veličine skrenule prema površini zuba. Kod zupčanika s površinski otvrdnutim zubima nakon toga dolazi do odvajanja većeg komada površinskog sloja zuba, pri čemu na boku ostaje značajno oštećenje u obliku plitke jame čije se dno u pravilu nalazi na prijelazu između tvrdog površinskog sloja materijala i mekše jezgre. Kod prokaljenih ili neotvrdnutih zupčanika riječ je o masovnim nakupinama povezanih i međusobno preklapajućih plitkih jamica sličnih onima kod jamičenja, ali većih izmjera.

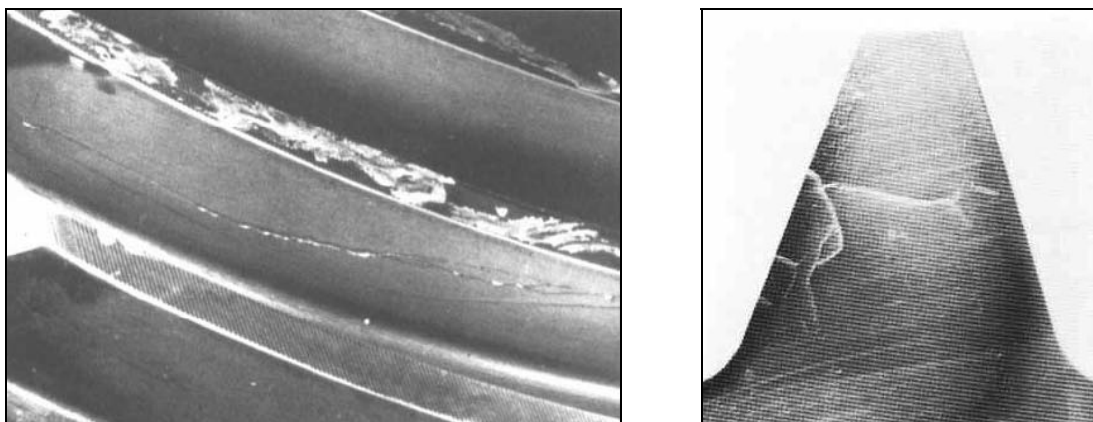


Slika 3.6 *Spalling* [39]

Engleskim nazivom *case crushing* označava se specifično oštećenje uzrokovano značajnim preopterećenjima, koje se pojavljuje uglavnom na zubima s cementiranim bokovima. Ispod otvrdnutog površinskog sloja materijal se u značajnoj mjeri plastično deformira što dovodi do inicijacije zamornih pukotina. Opetovano djelovanje opterećenja potiče njihovo širenje



paralelno s površinom boka te nakon određenog vremena skretanje prema jezgri i/ili prema površini zuba (slika 3.7). Zbog svega navedenog, u zahvaćenom dijelu, jezgra prestaje pružati adekvatan oslonac površinskom sloju te se on u velikim komadima odvaja od osnovnog materijala zuba.



Slika 3.7 Case crushing [39]

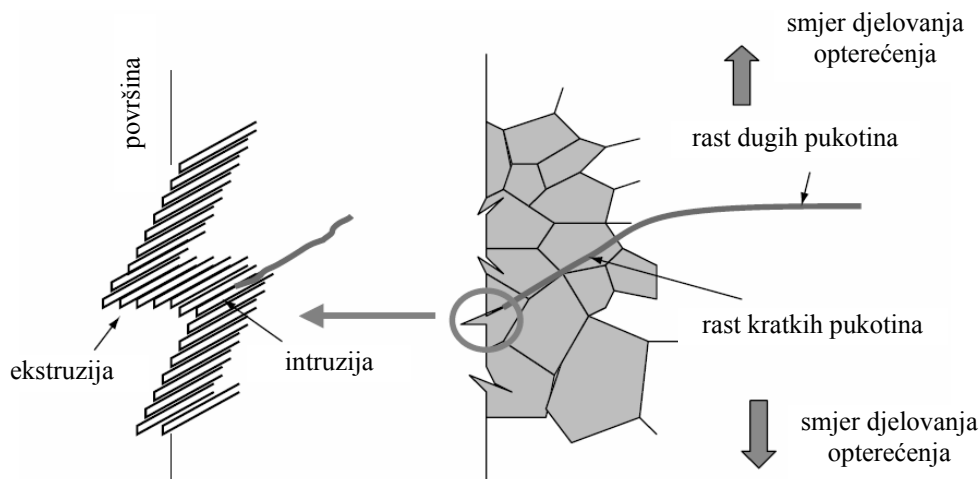
### 3.2 Zamor materijala uzrokovan djelovanjem cikličkog opterećenja

Pojmom zamora materijala (pri izotermnim uvjetima i temperaturama koje ne prelaze 1/3 njegovog tališta) označava se proces njegovog kumulativnog, progresivnog oštećivanja izazvanog periodičkim, odnosno cikličkim djelovanjem opterećenja uslijed kojih se u materijalu pojavljuju ciklička naprezanja i deformacije. Ukoliko vrijednosti naprezanja prelaze granicu tečenja materijala u širem području, doći će do isto tako šire rasprostranjenih plastičnih deformacija. U takvim uvjetima, razvoj oštećenja, njegovo značajno proširenje te konačni lom nastupaju već nakon relativno niskog broja ciklusa opterećenja (približno manje od 10000). U tom slučaju riječ je o tzv. niskocikličnom zamoru materijala (engl. *low cycle fatigue - LCF*). Međutim, zamor materijala i njime uzrokovan konačni lom mogu biti izazvani i cikličkim opterećenjima koja u materijalu uzrokuju nazivna naprezanja čije su vrijednosti niže od granice tečenja materijala. Plastične deformacije koje se u tom slučaju javljaju su izrazito lokalizirane i javljaju se tek u neposrednoj blizini koncentrata naprezanja, gdje naprezanja prelaze granicu tečenja. Lokalizirane plastične deformacije materijala dovode do preraspodjele naprezanja tako da u početku nema zamjetnog utjecaja na ponašanje i odziv strukture u cjelini. Broj ciklusa opterećenja potreban za razvoj pukotina i njihov rast do kritične veličine u takvim okolnostima može biti i izrazito visok (približno veći od 10000), te se takav oblik zamora naziva visokocikličnim zamorom materijala (engl. *high cycle fatigue - HCF*).

I kod jednog i kod drugog oblika zamora, proces zamaranja materijala može se podijeliti u četiri faze (slika 3.8):

1. inicijacija pukotine
2. rast kratkih pukotina
3. rast dugih pukotina
4. lom,

pri čemu su kod niskocikličnog i visokocikličnog zamora relativni udjeli pojedinih faza u broju ciklusa opterećenja do loma, a time i njihove važnosti, bitno različiti.



Slika 3.8 Faze u procesu zamora materijala s obzirom na inicijaciju i rast pukotine [41]

### Inicijacija pukotine

U materijalu se uslijed opterećenja javljaju naprezanja koja u blizini koncentratore naprezanja poput uključaka, mikrošupljina i grešaka u kristalnoj strukturi mogu poprimiti vrlo visoke vrijednosti i izazvati lokalne plastične deformacije. Opetovanim djelovanjem opterećenja na takvim mjestima dolazi do cikličkog deformiranja i oštećivanja materijala, akumulacije oštećenja te u konačnici i do inicijacije pukotine. Promatrano na razini kristalne strukture materijala, cikličko smično naprezanje uzrokuje gibanje dislokacija duž povoljno orijentiranih kliznih ravnina. Nailaženjem na prepreku (slobodna površina izratka, granica kristalnog zrna, strani uključak u mikrostrukтури itsl.) dislokacije se zaustavljaju i nakupljaju, što s vremenom dovodi do inicijacije pukotine. Jedan od osnovnih mehanizama inicijacije pukotina, koji je ujedno i prevladavajući u uvjetima cikličkog plastičnog deformiranja materijala, jest stvaranje pojaseva ili brazdi odnosno trajnih ravnina klizanja (engl. *persistent slip bands - PSB*) [42].

Naprezanja iznad granice tečenja povezana su sa značajnim plastičnim deformacijama pa ako pukotina i ne postoji otprije, ona u pravilu biva inicirana već nakon nekoliko izmjena opterećenja. U tom je slučaju trajanje ove faze zamora vrlo kratko tako da u praktičnim razmatranjima trajnosti može biti zanemareno. Povećani intenzitet plastičnih deformacija povezan je s povećanom mobilnosti dislokacija. Trajne se ravnine klizanja u tom slučaju pojavljuju na širem području te su s njima povezana mjesta inicijacija pukotina mnogobrojnija i jednoliko raspodijeljena.

Kod visokocikličnog zamora nazivne vrijednosti naprezanja su niske te su, osim na mjestima lokalnih koncentracija naprezanja, deformacije elastične. Zbog toga do eventualne inicijacije pukotine dolazi tek nakon vrlo velikog broja ciklusa opterećenja [42]. Pritom se pukotine iniciraju pretežito u neposrednoj okolini stranih uključaka, mikrošupljina i drugih grešaka u kristalnoj strukturi, čija brojnost i raspodjela može značajno varirati od uzorka do uzorka. Budući da se pukotine pretežno iniciraju na tek nekoliko takvih, najkritičnijih mjesta, statistički rasap vrijednosti parametara zamora (mjesta i vremena do inicijacije pukotine) značajno je veći u uvjetima visokocikličnog zamora nego je to slučaj kod niskocikličnog zamora materijala [43], [44].

### *Rast kratkih pukotina*

Rast kratkih pukotina obuhvaća period od završetka inicijacije pukotine do njenog rasta preko nekoliko kristalnih zrna materijala. Budući da se i inicijacija i rast kratkih pukotina odvijaju na isti način, djelovanjem smičnih naprezanja odnosno smičnih deformacija, vrlo ih je teško razlikovati i razlučiti, te se nerijetko ove dvije faze promatraju zajedno i nazivaju zajedničkim imenom faza inicijacije pukotine.

### *Rast dugih pukotina*

Ukoliko nakon završetka inicijacije i rasta kratkih pukotina ne dođe do njihovog zaustavljanja, u njihovom razvoju nastupa faza koja se naziva rast dugih pukotina, a koja se značajno razlikuje od faze rasta kratkih pukotina. Sama pukotina, a posebice njen vrh postaje vrlo izražen koncentrador naprezanja te u odlučujućoj mjeri utječe na raspodjelu naprezanja i deformacija u materijalu koji je okružuje. Orijehtacija i smjer širenja pukotine se mijenjaju pa u ovoj fazi one napreduju okomito u odnosu na globalni smjer djelovanja glavnog normalnog naprezanja (slika 3.8). Na proces cikličke plastifikacije materijala oko vrha pukotine i na njeno daljnje napredovanje najveći utjecaj imaju značajke kliznih sistema u kristalnoj strukturi (engl. *slip systems*), veličina i orijentacija kristalnih zrna te vrsta i visina naprezanja. Budući da ova faza rasta pukotine traje sve dok pukotina ne dostigne kritičnu veličinu, nakon čega nastupa konačni lom, ona se uobičajeno naziva i fazom podkritičnog rasta pukotina [43], [44].

### *Lom*

Ova faza zamora materijala koja obuhvaća vrijeme propagacije pukotine od trenutka kad ona dostigne svoju kritičnu veličinu (ovisnu o materijalu, geometriji tijela, vrsti opterećenja) do konačnog loma, u većini je slučajeva iznimno kratka. Zbog toga se to vrijeme ne uzima u obzir prilikom određivanja trajnosti odnosno proračunavanja ukupnog broja ciklusa opterećenja do loma.

## **3.3 Karakterizacija zamora temeljena na deformaciji**

### **3.3.1 Uvod**

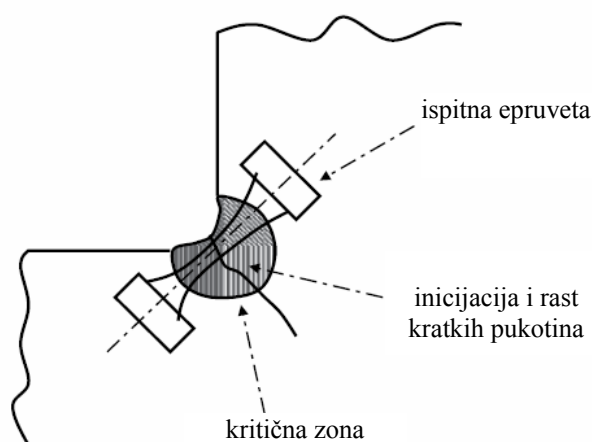
Ovisno o veličinama i pokazateljima na osnovi kojih se nastoji karakterizirati proces zamaranja materijala i predvidjeti trajnost odnosno broj ciklusa opterećenja do loma, razvijeni pristupi i metode temelje se na

1. naprezanju (engl. *stress-based approach*)
2. principima mehanike loma (engl. *fracture mechanics approach*)
3. deformaciji (engl. *strain-based approach*).

U pristupima temeljenima na naprezanju broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine odnosno loma korelira se s vrijednostima naprezanja koja se pojavljuju u mjerodavnom presjeku standardizirane ispitne epruvete odnosno konstrukcijskog elementa. Ovaj pristup moguće je uspješno primjenjivati samo u slučajevima kad su naprezanja i s njima povezane deformacije u elastičnom području. U slučaju pojave značajnijih plastičnih deformacija ovaj pristup i njime dobiveni rezultati nisu više prihvatljivi.

Pristup temeljen na principima mehanike loma temelji se na praćenju promjene duljine već postojeće pukotine. Oslanjanje na vrijednost duljine pukotine kada je ona već u fazi rasta dugih pukotina samo po sebi isključuje ovaj pristup kao prikladan za karakterizaciju njene inicijacije.

Analiza i karakterizacija zamaranja materijala utemeljena na deformaciji zasniva se na pretpostavci da je kontroliranim opterećivanjem odgovarajuće ispitne epruvete moguće postići uvjete cikličkog deformiranja materijala identične onima kakvi vladaju na mjestu inicijacije pukotine kod stvarnog konstrukcijskog elementa (slika 3.9). U idealnom slučaju moguće je na osnovi odnosa amplitude deformacije i trajnosti određene takvim eksperimentalnim simuliranjem faza inicijacije i rasta kratkih pukotina na ispitnoj epruveti, odrediti broj ciklusa opterećenja do nastanka makroskopske pukotine kod promatranog konstrukcijskog elementa. Ovim pristupom moguće je uspješno karakterizirati i visokociklični i niskociklični zamor materijala [41].

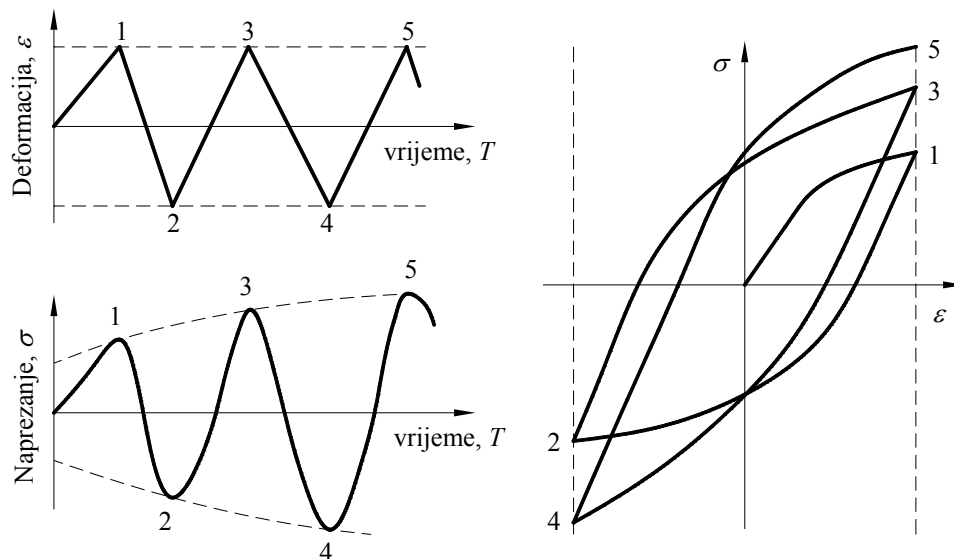


Slika 3.9 Osnova pristupa karakterizaciji zamora temeljenom na deformaciji [41]

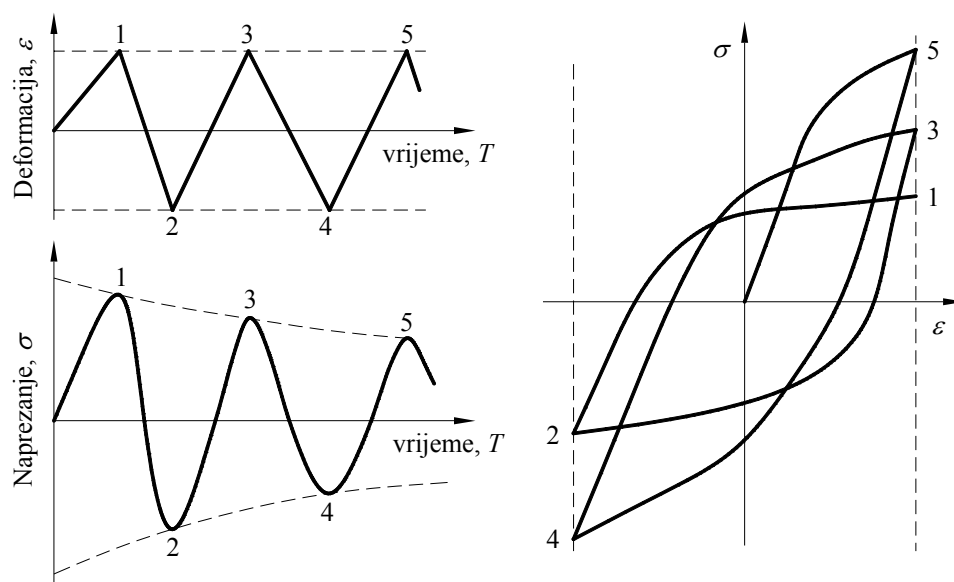
Budući da pojavu zamornih pukotina na boku zuba zupčanika mogu izazvati i visokociklični i niskociklični zamor materijala, za određivanje vremena do njihove pojave u nastavku je primijenjen pristup temeljen na deformaciji.

### 3.3.2 Naprezanje i deformacija materijala izloženog cikličkom opterećenju promjenjive amplitude

Inicijaciji pukotine prethodi duže ili kraće razdoblje izloženosti materijala djelovanju cikličkog opterećenja pri čemu se on u određenoj mjeri plastično deformira. Ovisno o materijalu, cikličke plastične deformacije mogu izazvati promjene u njegovom ponašanju koje se zbog toga u uvjetima cikličkog opterećenja može i znatno razlikovati od ponašanja u uvjetima monotonog rastućeg opterećenja. Osim toga, dok se kod nekih metalnih materijala ciklički odziv nakon početnih promjena stabilizira, kod drugih takva stabilizacija izostaje i njihov odziv se mijenja sve do nastupanja loma. Na slici 3.10 prikazano je tzv. cikličko očvršćivanje, a na slici 3.11 cikličko oslabljivanje materijala ciklički opterećivanog uz kontrolu amplitude deformacije.



Slika 3.10 Cikličko očvršćivanje materijala ciklički opterećivanog uz kontrolu deformacije (prema [41])



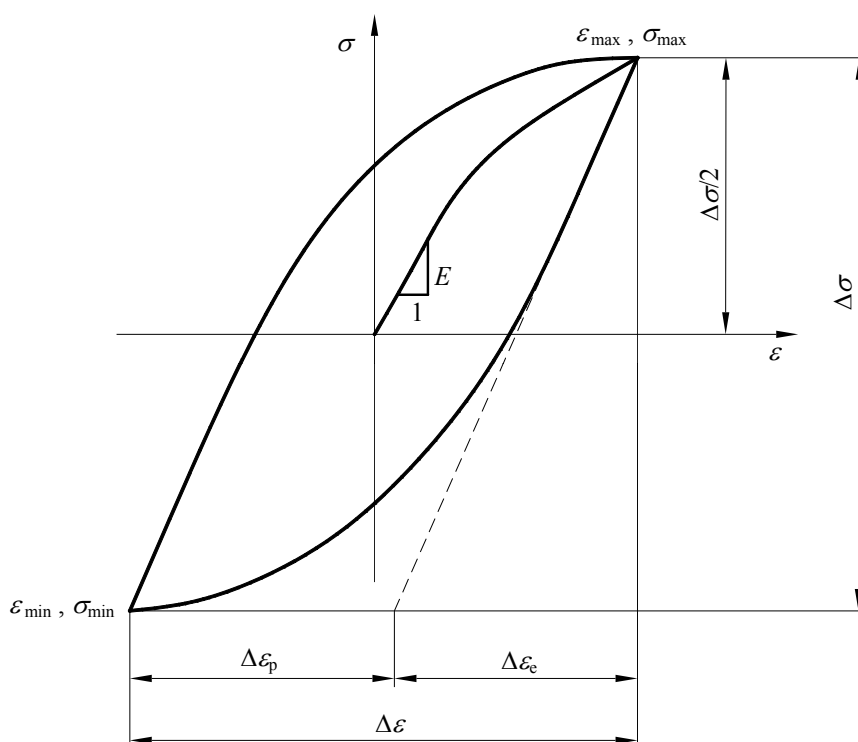
Slika 3.11 Cikličko oslabljivanje materijala ciklički opterećivanog uz kontrolu deformacije (prema [41])

Zbog raznolikosti mogućih odziva materijala na djelovanje cikličkog opterećenja i nemogućnosti njihovog točnog predviđanja, primjerice, na osnovi ponašanja materijala pri monotono rastućem opterećenju, eksperimentalno određivanje ovisnosti između napreznja i deformacije materijala pri djelovanju cikličkog opterećenja, jedan je od glavnih preduvjeta za karakterizaciju njegovog zamaranja. Metodologija određivanja cikličkog odziva materijala podvrgavanjem glatkih ispitnih epruveta cilindričnog oblika djelovanju izmjeničnog vlačno-tlačnog cikličkog opterećenja uz kontrolu deformacije propisana je normom [45]. U njoj se navodi da se ispitne epruvete ciklički opterećuju sve do ispunjenja nekog prikladno odabranog uvjeta odnosno pokazatelja na osnovi kojeg se neupitno može utvrditi da je došlo do njenog otkazivanja (engl. *failure*).



Kod karakteriziranja cikličkog deformiranja materijala prikladnije je otkazivanje povezati sa inicijacijom makroskopske pukotine nego sa potpunim lomom ispitne epruvete. Razlog za to leži u činjenici da iako je u uvjetima visokocikličnog zamora vrijeme do inicijacije pukotine gotovo jednako vremenu do loma, kod niskocikličnog zamora to nije slučaj već značajan dio životnog vijeka može biti utrošen na rast pukotine odnosno njeno širenje. Budući da pojava makroskopske pukotine narušava strukturni integritet i nosivost ispitne epruvete, kao indikator njene inicijacije uobičajeno se koristi smanjenje raspona opterećenja za određeni postotak u odnosu na vrijednost koju je imao u stabiliziranom području ili na polovici broja ciklusa opterećenja do otkazivanja.

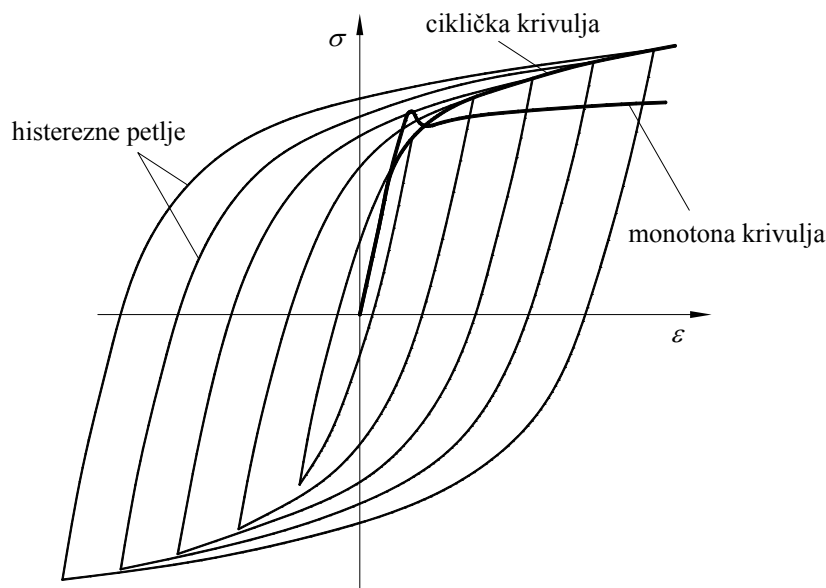
Praćenjem vrijednosti napreznja i deformacija u materijalu epruvete na način kako je to propisano spomenutom normom [45], za svaki ciklus opterećenja dobiva se po jedna histerezna petlja, čiji je tipični oblik s naznačenim osnovnim veličinama prikazan na dijagramu na slici 3.12.



Slika 3.12 Histerezna petlja s naznačenim osnovnim veličinama (prema [41])

Ukoliko se prilikom izvođenja eksperimenta odziv ispitivanog materijala prestane mijenjati, za karakterizaciju njegovog ponašanja odabire se histerezna petlja iz područja stabiliziranog odziva. U slučaju izostanka stabiliziranja ponašanja materijala, reprezentativnim pokazateljem odziva materijala u uvjetima cikličkog opterećenja uobičajeno se proglašava histerezna petlja dobivena pri 50 % ukupnog broja ciklusa opterećenja do loma.

Za cjelovitu karakterizaciju ponašanja materijala potrebno je provesti niz eksperimenata s različitim ukupnim amplitudama deformacije i za svaki od njih odrediti stabiliziranu histereznu petlju. Spajanjem vrhova niza preklapljenih stabiliziranih histerezni petlji dobiva se ciklička krivulja ovisnosti između napreznja i deformacije (slika 3.13).



**Slika 3.13** Dobivanje cikličke krivulje ovisnosti između napreznja i deformacije ( $\sigma$  -  $\varepsilon$ ) iz stabiliziranih histereznih petlji (prema [41])

Za opisivanje ponašanja materijala odnosno veze između stvarnih napreznja  $\sigma$  i stvarnih deformacija  $\varepsilon$  obično se koristi Ramberg-Osgoodov izraz [46], koji za slučaj monotonog opterećenja ima oblik

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}}, \quad (3.1)$$

dok za slučaj dinamičkog odnosno cikličkog opterećenja glasi

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}. \quad (3.2)$$

Provođenjem analogne eksperimentalne procedure na torzijski opterećenim tankostijenim cjevastim ispitnim epruvetama [47] određuje se veza između smičnog napreznja i smične deformacije. Ona se također opisuje Ramberg-Osgoodovim izrazom, koji za taj slučaj glasi

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\gamma_e}{2} + \frac{\gamma_p}{2} = \frac{\tau}{G} + \left(\frac{\tau}{K_0}\right)^{\frac{1}{n_0}}, \quad (3.3)$$

odnosno

$$\frac{\Delta\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{2} = \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_e}{2}\right)}{2} + \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}{2} = \frac{\Delta\tau}{2G} + \left(\frac{\Delta\tau}{2K'_0}\right)^{\frac{1}{n'_0}}. \quad (3.4)$$

### 3.3.3 Predviđanje vremena do inicijacije pukotine

Postojanost materijala prema zamoru i prema zamorom izazvanim lomovima uobičajeno se opisuje brojem ciklusa opterećenja  $N_f$  odnosno brojem izmjena opterećenja  $2N_f$  koje standardizirana ispitna epruveta podnese prije svog otkazivanja. Pritom, kako je već spomenuto, otkazivanje može značiti konačni lom, ali isto tako i inicijaciju makroskopske

pukotine. Budući da se u ovom radu razmatra inicijacija zamornih pukotina, ali ne i njihovo širenje, s  $N_f$  odnosno  $2N_f$  označeni su brojevi ciklusa odnosno izmjena opterećenja do inicijacije pukotine.

U pristupu temeljenom na deformaciji broj izmjena opterećenja  $2N_f$  povezuje se s vrijednošću amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  putem Basquin-Coffin-Mansonovog (BCM) izraza [48], [49]

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \varepsilon'_f(2N_f)^c. \quad (3.5)$$

Navedeni izraz dobiven je zbrajanjem modificiranog Basquinovog izraza [48], [49]

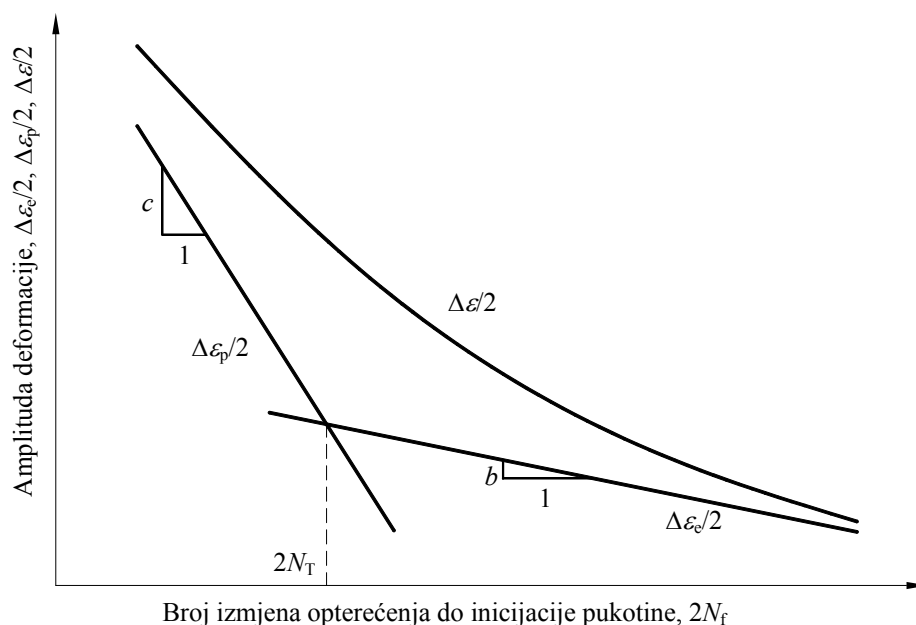
$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b, \quad (3.6)$$

koji povezuje amplitudu naprezanja  $\Delta\sigma/2$  odnosno amplitudu elastične deformacije  $\Delta\varepsilon_e/2$  i broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ , s izrazom predloženom od strane Coffina i Mansona [48], [49]

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f(2N_f)^c, \quad (3.7)$$

koji na sličan način povezuje amplitudu plastične deformacije  $\Delta\varepsilon_p/2$  i broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ .

Veza između vrijednosti amplituda deformacija  $\Delta\varepsilon_e/2$ ,  $\Delta\varepsilon_p/2$  te  $\Delta\varepsilon/2$  i broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  obično se prikazuje u dvostrukom logaritamskom dijagramu, čiji je tipični oblik prikazan na slici 3.14.



**Slika 3.14** Primjer tipičnih  $\Delta\varepsilon_e/2 - 2N_f$ ,  $\Delta\varepsilon_p/2 - 2N_f$  te  $\Delta\varepsilon/2 - 2N_f$  krivulja u dvostrukom logaritamskom dijagramu (prema [41])

Za slučaj torzijskog opterećenja prikladnije je amplitudu smične deformacije i broj izmjena opterećenja povezati izrazom analognim izrazu (3.5)

$$\frac{\Delta\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{2} = \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_e}{2}\right)}{2} + \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_p}{2}\right)}{2} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}. \quad (3.8)$$

Iako su navedene povezanosti empirijske, izrazi (3.5) i (3.8) uspješno se koriste u procjenjivanju trajnosti velike većine metalnih, a posebice čeličnih materijala. Pritom ipak treba biti oprezan, budući da ponašanje lijevanih metala, materijala zavara, kompozitnih materijala i nekih legura aluminija (2024-T4Al, 7075-T6Al, Ti-8Al-1Mo-1V) u većoj ili manjoj mjeri odstupa od njima opisanog obrasca [49].

Vrijednosti smičnih zamornih parametara  $\tau'_f$ ,  $b_0$ ,  $\gamma'_f$  i  $c_0$  eksperimentalno su utvrđene za ograničen broj materijala. Prema navodima iz [50], njihove je vrijednosti moguće proračunati iz vrijednosti vlačnih zamornih parametara  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  i  $c$ :

- a) na osnovi kriterija ekvivalentne deformacije (von Mises)

$$\tau'_f = \frac{\sigma'_f}{\sqrt{3}}, \quad \gamma'_f = \sqrt{3}\varepsilon'_f, \quad b_0 = b, \quad c_0 = c, \quad (3.9)$$

- b) na osnovi kriterija najveće smične deformacije (Tresca)

$$\tau'_f = \frac{\sigma'_f}{2}, \quad \gamma'_f = 1,5\varepsilon'_f, \quad b_0 = b, \quad c_0 = c, \quad (3.10)$$

- c) na osnovi kriterija najveće glavne deformacije

$$\tau'_f = \frac{\sigma'_f}{1+\nu}, \quad \gamma'_f = 2\varepsilon'_f, \quad b_0 = b, \quad c_0 = c. \quad (3.11)$$

### 3.3.4 Kriteriji inicijacije pukotine

Proces zamaranja materijala stvarnih konstrukcijskih elemenata u pravilu se odvija u uvjetima koji se značajno razlikuju od onih u kojima se izvode eksperimenti za potrebe određivanja cikličkih i zamornih parametara materijala. Ispitne epruvete podvrgavaju se najčešće izmjeničnom jednoosnom opterećenju, koje u materijalu izaziva jednoosno stanje naprezanja. U materijalu promjenjivo opterećenih konstrukcijskih elemenata stanje naprezanja gotovo bez iznimke je višeosno i više se glavnih naprezanja pritom mijenja s vremenom. Ukoliko pritom dolazi i do promjene omjera između vrijednosti glavnih naprezanja ili do rotacije glavnih pravaca, stanje naprezanja naziva se neproporcionalnim. Osim toga, na zamaranja materijala odnosno na vrijeme do inicijacije pukotine utječe i niz faktora poput stanja i čistoće materijala, njegove mikrostrukture, stanja površine, zaostalih naprezanja, vrijednosti srednjeg naprezanja i temperature [48], [51]. Budući da se eksperimenti izvode u kontroliranim uvjetima i na glatkim ispitnim epruvetama, navedeni utjecaji u izvornim cikličkim i zamornim parametrima ne uzimaju se u obzir. U literaturi je predložen značajan broj dopuna, proširenja i izmjena osnovnih kriterija inicijacije pukotine danih izrazima (3.5) i (3.8) s ciljem što točnije karakterizacije i kvantificiranja zamaranja materijala, prvenstveno pri višeosnom i neproporcionalnom stanju naprezanja i deformacije.

Ovisno o prirodi veličine ili parametra čija se vrijednost povezuje s vremenom do inicijacije pukotine te pristupu i načinu njihovog proračunavanja, kriteriji se mogu razvrstati u sljedeće grupe [52], [53], [54]:

#### *Empirijski modeli i modifikacije jednadžbe Basquin-Coffin-Mansona*

U okviru ovog, najranijeg pristupa, različitim modifikacijama osnovnih izraza (3.5), (3.6) i (3.7), odnosno zamornih parametara, pokušavalo se okarakterizirati variranje njihovih vrijednosti, a time i zamorno ponašanje materijala u uvjetima višeosnog opterećenja, ali s ograničenim uspjehom.

#### *Kriteriji temeljeni na vrijednosti ekvivalentnog naprezanja odnosno deformacije*

Osnovna ideja kod ovih kriterija je transformiranje višeosnih naprezanja odnosno deformacija u amplitudu ekvivalentnog naprezanja ili deformacije koja će rezultirati istom trajnošću materijala. U različitim proširenjima ovog pristupa s trajnošću materijala su povezivane i invarijante tenzora naprezanja odnosno deformacije.

#### *Kriteriji temeljeni na energiji deformacije*

Kriterijima iz ove grupe dovodi se u vezu broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine i vrijednost energije cikličke deformacije. Time je prevladan nedostatak kriterija temeljenih na naprezanjima odnosno deformacijama, koji ne mogu karakterizirati povezanost između zamaranja i oblika histerezne petlje. Nedostatak ovih kriterija je nemogućnost razlikovanja oštećenja uslijed normalnih i smičnih naprezanja odnosno deformacija te zbrajanje oštećenja do kojih dolazi na različitim ravninama u materijalu.

#### *Kriteriji temeljeni na principu kritične ravnine*

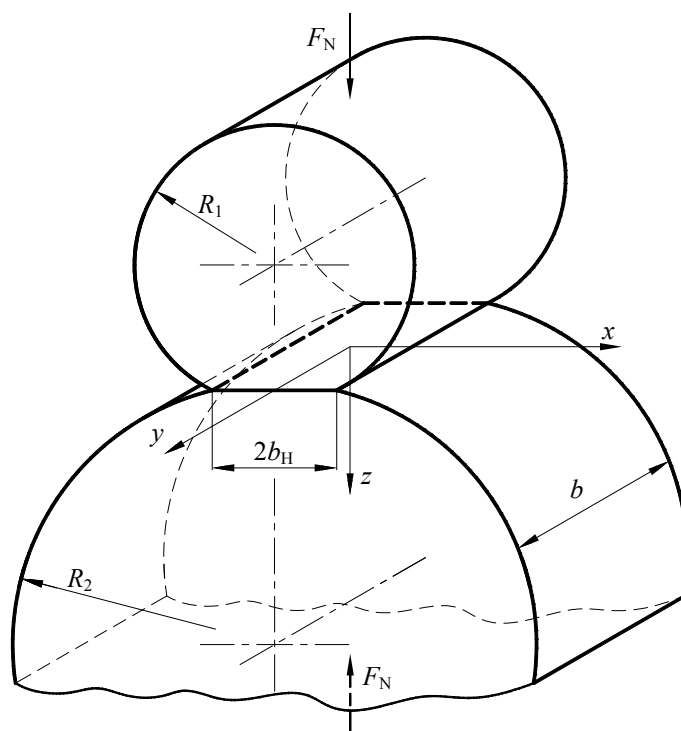
Pukotine se u najvećoj mjeri iniciraju na određenim tzv. kritičnim ravninama u materijalu i njihova se orijentacija u fazi rasta kratkih pukotina i djelomično u fazi rasta dugih pukotina uvelike poklapa s orijentacijom tih ravnina. U skladu s tim zapažanjem, kod ovih kriterija polazi se od pretpostavke da se pukotine iniciraju na najoštećenijoj ravnini u materijalu te se u analizi traži ravnina na kojoj kombinacija odabranih veličina odnosno parametar oštećenja za vrijeme ciklusa opterećenja poprima maksimalnu vrijednost. Zbog različitih mehanizama koji su presudni u fazi inicijacije i rasta kratkih te dugih pukotina kod različitih materijala [55] njihova se orijentacija tijekom rasta može i značajno razlikovati. Stoga na ovom pristupu temeljeni kriteriji, osobito oni kombinirani s naprezanjima i deformacijama, imaju tendenciju biti bolje prilagođeni pojedinim tipovima materijala i opterećenja.

Detaljni pregledi kriterija inicijacije pukotine iz svake od ovih grupa te njihovih pojedinačnih značajki dostupni su u [52], [53], [54], [56], [57].

### 3.4 Kotrljajno-klizno-kontaktne zamor materijala

#### 3.4.1 Značajke kotrljajno-klizno-kontaktne zamora materijala

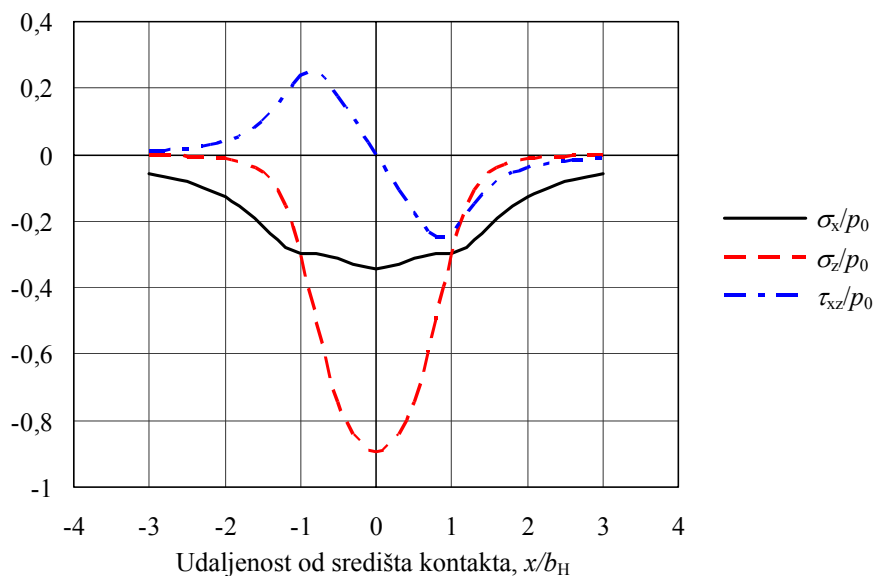
Kotrljajno-klizno-kontaktne opterećenje u materijalu neposredno ispod područja kontakta izaziva vrlo složeno polje naprezanja, na koje dodatno utječu i geometrija i hrapavost tijela u kontaktu, stanje podmazivanja, trenje te zaostala naprezanja [58], [59], [60], [61]. I pored toga, osnovne i najvažnije značajke spomenutog polja naprezanja uočljive su već iz vrijednosti pojedinih komponenata naprezanja određenih za pojednostavljeni slučaj kontakta bez trenja između dva glatka cilindra međusobno pritisnuta normalnom silom  $F_N$  (slika 3.15).



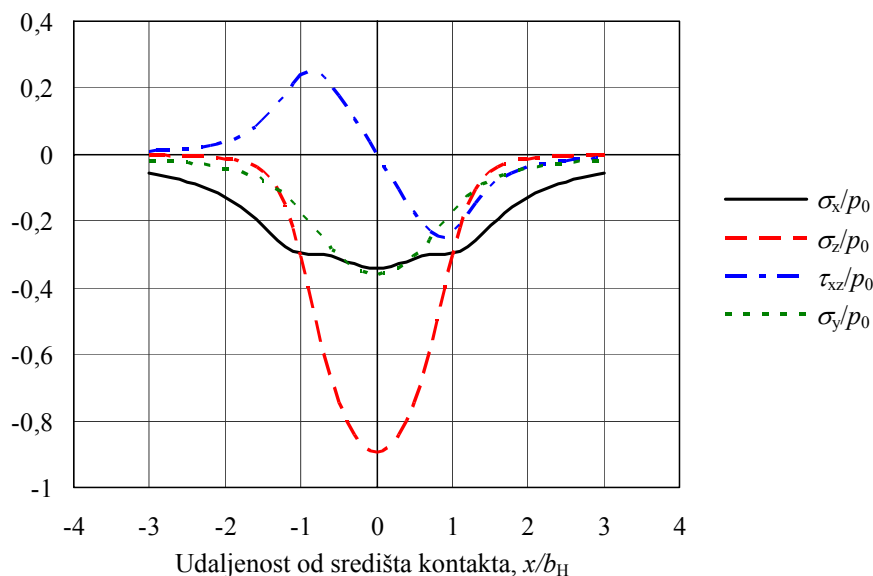
Slika 3.15 Kontakt dva cilindra

Vrijednosti osnovnih komponenata naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  i  $\tau_{xz}$  proračunate su za materijalnu točku na dubini  $z=0,5b_H$ , gdje smično naprezanje  $\tau_{xz}$  dostiže svoj maksimum. Normalizirane dijeljenjem s najvećim dodirnim pritiskom  $p_0$  prikazane su u dijagramima na slici 3.16 za slučaj ravninskog stanja naprezanja i slici 3.17 za slučaj ravninskog stanja deformacije.

Iz dijagrama je uočljivo da je širina područja unutar kojeg naprezanja imaju značajniju vrijednost vrlo mala te da s povećanjem udaljenosti od mjesta kontakta vrijednosti svih komponenata naprezanja vrlo brzo postaju zanemarive. Za vrijeme trajanja kontakta normalna naprezanja  $\sigma_x$  i  $\sigma_z$  (i  $\sigma_y$  u slučaju ravninskog stanja deformacije) su tlačna, a njihove vrijednosti pritom u jednom trenutku dosegnu jednu izraženu ekstremnu vrijednost. Za razliku od njih, smično naprezanje  $\tau_{xz}$  je izmjenične prirode te dosegne izražen i pozitivni i negativni maksimum.



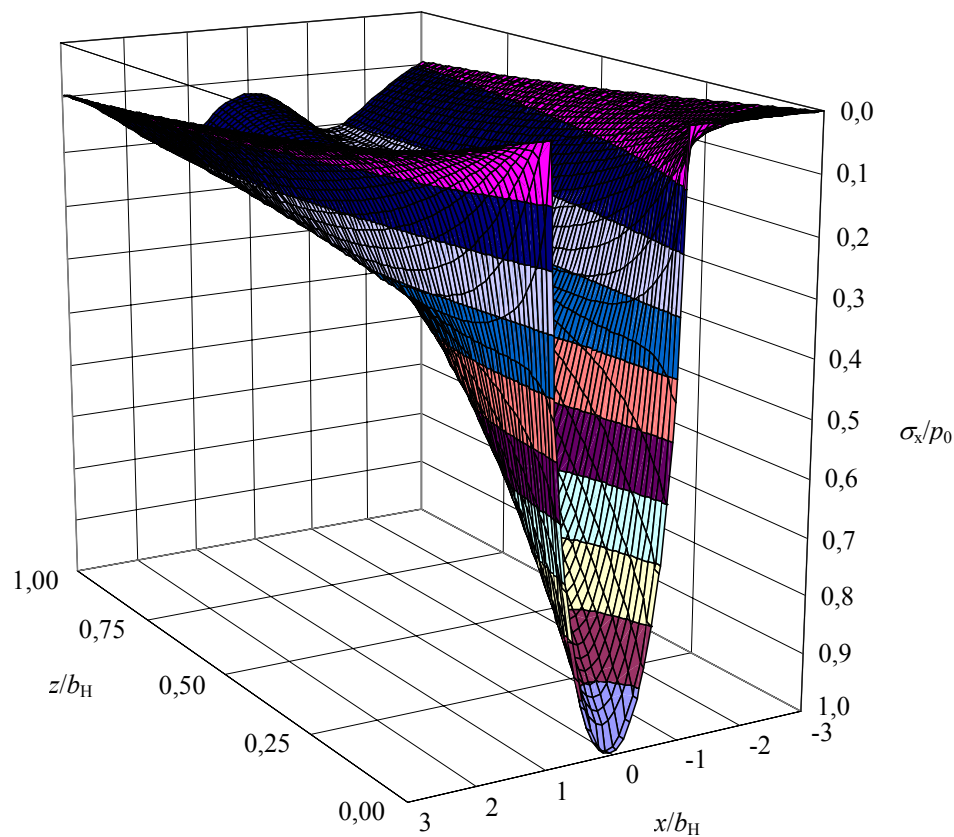
Slika 3.16 Komponente naprezanja ispod područja kontakta u uvjetima ravninskog stanja naprezanja



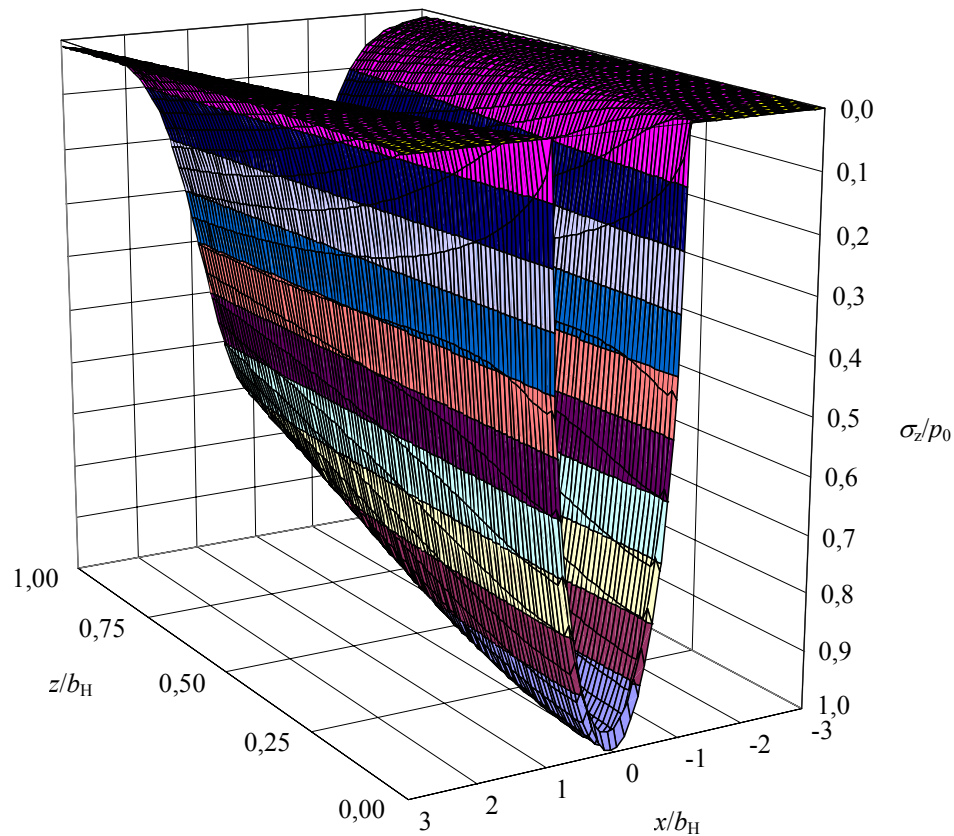
Slika 3.17 Komponente naprezanja ispod područja kontakta u uvjetima ravninskog stanja deformacije

Nadalje, iz dijagrama je vidljivo i da se s promjenom udaljenosti od središta kontakta  $x/b_H$  odnosno za vrijeme kontakta omjer između pojedinih komponenata naprezanja mijenja, odnosno da su naprezanja neproporcionalna. Osim toga, takvo pomicanje mjesta kontakta u odnosu na referentnu materijalnu točku u kojoj se određuju naprezanja za posljedice ima i promjenu smjera djelovanja glavnih naprezanja odnosno rotaciju glavnih osi [3], [36], [62].

Sve spomenute veličine i način na koji se njihove vrijednosti mijenjaju ovisno o udaljenosti od središta kontakta odnosno za vrijeme trajanja kontakta značajno se mijenjaju i s udaljenošću od površine. Vrijednosti naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  i  $\tau_{xz}$  u točkama različito udaljenim od središta kontakta ( $x/b_H$ ), do dubine  $z$  jednake polovici širine kontakta  $b_H$  ( $z=b_H$ ) proračunate za slučaj kontakta bez trenja između dva glatka cilindra i uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja prikazane su na slikama 3.18, 3.19 i 3.20.

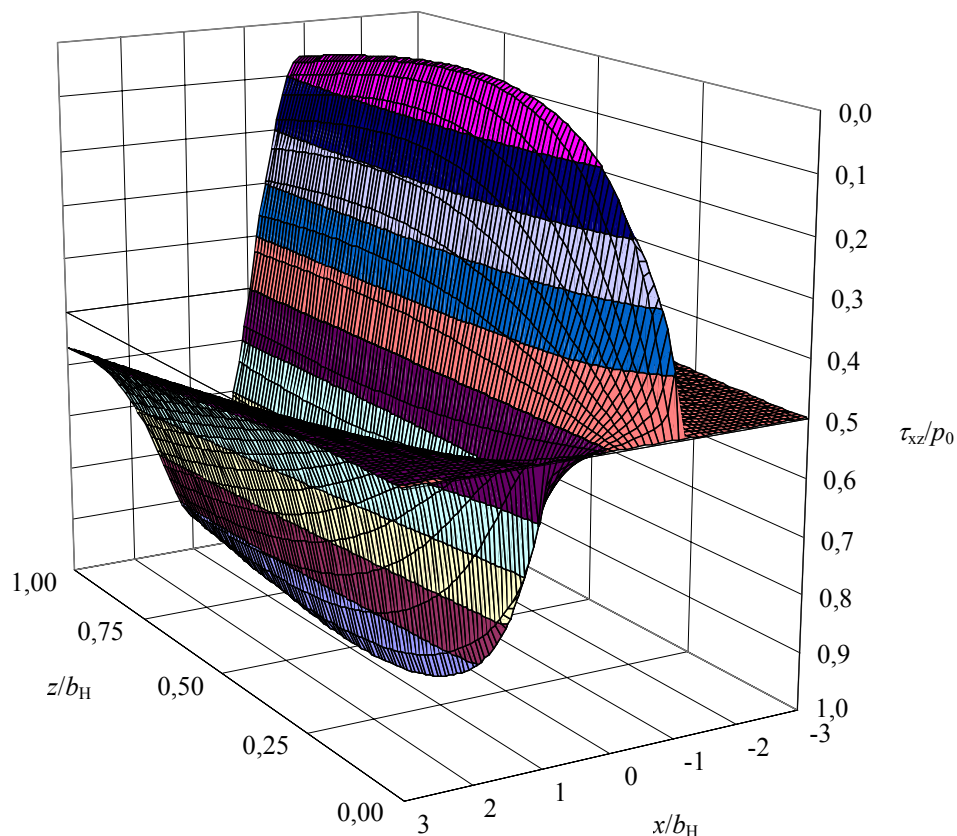


Slika 3.18 Normalno naprezanje  $\sigma_x$  za vrijeme trajanja kontakta



Slika 3.19 Normalno naprezanje  $\sigma_z$  za vrijeme trajanja kontakta





Slika 3.20 Smično naprezanje  $\tau_{xz}$  za vrijeme trajanja kontakta

### 3.4.2 Kriteriji inicijacije pukotine u uvjetima kotrljajno-kliznog kontakta

#### 3.4.2.1 Pregled postojećih kriterija

U dostupnim istraživanjima kotrljajno-klizno-kontaktog zamora materijala [63], [64], [65], [66], [67], [68], [69] korišteni su različiti kriteriji inicijacije pukotine. U njima izneseni rezultati i zaključci ukazuju na činjenicu da nisu svi kriteriji jednako prikladni za određivanje ispunjenosti uvjeta za nastanak oštećenja u uvjetima kotrljajno-kliznog kontakta. Kako bi bio prihvatljiv, kriterij inicijacije pukotine treba uzimati u obzir sljedeće značajke kotrljajno-kliznog kontakta:

- višeosnost stanja naprezanja,
- neproporcionalnost naprezanja,
- rotaciju glavnih osi naprezanja za vrijeme trajanja kontakta,
- prisutnost tlačnog srednjeg normalnog naprezanja

te u konačnici omogućiti

- identificiranje mjesta inicijacije pukotine,
- određivanje njene prostorne orijentacije,
- određivanje vremena potrebnog za njen nastanak.

Ove zahtjeve u dobroj mjeri ispunjavaju kriteriji temeljeni na vrijednosti deformacije i energijski kriteriji kombinirani s principom kritične ravnine. U [53], [54] i [62] kao najprikladniji izdvojeni su kriteriji koje su predložili Fatemi i Socie FS [70], Jiang i Sehitoglu JS [65], Varvani-Farahani VF [71] te Pan, Hun i Chen PHC [72].

Za primjenu VF i PHC kriterija potrebne su samo osnovne zamorne značajke materijala. Nedostatak FS i JS kriterija su dodatni parametri koje je potrebno poznavati. Budući da je njihove vrijednosti u dostupnoj literaturi moguće pronaći tek za nekolicinu materijala i da je za njihovo određivanje potrebno provesti dodatna eksperimentalna ispitivanja materijala, šira primjenjivost tih kriterija time je osjetno umanjena.

Budući da je za čelik 42CrMo4 određenih tvrdoća poznata vrijednost parametra koji se koristi u kriteriju FS te da je u [54] kriterij VF ocijenjen bolje od PHC kriterija, u nastavku će za procjenu ispunjenosti uvjeta za inicijaciju pukotine na boku zuba zupčanika biti korišteni kriteriji FS i VF.

### 3.4.2.2 Kriterij Fatemia i Sociea

Kriterij inicijacije pukotine koji su predložili Fatemi i Socie [70] temelji se na izrazu

$$\frac{\Delta\left(\frac{\gamma_{\max}}{2}\right)}{2}\left(1+k\frac{\sigma_n^{\max}}{R_e}\right)=\frac{\tau'_f}{G}(2N_f)^{b_0}+\gamma'_f(2N_f)^{c_0}, \quad (3.12)$$

a nastao je modificiranjem kriterija koji su predložili Kandil, Brown i Miller [73]. Vrijednost smične deformacije korigira se vrijednošću normalnog naprezanja budući da ono, ovisno o predznaku i vrijednosti, utječe na udaljenost između atomskih ravnina u materijalu odnosno na silu trenja između površina pukotine i time olakšava ili otežava smično deformiranje odnosno inicijaciju pukotine.

Veličina na osnovi koje se identificira kritična ravnina je najveća amplituda smične deformacije  $\Delta(\gamma_{\max}/2)/2$ , dok je  $\sigma_n^{\max}$  najveća vrijednost koju normalno naprezanje na toj ravnini poprima tijekom jednog ciklusa opterećenja. U [70] je vrijednost naprezanja  $\sigma_n^{\max}$  normalizirana u odnosu na monotonu granicu tečenja  $R_e$ , ali se u drugim radovima njena vrijednost normalizira i sa cikličkom granicom tečenja  $R'_e$  pa čak i sa koeficijentom dinamičke čvrstoće  $\sigma'_f$ . Vrijednost naprezanja  $\sigma_n^{\max}$  se dodatno modificira parametrom  $k$ , kojim se kvantificira utjecaj normalnog naprezanja na broj ciklusa do inicijacije pukotine. Načini i mogućnosti određivanja vrijednosti parametra  $k$  pobliže su istraženi i opisani u [74].

Kriterij FS uspješno uzima u obzir utjecaj srednjeg naprezanja, a u određenoj mjeri i cikličko očvršćivanje odnosno oslabljivanje materijala. Budući da je na boku zuba zupčanika riječ o kotrljajno-kliznom kontaktu, prilagođenost kriterija materijalima i uvjetima opterećenja kod kojih se pukotine iniciraju i u početku rastu prvenstveno uslijed cikličke smične deformacije, u ovom slučaju ne bi trebala predstavljati problem.

### 3.4.2.3 Kriterij Varvani-Farahania

Osnovni parametar zamora u [71] i [75] predloženog kriterija inicijacije pukotine

$$\frac{1}{(\sigma'_f \varepsilon'_f)} (\Delta \sigma_n \Delta \varepsilon_n) + \frac{\left(1 + \frac{\sigma_n^m}{\sigma'_f}\right)}{(\tau'_f \gamma'_f)} \left[ \Delta \tau_{\max} \Delta \left(\frac{\gamma_{\max}}{2}\right) \right] =$$

$$= \left[ \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \right] + \left[ \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0} \right] \quad (3.13)$$

čini zbroj umnožaka raspona normalnih i smičnih naprezanja i deformacija određenih za ravninu za koju su Mohrove kružnice naprezanja i deformacija za vrijeme ciklusa opterećenja najveće. Vrijednosti umnoška raspona normalnog naprezanja i deformacije odnosno normalne energije i umnoška raspona smičnog naprezanja i deformacije odnosno smične energije normalizirane su pomoću pripadnih vlačnih i smičnih zamornih parametara materijala. Utjecaj srednjeg naprezanja uzet je u obzir putem srednjeg normalnog naprezanja na kritičnoj ravnini  $\sigma_n^m$ , a budući da se u izrazu pojavljuju rasponi naprezanja  $\Delta \sigma_n$  i  $\Delta \tau_{\max}$ , u slučaju cikličkog očvršćivanja ili oslabljivanja materijala vrijednost parametra zamora se također na odgovarajući način mijenja. Budući da je riječ o zbroju normalne i smične energije, vrijednost parametra zamora povezuje se sa zbrojem Basquin-Coffin-Mansonovih izraza za određivanje trajnosti u uvjetima aksijalnog i torzijskog opterećenja. Značajna prednost navedenog kriterija je da za primjenu ne zahtijeva poznavanje dodatnih empirijskih parametara.

### 3.4.2.4 Odabir kriterija inicijacije pukotine

Primjenjivost oba preliminarno odabrana kriterija, FS i VF provjerena je na primjerima i s vrijednostima zamornih parametara navedenima u tablicama 5.2 i 5.5. Rezultati dobiveni primjenom VF kriterija ukazivali su na probleme povezane s normaliziranjem vrijednosti normalnih i smičnih energija pomoću pripadnih vlačnih i smičnih zamornih parametara materijala. Zbog toga je za proračunavanje vremena do inicijacije pukotine odabran kriterij FS, kod kojeg prilikom provjere nisu uočeni nikakvi problemi.

## 4 EKSPERIMENTALNA KARAKTERIZACIJA PONAŠANJA ČELIKA 42CrMo4

### 4.1 Materijal

Za ispitivanje je odabran čelik 42CrMo4 (ISO 683/1; W.Nr. 1.7225; AISI4140) kao tipičan predstavnik grupe niskolegiranih čelika visoke čvrstoće koji se uobičajeno primjenjuju za izradu visokooterećenih strojnih elemenata poput valjnih ležajeva, zupčanika te vratila i osovina. Vrlo je prikladan za toplinsku obradu poboljšavanjem te se od njega izrađeni strojni elementi redovito otvrdnjavaju na taj način. Kemijski sastav ispitivanog materijala odnosno udjeli pojedinih kemijskih elemenata navedeni su u tablici 4.1.

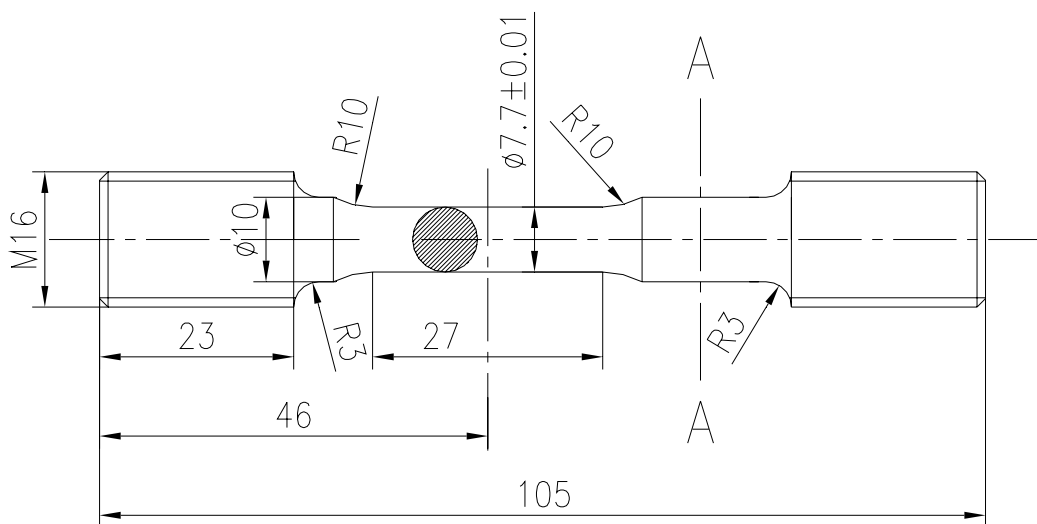
Tablica 4.1 Kemijski sastav ispitivanog čelika 42CrMo4 (vrijednosti u %)

42CrMo4	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Cu	Al	Sn
	0,43	0,26	0,65	0,015	0,021	1,07	0,19	0,16	0,16	0,021	0,006

### 4.2 Eksperimentalna procedura

#### 4.2.1 Priprema ispitnih epruveta

Ispitne epruvete oblika i izmjera propisanih normom [45] i prikazanih na slici 4.1 izrađene su od valjanog pločastog materijala pri čemu je os epruveta bila okomita u odnosu na smjer valjanja.



Slika 4.1. Oblik i izmjere ispitne epruvete

Prijelazi između različitih promjera na ispitnim epruvetama izvedeni su s velikim polumjerom zakrivljenosti čime je u dovoljnoj mjeri smanjena koncentracija naprezanja. Materijal uzoraka toplinski je obrađen postupkom poboljšavanja na način da su uzorci zagrijavani na 830 °C i gašeni u ulju te potom 1 sat popuštani na različitim temperaturama.

Nakon popuštanja, srednja tvrdoća uzoraka popuštanih na temperaturi 630 °C iznosila je 296 HV (282 HB), onih popuštanih na 480 °C iznosila je 420 HV (395 HB), a uzoraka popuštanih na 300 °C, 546 HV (505 HB). Po provedenoj toplinskoj obradi mjerno područje uzoraka fino je brušeno nakon čega je ispolirano u smjeru uzdužne osi uzoraka. Time se osim uklanjanja svih tragova grublje obrade i dobivanja odgovarajuće hrapavosti površine postiglo da svi mikrotragovi zaostali nakon poliranja budu paralelni sa smjerom djelovanja opterećenja za vrijeme ispitivanja. Nakon završene pripreme, vrijednost promjera mjernog područja svake ispitne epruvete precizno je izmjerena mikrometrom.

#### 4.2.2 Eksperimentalna oprema i uvjeti ispitivanja

Eksperimenti su izvedeni na univerzalnom servo-hidrauličkom ispitnom stroju Schenck Hydropuls PSA opremljenom sustavom za automatiziranu akviziciju podataka HBM MGCPlus i senzorom sile Schenck PM100R<sub>n</sub> nazivne vrijednosti 100 kN (slika 4.2). Promjene duljine ispitnih epruveta za vrijeme ispitivanja mjerene su ekstenzometrom HBM tip D4, ID101621900. Duljina na kojoj su mjerene deformacije ispitne epruvete iznosila je 25 mm. Mjerenja su izvedena u laboratorijskim uvjetima pri okolnoj temperaturi od 20 °C.



Slika 4.2 Univerzalni servo-hidraulički ispitni stroj Schenck Hydropuls PSA

#### 4.2.3 Mjerni protokol

Monotoni vlačni eksperimenti uključivali su uobičajeno vlačno opterećivanje ispitnih epruveta do konačnog loma. Ciklički vlačno-tlačni, potpuno simetrični eksperimenti izvođeni su na zasebnim ispitnim epruvetama uz kontrolu amplitude deformacije.



Korištenim amplitudama ukupnih deformacija pokriven je raspon vrijednosti od 0,8 % do 2,0 %. Radi sprečavanja prekomjernog zagrijavanja do kojeg prebrzo opetovano plastično deformiranje može dovesti, u radu je korištena relativno skromna brzina deformiranja od  $1,5 \%s^{-1}$ . Kako bi navedena brzina deformiranja bila konstantna i jednaka za sve uzorke, varirana je frekvencija opterećivanja, čija je vrijednost bila proračunata posebno za svaki uzorak i njemu pripadnu amplitudu deformacije. Korišten je pilasti profil opterećenja. U skladu s preporukama navedenim u normi [45], kao kriterij na osnovi kojeg je utvrđivan broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine  $N_f$  odnosno broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ , uzeto je smanjenje vrijednosti najvećeg inženjerskog naprezanja od 5 % u odnosu na vrijednosti u stabilnom području. Prilikom izvođenja eksperimenata izravno su praćene i bilježene promjene duljine ispitnih epruveta odnosno inženjerska deformacija  $e$  te opterećenje odnosno inženjersko naprezanje  $S$ . Kod izvođenja aksijalnih vlačnih eksperimenata na cilindričnim ispitnim tijelima, sve do pojave tzv *neckinga* odnosno, dok naprezanje u materijalu ne dostigne vrijednost vlačne čvrstoće  $R_m$ , primjenom izraza

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad (4.1)$$

i

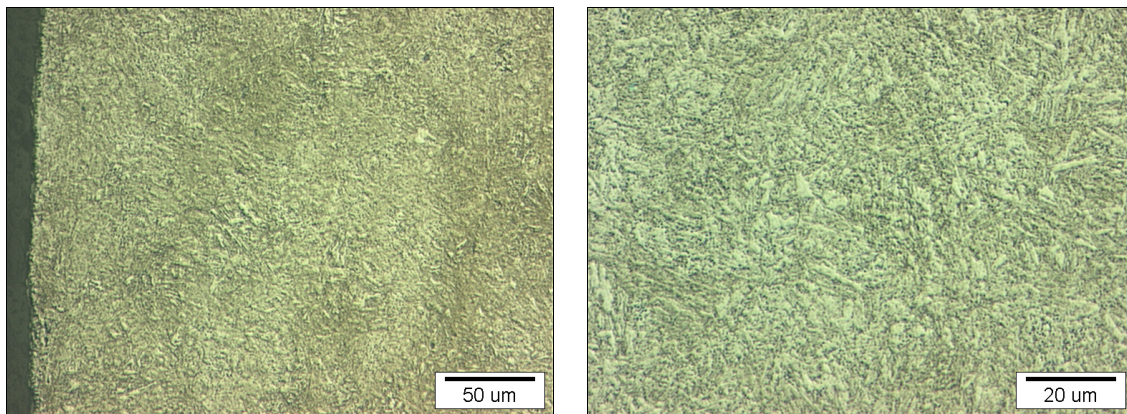
$$\sigma = S(1 + e) \quad (4.2)$$

moguće je proračunati vrijednosti deformacije  $\varepsilon$  i naprezanja  $\sigma$  [48] potrebnih za proračunavanje vrijednosti monotoničkih, cikličkih i zamornih značajki materijala.

## 4.3 Rezultati

### 4.3.1 Mikrostruktura

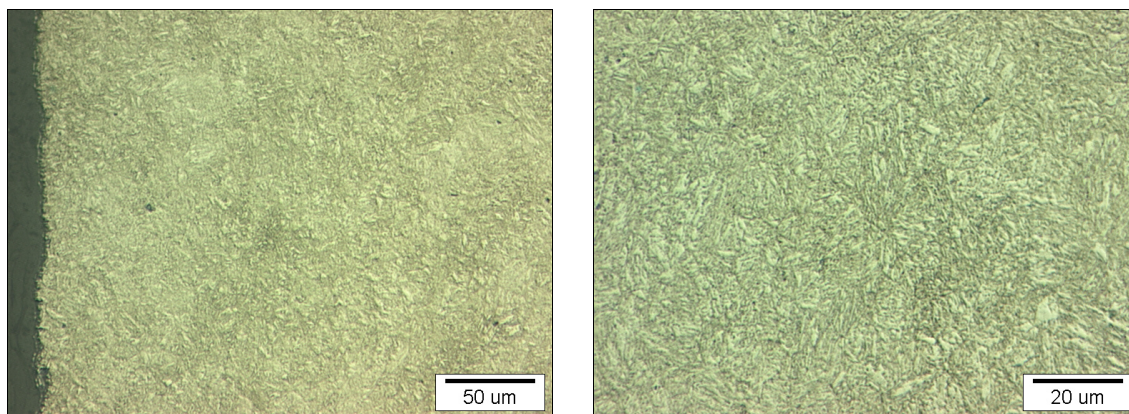
Na odabranim uzorcima izvršena je provjera mikrostrukture materijala. Na slikama 4.3 i 4.4 prikazane su mikrostrukture uzoraka popuštanog pri 630, odnosno 480 °C.



Slika 4.3 Mikrostruktura uzorka popuštanog pri 630 °C; nagrizeno u nitalu, povećanje 200:1 i 500:1

Uzorci su nakon provedenog testiranja poprečno prerezani na cilindričnom dijelu promjera 10 mm (presjek A-A na slici 4.1), gdje materijal za vrijeme ispitivanja nije doživio plastične deformacije ni njima izazvane promjene u svojoj mikrostrukтури. U skladu s očekivanjima, mikrostruktura materijala svih uzoraka odgovara mikrostrukтури popuštenog martenzita pri čemu su efekti popuštanja izraženiji na uzorcima koji su bili popuštanji na višim temperaturama. Prilikom popuštanja na višim temperaturama došlo je do veće

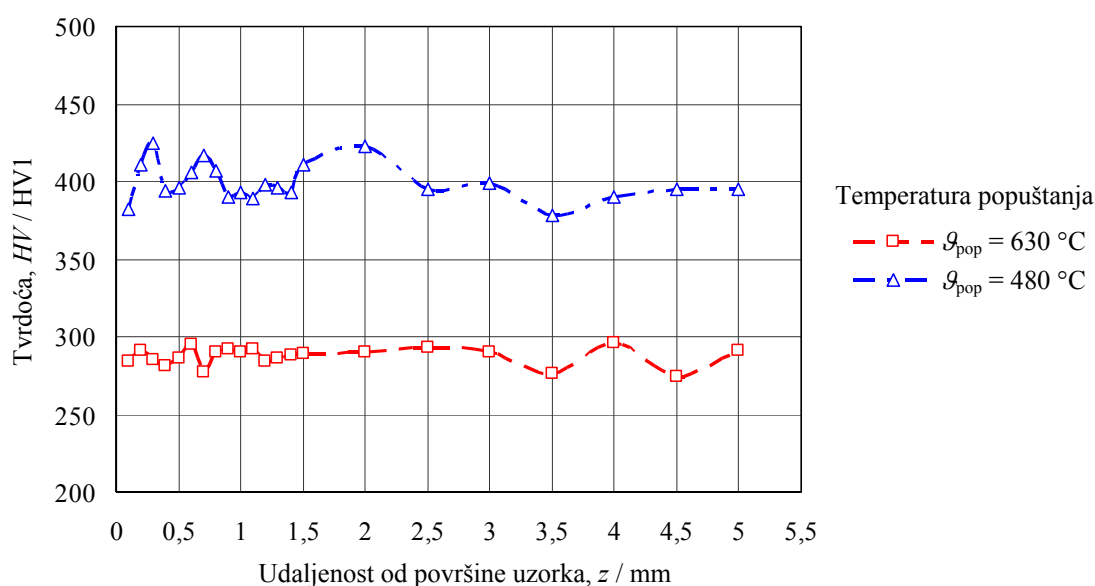
koagulacije mikrostrukturnih sastojaka nego na uzorcima popuštanim na nižim temperaturama kod kojih je igličasta mikrostruktura jače izražena.



Slika 4.4 Mikrostruktura uzorka popuštanog pri 480 °C; nagrizeno u nitalu, povećanje 200:1 i 500:1

### 4.3.2 Tvrdoća

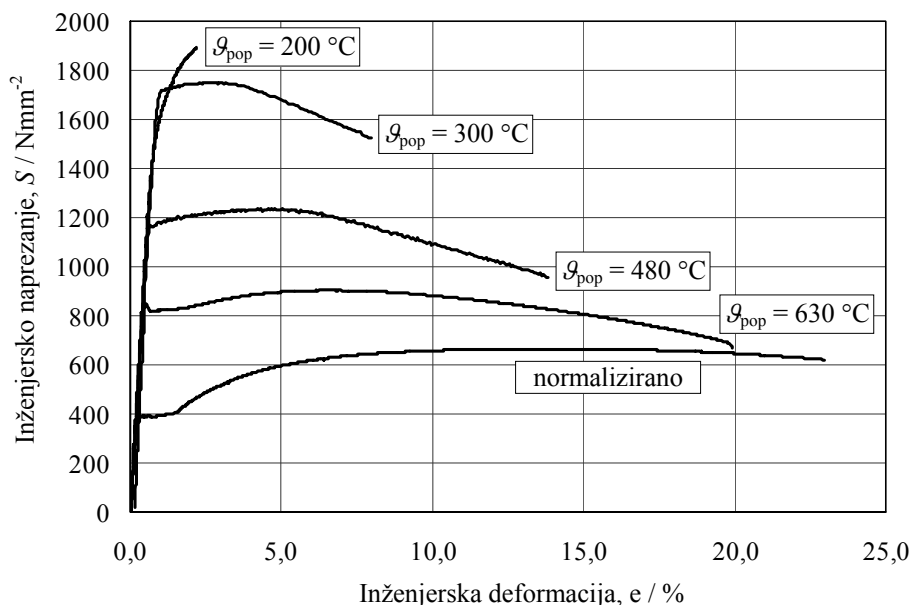
Budući da je jedan od osnovnih ciljeva provedenog ispitivanja bio određivanje značajki materijala određene tvrdoće, provjerena je raspodjela tvrdoće u unutrašnjosti uzoraka. Budući da je i određivanje tvrdoće izvedeno nakon eksperimenta i ona je utvrđivana na površini poprečnog prereza ispitne epruvete na cilindričnom dijelu promjera 10 mm (presjek A-A na slici 4.1), da bi se izbjegao utjecaj plastičnih deformacija na njene vrijednosti. Tvrdoća je mjerena postupkom HV1 na više mjesta, počevši od točke bliske cilindričnoj površini pa sve do sredine prereza. Do dubine od 1,5 mm tvrdoća je mjerena u koracima od 0,1 mm, a nakon toga do sredine epruvete u koracima od 0,5 mm. Mjerenjima je provjerena i potvrđena korektnost toplinske obrade te zadovoljavajuća ujednačenost tvrdoće materijala po cijelom poprečnom presjeku ispitnih epruveta. Primjer izmjerenih vrijednosti tvrdoće na uzorcima popuštanim na temperaturama 630 i 480 °C prikazan je na dijagramu na slici 4.5.



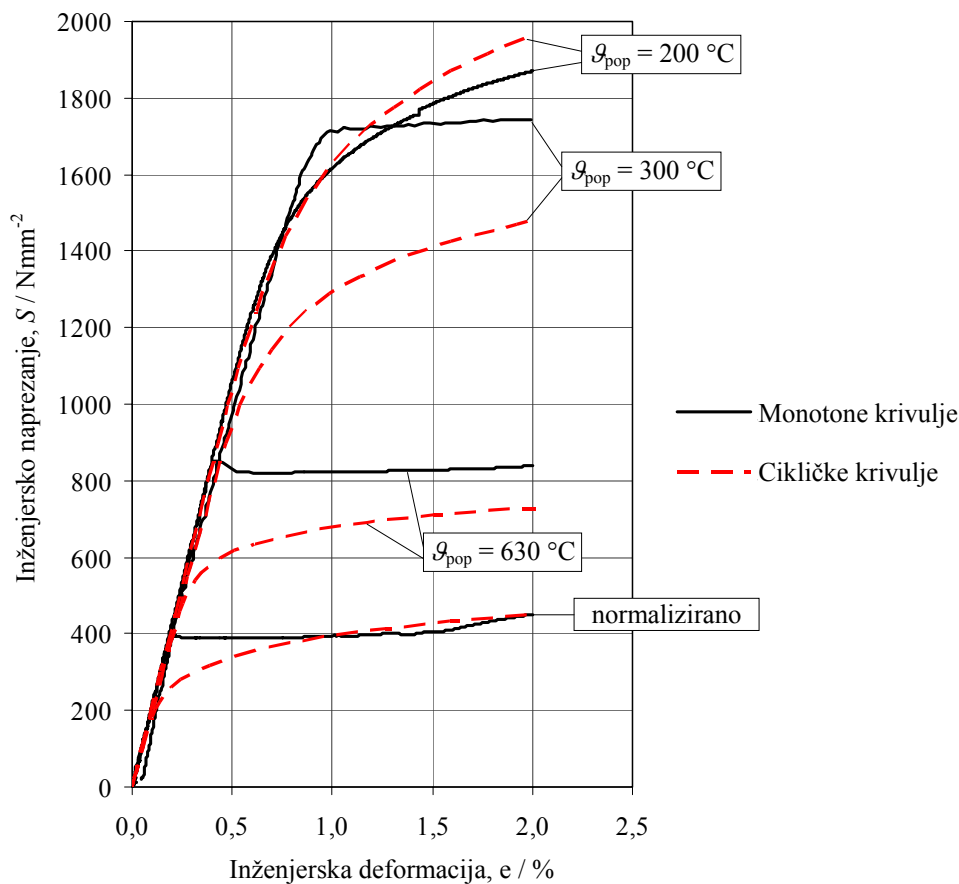
Slika 4.5 Vrijednosti tvrdoća mjenjenih od površine prema unutrašnjosti ispitne epruvete

### 4.3.3 Ponašanje materijala u uvjetima monotono rastućeg i cikličkog opterećenja

Dijagramima na slikama 4.6 i 4.7 odnosno krivuljama inženjersko naprezanje – inženjerska deformacija ( $S-e$ ) prikazano je ponašanje različito toplinski obrađenih materijala izloženih djelovanju monotono rastućeg vlačnog odnosno cikličkog, simetričnog, vlačno-tlačnog opterećenja.



Slika 4.6 Monotone krivulje normaliziranog i poboljšanih čelika 42CrMo4



Slika 4.7 Monotone i cikličke krivulje normaliziranog i poboljšanih čelika 42CrMo4



Punim linijama predstavljene  $S-e$  krivulje odnose se na materijale popuštane na temperaturama 630 °C, 480 °C i 300 °C koji su bili eksperimentalno ispitivani u okviru ovog rada. Njihove su tvrdoće nakon popuštanja iznosile 296 HV, 420 HV odnosno 546 HV. Isprekidanim crtama naznačeni su normalizirani materijal tvrdoće 195 HV te poboljšani materijal tvrdoće 570 HV koji je popuštano na 200 °C. Ti su materijali eksperimentalno ispitivani i djelomično karakterizirani u okviru prijašnjeg istraživanja [76].

#### 4.3.4 Monotoni parametri materijala

Na osnovi vrijednosti naprezanja  $S$  i deformacija  $e$  zabilježenih za vrijeme monotoničkih vlačnih eksperimenata te pripadnih monotoničkih krivulja određene su vrijednosti modula elastičnosti  $E$ , granice tečenja  $R_e$  i vlačne čvrstoće  $R_m$ . Budući da iz izraza (3.1) slijedi da se međusobnu povezanost plastične deformacije  $\varepsilon_p$  i naprezanja  $\sigma$  iznad granice tečenja može opisati funkcijom

$$\sigma = K(\varepsilon_p)^n, \quad (4.3)$$

primjenom metode nelinearne regresije bez korištenja težinskog faktora na nizove vrijednosti  $\varepsilon_p$  i  $\sigma$  određene su vrijednosti koeficijenta deformacijskog očvršćivanja  $K$  i eksponenta deformacijskog očvršćivanja  $n$ . Vrijednosti tih, monotoničkih parametara određene za sve ispitivane materijale navedene su u tablici 4.2, a njima su pridodate i vrijednosti proračunate na osnovi rezultata iz [76].

Tablica 4.2 Monotoni parametri ispitivanog čelika 42CrMo4

Stanje materijala	Tvrdoća		$E$ u Nmm <sup>-2</sup>	$R_e$ u Nmm <sup>-2</sup>	$R_m$ u Nmm <sup>-2</sup>	$K$ u Nmm <sup>-2</sup>	$n$
	HV u HV	HB u HB					
normalizirano [76]	195	186	205000	396	665	1435,7	0,276
poboljšano, $\sigma_{pop} = 630$ °C	296	282	197000	850	900	1277,3	0,0979
poboljšano, $\sigma_{pop} = 480$ °C	420	395	197000	1170	1230	1431,3	0,0335
poboljšano, $\sigma_{pop} = 300$ °C	546	505	197000	1720	1750	1901,8	0,0147
poboljšano, $\sigma_{pop} = 200$ °C [76]	570	526	212000	1570	1890	2990,6	0,0994

#### 4.3.5 Ciklički parametri materijala

Odziv materijala u slučaju njegove izloženosti djelovanju cikličkih opterećenja moguće je dobro opisati cikličkom krivuljom za čiju se karakterizaciju uobičajeno koristi izraz (3.2). Za njeno određivanje potrebno je izvođenje niza cikličkih vlačnih-tlačnih eksperimenata s različitim amplitudama deformacije, kako bi se odredile stabilizirane histerezne petlje za svaki od njih, a koje su u ovom slučaju određivane na polovici broja ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine  $N_f/2$ . Analogno slučaju monotoničkog opterećenja, međusobnu povezanost vrijednosti stvarne plastične deformacija  $\varepsilon_p$  i stvarnog naprezanja  $\sigma$  iznad cikličke granice tečenja  $R_e'$  može se opisati izrazom

$$\sigma = K'(\varepsilon_p)^{n'}. \quad (4.4)$$

Vrijednosti koeficijenta cikličkog deformacijskog očvršćivanja  $K'$  i eksponenta cikličkog deformacijskog očvršćivanja  $n'$  određene su primjenom metode nelinearne regresije bez korištenja težinskog faktora na parove vrijednosti  $\varepsilon_p$  i  $\sigma$  koji su definirani vrhovima

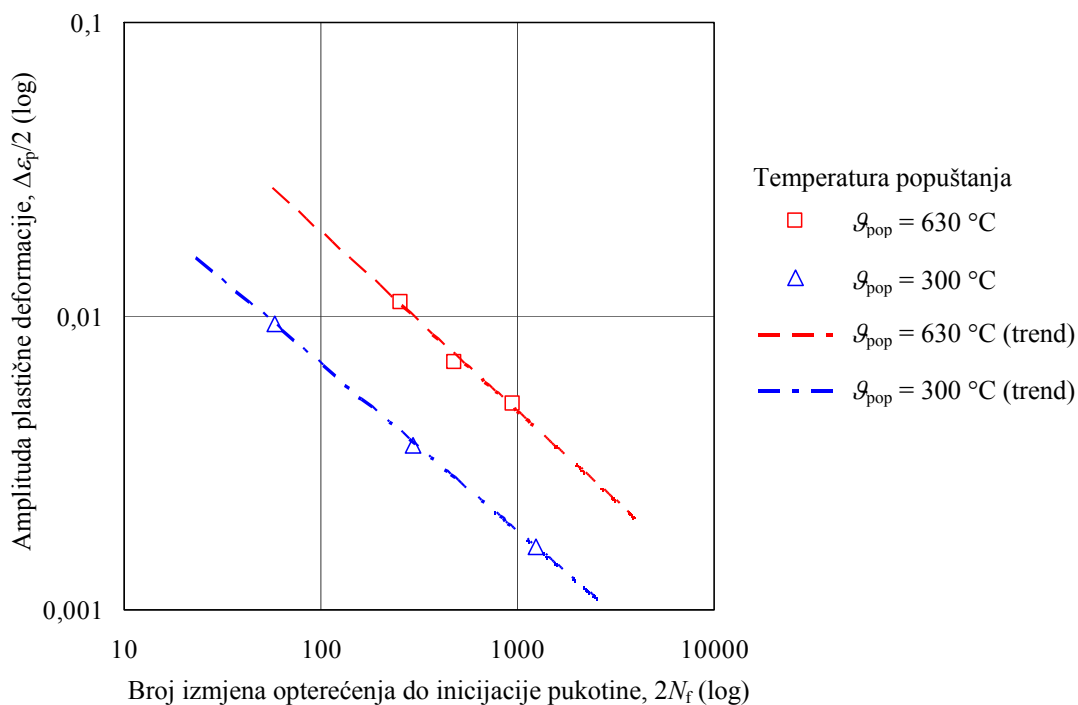
stabiliziranih histerezni petlji. Na taj način određene vrijednosti cikličkih parametara dopunjene vrijednostima proračunatima na osnovi rezultata ranije provedenih eksperimentalnih istraživanja [76] navedene su u tablici 4.3.

**Tablica 4.3** Ciklički parametri ispitivanog čelika 42CrMo4

Stanje materijala	Tvrdoća		$R_e'$ u Nmm <sup>-2</sup>	$K'$ u Nmm <sup>-2</sup>	$n'$
	HV u HV	HB u HB			
normalizirano [76]	195	186	320	956,81	0,1808
poboljšano, $\vartheta_{pop} = 630$ °C	296	282	620	1062	0,0866
poboljšano, $\vartheta_{pop} = 300$ °C	546	505	1230	2482,82	0,1128
poboljšano, $\vartheta_{pop} = 200$ °C [76]	570	526	1620	3598,91	0,1283

#### 4.3.6 Zamorni parametri materijala

Karakterizacija zamornog ponašanja ispitivanih materijala provedena je uz pretpostavku da je kao i kod velike većine čeličnih materijala, i kod njih vezu između ukupne amplitude deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  i broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  moguće definirati Basquin-Coffin-Mansonovim izrazom (3.5). Budući da je zbog ograničenih resursa eksperimentalno ispitano i karakterizirano zamaranje materijala samo u području niskocikličnog zamora, na osnovi rezultata mjerenja bilo je moguće proračunati samo koeficijent cikličkih deformacija  $\varepsilon_f'$  i eksponent cikličkih deformacija  $c$ . Njihove vrijednosti određene primjenom metode linearne regresije bez korištenja težinskog faktora na parove vrijednosti  $\Delta\varepsilon_p/2$  i  $2N_f$  prikazane su u dvostrukom logaritamskom dijagramu na slici 4.8.



**Slika 4.8**  $\Delta\varepsilon_p/2 - 2N_f$  krivulje poboljšanih čelika 42CrMo4

U skladu s preporukom iz norme [77], na ordinati su unesene vrijednosti nezavisne varijable odnosno amplitude plastične deformacije  $\Delta\varepsilon_p/2$ , a na apscisi vrijednosti zavisne varijable odnosno broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ . Vrijednosti zamornih parametara ispitivanih materijala dopunjene vrijednostima proračunatima iz rezultata eksperimenata ranijeg istraživanja [76] dane su u tablici 4.4.

**Tablica 4.4** Zamorni parametri ispitivanog čelika 42CrMo4

Stanje materijala	Tvrdoća		$\varepsilon_f'$	$c$
	HV u HV	HB u HB		
normalizirano [76]	195	186	0,1692	-0,453
poboljšano, $\mathcal{G}_{pop} = 630$ °C	296	282	0,3171	-0,609
poboljšano, $\mathcal{G}_{pop} = 300$ °C	546	505	0,0945	-0,5697
poboljšano, $\mathcal{G}_{pop} = 200$ °C [76]	570	526	0,0265	-0,5752

#### 4.4 Zaključak

Na osnovi provedenih eksperimentalnih ispitivanja i njihovih rezultata uspješno je karakterizirano ponašanje materijala u uvjetima djelovanja monotono rastućeg vlačnog opterećenja. Visoka cijena pripreme i izvođenja eksperimenata te njihova dugotrajnost razlozi su zbog kojih je eksperimentalnu karakterizaciju ponašanja materijala u uvjetima djelovanja cikličkog opterećenja bilo moguće izvesti tek za ograničeni broj materijala i to samo za područje niskocikličnog zamora. Budući da, ovisno o parametrima toplinske obrade poboljšavanjem, svojstva materijala mogu biti vrlo raznolika, za sveobuhvatnu i detaljnu karakterizaciju ponašanja materijala za širi spektar uvjeta i vrsta opterećenja potreban je i veći broj podataka. Zbog toga je parametre materijala dobivene eksperimentalnim putem bilo potrebno dopuniti podacima iz literature i podacima proračunatim primjenom metoda za procjenjivanje cikličkih i zamornih parametara materijala na osnovi monotoničnih parametara što je učinjeno u okviru sljedećeg poglavlja.

## 5 KARAKTERIZACIJA ZAMARANJA MATERIJALA NA OSNOVI MONOTONIH PARAMETARA

### 5.1 Empirijske metode procjene zamornih parametara materijala

Iako karakterizacija cikličkog i zamornog ponašanja materijala utemeljena na eksperimentalnim ispitivanjima u kojima se simuliraju uvjeti i opterećenja kojima će taj materijal u stvarnosti biti izložen svakako predstavlja najbolju osnovu za proračunsko predviđanje njegovog odziva i trajnosti, zbog svoje je složenosti, dugotrajnosti i visoke cijene ograničeno primjenjiva. Navedene teškoće i ograničenja u izvođenju cikličkih eksperimenata te jednostavnost, brzina i relativno niska cijena izvođenja monotonihi eksperimenata potakle su razvoj ideje da bi se uz razumnu razinu korelacije između monotonihi i zamornih parametara, već samo na osnovi monotonihi parametara materijala moglo dovoljno točno procijeniti njegovu trajnost u uvjetima cikličkog opterećenja. Brojna istraživanja [78], [79], [80], [81], [82], [83], [84] provedena s ciljem utvrđivanja i što preciznijeg definiranja spomenute koreliranosti, rezultirala su različitim empirijskim izrazima za procjenu vrijednosti zamornih parametara  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  i  $c$  izvornog Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (3.5). U nastavku su navedene najpoznatije metode procjene i to redoslijedom kojim su spomenutim radovima bile predlagane.

#### Mansonova metoda univerzalnih nagiba krivulja [78]

(engl. *original universal slopes method*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 1,9018 \frac{R_m}{E} (2N_f)^{-0,12} + 0,7579 \varepsilon_f^{0,6} (2N_f)^{-0,6}. \quad (5.1)$$

#### Mansonova korelacijska metoda četiriju točaka [78]

(engl. *four-point correlation method*)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \varepsilon}{2} = & \frac{1}{2} 10^{b \log 2 + \log \left( \frac{2,5 \sigma_f}{E} \right)} (2N_f)^{\frac{\log \left( \frac{2,5 \sigma_f}{0,9 R_m} \right)}{\log \left[ \frac{1}{4 \cdot 10^5} \right]}} + \\ & + \frac{1}{2} 10^{c \log \frac{1}{20} + \log \left( \frac{1}{4} \varepsilon_f^{\frac{3}{4}} \right)} (2N_f)^{\frac{1}{3} \log \left( \frac{0,0132 - \Delta \varepsilon_c^*}{1,91} \right) - \frac{1}{3} \log \left( \frac{1}{4} \varepsilon_f^{\frac{3}{4}} \right)} \end{aligned}, \quad (5.2)$$

gdje je

$$\frac{\Delta \varepsilon_c^*}{2} = 10^{b \log (4 \cdot 10^4) + \log \left( \frac{2,5 \sigma_f}{E} \right)}. \quad (5.3)$$

#### Mitchellova metoda [79]

(engl. *method by Mitchell*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{R_m + 345}{E} (2N_f)^{-\frac{1}{6} \log \left[ \frac{2(R_m + 345)}{R_m} \right]} + \varepsilon_f (2N_f)^c, \quad (5.4)$$

gdje za duktilne materijale  $c = -0,5$ , a za tvrde materijale  $c = -0,6$ .

**Modificirana metoda univerzalnih nagiba krivulja Muralidharana i Mansona [80]**(engl. *modified universal slopes method*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 0,623 \left( \frac{R_m}{E} \right)^{0,832} (2N_f)^{-0,09} + 0,0196 \varepsilon_f^{0,155} \left( \frac{R_m}{E} \right)^{-0,53} (2N_f)^{-0,56}. \quad (5.5)$$

**Uniformni materijalni zakon Bäumela i Seegera (za ugljične i niskolegirane čelike) [81]**(engl. *uniform material law*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 1,5 \frac{R_m}{E} (2N_f)^{-0,087} + 0,59 \psi (2N_f)^{-0,58}, \quad (5.6)$$

gdje je

$$\psi = 1 \text{ za } \frac{R_m}{E} \leq 0,003 \quad (5.7)$$

$$\psi = 1,375 - 125 \frac{R_m}{E} \text{ za } \frac{R_m}{E} \geq 0,003. \quad (5.8)$$

**Ongova modificirana korelacijska metoda četiriju točaka [82]**(engl. *modified four-point correlation method*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N_f)^{\frac{1}{6}} \left\{ \log \left[ 0,16 \left( \frac{R_m}{E} \right)^{0,81} \right] - \log \left( \frac{\sigma_f}{E} \right) \right\} + \varepsilon_f (2N_f)^{\frac{1}{4} \left[ \log \left( \frac{0,00737 \frac{\Delta \varepsilon_c^*}{2}}{2,074} \right) - \log \varepsilon_f \right]}, \quad (5.9)$$

gdje je

$$\varepsilon_f = \ln \left( \frac{1}{1-Z} \right) \quad (5.10)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon_c^*}{2} = \frac{\sigma_f}{E} \left[ 10^{\frac{2}{3} \left\{ \log \left[ 0,16 \left( \frac{R_m}{E} \right)^{0,81} \right] - \log \left( \frac{\sigma_f}{E} \right) \right\}} \right]. \quad (5.11)$$

**Metoda tvrdoće Roesslea i Fatemia [83]**(engl. *hardness method*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{4,25HB + 225}{E} (2N_f)^{-0,09} + \frac{0,32HB^2 - 487HB + 191000}{E} (2N_f)^{-0,56}. \quad (5.12)$$

**Metoda medijana Meggiolaroa i Castroa [84]**(engl. *medians method*)

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = 1,5 \frac{R_m}{E} (2N_f)^{-0,09} + 0,45 (2N_f)^{-0,59} \quad (5.13)$$

**Indirektna metoda tvrdoće Leea i Songa [85]**(engl. *indirect hardness method*)

U [85] je ispitana mogućnost korištenja izraza 5.6 i 5.13 predloženih u okviru uniformnog materijalnog zakona [81] odnosno metode medijana [84], ali uz prethodno određivanje vrijednosti čvrstoće materijala  $R_m$  na osnovi njegove tvrdoće nekim od prikladnih empirijskih izraza navedenih u [83], [84] kojima je karakterizirana vrlo dobra koreliranost ta dva parametra.

Iako se takva mogućnost ne navodi izrijekom u svim izvornim radovima [78], [79], [80], [82], zbog nedostupnosti eksperimentalno određenih parametara  $\varepsilon_f$  i  $\sigma_f$ , njihove se vrijednosti u velikom broju slučajeva proračunavaju primjenom izraza (5.10) odnosno

$$\sigma_f = R_m (1 + \varepsilon_f) \quad (5.14)$$

pri čemu se navedeni izrazi temelje na pretpostavci o konstantnosti volumena odnosno vrijede samo do pojave tzv. *neckinga* [48].

Pregledom dosad spomenutih metoda procjene zamornih parametara materijala uočena su dva osnovna pristupa povezivanju amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  s brojem izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ :

- utvrđivanje postojanja i karakterizacija izravne veze između monotonih značajki materijala i parametara Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (uglavnom  $\sigma_f'$  i  $\varepsilon_f'$ )
- pridavanje konstantnih (najčešće prosječnih) vrijednosti parametrima Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (uglavnom  $b$  i  $c$ )

U tablici 5.1 su za svaku metodu navedeni monotoni parametri materijala ili konstante na osnovi kojih se proračunavaju vrijednosti Basquin-Coffin-Mansonovih parametara.

**Tablica 5.1** Monotoni parametri na osnovi kojih se pojedinim metodama procjenjuju vrijednosti BCM zamornih parametara materijala

Naziv metode	$\sigma_f'$	$b$	$\varepsilon_f'$	$c$
Metoda univerzalnih nagiba krivulja (1965)	$R_m$	-0,12	$\varepsilon_f$	-0,6
Korelacijska metoda četiriju točaka (1965)	$b, E, R_m, \varepsilon_f$	$\varepsilon_f$	$c, \varepsilon_f$	$b, E, R_m, \varepsilon_f$
Mitchellova metoda (1977)	$R_m$	$R_m$	$\varepsilon_f$	-0,5 (-0,6)
Modificirana metoda univerzalnih nagiba krivulja (1988)	$E, R_m$	-0,09	$E, R_m, \varepsilon_f$	-0,56
Uniformni materijalni zakon (1990)	$R_m$	-0,087	$E, R_m$	-0,58
Modificirana korelacijska metoda četiriju točaka (1993)	$R_m, \varepsilon_f$	$E, R_m$	$\varepsilon_f$	$E, R_m, \varepsilon_f, \sigma_f$
Metoda tvrdoće (2000)	HB ( $R_m$ )	-0,09	$E, HB$	-0,56
Metoda medijana (2004)	$R_m$	-0,09	0,45	-0,59

U [83] je upozoreno na vrlo lošu koreliranost između  $\varepsilon_f'$  i  $\varepsilon_f$ . U [84] je loša korelacija utvrđena i između  $\varepsilon_f'$  i  $R_m/E$  te je zaključeno kako određivanje vrijednosti  $\varepsilon_f'$  ni po jednoj metodi nije riješeno na zadovoljavajući način. U istom se izvoru ističe i vrlo slaba koreliranost između  $b$  i  $R_m$ ,  $c$  i  $R_m$  te  $b$  i  $\varepsilon_f$ , čime se izravno dovodi u pitanje valjanost korelacijske metode četiriju točaka i modificirane korelacijske metode četiriju točaka, a dobrim dijelom i Mitchellove metode. Po svim preostalim metodama vrijednost  $\sigma_f'$  se konzistentno određuje na osnovi  $R_m$  odnosno tvrdoće, a eksponentima  $b$  i  $c$  pridaju se više ili manje različite, ali u svakom slučaju konstantne vrijednosti.

Uz rijetke iznimke u kojima je to učinjeno u ograničenoj mjeri [81], u većini dostupnih radova uočljiv je nedostatak uvodnog pregleda ponašanja materijala i uvažavanja njihovih specifičnosti, kako s obzirom na grupu kojoj pripadaju (nelegirani čelici, niskolegirani čelici, visokolegirani čelici, aluminijske legure, titanove legure), tako i s obzirom na vrstu zamora kojemu su izloženi (niskociklični i visokociklični zamor materijala). Iako su pojedini izrazi bili razvijani i predloženi za točno određenu grupu materijala, sveprisutni trend pojednostavljivanja i poopćivanja potaknuo je ispitivanja njihove prikladnosti u izvornom obliku za sve prije spomenute grupe materijala [50], čime su unaprijed na grub način zanemarene specifičnosti spomenutih grupa materijala i pojedinih materijala unutar njih. Nadalje, dodjeljivanje konstantnih vrijednosti pojedinim parametrima zbog nepostojanja ili nemogućnosti ustanovljavanja zadovoljavajuće korelacije s nekim od monotonih parametara prisutno je u većini metoda. Budući da je iz vrijednosti utvrđenih na osnovi eksperimenata jasno da navedeni parametri ne mogu biti konstantni, time su dodatno zanemarene specifičnosti i različitosti u ponašanju pojedinih materijala. Činjenica da usprkos dosad spomenutim nedostacima takve metode bivaju povoljno ocijenjene pa i otvoreno preporučene kao prikladne za primjenu, ukazuje ili na manjkavo razumijevanje problematike procjene trajnosti materijala na osnovi njegovih monotonih značajki ili na svjesno zanemarivanje njene složenosti.

Na osnovi dostupnih pregleda i usporedbi [50], [84], [85], [86], [87] niti jednu od spomenutih metoda nije moguće proglasiti apsolutno i univerzalno najboljom. Najprikladnijima za procjenu zamornih parametara niskolegiranih čelika naizmjenično bivaju proglašavane modificirana metoda univerzalnih nagiba krivulja [80], uniformni materijalni zakon [81] te metoda tvrdoće [83]. Metodu tvrdoće od druge dvije dodatno izdvaja njena praktičnost, budući da je za njenu primjenu potrebno poznavati samo vrijednosti tvrdoće i modula elastičnosti materijala. Zbog općenitosti pregleda i usporedbi metoda procjene zamornih parametara, a u nekim slučajevima [50] i skromnog broja analiziranih materijala, u njima donesene ocjene i zaključci u pravilu su dovoljni samo za približnu procjenu primjenjivosti pojedine metode za određenu skupinu materijala (nelegirani, niskolegirani i visokolegirani čelici te aluminijske odnosno titanove legure). Stoga je, imajući pritom na umu sve dosad navedene nedostatke i ograničenja, prikladnost metode tvrdoće za procjenu zamornih parametara poboljšanog čelika 42CrMo4 provjerena detaljnom usporedbom proračunatih i eksperimentalno utvrđenih podataka.

## 5.2 Verifikacija metode tvrdoće Roesslea i Fatemia

### 5.2.1 Osnovne značajke metode

Prema ovoj metodi samo se koeficijenti  $\sigma'_f$  i  $\varepsilon'_f$  proračunavaju na osnovi tvrdoće odnosno tvrdoće i modula elastičnosti dok se eksponentima  $b$  i  $c$  pridaju konstantne vrijednosti neovisno o materijalu.

Predloženi izraz za proračunavanje vrijednosti koeficijenta dinamičke čvrstoće  $\sigma'_f$  koji glasi

$$\sigma'_f = 4,25HB + 225 \quad (5.15)$$

temelji se na ustanovljenoj izravnoj povezanosti eksperimentalnih vrijednosti  $\sigma'_f$  i Brinellove tvrdoće  $HB$ .

U [83] je utvrđena veza između broja ciklusa opterećenja na prijelazu iz niskocikličnog u visokociklično područje  $N_t$  (engl. *transition life*) i Brinellove tvrdoće  $HB$

$$\log(2N_t) = 5,755 - 0,0071HB, \quad (5.16)$$

i veza između naprezanja povezanog sa prijelazom iz niskocikličnog u visokociklično područje (engl. *transition fatigue strength*)  $S_t$  i Brinellove tvrdoće  $HB$

$$S_t = 0,004HB^2 + 1,15HB. \quad (5.17)$$

Na osnovi izraza

$$\varepsilon'_f = \frac{\sigma'_f(2N_t)^b}{E(2N_t)^c}, \quad (5.18)$$

predložen je izvorni izraz za proračunavanje  $\varepsilon'_f$  koji glasi

$$\varepsilon'_f = \frac{0,004HB^2 + 1,15HB}{E[10^{5,755-0,0071HB}]^{-0,56}}. \quad (5.19)$$

On je dodatno pojednostavljen te u svom konačnom obliku glasi:

$$\varepsilon'_f = \frac{0,32HB^2 - 487HB + 191000}{E}. \quad (5.20)$$

Eksponentima  $b$  i  $c$  pridodane su prosječne vrijednosti određene kod analiziranih materijala i to  $b = -0,09$  i  $c = -0,56$ .

### 5.2.2 Testni podaci

U tablici 5.2 navedeni su monotoni i BCM zamorni parametri materijala dobiveni na osnovi vlastitih eksperimenata i onih spomenutih u [76]. Navedeni podaci dopunjeni su parametrima još 32 različito toplinski obrađena čelika 42CrMo4 čije su vrijednosti objavljene u različitim izvorima [88], [89], [90], [91] i [92].



Tablica 5.2 Materijalni parametri različito toplinski obrađenog čelika 42CrMo4

Oznaka materijala	Izvor	Tvrdoća HB u HB	$E$ u Nmm <sup>-2</sup>	$R_m$ u Nmm <sup>-2</sup>	$\varepsilon_f^1$	$c$	$\sigma_f^1$ u Nmm <sup>-2</sup>	$b$
4140 186	[76]	186	205000	665	0,1692	-0,453	-	-
4140 199	[88]	199	190500	735	2,251	-0,837	1036	-0,091
4140 220 A	[88]	220	190500	740	46,512	-1,001	1001	-0,111
4140 220 B	[88]	220	190500	740	19,095	-0,936	894	-0,094
4140 276	[90]	276	206000	925	0,6453	-0,6449	1338	-0,089
4140 282	Eksperiment	282	197000	900	0,3171	-0,609	-	-
4140 290 A	[88]	290	190500	940	37,3559	-1,301	1675	-0,115
4140 290 B	[88]	290	190500	940	11,431	-1,02	1481	-0,112
4140 293	[91]	293	207000	848	2,36	-0,765	1163	-0,062
4140 332 A	[88]	332	190500	1120	0,462	-0,787	1435	-0,077
4140 332 B	[88]	332	190500	1120	0,3519	-0,642	1166	-0,057
4140 332 C	[88]	332	211400	1111	1,508	-0,716	1454	-0,075
4140 332 D	[88]	332	211400	1111	0,045	-0,383	1234	-0,076
4140 332 E	[88]	332	211400	1111	0,271	-0,519	1034	-0,044
4140 343	[92]	343	206000	1100	0,18	-0,53	1154	-0,061
4142 381 A	[89]	381	206842	1410	0,45	-0,75	1827	-0,08
4142 381 B	[91]	381	207000	1413	0,637	-0,761	2143	-0,094
4142 400 A	[91]	400	200000	1551	1,195	-0,859	1787	-0,084
4142 400 B	[88]	400	199000	1550	1,42	-0,88	1796	-0,08
4142 450 A	[89]	450	206842	1760	0,4	-0,73	2000	-0,08
4142 450 B	[91]	450	207000	1758	0,706	-0,869	1937	-0,076
4142 450 C	[91]	450	200000	1929	2,62	-0,972	2079	-0,086
4142 450 D	[88]	450	206000	1757	0,85	-0,9	2017	-0,08
4142 450 E	[88]	450	199000	1929	3,44	-1,01	1804	-0,07
4142 475 A	[89]	475	206842	1930	0,09	-0,66	2172	-0,081
4142 475 B	[91]	475	200000	1929	0,331	-0,854	2161	-0,081
4142 475 C	[88]	475	206000	1929	0,68	-0,98	2209	-0,08
4142 475 D	[88]	475	199000	2032	2,75	-1,2	2036	-0,08
4140 475 E	[91]	475	200000	2033	0,4	-0,867	1832	-0,07
4140 505	Eksperiment	505	197000	1750	0,0945	-0,5697	-	-
4140 526 A	[76]	526	212000	1890	0,0265	-0,5752	-	-
4140 526 B	[90]	526	201000	1789	0,4	-0,73	2690	-0,08
4142 560 A	[89]	560	199948	2240	0,07	-0,76	2654	-0,076
4142 560 B	[88]	560	206000	2239	0,07	-0,81	3247	-0,12
4142 670 A	[91]	670	200000	2248	0,003	-0,436	2549	-0,078
4142 670 B	[88]	670	199000	2446	0,06	-1,47	2727	-0,08

Vrijednosti Brinellove tvrdoće za većinu materijala bile su izravno dostupne. U slučaju da je u literaturi izvorno bila navedena Vickersova tvrdoća, na osnovi izraza [85]

$$HV = 8,716 + 0,963(HB) + 0,0002(HB)^2, \quad (5.21)$$

odnosno iz njega izvedenog izraza

$$HB = -2407,5 + \sqrt{5752500 + 5000HV}, \quad (5.22)$$

njena vrijednost preračunavana je u Brinellovu tvrdoću.

Tvrdoća materijala za koje taj podatak u literaturi nije bio naveden, proračunavana je iz vrijednosti vlačne čvrstoće  $R_m$  na osnovi izraza [83]

$$HB \cong \frac{R_m}{3,45}. \quad (5.23)$$

### 5.2.3 Provjera metode

Primjenom izvornog Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (3.5) odnosno izraza (5.12) u koji su uvrštene vrijednosti parametara materijala ( $\sigma_f'$ ,  $b$ ,  $\varepsilon_f'$ ,  $c$ ,  $HB$  i  $E$ ) navedene u tablici 5.2, iterativnim postupkom proračunati su brojevi izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_{f,eksp}$  odnosno  $2N_{f,pror}$  za deset različitih amplituda ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$ : 0,15 %, 0,20 %, 0,25 %, 0,35 %, 0,5 %, 0,7 %, 0,9 %, 1,2 %, 1,5 % i 2 %.

Budući da su i kod materijala iste tvrdoće utvrđene značajne razlike u trajnostima  $2N_{f,eksp}$ , ni za jednog od njih nije se moglo sa sigurnošću tvrditi kako je upravo on reprezentativan za materijale s istom ili vrlo sličnom tvrdoćom. Radi lakšeg uspoređivanja na osnovi eksperimenata proračunatih  $2N_{f,eksp}$  s onima proračunatima po metodi tvrdoće  $2N_{f,pror}$ , međusobna zavisnost vrijednosti  $HB$  i  $2N_{f,eksp}$  dobivenih za amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  0,25 %, 0,5 %, 0,9 %, 1,5 % i 2 %, definirana je izrazom

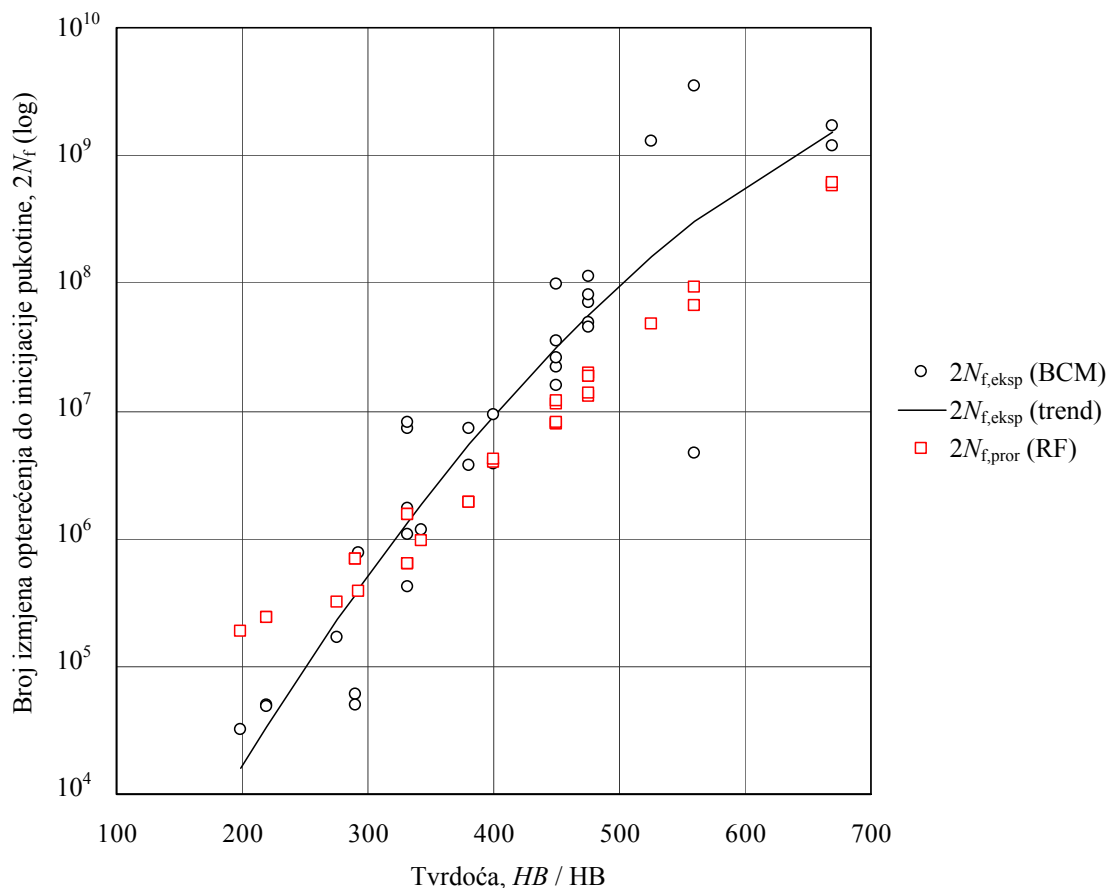
$$\log(2N_f) = a(HB)^2 + b(HB) + c. \quad (5.24)$$

Vrijednosti koeficijenata  $a$ ,  $b$  i  $c$  te koeficijent determinacije  $R^2$  dobiveni nelinearnom regresijom navedeni su u tablici 5.3.

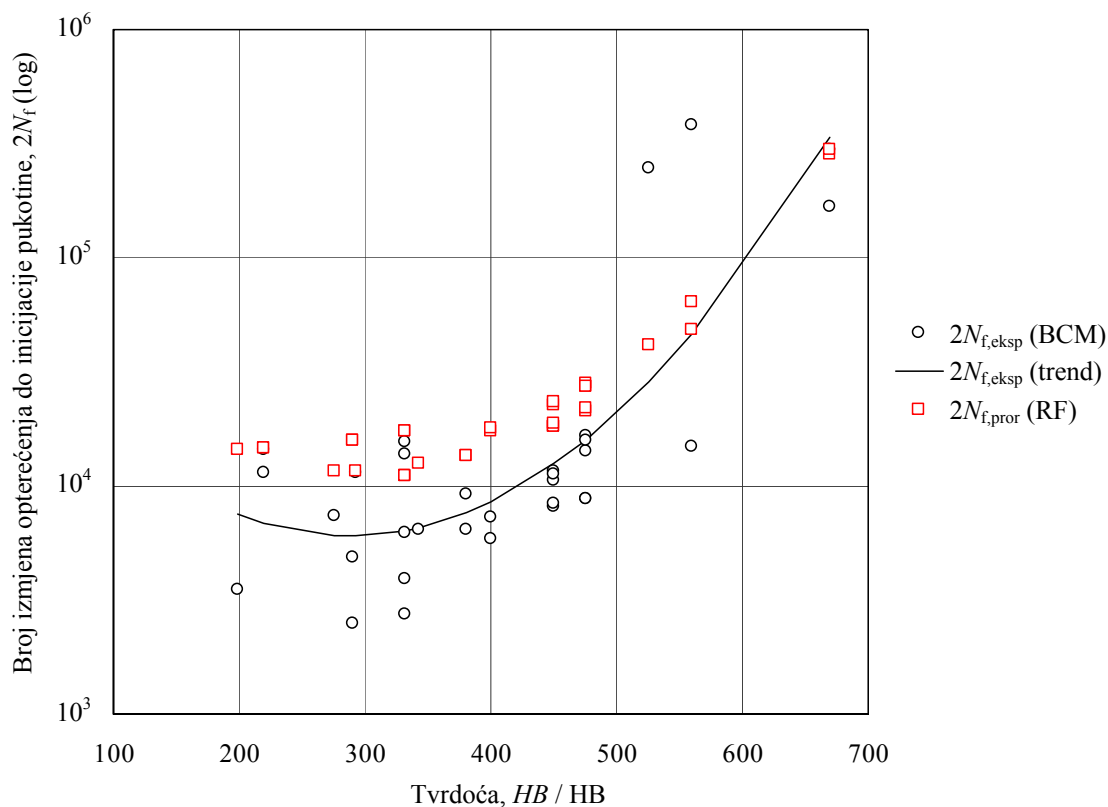
**Tablica 5.3** Regresijski koeficijenti funkcije  $\log(2N_f) = a(HB)^2 + b(HB) + c$

$\Delta\varepsilon/2$	$a$	$b$	$c$	$R^2$
0,0025	$-1,164 \cdot 10^{-5}$	0,0207	0,5401	0,852
0,005	$1,194 \cdot 10^{-5}$	-0,00687	4,771	0,654
0,009	$2,233 \cdot 10^{-6}$	-0,00439	4,258	0,552
0,015	$-7,538 \cdot 10^{-6}$	0,001504	2,997	0,738
0,02	$-8,812 \cdot 10^{-6}$	0,00213	2,722	0,718

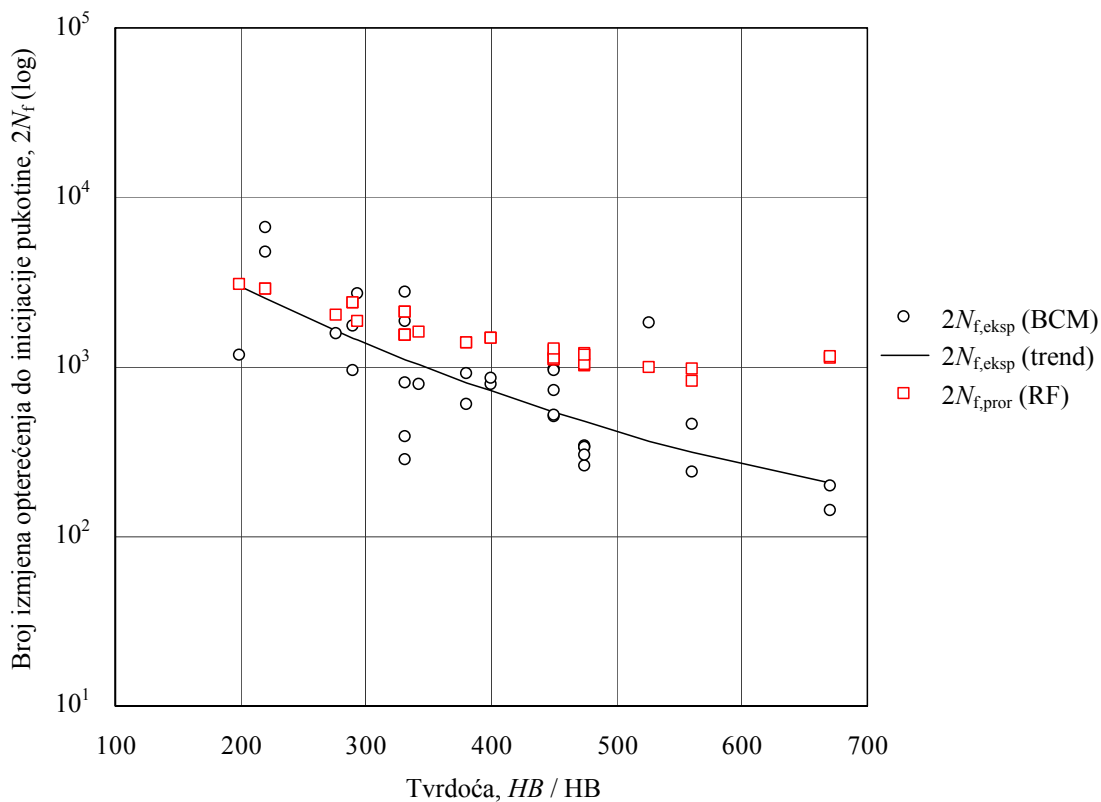
Rezultati  $2N_{f,eksp}$  i  $2N_{f,pror}$  dobiveni za vrijednost amplitude ukupne deformacije 0,25 %, 0,5 %, 0,9 %, 1,5 % i 2 % i njima pripadne krivulje definirane izrazom (5.24) i koeficijentima  $a$ ,  $b$  i  $c$  iz tablice 5.3, prikazani su u dijagramima na slikama 5.1 do 5.5.



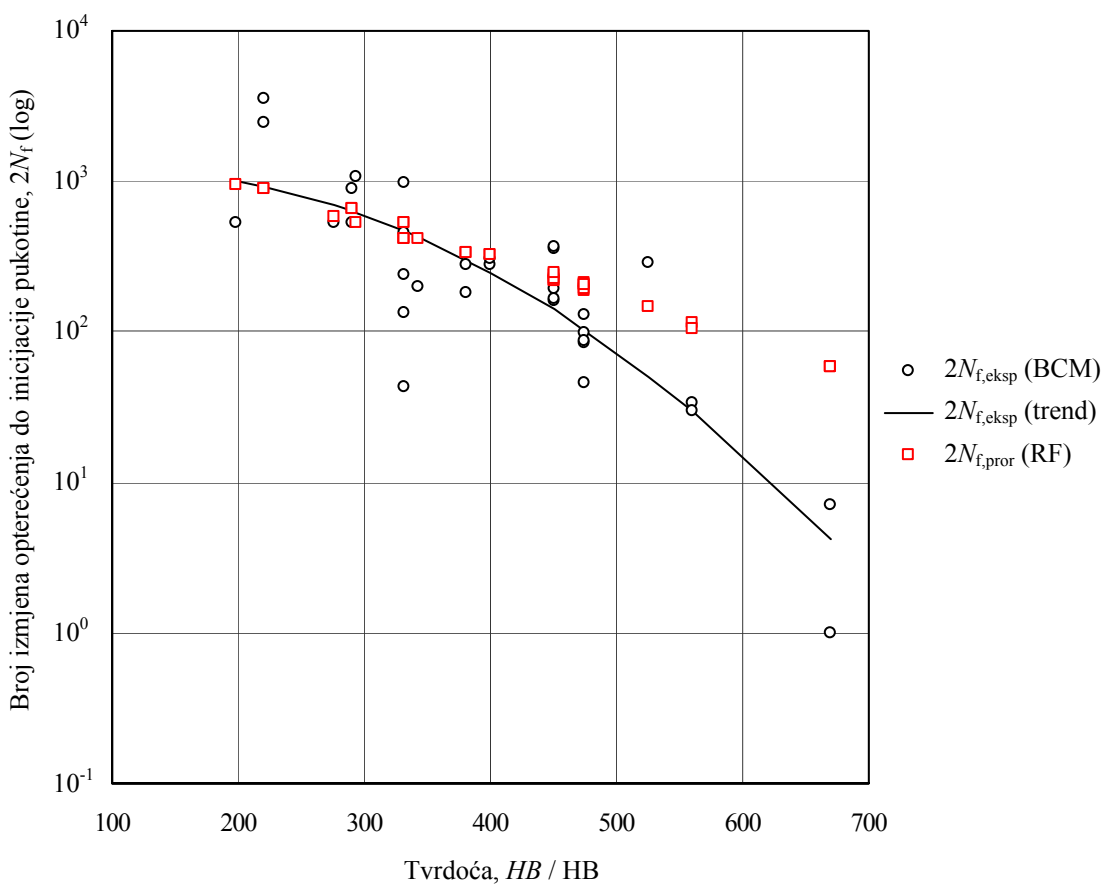
Slika 5.1 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,0025$



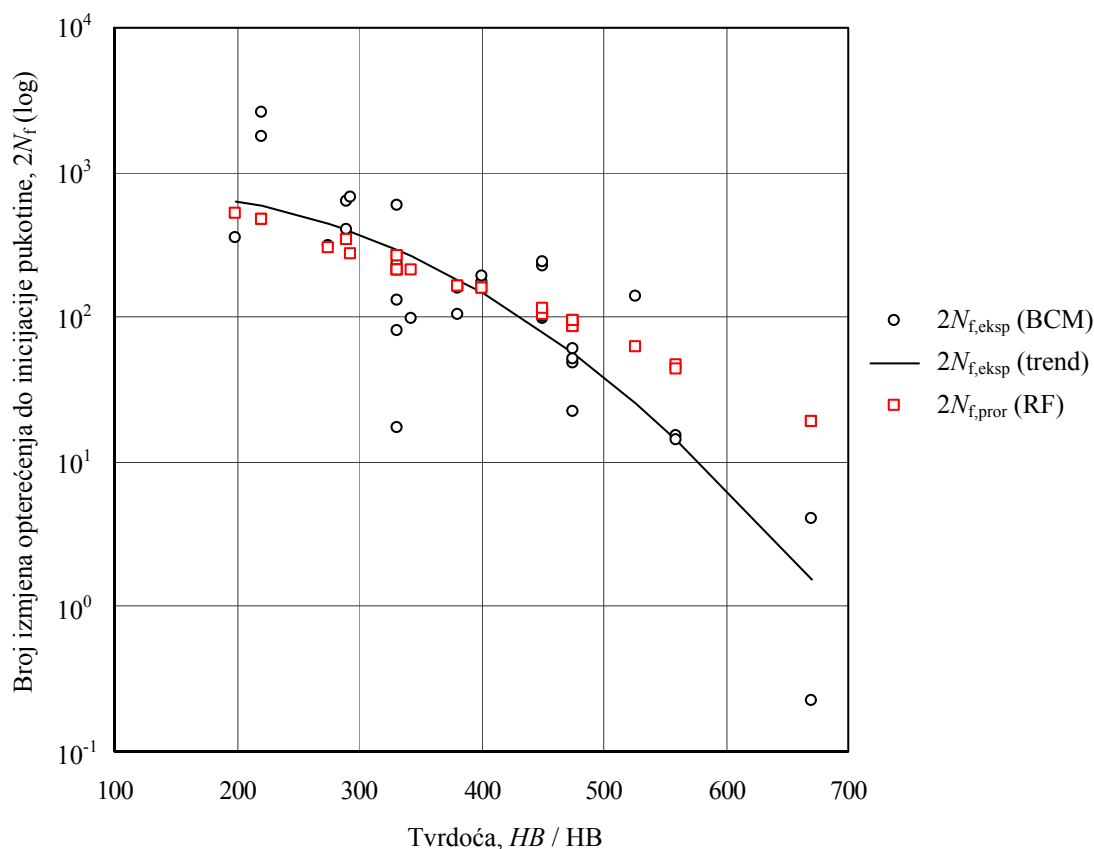
Slika 5.2 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,005$



Slika 5.3 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,009$



Slika 5.4 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,015$



**Slika 5.5** Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,02$

Za amplitudu ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2 = 0,25\%$  pri kojoj se trajnosti svih materijala nalaze u području visokocikličnog zamora, proračunate trajnosti relativno dobro prate trend definiran eksperimentalnim vrijednostima. Značajnija odstupanja primjetna su kod materijala tvrdoće niže od 300 HB kod kojih su trajnosti precijenjene i kod onih čija je tvrdoća viša od 400 HB, a kod kojih su trajnosti podcijenjene (slika 5.1).

Iako i dalje relativno dobro prate globalno kretanje eksperimentalnih vrijednosti, vrijednosti trajnosti proračunate za amplitudu deformacije  $\Delta\varepsilon/2 = 0,5\%$  primjetno premašuju eksperimentalne vrijednosti za sve materijale osim za one najviših tvrdoća (slika 5.2).

Povećanjem amplitude deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  na vrijednosti od 0,9% povećava se utjecaj amplitude plastične deformacije  $\Delta\varepsilon_p/2$  pa se vrijednosti trajnosti svih materijala nalaze u području niskocikličnog zamora materijala (slika 5.3). U tim uvjetima proračun je adekvatan za karakteriziranje ponašanja mekših materijala, ali se za materijale tvrdoća većih od 450 HB pokazuje izrazito nekonzervativnim. Isti trend primjetan je i kod većih amplituda deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  (1,5% i 2,0%), pa i kod njih za materijale viših tvrdoća proračunati brojevi izmjenjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_{f,pror}$  značajno odstupaju od referentnih, na osnovi eksperimenta određenih vrijednosti  $2N_{f,eksp}$ , pri čemu odstupanje kontinuirano i vrlo brzo raste s povećanjem tvrdoće (slika 5.4 i slika 5.5).

Radi usporedivosti s rezultatima evaluacija metode tvrdoće i drugih metoda provedenih u [85] i [87], valjanost metode tvrdoće formalno će se ustanoviti na osnovi kriterija predloženih u [87], kojima su definirani različiti pokazatelji kvalitete metode.

Kriterij greške (engl. *conventional error criterion*):

$$E_f(s=3) = \frac{\text{broj podataka unutar } \frac{1}{s} \leq \frac{2N_{f,\text{pror}}}{2N_{f,\text{eksp}}} \leq s}{\text{ukupni broj podataka}}, \quad (5.25)$$

Srednja vrijednost kriterija dobrote prilagodbe (engl. *goodness of fit criterion*) za pojedine materijale:

$$(E_a)_{\text{poj}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_a)_i, \quad (5.26)$$

$$(E_a)_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{(1-|\alpha_i|) + (1-|1-\beta_i|) + (1-|1-\alpha_i-\beta_i|) + (1-|1-R_i|)}{4} \right], \quad (5.27)$$

gdje su  $\alpha$  i  $\beta$  koeficijenti jednadžbe pravca

$$\log(2N_{f,\text{pror}}) = \alpha + \beta \log(2N_{f,\text{eksp}}) \quad (5.28)$$

dobivene metodom najmanjih kvadrata, a  $R$  koeficijent korelacije između  $\log(2N_{f,\text{eksp}})$  i  $\log(2N_{f,\text{pror}})$ .

Kriterij dobrote prilagodbe za sve materijale zajedno:

$$(E_a)_{\text{sve}} = \frac{(1-|\alpha_{\text{sve}}|) + (1-|1-\beta_{\text{sve}}|) + (1-|1-\alpha_{\text{sve}}-\beta_{\text{sve}}|) + (1-|1-R_{\text{sve}}|)}{4}. \quad (5.29)$$

Uz pretpostavku da je svaki od navedenih kriterija podjednako važan u [85] i [87] je kao sveobuhvatni pokazatelj valjanosti metode predložena njihova srednja vrijednost

$$\bar{E} = \frac{E_f(s=3) + (E_a)_{\text{sve}} + (E_a)_{\text{poj}}}{3}. \quad (5.30)$$

U svim dostupnim radovima, metode procjene zamornih parametara ocjenjivane su i međusobno uspoređivane samo na osnovi vrijednosti spomenutih pokazatelja proračunatih za veći broj materijala različitih tvrdoća i za amplitude deformacija koje u materijalima izazivaju i niskociklični i visokociklični zamor. Osnovni nedostatak takvog postupka je da se na taj način dobiva samo globalna i uprosječena informacija o valjanosti ispitivane metode. Osim toga, takvim pristupom otvara se i mogućnost da se pojedine greške međusobno ponište [87] i na taj način ostanu neotkrivene, što može dovesti do pogrešnih zaključaka.

Kako bi se izbjegla mogućnost pojave takvih grešaka i kako bi se s većom točnošću ustanovilo da li je metoda prikladna za procjenu parametara materijala za cjelokupni mogući raspon tvrdoća, kako u uvjetima niskocikličnog tako i visokocikličnog zamora materijala, vrijednosti pokazatelja  $E_f(s=3)$ ,  $(E_a)_{\text{sve}}$ ,  $(E_a)_{\text{poj}}$  i  $\bar{E}$  proračunate su posebno za sljedeće kombinacije tvrdoće materijala i amplitude ukupne deformacije  $\Delta\epsilon/2$ :

- materijali niske tvrdoće (< 400 HB) – visokociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,005$ )
- materijali niske tvrdoće (< 400 HB) – niskociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,007...0,02$ )
- materijali niske tvrdoće (< 400 HB) – sve amplitude deformacije ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,02$ )
- materijali visoke tvrdoće ( $\geq 400$  HB) – visokociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,005$ )
- materijali visoke tvrdoće ( $\geq 400$  HB) – niskociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,007...0,02$ )
- materijali visoke tvrdoće ( $\geq 400$  HB) – sve amplitude deformacije ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,02$ )
- svi materijali (199...670 HB) – visokociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,005$ )
- svi materijali (199...670 HB) – niskociklični zamor ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,007...0,02$ )
- svi materijali (199...670 HB) – sve amplitude deformacije ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,0015...0,02$ )

Standardni pokazatelji  $E_f(s=3)$ ,  $(E_a)_{sve}$ ,  $(E_a)_{poj}$  i  $\bar{E}$  proračunati za 10 različitih amplituda ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$ : 0,15 %, 0,20 %, 0,25 %, 0,35 %, 0,5 %, 0,7 %, 0,9 %, 1,2 %, 1,5 % i 2 % navedeni su u tablici 5.4. Njima su pridodane i vrijednosti pokazatelja  $E_f(s)$  određene za  $s=2, 5, 10, 10+$ , kako bi se ustanovio broj odnosno udio podataka za koje vrijednosti  $2N_{f,pror}$  proračunate metodom tvrdoće od onih proračunatih na osnovi eksperimenta  $2N_{f,eksp}$  odstupaju do 2, do 5, do 10 i više od 10 puta.

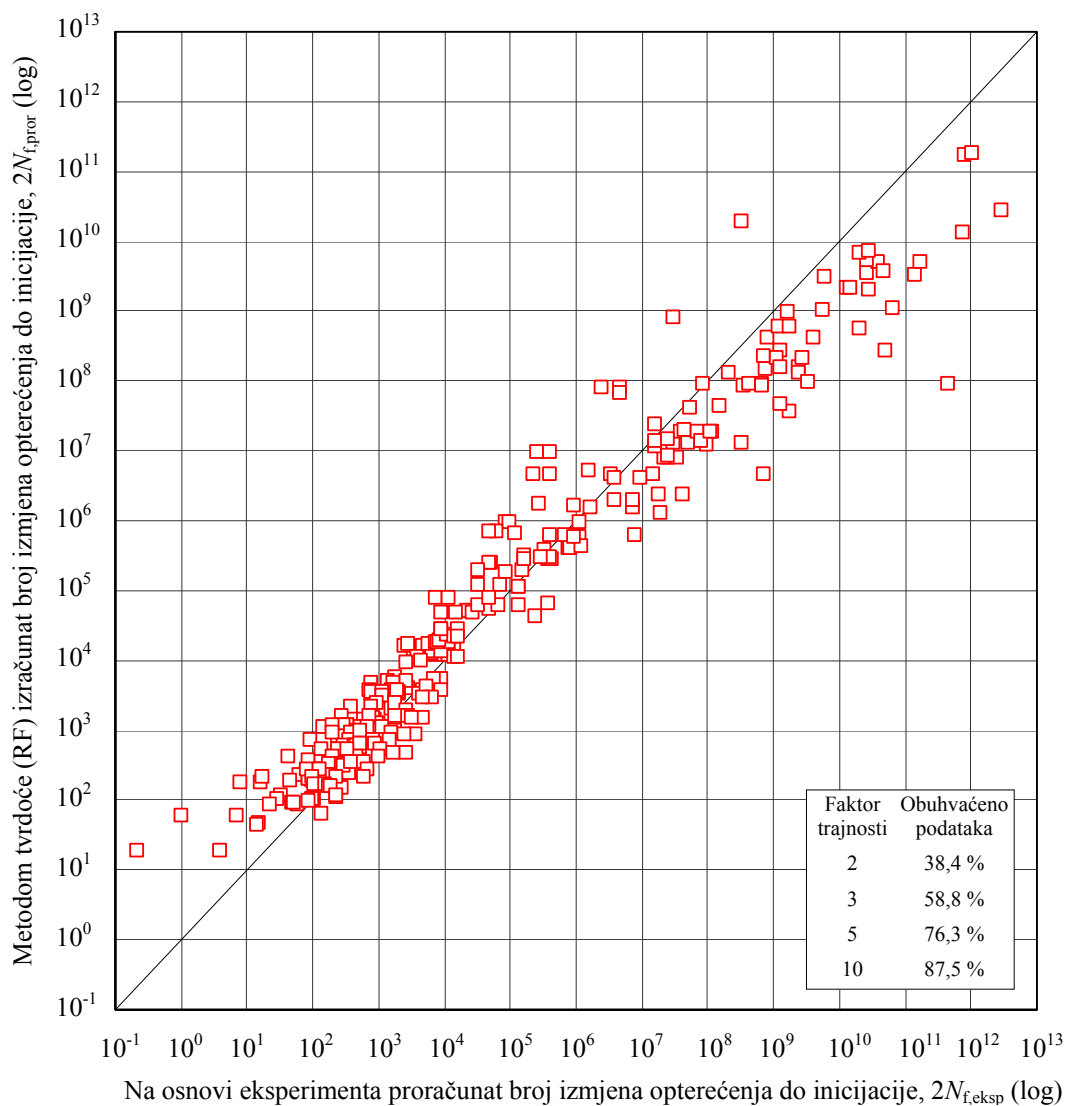
**Tablica 5.4** Pokazatelji  $E_f(s=2, 3, 5, 10, 10+)$ ,  $(E_a)_{sve}$ ,  $(E_a)_{poj}$  i  $\bar{E}$  proračunati za metodu tvrdoće

$\Delta\varepsilon/2$	Pokazatelj	< 400 HB	$\geq 400$ HB	199...670 HB
0,0015 0,002 0,0025 0,0035 0,005	$E_f(3)$	0,480	0,447	0,463
	$(E_a)_{sve}$	-0,080	0,408	0,208
	$(E_a)_{poj}$	0,235	0,564	0,410
	$\bar{E}$	0,211	0,473	0,360
	$E_f(2)$	0,373	0,271	0,319
	$E_f(5)$	0,613	0,612	0,613
	$E_f(10)$	0,760	0,800	0,781
	$E_f(10+)$	1,000	1,000	1,000
0,007 0,009 0,012 0,015 0,02	$E_f(3)$	0,787	0,647	0,713
	$(E_a)_{sve}$	0,241	0,446	0,391
	$(E_a)_{poj}$	0,340	0,571	0,463
	$\bar{E}$	0,456	0,555	0,522
	$E_f(2)$	0,467	0,435	0,450
	$E_f(5)$	0,907	0,918	0,913
	$E_f(10)$	0,987	0,953	0,969
	$E_f(10+)$	1,000	1,000	1,000

**Tablica 5.4** Pokazatelji  $E_f(s = 2, 3, 5, 10, 10+)$ ,  $(E_a)_{sve}$ ,  $(E_a)_{poj}$  i  $\bar{E}$  proračunati za metodu tvrdoće (nastavak)

$\Delta\varepsilon/2$	Pokazatelj	< 400 HB	$\geq 400$ HB	199...670 HB
0,0015	$E_f(3)$	0,633	0,547	0,588
0,002	$(E_a)_{sve}$	0,538	0,609	0,586
0,0025	$(E_a)_{poj}$	0,399	0,663	0,539
0,0035				
0,005	$\bar{E}$	0,523	0,606	0,571
0,007	$E_f(2)$	0,420	0,353	0,384
0,009	$E_f(5)$	0,760	0,765	0,763
0,012				
0,015	$E_f(10)$	0,873	0,876	0,875
0,020	$E_f(10+)$	1,000	1,000	1,000

Vrijednosti  $2N_{f,eksp}$  i  $2N_{f,pror}$  proračunate za sve materijale iz tablice 5.2 i za sve navedene amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  prikazane su i u dijagramu na slici 5.6.

**Slika 5.6** Odnos brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine određenih na osnovi eksperimenta  $2N_{f,eksp}$  i metodom tvrdoće  $2N_{f,pror}$



### 5.2.4 Ocjena metode

U [83] zaključeno je kako je metoda tvrdoće prikladna za procjenu i predviđanje trajnosti čelika tvrdoće u rasponu od 150 do 700 HB kako u području niskocikličnog tako i visokocikličnog zamora. Međutim, nakon primjene metode tvrdoće na podatke prikupljene za 32 različito toplinski obrađena čelika 42CrMo4 čijim je tvrdoćama prilično ujednačeno obuhvaćen raspon od 199 do 670 HB, uočena su određena odstupanja od navedene ocjene.

Osnovni problem predstavlja činjenica da, uzimajući u obzir sve ispitivane materijale, udio procijenjenih brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_{f,pror}$  koji od eksperimentalnih  $2N_{f,eksp}$  odstupaju do 3 puta iznosi relativno skromnih i nezadovoljavajućih 58,8 % te da ni u okviru odstupanja od 5 puta broj obuhvaćenih podataka ne prelazi 80 % (76,3 %). Pored toga, iz dijagrama na slikama 5.1 do 5.5 uočljivo je značajno precjenjivanje trajnosti materijala tvrdoće iznad 400...450 HB i to posebice u području niskocikličnog zamora. Pritom je iz dijagrama na slikama 5.3 do 5.5 razvidno da nije riječ o odstupanjima zbog rasapa eksperimentalnih podataka, već je riječ o nemogućnosti metode da uspješno okarakterizira ponašanje ispitivanog čelika 42CrMo4 u tom području. Spomenuti nedostatak potvrđuju i vrijednosti pokazatelja  $E_f$  i  $(E_a)_{sve}$  (tablica 5.4) proračunate za grupu materijala s tvrdoćom nižom od 400 HB, a koje su znatno bolje od onih proračunatih za materijale tvrdoće više od 400 HB kod kojih primjerice, tek 57,3 % proračunatih trajnosti  $2N_{f,pror}$  od eksperimentalnih vrijednosti  $2N_{f,eksp}$  odstupa do 3 puta.

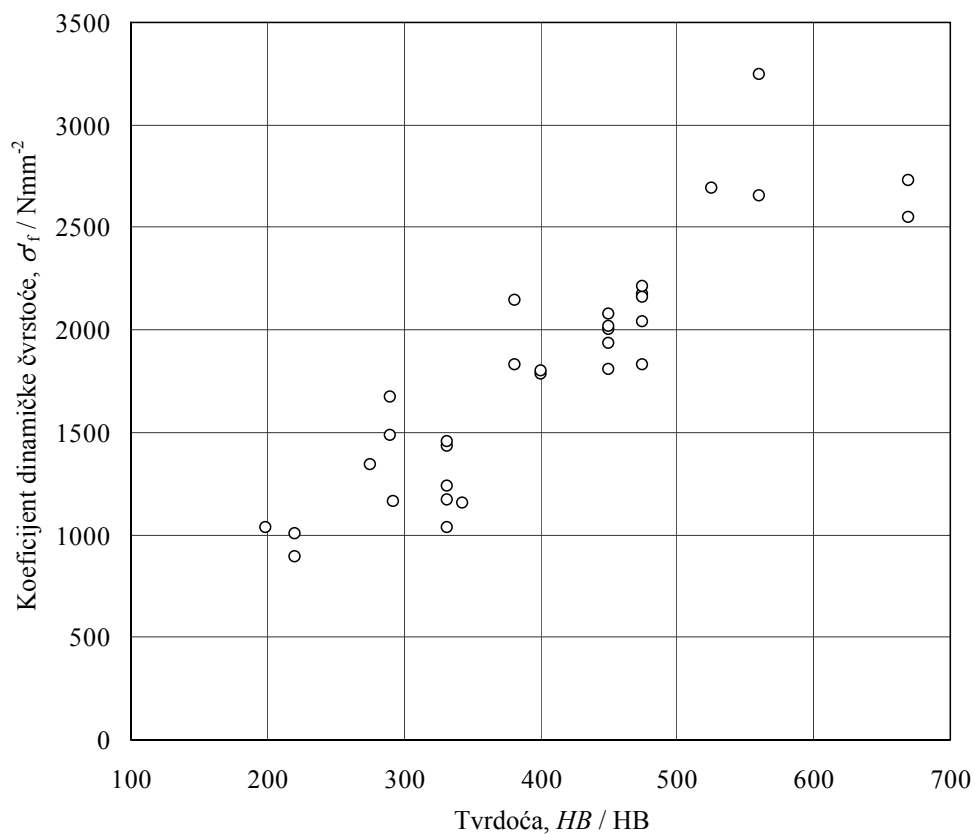
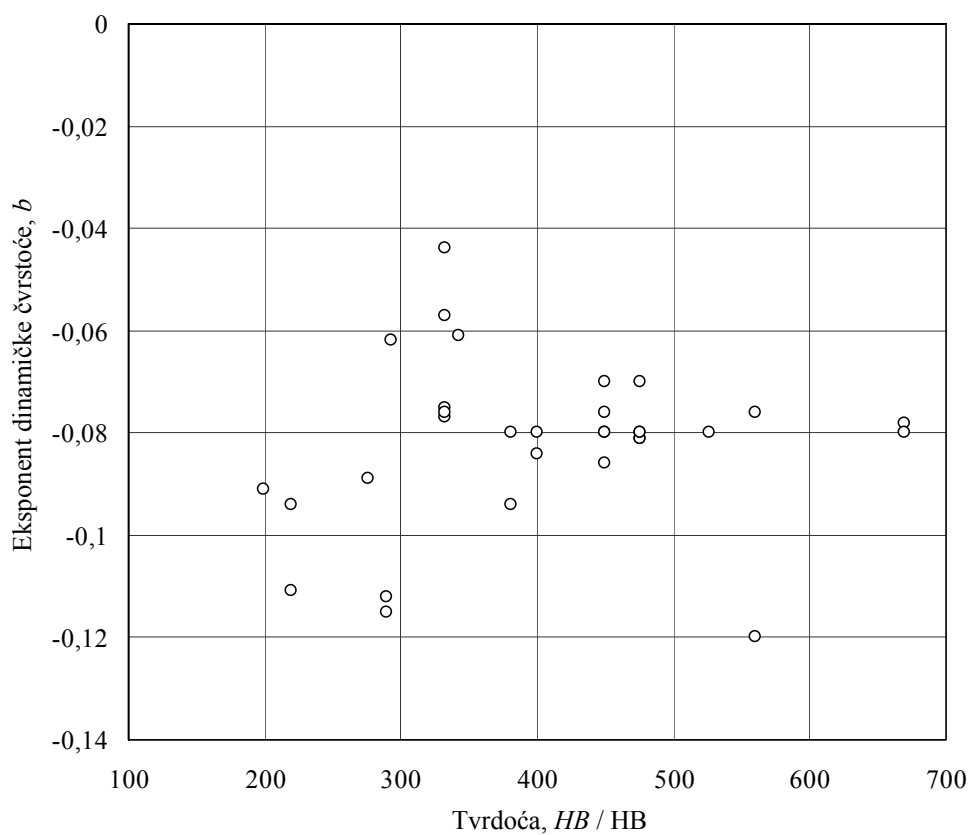
Na osnovi navedenog, može se zaključiti kako metoda tvrdoće i pored svoje praktičnosti nije u dovoljnoj mjeri prihvatljiva za procjenu zamornih značajki i predviđanje trajnosti poboljšanog materijala 42CrMo4 u cjelokupnom rasponu tvrdoća koje je njegovom toplinskom obradom moguće postići.

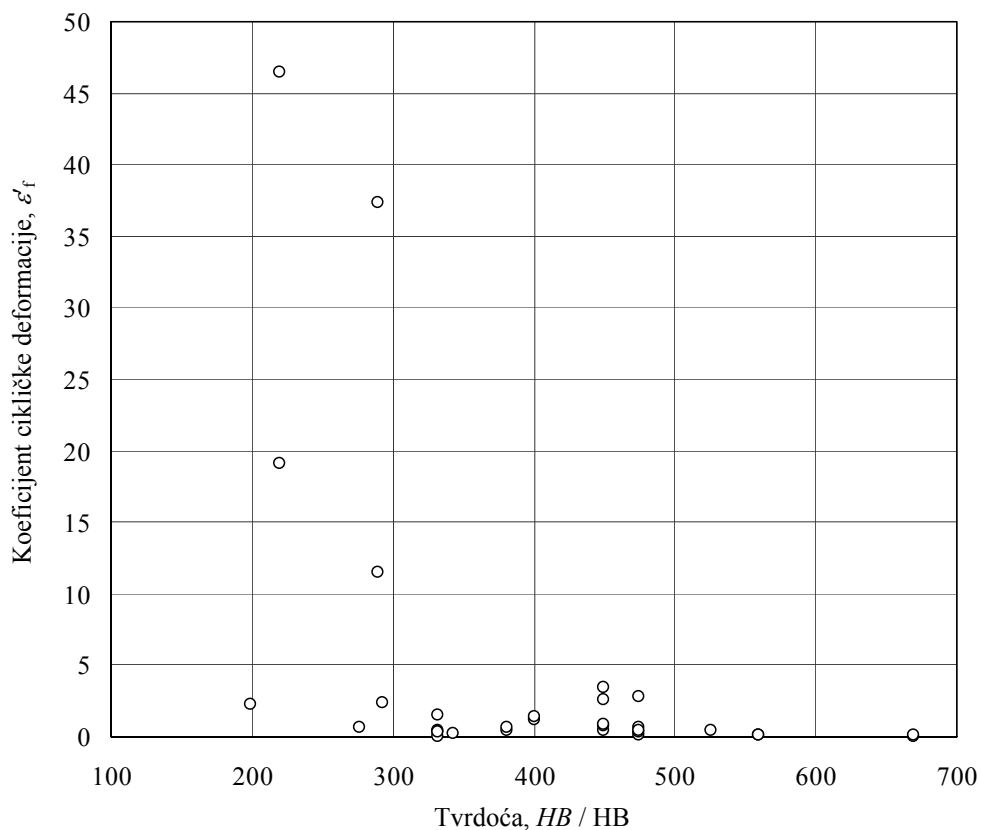
## 5.3 Novi pristup procjeni zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotonih parametara

Basquin-Coffin-Mansonov izraz (3.5) nastao je kao rezultat praktičnih nastojanja da se utvrdi povezanost vrijednosti amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  i eksperimentalno određenih brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  i kao takav je u potpunosti empirijski. Zamorni parametri  $\sigma_f'$  i  $b$  odnosno  $\varepsilon_f'$  i  $c$  koji definiraju tu zavisnost također su empirijske prirode, a budući im se vrijednosti određuju nelinearnom regresijom, u značajnoj mjeri ovise o kvaliteti i preciznosti izvedene regresijske analize te broju i kvaliteti eksperimentalnih podataka [83], [84]. Iako u literaturi često bivaju tretirani i prikazivani kao materijalne značajke, treba naglasiti da su oni ipak fenomenološke veličine bez stvarnog fizikalnog značenja.

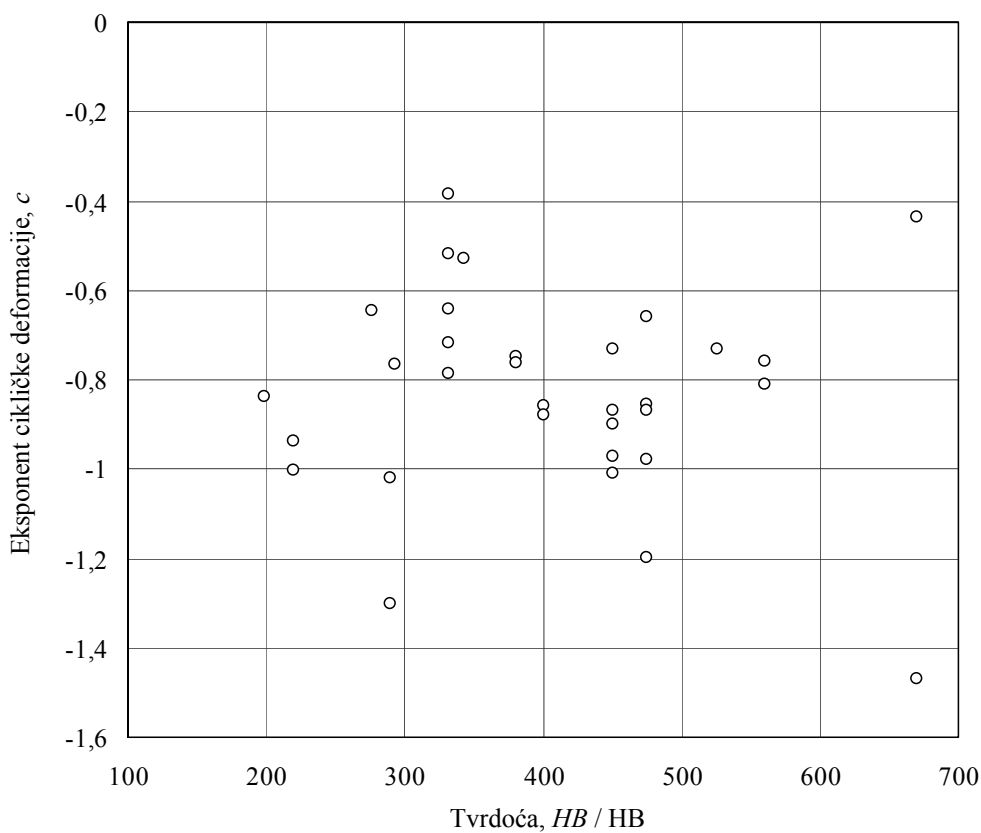
Uobičajen pristup procjeni zamornih parametara podrazumijeva međusobno nezavisno povezivanje na osnovi eksperimenata utvrđenih pojedinih zamornih parametara  $\sigma_f'$ ,  $b$ ,  $\varepsilon_f'$  i  $c$  s monotonim značajkama materijala  $R_m$ ,  $E$  odnosno s tvrdoćom. Međutim, slaba koreliranost spomenutih zamornih i monotonih parametara materijala otežava pronalaženje funkcijske međuzavisnosti kojom bi njihovu povezanost bilo moguće prikladno opisati. Činjenica da se zbog toga pojedinim zamornim parametrima pridaju konstantne vrijednosti, dokaz je više neadekvatnosti i nedostatnosti takvog pristupa.

Uz iznimku  $\sigma_f'$ , spomenuta, gotovo nikakva povezanost izvornih zamornih parametara ( $b$ ,  $\varepsilon_f'$  i  $c$ ) i tvrdoće  $HB$  odnosno vlačne čvrstoće  $R_m$  ispitivanih materijala 42CrMo4 jasno je vidljiva iz dijagrama  $\sigma_f' - HB$ ,  $b - HB$ ,  $\varepsilon_f' - HB$  i  $c - HB$  odnosno  $\sigma_f' - R_m$ ,  $b - R_m$ ,  $\varepsilon_f' - R_m$  i  $c - R_m$  na slikama 5.7. do 5.14.

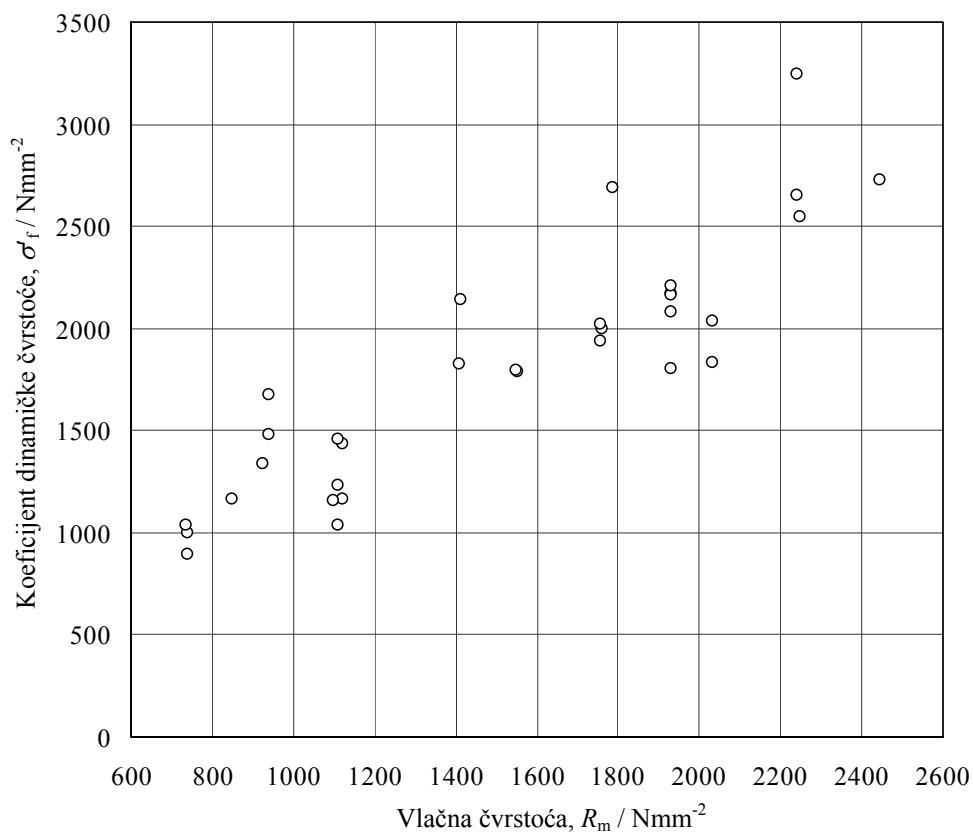
Slika 5.7 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $\sigma_f$  i Brinellove tvrdoće  $HB$ Slika 5.8 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $b$  i Brinellove tvrdoće  $HB$



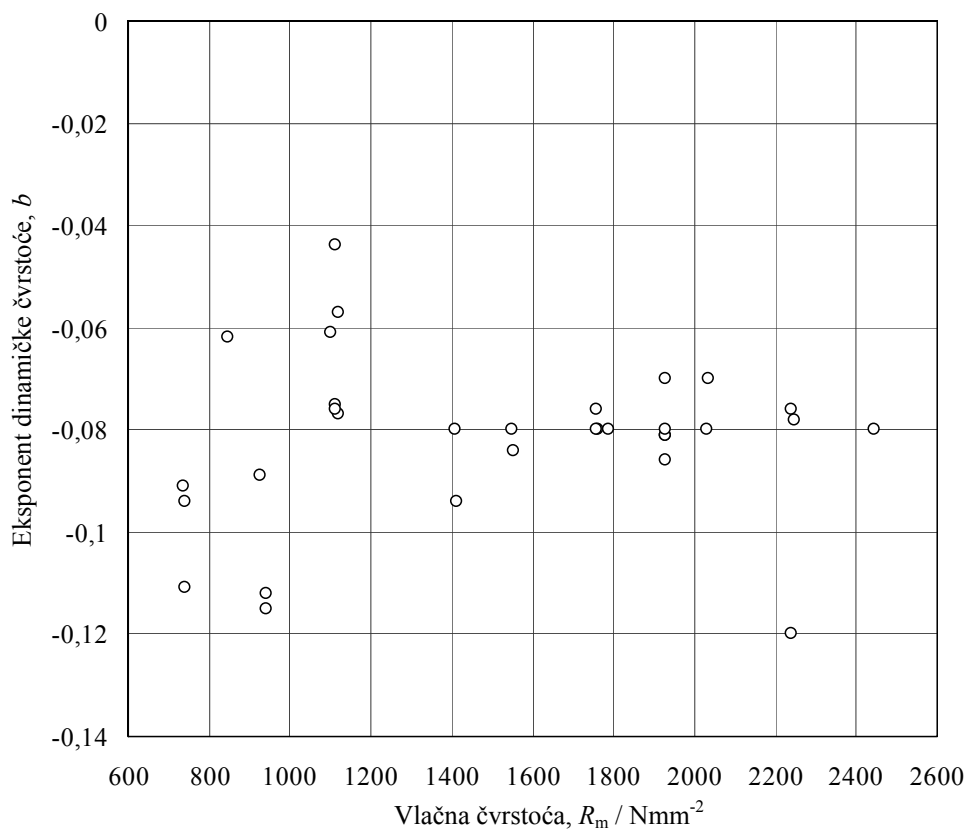
Slika 5.9 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $\epsilon_f$  i Brinellove tvrdoće  $HB$



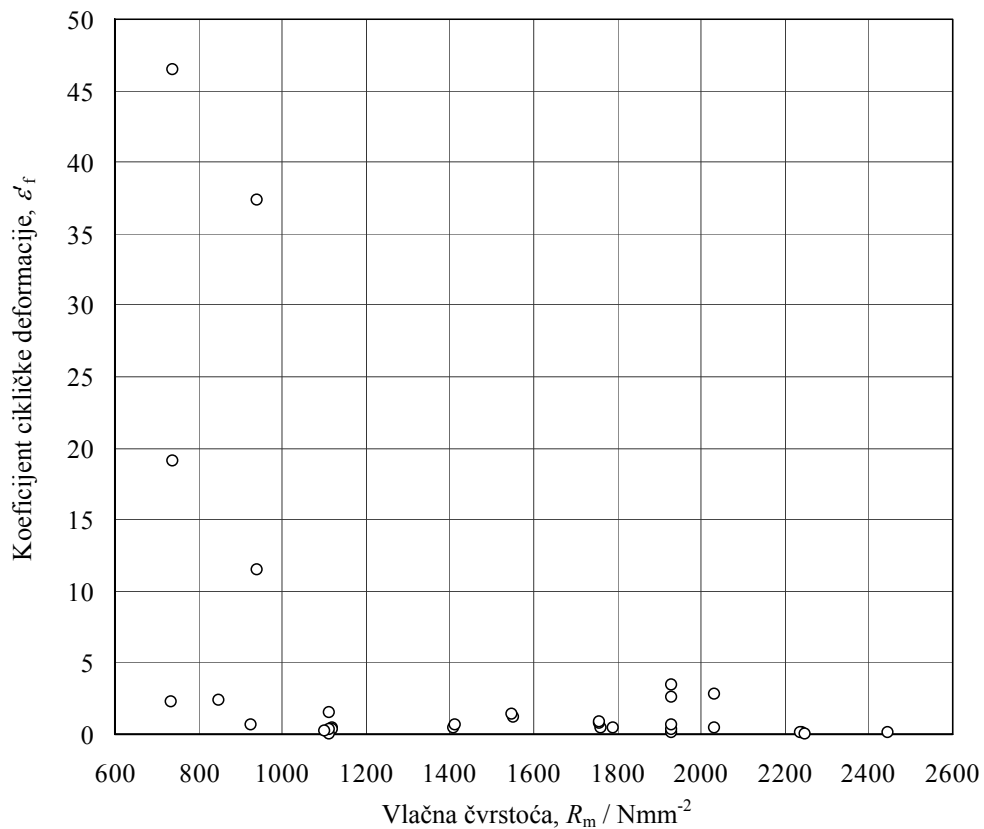
Slika 5.10 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $c$  i Brinellove tvrdoće  $HB$



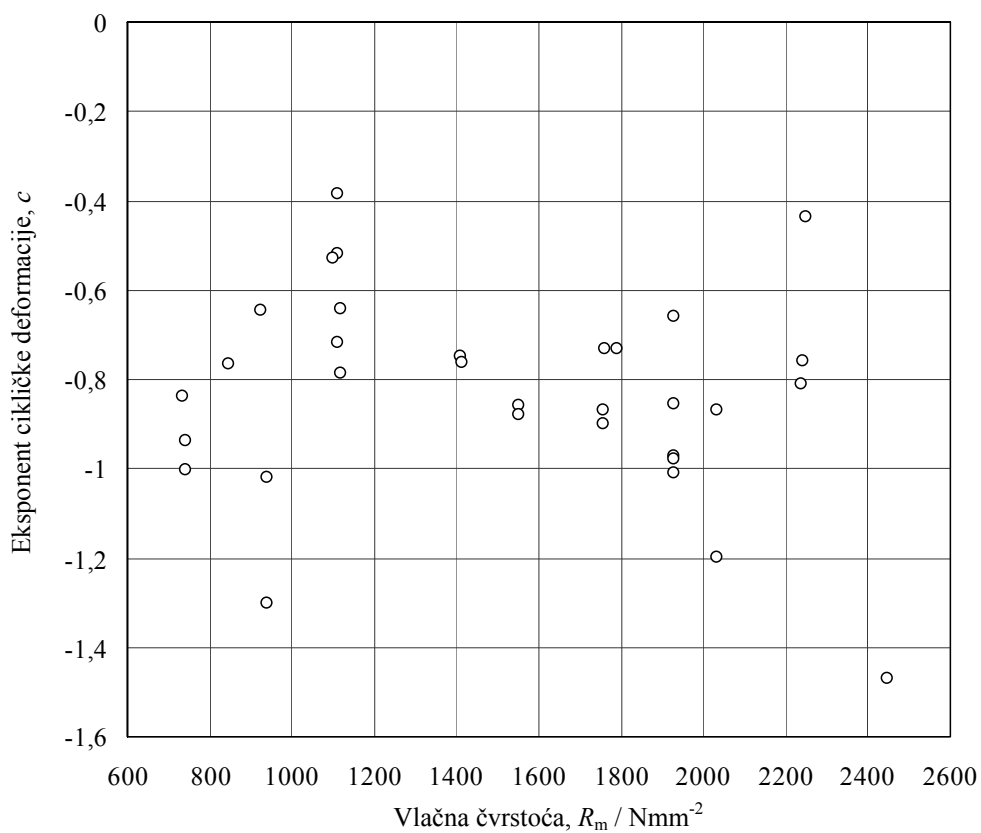
Slika 5.11 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $\sigma_f'$  i vlačne čvrstoće  $R_m$



Slika 5.12 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $b$  i vlačne čvrstoće  $R_m$



Slika 5.13 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $\epsilon_f$  i vlačne čvrstoće  $R_m$



Slika 5.14 Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti  $c$  i vlačne čvrstoće  $R_m$

Zbog evidentno loše izravne povezanosti BCM (Basquin-Coffin-Mansonovih) zamornih parametara s Brinellovom tvrdoćom  $HB$  odnosno vlačnom čvrstoćom  $R_m$  čelika 42CrMo4, te ustanovljenih manjkavosti u postojećim metodama koje se na njoj zasnivaju, predlaže se novi pristup procjenjivanju vrijednosti zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotonih parametara. Trajnost materijala se u pristupu temeljenom na deformaciji definira vezom između  $\Delta\varepsilon/2$  i  $2N_f$ . Zbog toga bi se i procjenjivanje vrijednosti BCM zamornih parametara trebalo temeljiti upravo na detaljnoj analizi veze između  $\Delta\varepsilon/2$  i  $2N_f$ . U skladu s tim, predlaže se da se na osnovi utvrđene veze između odnosa  $(\Delta\varepsilon/2 - 2N_f)$  i odabranog monotonog parametra  $M_P$  pojedinih materijala, za svaku vrijednost monotonog parametra  $M_P$  odrede nove vrijednosti BCM zamornih parametara  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  i  $c$ . Na osnovi tih novih vrijednosti BCM parametara tada se određuju funkcije  $\sigma'_f = \sigma'_f(M_P)$ ,  $b = b(M_P)$ ,  $\varepsilon'_f = \varepsilon'_f(M_P)$  i  $c = c(M_P)$  kojima se veza između  $(\Delta\varepsilon/2 - 2N_f)$  i  $M_P$  može dobro opisati.

#### 5.4 Prijedlog postupka određivanja izraza za proračunavanje zamornih parametara materijala na osnovi njegove tvrdoće

Primjenom predloženog pristupa razvijen je postupak određivanja izraza za proračunavanje BCM zamornih parametara materijala na osnovi njegove tvrdoće. Postupak obuhvaća sljedeće korake:

1. Primjenom izraza

$$2N_{f,e} = \left( \frac{E \frac{\Delta\varepsilon_e}{2}}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (5.31)$$

$$2N_{f,p} = \left( \frac{\frac{\Delta\varepsilon_p}{2}}{\varepsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (5.32)$$

u koje se uvrštavaju eksperimentalne vrijednosti zamornih parametara  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  i  $c$  svakog materijala, za niz amplituda elastične deformacije  $\Delta\varepsilon_e/2$  i plastične deformacije  $\Delta\varepsilon_p/2$  proračunavaju se brojevi izmjena opterećenja  $2N_{f,e}$  i  $2N_{f,p}$

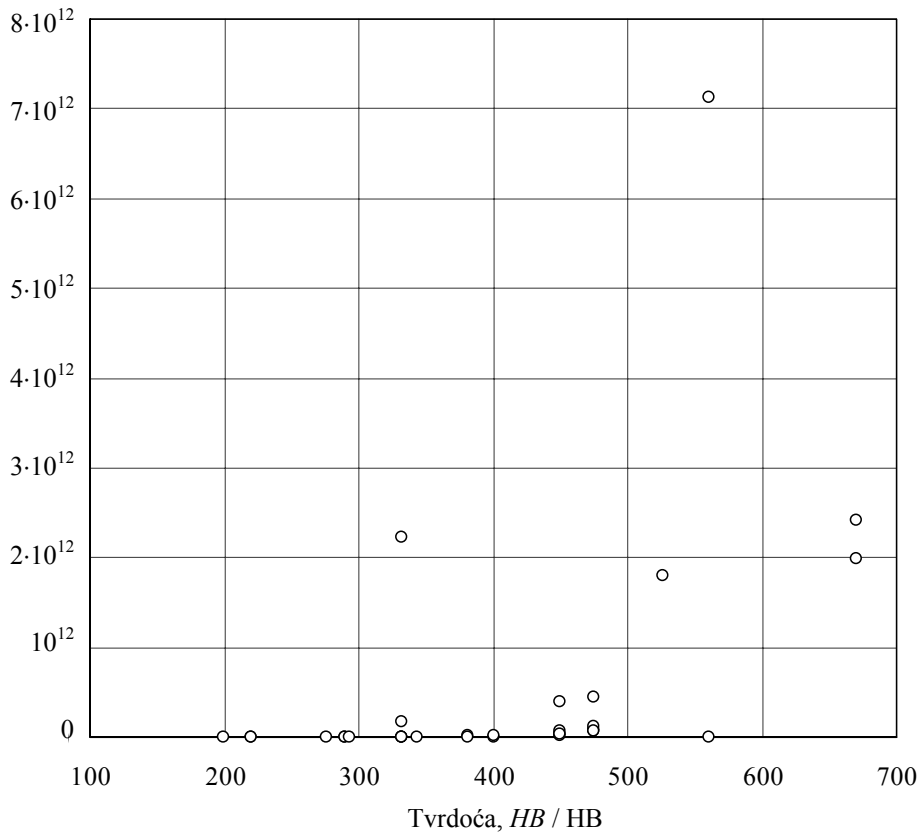
2. Za svaki od nizova vrijednosti  $2N_{f,e}$  i  $2N_{f,p}$  proračunatih za pojedine vrijednosti  $\Delta\varepsilon_e/2$  odnosno  $\Delta\varepsilon_p/2$ , nelinearnom regresijom bez korištenja težinskih faktora ustanovljavaju se funkcijske zavisnosti

$$\log_{m_1}(2N_{f,e}) = f_1(HB) \quad (5.33)$$

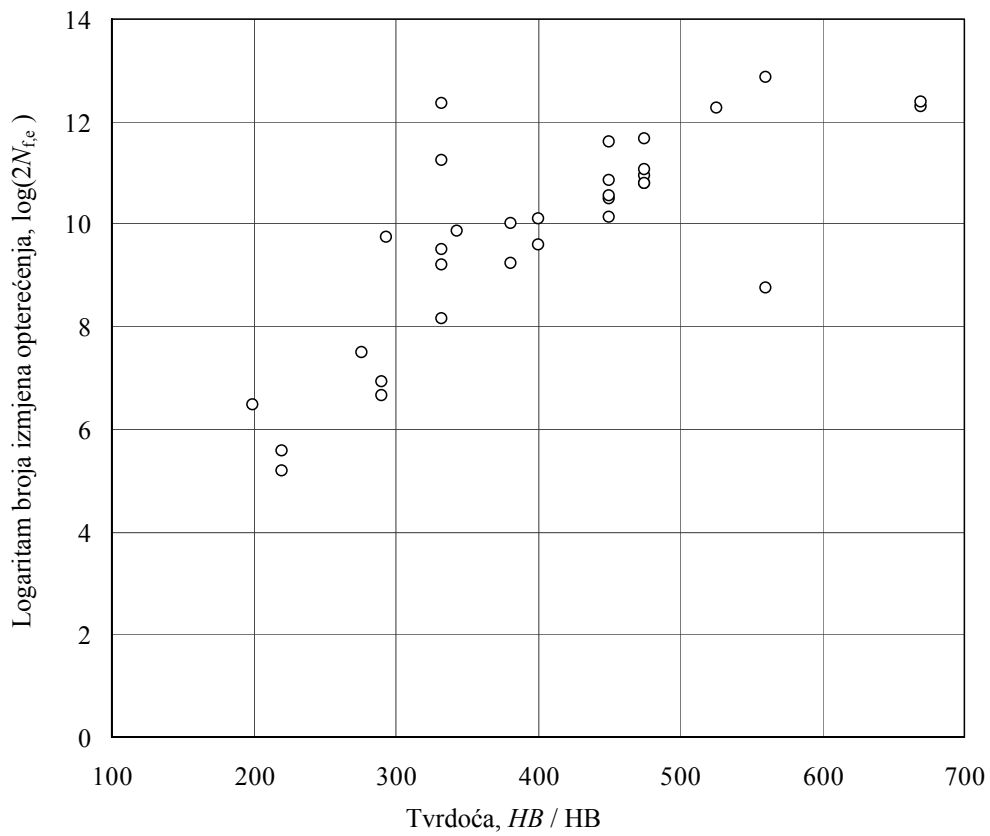
$$\log_{m_2}(2N_{f,p}) = f_2(HB) \quad (5.34)$$

i to za svaku od vrijednosti amplituda deformacije  $\Delta\varepsilon_e/2$  odnosno  $\Delta\varepsilon_p/2$ .

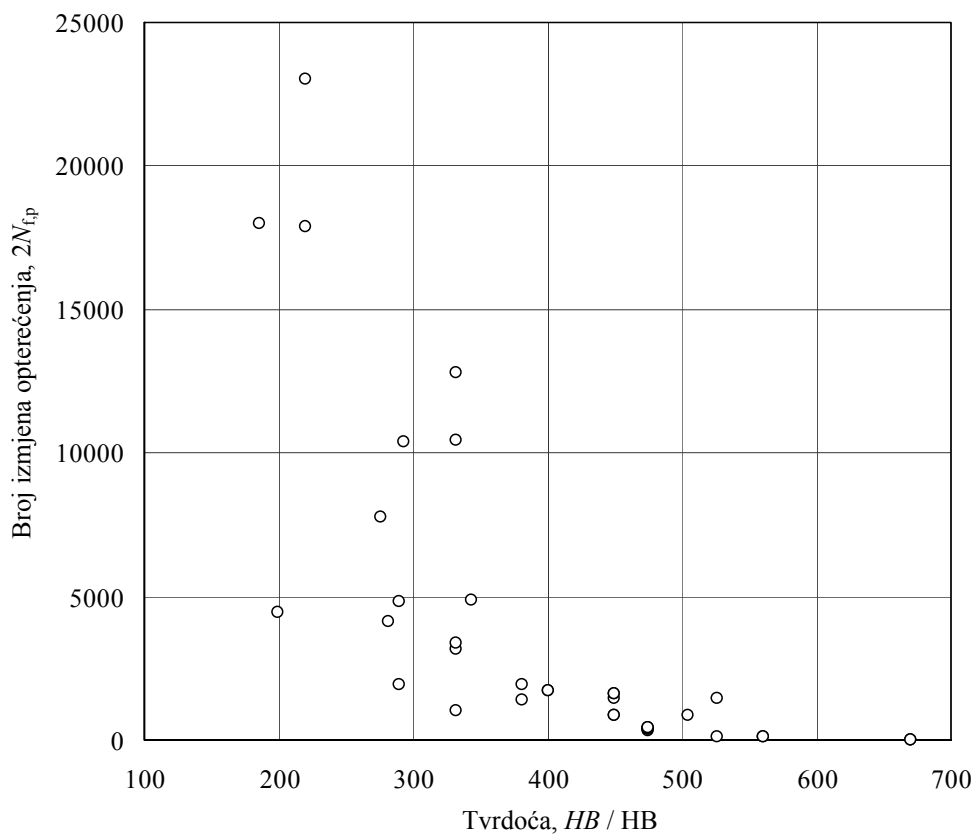
Ovisno o eksperimentalnim vrijednostima BCM zamornih parametara, proračunati brojevi izmjena opterećenja  $2N_{f,e}$  i  $2N_{f,p}$  mogu značajno varirati te se međusobno razlikovati i za nekoliko redova veličine što uvelike otežava određivanje njihove međusobne funkcijske zavisnosti. Njihovim logaritmiranjem značajno se umanjuje utjecaj pojedinačnih ekstrema odnosno tzv. *outliera* (slike 5.15, 5.16, 5.17 i 5.18).



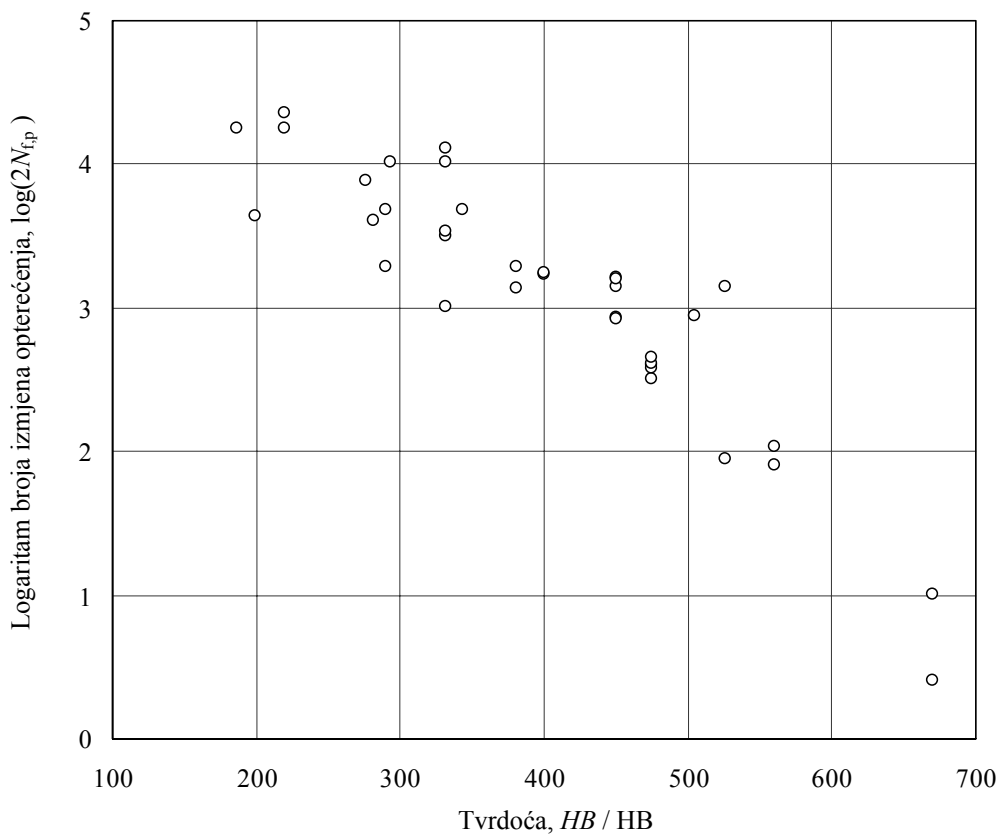
Slika 5.15 Eksperimentalni brojevi izmjena opterećenja  $2N_{f,e}$  određeni za vrijednost amplitude elastične deformacije  $\Delta\varepsilon_c/2=0,0014$



Slika 5.16 Logaritmi eksperimentalnih brojeva izmjena opterećenja  $2N_{f,e}$  određenih za vrijednost amplitude elastične deformacije  $\Delta\varepsilon_c/2=0,0014$



Slika 5.17 Eksperimentalni brojevi izmjena opterećenja  $2N_{f,p}$  određeni za vrijednost amplitude plastične deformacije  $\Delta\epsilon_p/2=0,002$



Slika 5.18 Logaritmi eksperimentalnih brojeva izmjena opterećenja  $2N_{f,p}$  određenih za vrijednost amplitude plastične deformacije  $\Delta\epsilon_p/2=0,002$



3. Za niz vrijednosti tvrdoća pravilno raspoređenih unutar raspona definiranog izvornim podacima i za svaku od pojedinih vrijednosti  $\Delta\varepsilon_e/2$  odnosno  $\Delta\varepsilon_p/2$ , primjenom izraza

$$2N_{f,e} = m_1^{f_1(HB)} \quad (5.35)$$

i

$$2N_{f,p} = m_2^{f_2(HB)} \quad (5.36)$$

proračunavaju se njima pripadne vrijednosti  $2N_{f,e}$  odnosno  $2N_{f,p}$

4. Na osnovi nizova parova vrijednosti  $(2N_{f,e}, \Delta\varepsilon_e/2)$  odnosno  $(2N_{f,p}, \Delta\varepsilon_p/2)$ , za svaku vrijednost tvrdoće odnosno njome definiran materijal, nelinearnom regresijom bez korištenja težinskih faktora ustanovljavaju se veze između između  $2N_{f,e}$  i  $\Delta\varepsilon_e/2$  odnosno  $2N_{f,p}$  i  $\Delta\varepsilon_p/2$ . Budući da se u proračunima trajnosti amplitude deformacije  $\Delta\varepsilon_e/2$  i  $\Delta\varepsilon_p/2$  češće pojavljuju kao nezavisne varijable [77], spomenute veze prikladno je opisati izrazima dobivenim transformacijom izraza (5.31) i (5.32)

$$2N_{f,e} = \left( \frac{\sigma'_f}{E} \right)^{\frac{1}{b}} \left( \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} \right)^{\frac{1}{b}} = a_1 \left( \frac{\Delta\varepsilon_e}{2} \right)^{b_1} \quad (5.37)$$

i

$$2N_{f,p} = (\varepsilon'_f)^{\frac{1}{c}} \left( \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \right)^{\frac{1}{c}} = a_2 \left( \frac{\Delta\varepsilon_p}{2} \right)^{b_2} \quad (5.38)$$

5. Uvrštavanjem regresijski određenih vrijednosti koeficijenata  $a_1, b_1$  i eksponenata  $a_2, b_2$  u izraze

$$\frac{\sigma'_f}{E} = a_1^{\frac{1}{b_1}}, \quad (5.39)$$

$$b = \frac{1}{b_1}, \quad (5.40)$$

$$\varepsilon'_f = a_2^{\frac{1}{b_2}} \quad (5.41)$$

i

$$c = \frac{1}{b_2} \quad (5.42)$$

za svaku se vrijednost tvrdoće odnosno njome određen materijal određuju nove vrijednosti BCM zamornih parametara  $\sigma'_f, b, \varepsilon'_f$  i  $c$ .

6. Budući da su proračunom opisanim u prethodnoj fazi sa svakom od vrijednosti tvrdoće povezane vrijednosti zamornih parametara  $\sigma'_f, b, \varepsilon'_f$  i  $c$ , primjenom nelinearne regresije bez težinskog faktora određuju se funkcije  $\sigma'_f = \sigma'_f(HB)$ ,  $b = b(HB)$ ,  $\varepsilon'_f = \varepsilon'_f(HB)$  i  $c = c(HB)$ . Na osnovi tako dobivenih funkcija moguće je procijeniti vrijednost svakog od spomenutih zamornih parametara za bilo koju tvrdoću materijala.

Kako bi vrijednosti zamornih parametara procijenjene predloženim postupkom bile pouzdane, broj prethodno eksperimentalno karakteriziranih materijala odnosno broj podataka uključenih u analizu mora biti dovoljno velik. U suprotnom, pojedinačne ekstremne vrijednosti mogu u prevelikoj mjeri utjecati na rezultate.

Ekstrapoliranje vrijednosti zamornih parametara odnosno procjenjivanje njihovih vrijednosti za tvrdoće izvan raspona pokrivenog izvorno raspoloživim podacima treba izbjegavati. Osim toga, treba imati na umu da do slične situacije može dovesti i premali broj podataka u pojedinim područjima tvrdoće, posebice prema krajevima analiziranog raspona tvrdoće, što treba spriječiti uvođenjem dodatnih podataka u analizu.

## 5.5 Verifikacija predloženim postupkom razvijenih izraza za procjenu zamornih parametara čelika 42CrMo4 na osnovi njegove tvrdoće

Predloženi postupak primijenjen je na Basquin-Coffin-Mansonove parametre ukupno 32 čelika 42CrMo4 čije su eksperimentalno dobivene vrijednosti bile dostupne iz literature (tablica 5.2). Na taj način su dobiveni sljedeći izrazi za procjenu vrijednosti Basquin-Coffin-Mansonovih parametara normaliziranog, poboljšanog ili kaljenog čelika 42CrMo4 na osnovi njegove tvrdoće:

$$\frac{\sigma'_f}{E} = 10^{-4 \left( -\frac{HB^2}{12981} + \frac{HB}{12,59} + 5,919 \right) b}, \quad (5.43)$$

$$b = \frac{1}{\frac{HB^2}{26781} - \frac{HB}{31,056} - 6,3}, \quad (5.44)$$

$$\varepsilon'_f = 10^{-4 \left( -\frac{HB^2}{132520} - \frac{HB}{1951,7} + 6,403 \right) c}, \quad (5.45)$$

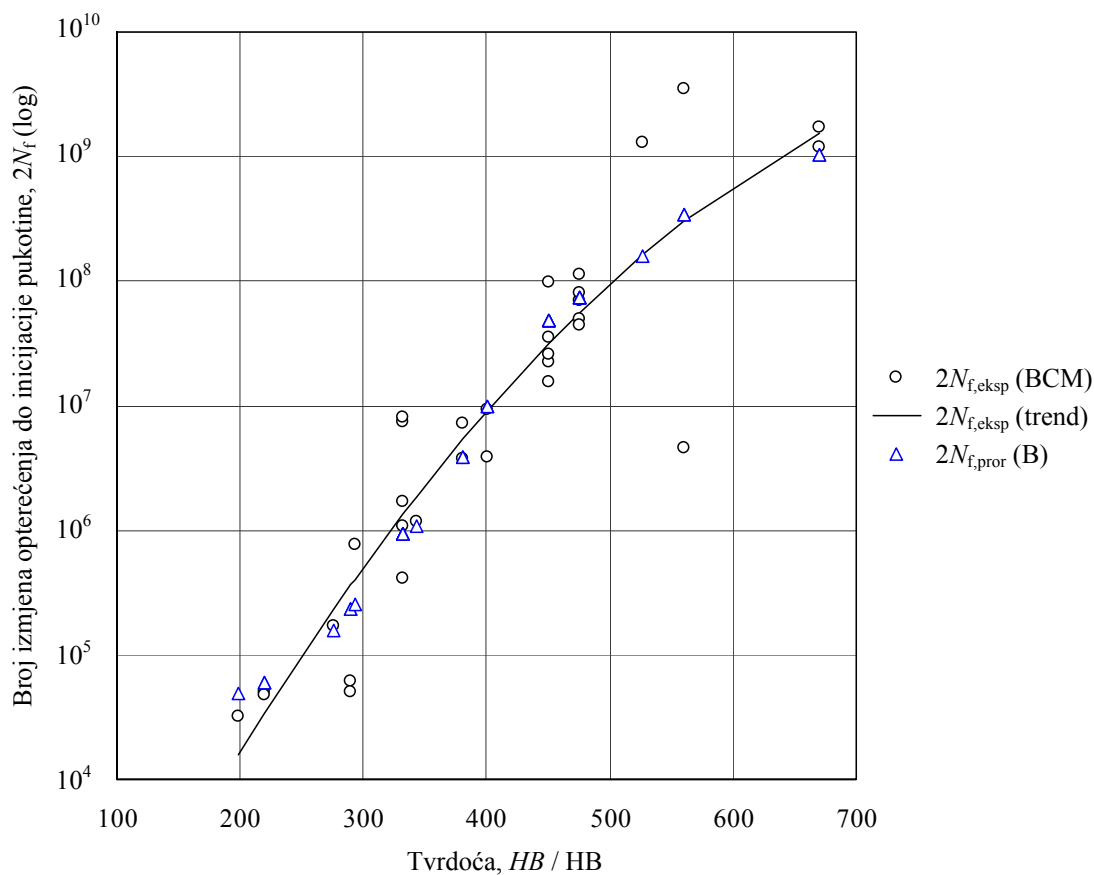
$$c = \frac{1}{-\frac{HB^2}{328103} + \frac{HB}{356} - 1,955}. \quad (5.46)$$

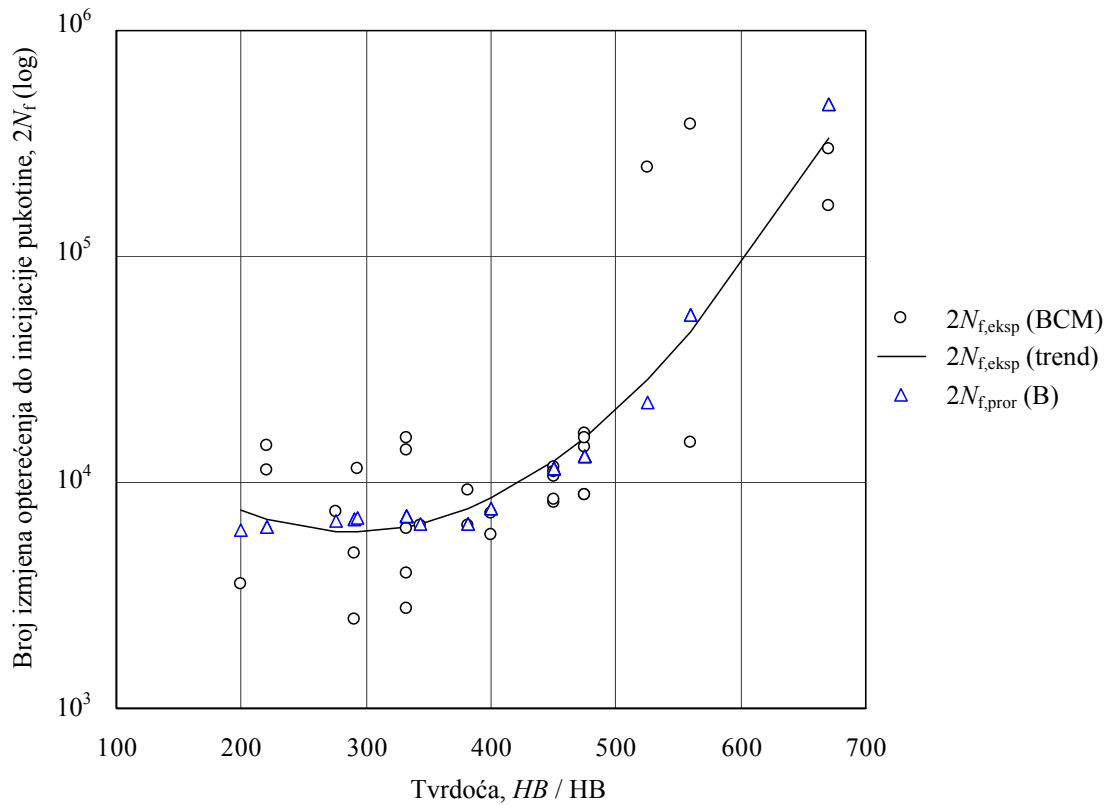
Predloženim izrazima procijenjene vrijednosti BCM zamornih parametara za sve materijale navedene su u tablici 5.5, pri čemu su vrijednosti proračunate za materijale iste tvrdoće navedene samo jednom.

Izrazom (3.5) su na osnovi vrijednosti parametara  $\sigma'_f/E$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$ ,  $c$  proračunatih po novoj proceduri i navedenih u tablici 5.5, za deset različitih amplituda ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$ : 0,15 %, 0,20 %, 0,25 %, 0,35 %, 0,5 %, 0,7 %, 0,9 %, 1,2 %, 1,5 % i 2 % ponovo proračunate vrijednosti brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_{f,pror}$ . Trajnosti  $2N_{f,pror}$  proračunate za pet amplituda ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$ : 0,25 %, 0,5 %, 0,9 %, 1,5 % i 2 % prikazane su u dijagramima na slikama 5.19-5.23 usporedno sa njima pripadnim vrijednostima  $2N_{f,eksp}$ .

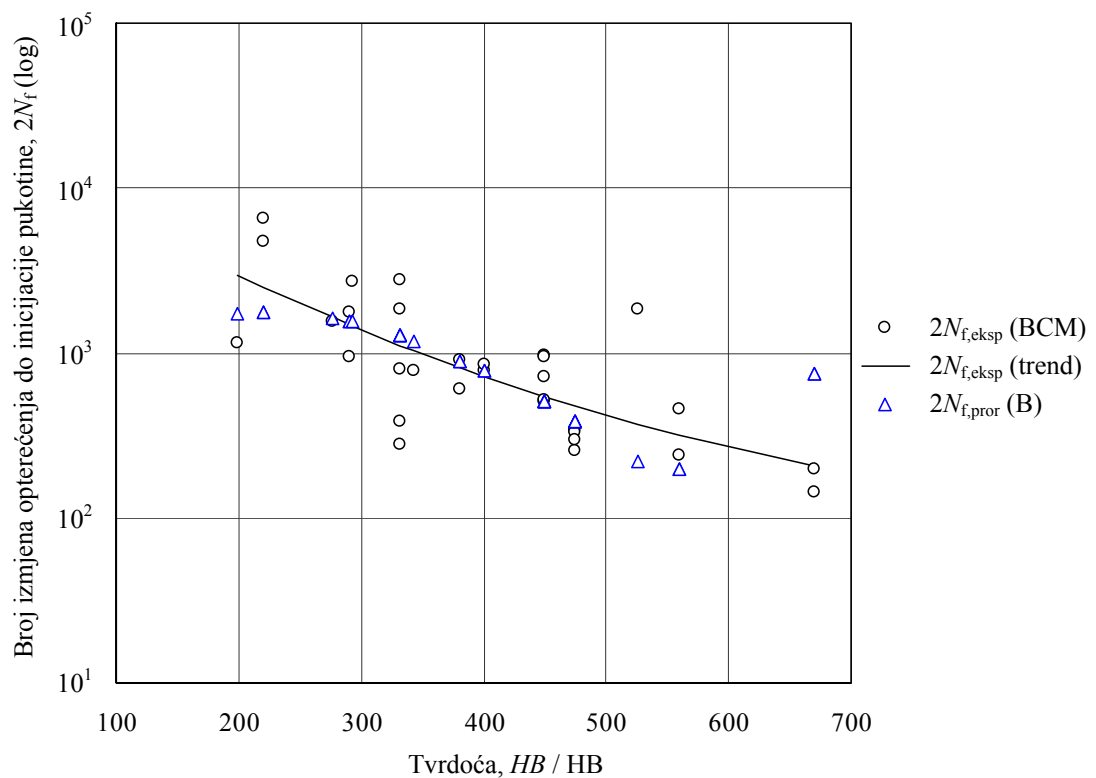
Tablica 5.5 Vrijednosti parametara zamora  $\sigma_f'/E$ ,  $b$ ,  $\varepsilon_f'$  i  $c$  proračunate predloženim izrazima

Tvrdoća HB u HB	$\sigma_f'/E$	$b$	$\varepsilon_f'$	$c$
199	0,0046	-0,0891	0,9092	-0,6595
220	0,005	-0,0864	0,9815	-0,6737
276	0,006	-0,081	1,0684	-0,7084
290	0,0063	-0,08	1,0582	-0,7161
293	0,0063	-0,0798	1,0543	-0,7177
332	0,0071	-0,0777	0,9486	-0,7363
343	0,0072	-0,0772	0,9042	-0,7409
381	0,008	-0,0761	0,7127	-0,7536
400	0,0083	-0,0757	0,6091	-0,7583
450	0,0093	-0,0756	0,3559	-0,7646
475	0,0099	-0,0759	0,2556	-0,7645
526	0,0111	-0,0775	0,1159	-0,7573
560	0,012	-0,0792	0,0637	-0,7477
670	0,0162	-0,09	0,0072	-0,694

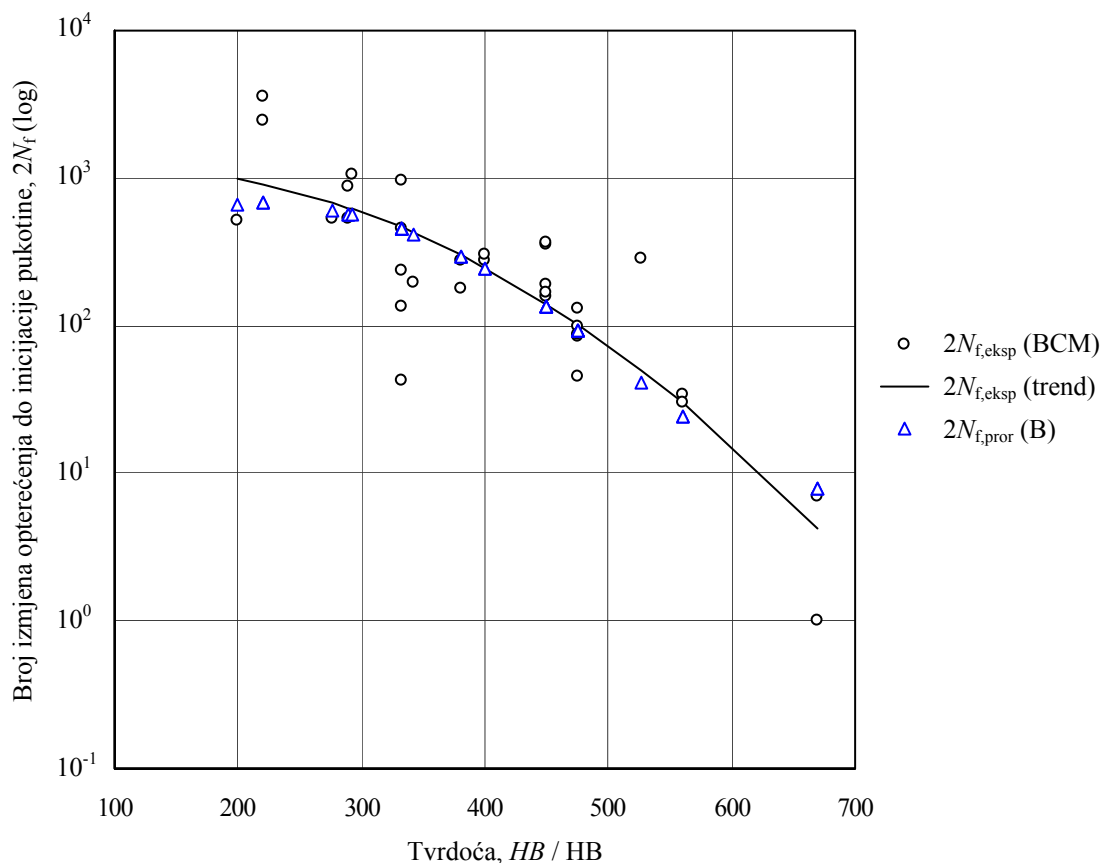
Slika 5.19 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,0025$



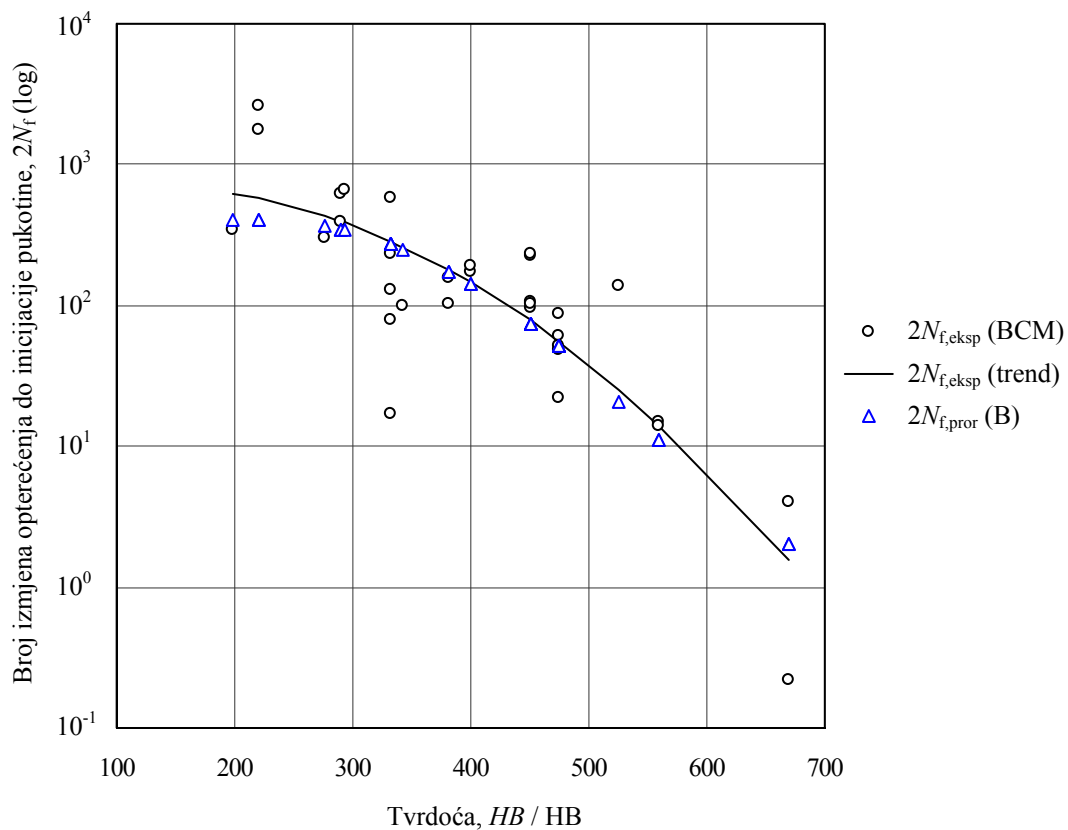
**Slika 5.20** Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,005$



**Slika 5.21** Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,009$



Slika 5.22 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,015$



Slika 5.23 Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2=0,02$

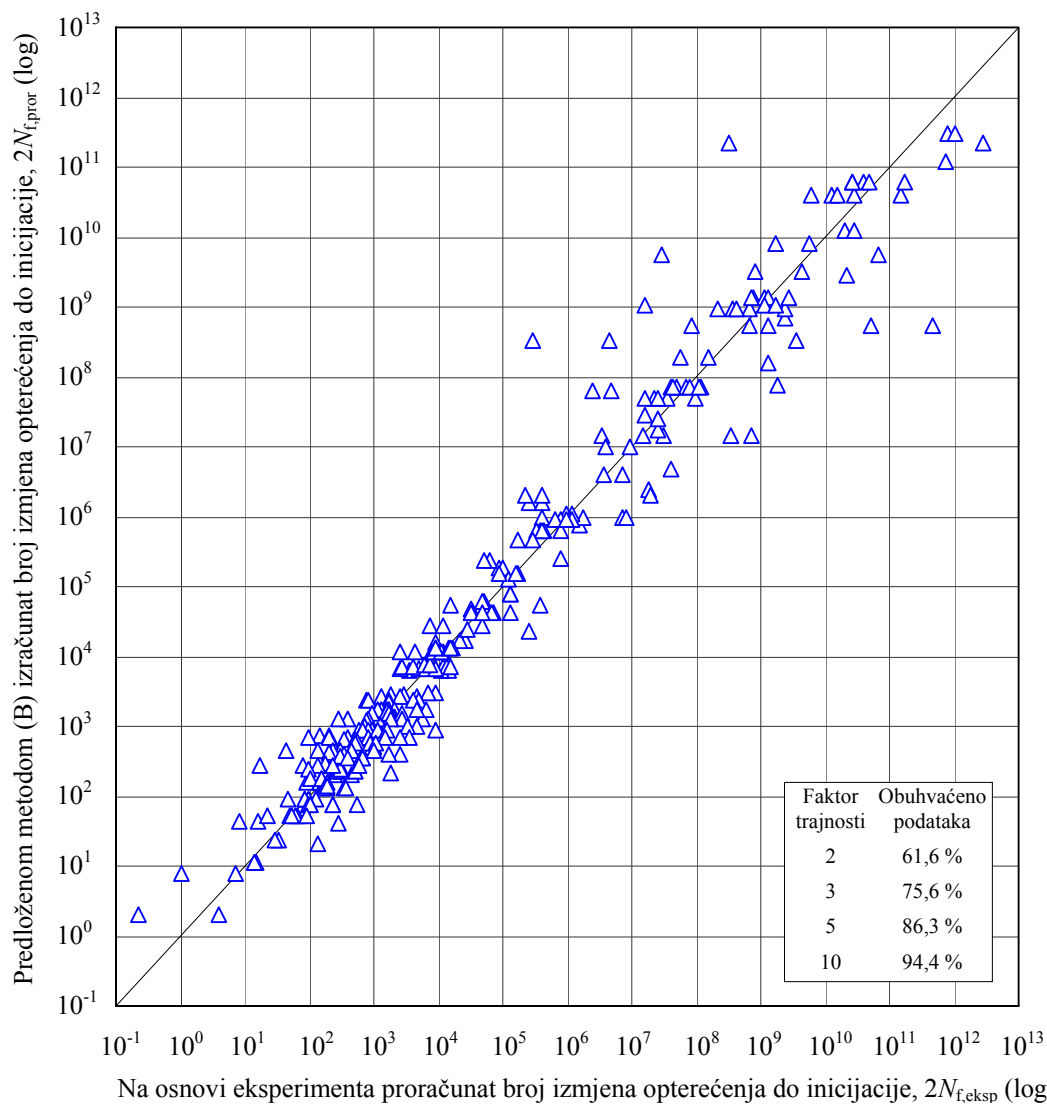
Za sve vrijednosti amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  proračunate vrijednosti trajnosti  $2N_{f,pror}$  konzistentno i vrlo dobro prate eksperimentom utvrđene vrijednosti  $2N_{f,eksp}$ . Manja odstupanja od eksperimentalnih vrijednosti primjetna su samo kod najmekših i najtvrdih materijala u prijelaznom području između niskocikličnog i visokocikličnog zamora.

Radi usporedbe s rezultatima procjene valjanosti metode tvrdoće koja je provedena u poglavlju 5.2, vrijednosti pokazatelja  $E_f(s = 2, 3, 5, 10, 10+)$ ,  $(E_a)_{sve}$ ,  $(E_a)_{poj}$  i  $\bar{E}$  proračunate su za identične ulazne podatke te su njihove vrijednosti navedene u tablici 5.6. U zagradama su navedene vrijednosti pokazatelja koje su prethodno bile dobivene za metodu tvrdoće Roesslea i Fatemia.

**Tablica 5.6** Pokazatelji  $E_f(s = 2, 3, 5, 10, 10+)$ ,  $(E_a)_{sve}$ ,  $(E_a)_{poj}$  i  $\bar{E}$  proračunati za predloženu metodu

$\Delta\varepsilon/2$	Pokazatelj	< 400 HB		≥ 400 HB		199 HB – 670 HB		
0,0015 0,002 0,0025 0,0035 0,005	$E_f(3)$	0,706	(0,480)	0,717	(0,447)	0,712	(0,463)	
	$(E_a)_{sve}$	0,502	(-0,08)	0,702	(0,408)	0,729	(0,208)	
	$(E_a)_{poj}$	0,454	(0,235)	0,747	(0,564)	0,610	(0,410)	
	$\bar{E}$	0,554	(0,211)	0,722	(0,473)	0,683	(0,360)	
	$E_f(2)$	0,560	(0,373)	0,552	(0,271)	0,556	(0,319)	
	$E_f(5)$	0,813	(0,613)	0,811	(0,612)	0,812	(0,613)	
	$E_f(10)$	0,906	(0,760)	0,894	(0,800)	0,900	(0,781)	
	$E_f(10+)$	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)	
0,007 0,009 0,012 0,015 0,02	$E_f(3)$	0,760	(0,787)	0,835	(0,647)	0,800	(0,713)	
	$(E_a)_{sve}$	0,124	(0,241)	0,780	(0,446)	0,668	(0,391)	
	$(E_a)_{poj}$	0,503	(0,340)	0,738	(0,571)	0,628	(0,463)	
	$\bar{E}$	0,462	(0,456)	0,784	(0,555)	0,698	(0,522)	
	$E_f(2)$	0,613	(0,467)	0,729	(0,435)	0,675	(0,450)	
	$E_f(5)$	0,933	(0,907)	0,894	(0,918)	0,912	(0,913)	
	$E_f(10)$	0,973	(0,987)	1,000	(0,953)	0,987	(0,969)	
	$E_f(10+)$	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)	
0,0015 0,002 0,0025 0,0035 0,005 0,007 0,009 0,012 0,015 0,020	$E_f(3)$	0,733	(0,633)	0,776	(0,547)	0,756	(0,588)	
	$(E_a)_{sve}$	0,750	(0,538)	0,979	(0,609)	0,923	(0,586)	
	$(E_a)_{poj}$	0,529	(0,399)	0,821	(0,663)	0,684	(0,539)	
	$\bar{E}$	0,670	(0,523)	0,859	(0,606)	0,788	(0,571)	
	$E_f(2)$	0,586	(0,420)	0,641	(0,353)	0,616	(0,384)	
	$E_f(5)$	0,873	(0,760)	0,852	(0,765)	0,863	(0,763)	
	$E_f(10)$	0,940	(0,873)	0,947	(0,876)	0,944	(0,875)	
		$E_f(10+)$	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)	1,000	(1,000)

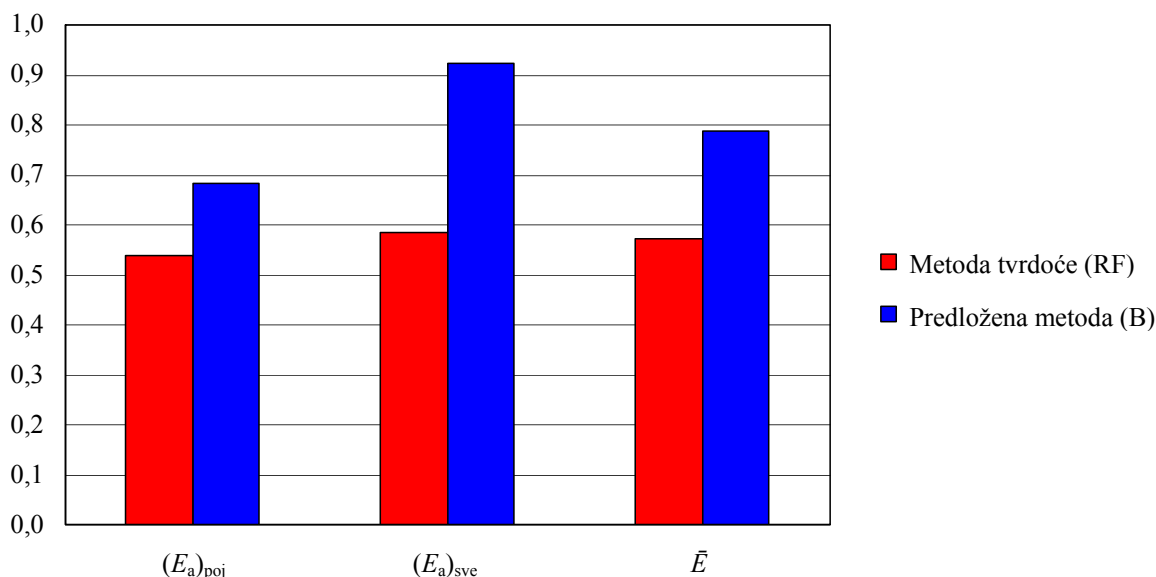
Vrijednosti  $2N_{f,eksp}$  i  $2N_{f,pror}$  proračunate za sve materijale iz tablice 5.2 i za sve vrijednosti amplitude ukupne deformacije  $\Delta\varepsilon/2$  prikazane su i u dijagramu na slici 5.24.



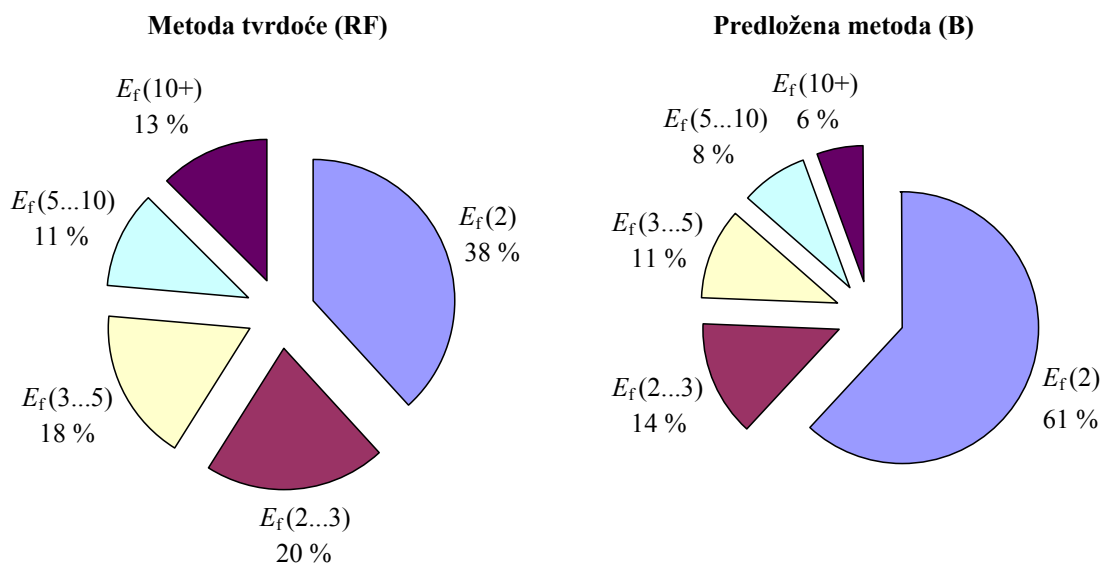
**Slika 5.24** Odnos brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine određenih na osnovi eksperimenta  $2N_{f,eksp}$  i predloženom metodom  $2N_{f,pror}$

## 5.6 Zaključak

U dijagramima na slikama 5.25 i 5.26 prikazane su vrijednosti kriterija greške  $E_f(s = 2, 3, 5, 10, 10+)$ , kriterija dobrote prilagodbe  $(E_a)_{sve}$  i  $(E_a)_{poj}$  te njihove srednje vrijednosti  $\bar{E}$  proračunate za metodu tvrdoće Roesslea i Fatemia (RF) te za novopredloženu metodu procjene vrijednosti zamornih parametara iz tvrdoće (B).



Slika 5.25 Vrijednosti pokazatelja  $(E_a)_{poj}$ ,  $(E_a)_{sve}$  i  $\bar{E}$



Slika 5.26 Udjeli procijenjenih brojeva izmjena opterećenja do inicijacije koji od eksperimentalnih odstupaju do 2, od 2 do 3, od 3 do 5, od 5 do 10 i više od 10 puta

Na osnovi podataka prikazanih u dijagramima, može se zaključiti da za čelik 42CrMo4 predložena metoda daje značajno bolje rezultate te će stoga ona u nastavku biti korištena za proračunavanje trajnosti materijala boka zuba zupčanika.





## 6 MATEMATIČKI MODEL ZAHVATA ZUBA RAVNIH EVOLVENTNIH ZUPČANIKA

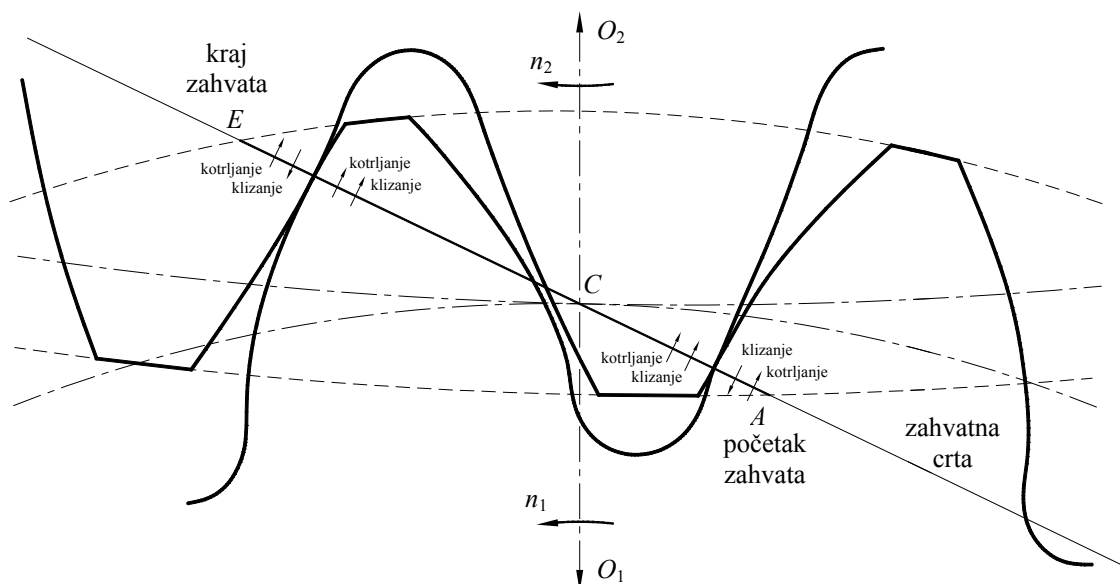
### 6.1 Uvjeti zahvata zuba ravnih evolventnih zupčanika

#### 6.1.1 Uvod

Zahvat ravnih evolventnih zupčanika putem kojeg dolazi do prijenosa gibanja i snage s jednog zupčanika na drugi, vrlo je složen. Na značajke i vrijednosti naprezanja kojima je materijal bokova zuba zupčanika u radu podvrgnut izravno utječu geometrija ozubljenja, kinematika zahvata, vrsta i vrijednost opterećenja, značajke materijala i površine bokova, uvjeti podmazivanja te niz drugih veličina, koje sve zajedno definiraju uvjete u kojima se odvija zahvat zupčanika. Budući da je jedan od osnovnih preduvjeta za korektnu karakterizaciju i određivanje spomenutih naprezanja dobro poznavanje nabrojanih uvjeta zahvata, u nastavku je dan njihov pregled, kako bi se utvrdilo koje je od njih i u kojoj mjeri potrebno uzeti u obzir prilikom izrade matematičkog modela zahvata zuba zupčanika.

#### 6.1.2 Kinematika zahvata

Početak zahvata zuba pogonskog (1) i pogonjenog (2) zupčanika koji rotiraju oko svojih osi  $O_1$  i  $O_2$  ostvaruje se dodiranjem točke  $A$  na boku pogonskog zupčanika i pripadne točke  $A$  na tjemenu promjeru zuba pogonjenog zupčanika (slika 6.1).

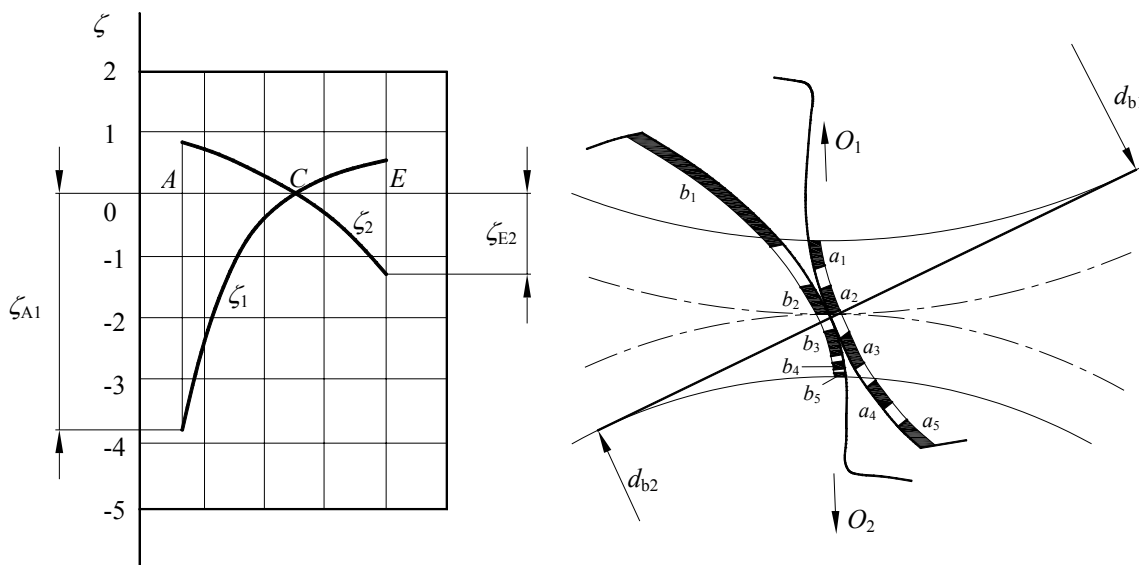


Slika 6.1 Zahvat zuba ravnih evolventnih zupčanika (prema [35])

Daljnijim okretanjem zupčanika dolazi do međusobnog odvaljivanja zuba te do istovremenog kotrljanja i, zbog različitih vrijednosti komponenti brzina u smjeru zajedničke tangente, do klizanja između bokova zuba u kontaktu. Mjesto kontakta se pomiče duž boka, odnosno zahvatne crte, sve do izlaska para zuba iz zahvata (točka  $E$ ). Na

dijelu boka pogonskog zupčanika između točaka  $A$  i  $C$  smjer djelovanja sile trenja uslijed klizanja je suprotan smjeru gibanja točke kontakta, dok je na odgovarajućem dijelu boka pogonjenog zupčanika njihov smjer jednak. Jedino u točki  $C$ , koja označava kinematski pol, nema klizanja, već se odvaljivanje odvija putem čistog kotrljanja. Prelaskom točke  $C$  pa sve do izlaska zuba iz zahvata, između bokova se ponovo javlja klizanje, ali je na pogonskom zupčaniku smjer djelovanja sile trenja uslijed klizanja jednak, a na pogonjenom zupčaniku suprotan smjeru gibanja točke kontakta [35].

Osim smjera klizanja, odnosno relativne brzine klizanja bokova, za vrijeme trajanja zahvata mijenja se i njena vrijednost. Iz dijagrama na slici 6.2 koji prikazuje promjenu vrijednosti specifičnih klizanja  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$  za vrijeme zahvata te pojednostavljenog prikaza duljina puteva klizanja pripadnih dijelova bokova zuba, jasno je vidljiva posljedična nejednolika opterećenost površine bokova zuba za vrijeme trajanja zahvata.



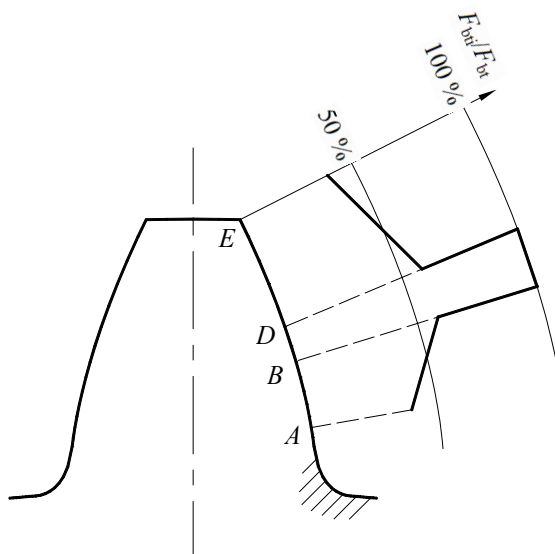
Slika 6.2 Vrijednost specifičnog klizanja  $\zeta$  i putevi klizanja bokova u zahvatu (prema [35])

### 6.1.3 Opterećenja boka zuba u zahvatu

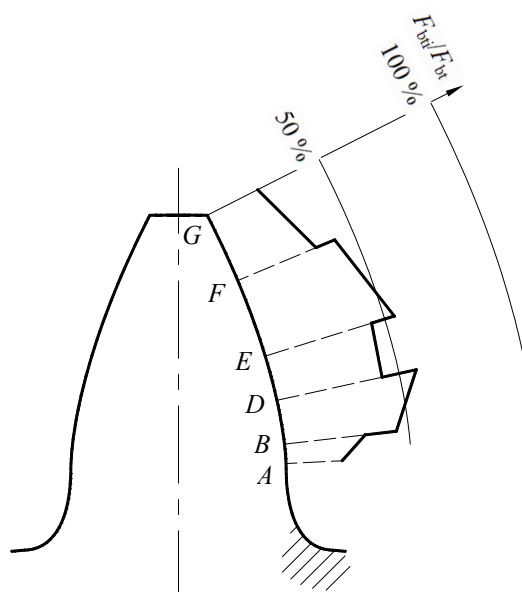
Uslijed snage koju zupčanici prenose, parovi zuba u zahvatu su u svakom trenutku međusobno pritisnuti ukupnom normalnom silom na zub  $F_{bt}$ , koja djeluje u smjeru zahvatne crte (slika 6.1). Osim u kinematskom polu  $C$ , bokove opterećuje i sila trenja klizanja, koja djeluje na pravcu zajedničke tangente bokova zuba u zahvatu, u smjeru suprotnom od smjera pojedinom boku pripadne brzine klizanja. Između bokova se prilikom odvaljivanja pojavljuje i odgovarajući otpor kotrljanju odnosno njime uzrokovano opterećenje bokova, ali u usporedbi s prije spomenutim opterećenjima, njegova je vrijednost zanemariva [93].

Ovisno o stupnju prekrivanja profila  $\varepsilon_\alpha$ , koji prema preporuci iz normi [18], [94] ne smije biti manji od 1,2, za vrijeme zahvata u istovremenom kontaktu može biti jedan ili više parova zuba, pri čemu se ukupna normalna sila  $F_{bt}$  raspodjeljuje na sve njih. Osim s brojem parova zuba u istovremenom zahvatu trenutna vrijednost normalne sile na zub  $F_{bti}$  izravno je povezana s deformacijom i progibom zuba. Ukupnu deformaciju i progib zuba u najvećoj mjeri sačinjavaju progib zuba uslijed savijanja, deformacija korijena zuba, deformacija vijenca zupčanika, lokalna deformacija boka u neposrednoj blizini kontakta te tlačna deformacija materijala između kontaktne površine na boku i simetrale zuba [95], [96]. Budući da se za vrijeme zahvata mjesto kontakta, odnosno mjesto djelovanja sile, pomiče duž boka zuba, trenutna vrijednost normalne sile  $F_{bti}$  se zbog toga periodično

mijenja. Slike 6.3 i 6.4 prikazuju teoretsku promjenu vrijednosti odnosa  $F_{bti}/F_{bt}$  duž boka zuba pogonskog zupčanika ozubljenja čiji je stupanj prekrivanja profila manji od 2 i onog čiji je stupanj prekrivanja profila između 2 i 3.



Slika 6.3 Teoretska raspodjela normalne sile kod ozubljenja sa stupnjem prekrivanja profila  $\varepsilon_\alpha$  manjim od 2



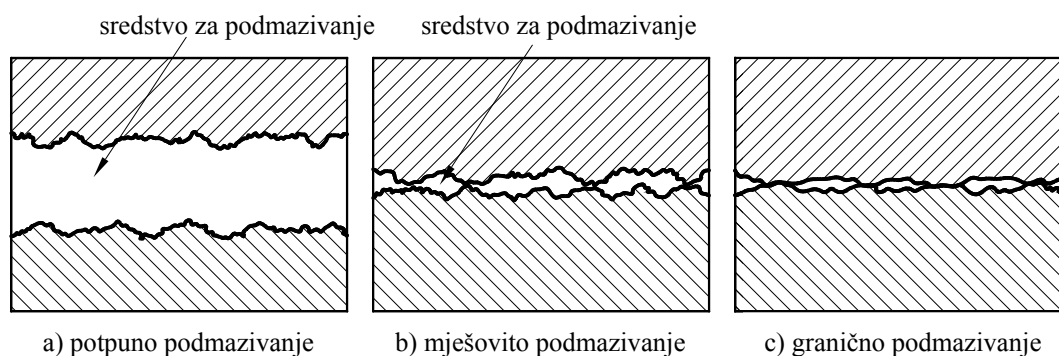
Slika 6.4 Teoretska raspodjela normalne sile kod ozubljenja sa stupnjem prekrivanja profila  $\varepsilon_\alpha$  između 2 i 3

Kod stvarnih ozubljenja vrlo su često prisutne greške poput odstupanja koraka, odstupanja oblika zuba, odstupanja uslijed pogrešaka pri montaži te odstupanja uslijed elastičnih deformacija osovine i kućišta. Nepravilnosti u zahvatu nemaju izravan ni značajniji utjecaj na ukupnu vrijednost sile  $F_{bt}$ . Međutim, one mogu značajno utjecati na njenu trenutnu vrijednost  $F_{bti}$  te mogu izmijeniti njenu raspodjelu po površini boka zuba čineći time pojedine zube i pojedina područja njihovih bokova znatno opterećenijima od drugih [32], [97], [98], [99].

### 6.1.4 Uvjeti podmazivanja

Adekvatno podmazivanje je od izrazite, gotovo presudne važnosti za pravilan rad zupčanika i u značajnoj mjeri utječe na zahvat zuba u cjelini [100]. Kontakt između dvaju tijela, a tako i između bokova zuba zupčanika se u slučaju bez podmazivanja, ovisno o hrapavosti njihovih površina, ostvaruje prvenstveno preko više ili manje izraženih vrhova neravnina. Zbog relativnog gibanja bokova uz istovremeno djelovanje normalnog opterećenja vrhovi neravnina se deformiraju, odrezuju i lome. Posljedica toga je otpor gibanju u vidu sile trenja, trošenje i oštećenje površinskog sloja materijala te stvaranje topline. Zbog iznimno lošeg utjecaja kojeg navedeni efekti imaju na funkcioniranje i trajnost zupčanika, podmazivanjem se njihov utjecaj nastoji ukloniti ili barem smanjiti. Osnovna svrha i cilj podmazivanja je međusobno razdvajanje površina tijela i sprečavanje izravnog kontakta vrhova neravnina uvođenjem sredstva za podmazivanje između njih.

Ovisno o hrapavosti bokova, odnosno srednjem aritmetičkom odstupanju profila  $Ra$ , ostvorenoj debljini sloja sredstva za podmazivanje  $h$ , koja ovisi o dinamičkoj viskoznosti sredstva  $\eta$ , normalnom opterećenju  $F_N$ , temperaturi sredstva  $\vartheta$  i brzini relativnog gibanja površina  $v$ , između bokova zuba u zahvatu mogu se javiti tri osnovne vrste podmazivanja: potpuno, mješovito i granično (slika 6.5).



Slika 6.5 Pojednostavljen prikaz vrsta podmazivanja

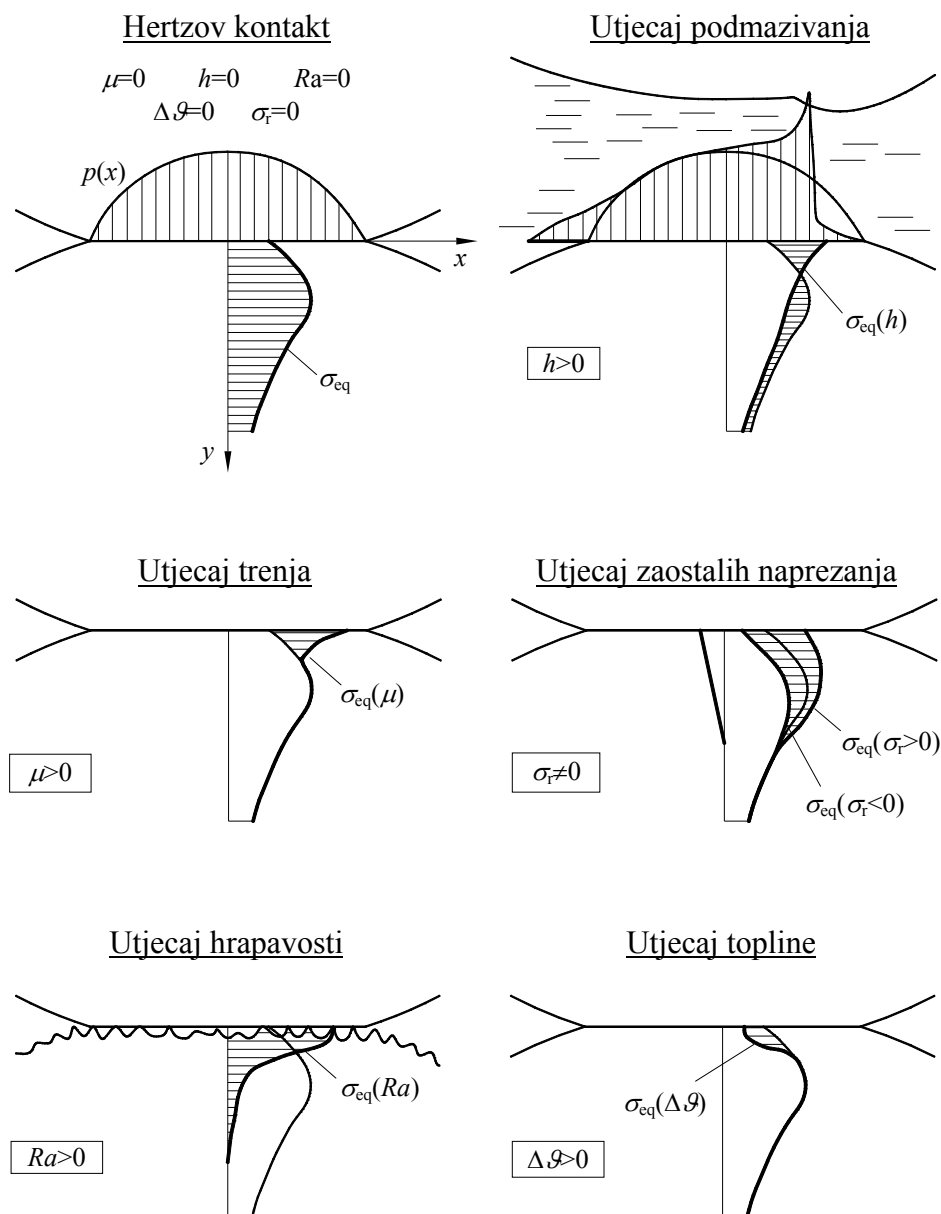
Kod potpunog podmazivanja ( $h \gg Ra$ ) debljina sloja sredstva za podmazivanje je dovoljna da površine tijela budu u svakom trenutku u potpunosti razdvojene te se cjelokupno opterećenje prenosi putem sloja sredstva za podmazivanje. Zbog značajnih opterećenja, nekonformne geometrije bokova zuba i kinematike zahvata, potpuno podmazivanje se kod zupčanika ostvaruje u vidu elastohidrodinamičkog podmazivanja (EHD). Njegove osnovne značajke su da promjena tlaka u sredstvu za podmazivanje uvjetuje i promjenu njegove viskoznosti te da su tlakom uzrokovane deformacije površina u kontaktu usporedive s debljinom sloja sredstva za podmazivanje zbog čega i one utječu na značajke podmazivanja [101].

Mješovito podmazivanje ( $h \approx Ra$ ) najčešće je uvjetovano premalom količinom sredstva za podmazivanje ili njegovim neadekvatnim značajkama. Uslijed toga vrhovi hrapavosti sporadično probijaju uljni film i dolaze u izravan kontakt, zbog čega se jedan dio opterećenja prenosi neposrednim kontaktom, a drugi dio posredno, putem sredstva za podmazivanje.

Kod graničnog podmazivanja debljina sloja sredstva za podmazivanja je znatno manja od visine neravnina ( $h \approx 0$ ) te se bez obzira na njegovo prisustvo između površina u kontaktu cjelokupno opterećenje prenosi izravnim kontaktom vrhova hrapavosti.

### 6.1.5 Utjecaj uvjeta zahvata na opterećenja i naprezanja materijala boka zuba

Osim osnovnih uvjeta zahvata, odnosno veličina poput geometrije ozubljenja, kinematike zahvata, opterećenja te vrste podmazivanja, na vrijednosti i raspodjelu naprezanja u materijalu boka zuba utječu i zaostala naprezanja, stanje i hrapavost površine te temperatura materijala bokova i sredstva za podmazivanje. Na slici 6.6 [59], [60] je na pojednostavljen način prikazano kako te veličine mogu promijeniti raspodjelu opterećenja na boku te ekvivalentno naprezanje boka zuba koje je proračunato uz pretpostavku da je riječ o Hertzovom kontaktu dvaju tijela.



**Slika 6.6** Pojednostavljen prikaz utjecaja koji uvjeti zahvata mogu imati na ekvivalentno naprezanje materijala boka zuba (prema [60])

#### Utjecaj podmazivanja

U uvjetima graničnog i mješovitog podmazivanja raspodjela pritiska na bokovima zuba u zahvatu i naprezanja u materijalu mogu se sa zadovoljavajućom točnošću odrediti primjenom Hertzove teorije kontakta dvaju zakrivljenih tijela [101], [102]. Međutim, kod elastohidrodinamičkog podmazivanja, ovisno o uvjetima zahvata, oblik raspodjele pritiska

može biti i znatno drugačiji, što za posljedicu može imati znatnu promjenu vrijednosti naprezanja u materijalu kao i njihove raspodjele, naročito u tankom površinskom sloju [101], [103].

### *Utjecaj trenja*

Utjecaj trenja na naprezanja u području kontakta ograničen je na relativno tanki sloj materijala. S povećanjem vrijednosti faktora trenja povećavaju se s njime povezane tangencijalne sile, zbog čega dolazi i do povećanja ekvivalentnog naprezanja u spomenutom sloju te do pomicanja njegovog maksimuma prema površini [23], [34], [58], [104].

### *Utjecaj zaostalih naprezanja*

Naziv zaostala naprezanja općenito se odnosi na naprezanja prisutna u materijalu nekog konstrukcijskog elementa koji nije izložen djelovanju vanjskih opterećenja. Ovisno o razini na kojoj djeluju obično se dijele na zaostala naprezanja prvog, drugog i trećeg reda. Zaostala naprezanja prvog reda  $\sigma_r^I$  djeluju na makrorazini pa tako područje materijala u kojem su prisutna obuhvaća veći broj kristalnih zrna, a međusobno su uravnotežena u okviru značajnog dijela ili cijelog promatranog konstrukcijskog elementa. Njihovo je djelovanje s obzirom na vrijednost i orijentaciju prilično ujednačeno. Vrijednosti i djelovanje zaostalih naprezanja drugog reda  $\sigma_r^{II}$  ujednačene su samo u okviru pojedinačnog kristalnog zrna dok se njihova međusobna ravnoteža postiže u pravilu između njih nekoliko. Zaostala naprezanja trećeg reda  $\sigma_r^{III}$  posljedica su nepravilnosti na najnižoj razini strukture materijala (greške u strukturi kristalne rešetke poput dislokacija i stranih atoma) pri čemu se njihova ravnoteža postiže unutar pojedinačnog kristalnog zrna ili čak samo unutar jednog njegovog dijela.

Od navedenih zaostalih naprezanja, na naprezanja u materijalu boka zuba najznačajniji utjecaj imaju zaostala naprezanja prvog reda, koja u najvećoj mjeri nastaju uslijed nehomogenog elasto-plastičnog deformiranja materijala prilikom izvođenja mehaničke i/ili toplinske obrade. Njima se pribrajaju naprezanja izazvana vanjskim opterećenjima, što ovisno o njihovoj vrijednosti i orijentaciji, može rezultirati manjim ili većim ukupnim naprezanjima materijala boka zuba na mjestu zahvata [28], [58], [60], [105].

### *Utjecaj hrapavosti*

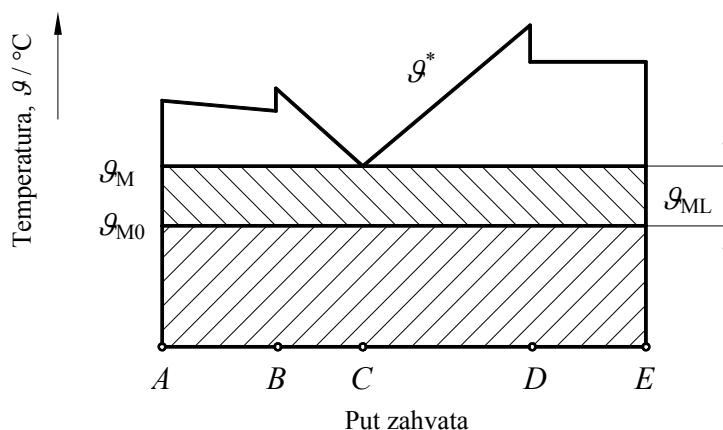
Osim u slučaju potpunog podmazivanja međusobni kontakt tijela s hrapavim površinama ostvaruje se u većoj ili manjoj mjeri i preko izraženih vrhova neravnina. Iako u takvim uvjetima već i nazivno skromna opterećenja na tim mjestima uzrokuju visoke dodirne pritiske, njima izazvana smična naprezanja, čije vrijednosti lokalno mogu biti i vrlo visoke, ostaju koncentrirana u tankom površinskom sloju materijala. Prema dubljim slojevima materijala ona naglo opadaju što u znatnoj mjeri ograničava njihov utjecaj na globalnu raspodjelu naprezanja u dubljim slojevima materijala bokova zuba [28], [61].

Eksperimentalnim ispitivanjima na valjcima i zupčanicima pokazano je da je hrapavost bokova zuba osnovni uzrok inicijacije pukotina na samoj površini i u vrlo tankom površinskom sloju materijala (mikrojamičenje) te da do toga neće doći čak ni u uvjetima mješovitog podmazivanja ako je hrapavost bokova zuba dovoljno mala [102]. Pojavu takvih oštećenja moguće je spriječiti adekvatnim podmazivanjem i dovoljno finom obradom površine boka zuba, ali ne i toplinskom obradom, odnosno promjenom vrijednosti tvrdoće u dubljim slojevima materijala. Imajući na umu da je osnovna namjena za koju je matematički model razvijan određivanje globalnog ponašanja otvrdnutog sloja i

propisivanje profila tvrdoće u njemu, utjecaj hrapavosti na vrijednosti naprezanja materijala boka zuba u zahvatu nije uziman u obzir već je zahvat pojednostavljeno tretiran kao kontakt glatkih tijela.

### Utjecaj topline

Između susjednih slojeva materijala zagrijanih na različite temperature, uslijed različitih toplinskih dilatacija javljaju se toplinska naprezanja. Za vrijeme zahvata, zbog topline nastale trenjem između bokova zuba dolazi do zagrijavanja materijala zuba odnosno cijelog zupčanika. Ovisno o uvjetima zahvata, posebice o opterećenju, podmazivanju i odvođenju topline, nakon protoka vremena potrebnog za dostizanje ravnotežnog stanja, temperatura zuba zupčanika se stabilizira na nekoj vrijednosti koja se naziva temperatura boka zuba pred zahvatom  $\vartheta_M$ . Nju sačinjava temperatura boka zuba u praznom hodu  $\vartheta_{M0}$  uvećana za vrijednost porasta temperature uzrokovanog opterećenjem,  $\vartheta_{ML}$ . Za razliku od materijala dijelova zuba izvan područja zahvata, dio površinskog sloja materijala u neposrednoj blizini trenutne točke dodira vrlo se brzo zagrije, zbog čega u njemu dolazi do naglog lokalnog porasta temperature na vrijednost  $\vartheta^*$  (slika 6.7).



Slika 6.7 Promjena temperature boka zuba duž puta zahvata (prema [60])

Zbog opisane razlike u temperaturama materijala na površini i u unutrašnjosti zuba, u relativno plitkom površinskom sloju materijala pojavljuju se tlačna toplinska naprezanja, a u dubljim slojevima materijala njima pripadna, uravnotežujuća vlačna naprezanja. Osim toga, zagrijavanje materijala boka zuba za vrijeme zahvata, posebice ukoliko je riječ o značajnijim i dugotrajnijim povišenjima temperature može izazvati i promjenu svojstava materijala [28], [58]. Međutim, budući da je u normalnim uvjetima zahvata odnosno podmazivanja spomenuto lokalno povišenje temperature  $\vartheta^* - \vartheta_M$  relativno malo, što rezultira i odgovarajuće malim toplinskim naprezanjima, njihov utjecaj u matematičkom modelu nije uzet u obzir.



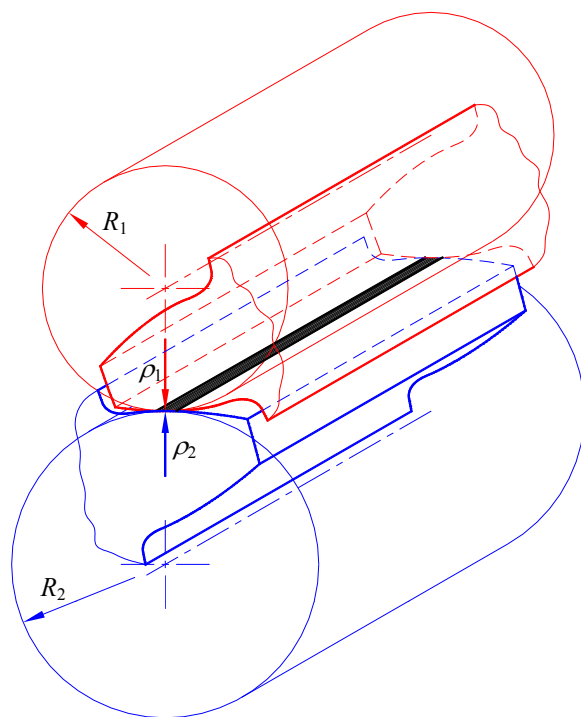
## 6.2 Proračun napreznja i deformacija boka zuba za vrijeme zahvata

### 6.2.1 Svrha i potrebne značajke matematičkog modela zahvata

Značajan broj parametara koji definiraju uvjete zahvata i činjenica da su njihove vrijednosti i djelovanje međusobno ovisni, čini pojedinačno modeliranje svakog od njih i detaljnu karakterizaciju njihove međuovisnosti vrlo složenim i zahtjevnim zadatkom. Iako je spomenuti matematički model u osnovi razvijan s ciljem određivanja napreznja i deformacija u materijalu boka zuba za vrijeme zahvata, u konačnici je on dio sveobuhvatnijeg proračunskog postupka namijenjenog propisivanju značajki koje otvrdnuti sloj materijala na boku zuba s obzirom na pojavu zamornih oštećenja treba imati. Osim dobivanja što je moguće točnijih rezultata, matematički model mora omogućavati brzu i jednostavnu pripremu u smislu definiranja i variranja vrijednosti pojedinih veličina koje definiraju uvjete zahvata zuba zupčanika te brzo izvođenje proračuna i analizu njime dobivenih rezultata. Zbog toga je za izračunavanje vrijednosti komponenata napreznja i deformacija korišten analitički pristup odnosno proračunski postupak temeljen na izrazima teorije elastičnosti i postavkama općeg slučaja kontakta dvaju tijela. Time je omogućeno detaljno, a uz to brzo i praktično karakteriziranje niza veličina i uzimanje u obzir činjenice da se njihove vrijednosti za vrijeme zahvata odnosno, od točke do točke na boku zuba mijenjaju. Dodatna prednost ovakvog pristupa je njegova modularnost odnosno nadogradivost i proširivost.

### 6.2.2 Teoretske postavke predloženog matematičkog modela zahvata

Zahvat para zuba ravnih evolventnih zupčanika može se promatrati kao kombinacija istovremenog konformnog i nekonformnog kontakta dvaju cilindara čiji polumjeri  $R_1$  i  $R_2$  odgovaraju polumjerima zakrivljenosti bokova zuba u trenutnoj točki zahvata  $\rho_1$  i  $\rho_2$  (slika 6.8).

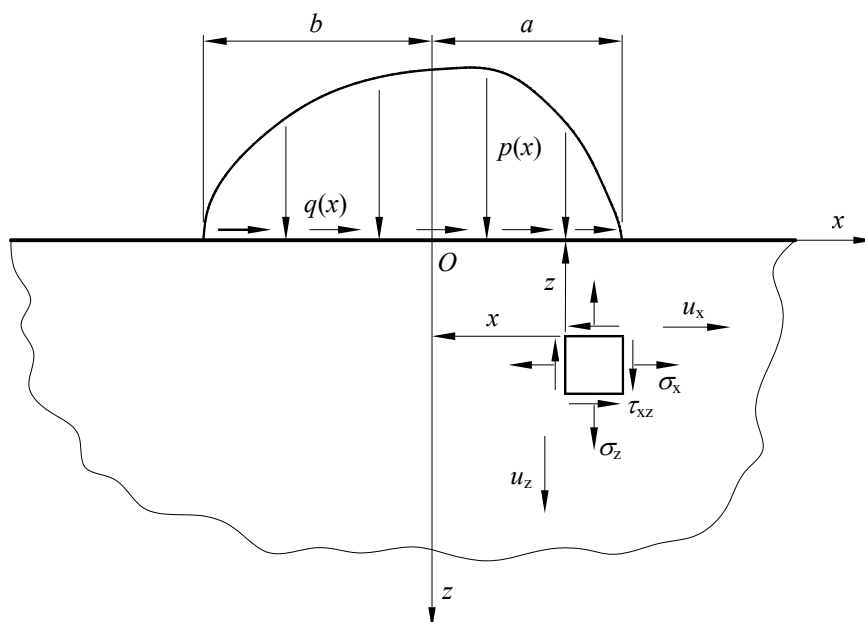


Slika 6.8 Kontakt para zuba zupčanika

Do njihovog konformnog kontakta dolazi u ravnini definiranoj osima oba zupčanika (aksijalni presjek), a do nekonformnog kontakta u ravnini okomitoj na osi zupčanika (normalni presjek). Inicijalno, u slučaju bez opterećenja, kontakt se ostvaruje u liniji. Uvođenjem tlačnog opterećenja u smjeru zajedničke normale, dolazi do lokalnog deformiranja materijala te kontaktna površina postaje pravokutnik.

Zbog međusobne nekonformnosti, a uz pretpostavku malih deformacija bokova zuba u kontaktu, karakteristično je da je u usporedbi s izmjerama zuba, širina kontaktne površine vrlo mala. Posljedično, deformacije i naprezanja su koncentrirane na mali volumen materijala u neposrednoj blizini kontaktne površine te njihove vrijednosti naglo opadaju s povećanjem udaljenosti od nje. Osim toga, oblik i veličina dijelova zuba zupčanika koji su udaljeniji od područja kontakta te način uležištenja zupčanika imaju zanemariv utjecaj na vrijednosti i raspodjelu deformacija i naprezanja u zoni kontakta. Navedene značajke kontakta para zuba ujedno predstavljaju osnovne uvjete koji moraju biti ispunjeni kako bi se za potrebe proračuna naprezanja pojedina tijela u kontaktu mogla zamijeniti elastičnim poluprostorom na čijoj je rubnoj ravnini definirano odgovarajuće opterećenje (slika 6.9) [106], [107].

Iako je zahvat zuba zupčanika u osnovi prostorni problem, značajke geometrije ravnih evolventnih zupčanika i činjenica da je njihova širina u pravilu vrlo velika u usporedbi s širinom površine kontakta, omogućuju određena pojednostavljenja i promatranje zahvata kao ravninskog problema teorije elastičnosti. Pritom se može pretpostaviti da u najvećem dijelu boka zuba za vrijeme zahvata vlada ravninsko stanje deformacije, a da uvjeti ravninskog stanja naprezanja vladaju tek u područjima u neposrednoj blizini površine boka. Elastični poluprostor na slici 6.9, omeđen je ravninom  $x$ - $y$ , a os  $z$  je usmjerena u njegovu unutrašnjost. Opterećenje ukupne širine  $a + b$  u smjeru osi  $x$ , prostire se paralelno osi  $y$  i predstavlja kombinaciju normalnog opterećenja  $p(x)$  i tangencijalnog opterećenja  $q(x)$ . Na preostalom dijelu ravnine  $x$ - $y$  ne djeluju nikakva opterećenja.



Slika 6.9 Elastični poluprostor s opterećenjem na rubnoj ravnini (prema [106])

Korištenjem opisanog općeg ravninskog modela para zuba u kontaktu znatno se pojednostavljaju izrazi na osnovi kojih je moguće proračunati vrijednosti komponenti naprezanja i deformacija materijala boka zuba za vrijeme zahvata.

U slučaju ravninskog stanja deformacije, kao i u slučaju ravninskog stanju naprezanja, komponente tenzora naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  i  $\tau_{xz}$  u svakoj točki tijela osim na površini na koju djeluje kontaktno opterećenje, moraju ispunjavati uvjete ravnoteže [107]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (6.1)$$

i

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0. \quad (6.2)$$

Uvjet kompatibilnosti deformacija

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}, \quad (6.3)$$

također mora biti ispunjen pri čemu je veza između komponenti pomaka  $u$  i  $w$  i komponenti deformacija  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  i  $\gamma_{xz}$  definirana sa

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (6.5)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (6.6)$$

U uvjetima ravninske deformacije,

$$\gamma_{xy} = 0, \quad (6.7)$$

$$\gamma_{yz} = 0, \quad (6.8)$$

$$\varepsilon_y = 0, \quad (6.9)$$

$$\sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z), \quad (6.10)$$

na osnovi Hookeovog zakona kojim se definira veza između komponenata deformacije i naprezanja

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \left[ (1 - \nu^2) \sigma_x - \nu(1 + \nu) \sigma_z \right], \quad (6.11)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \left[ (1 - \nu^2) \sigma_z - \nu(1 + \nu) \sigma_x \right], \quad (6.12)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xz}, \quad (6.13)$$

uvjet kompatibilnosti deformacija (6.3) može se izraziti putem komponenata naprezanja:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\sigma_x + \sigma_z) = 0. \quad (6.14)$$

Za promatrani slučaj elastičnog poluprostora (slika 6.9), rubnim je uvjetima definirano da na graničnoj ravnini izvan područja djelovanja opterećenja

$$x < -b, x > a, z = 0, \quad (6.15)$$

nema naprezanja odnosno da je

$$\sigma_z = 0, \quad (6.16)$$

$$\tau_{xz} = 0, \quad (6.17)$$

a da unutar područja djelovanja opterećenja

$$-b \leq x \leq a, z = 0 \quad (6.18)$$

vrijednosti naprezanja iznose

$$\sigma_z = -p(x), \quad (6.19)$$

$$\tau_{xz} = -q(x). \quad (6.20)$$

Osim toga zahtijeva se da se s porastom udaljenosti od područja djelovanja opterećenja vrijednosti naprezanja smanjuju i postaju zanemarive tj.

$$\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz} \rightarrow 0, \quad x, z \rightarrow \infty. \quad (6.21)$$

Uvjeti ravnoteže (6.1) i (6.2) te uvjet kompatibilnosti (6.14) čine sustav jednadžbi s tri nepoznanice  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  i  $\tau_{xz}$ , a uobičajena metoda za njegovo rješavanje je uvođenje Airyjeve funkcije naprezanja  $\phi(x,z)$  definirane sa

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}, \quad (6.22)$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad (6.23)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \quad (6.24)$$

koja zadovoljava biharmonijsku jednadžbu

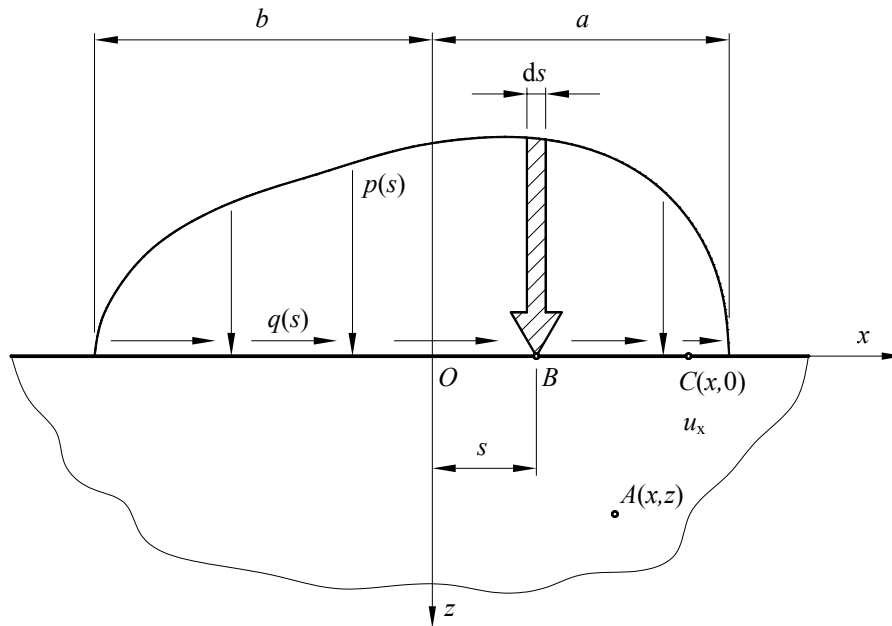
$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (6.25)$$

odnosno

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial z^4} = 0. \quad (6.26)$$

Na osnovi rubnih uvjeta (6.15) - (6.20) uz (6.21), moguće je proračunati komponente naprezanja u bilo kojoj točki elastičnog poluprostora.

Promatrani slučaj kontakta bokova zuba zupčanika u zahvatu predstavljen je elastičnim poluprostorom opterećenim poznatom raspodjelom normalnog  $p(s)$  i tangencijalnog  $q(s)$  opterećenja (slika 6.10).



Slika 6.10 Elastični poluprostor s označenim karakterističnim veličinama (prema [106])

Izrazi za proračun komponenta naprezanja u proizvoljnoj točki  $A(x, z)$  elastičnog poluprostora dobiveni rješenjem prethodno opisanog rubnog problema [106] glase

$$\sigma_x = -\frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^3 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \quad (6.27)$$

$$\sigma_z = -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \quad (6.28)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}. \quad (6.29)$$

Međutim, rubnim uvjetima (6.15) - (6.20) nije definirana vrijednost koju u nekoj točki  $C(x, 0)$  na površini elastičnog poluprostora ima naprezanje  $\sigma_x$ , a ni izrazom (6.27) ne dobivaju se njegove korektne vrijednosti.

Izraz kojim se naprezanje  $\sigma_x$  i u tom području može proračunati proizlazi iz izraza za gradijent  $\partial u / \partial x$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E} p(x) - \frac{2(1-\nu^2)(1+\nu)}{\pi E} \int_{-b}^a \frac{q(s)}{x-s} ds \quad (6.30)$$

i izraza za  $\varepsilon_x$  Hookeovog zakona (6.11) odnosno iz njihove jednakosti

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x, \quad (6.31)$$

te glasi

$$\sigma_x = -p(x) - \frac{2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)}{x-s} ds. \quad (6.32)$$

Zbog singularnosti i promjene predznaka do koje dolazi u  $s = x$ , izraz (6.32) pogodnije je pisati u obliku

$$\sigma_x = -p(x) - \frac{2}{\pi} \left( \int_{-b}^{x-\Delta x} \frac{q(s)}{x-s} ds + \int_{x+\Delta x}^a \frac{q(s)}{x-s} ds \right), \quad (6.33)$$

pri čemu  $\Delta x \rightarrow 0$ .

### 6.2.3 Modeliranje geometrije zuba

Zbog složenosti profila evolventnog ozubljenja i radi izbjegavanja grešaka do kojih bi njegova pojednostavljenja dovela, za njegovo proračunavanje korišten je precizan analitički postupak određivanja geometrijskih točaka ozubljenja dobivenog odvaljivanjem alata u obliku rezne letve [108]. Spomenuti postupak temelji se na činjenici da profil zupčanika i alata pri odvaljivanju u svim dodirnim točkama imaju zajedničku tangentu te da je profil zupčanika ovojnica familije krivulja alata. Koordinate točaka ozubljenja određuju se koristeći mogućnost određivanja ovojnice krivulja vezanih za pomičnu poloidu definiranu u pomičnom koordinatnom sustavu, kada se ta poloida odvaljuje po bilo kojoj neprekidnoj i glatkoj krivulji kao nepomičnoj poloidi definiranoj u nepomičnom koordinatnom sustavu.

Za potrebe proračuna definirana su dva pravokutna koordinatna sustava: nepomični koordinatni sustav  $x$ - $y$  i pomični koordinatni sustav  $\xi$ - $\eta$  čija je os  $\xi$  u početnom položaju paralelna sa osi  $x$ . U nepomičnom koordinatnom sustavu  $x$ - $y$  definirana je nepomična poloida tj. kružnica sa središtem u njegovom ishodištu i promjerom jednakim diobenom promjeru  $d$ . U pomičnom koordinatnom sustavu  $\xi$ - $\eta$  definirana je pomična poloida tj. pravac koji leži na osi  $\xi$  pomičnog koordinatnog sustava. Taj je pravac ujedno i središnja linija rezne letve odnosno profila alata kojeg treba matematički definirati u pomičnom koordinatnom sustavu  $\xi$ - $\eta$ .

Budući da je nepomična poloida diobena kružnica polumjera

$$r = \frac{d}{2}, \quad (6.34)$$

duljina luka odvaljivanja  $s$  i kut  $\Theta$  kojeg po završenom odvaljivanju pomična poloida zatvara sa osi  $x$  mogu se povezati izrazom

$$\Theta = \frac{s}{r}. \quad (6.35)$$

Izrazom

$$\eta \tan \psi + \xi + s = 0. \quad (6.36)$$

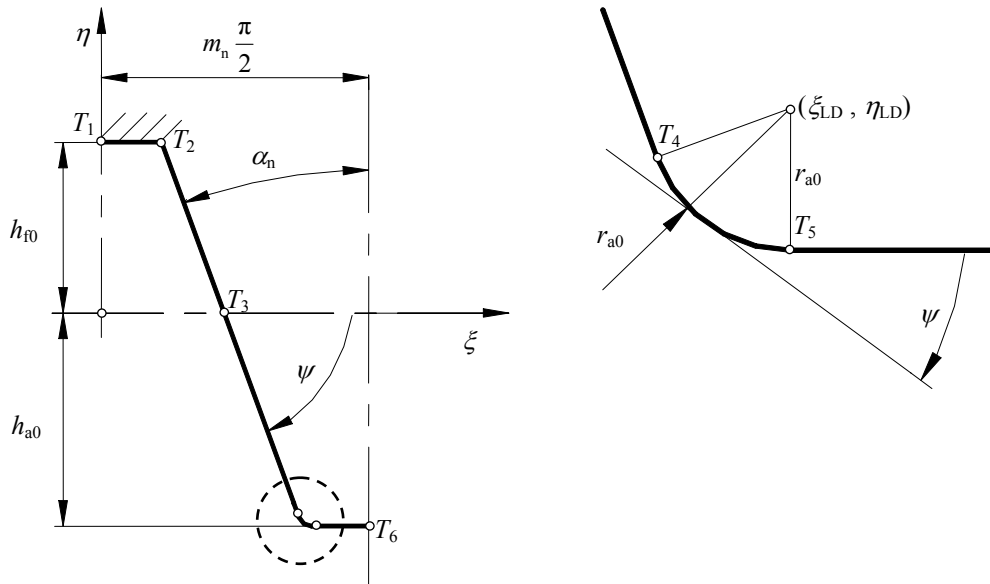
za svaku se točku profila alata ( $\xi_i$ ,  $\eta_i$ ) i kut  $\psi_i$  koji tangenta na profil alata u toj točki zatvara sa osi  $\xi$  može odrediti njoj pripadna vrijednost duljine luka odvaljivanja  $s$ . Time je jednoznačno određen položaj pomičnog koordinatnog sustava  $\xi$ - $\eta$  u kojem je ta točka ujedno i točka profila rezultantnog ozubljenja u nepomičnom koordinatnom sustavu  $x$ - $y$ .

Izrazi za transformaciju koordinata bilo koje točke iz pomičnog u nepomični koordinatni sustav kojima se dobivaju koordinate točaka profila ozubljenja u nepomičnom koordinatnom sustavu  $x$ - $y$  glase

$$x = (\xi + s) \cos \Theta - (\eta + r) \sin \Theta, \quad (6.37)$$

$$y = (\xi + s) \sin \Theta + (\eta + r) \cos \Theta. \quad (6.38)$$

Radi lakšeg proračunavanja koordinata točaka profila alata u pomičnom koordinatnom sustavu  $(\xi_i, \eta_i)$  te kuteva  $\psi_i$ , profil zuba rezne letve kao osnovnog elementa alata podijeljen je u 5 odsječaka koje je moguće opisati jednadžbama pravca odnosno kružnice. Raspored odsječaka i njihove oznake naznačene su na profilu zuba alata na slici 6.11, a izrazi koji definiraju pojedine odsječke u njima pripadnom intervalu dani su u nastavku.



Slika 6.11 Definiranje profila zuba alata

Odsječak  $\overline{T_1T_2}$

- početak  $T_1$   $\xi_1 = 0$  (6.39)

- $\eta_1 = h_{f0}$  (6.40)

- kraj  $T_2$   $\xi_2 = m_n \frac{\pi}{4} - h_{f0} \tan \alpha_n$  (6.41)

- $\eta_2 = h_{f0}$  (6.42)

- jednadžba  $\eta_A = h_{f0}$  (6.43)

- prikloni kut  $\psi_A$   $\psi_A = 0$  (6.44)

Odsječak  $\overline{T_2T_3}$

- početak  $T_2$   $\xi_2 = m_n \frac{\pi}{4} - h_{f0} \tan \alpha_n$  (6.45)

- $\eta_2 = h_{f0}$  (6.46)

- kraj  $T_3$   $\xi_3 = m_n \frac{\pi}{4}$  (6.47)

$$\eta_3 = 0 \quad (6.48)$$

- jednadžba  $\eta_B = -\frac{1}{\tan \alpha_n} \left( \xi_B - m_n \frac{\pi}{4} \right)$  (6.49)

- prikloni kut  $\psi_B$   $\psi_B = -\frac{\pi}{2} + \alpha_n$  (6.50)

Odsječak  $\overline{T_3T_4}$

- početak  $T_3$   $\xi_3 = m_n \frac{\pi}{4}$  (6.51)

$$\eta_3 = 0 \quad (6.52)$$

- kraj  $T_4$   $\xi_4 = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n$  (6.53)

$$\eta_4 = -h_{a0} + r_{a0} - r_{a0} \sin \alpha_n \quad (6.54)$$

- jednadžba  $\eta_C = -\frac{1}{\tan \alpha_n} \left( \xi_C - m_n \frac{\pi}{4} \right)$  (6.55)

- prikloni kut  $\psi_C$   $\psi_C = -\frac{\pi}{2} + \alpha_n$  (6.56)

Odsječak  $\overline{T_4T_5}$

- početak  $T_4$   $\xi_4 = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n$  (6.57)

$$\eta_4 = -h_{a0} + r_{a0} - r_{a0} \sin \alpha_n \quad (6.58)$$

- kraj  $T_5$   $\xi_5 = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n + r_{a0} \cos \alpha_n$  (6.59)

$$\eta_5 = -h_{a0} \quad (6.60)$$

- središte luka  $\xi_{LD} = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n + r_{a0} \cos \alpha_n$  (6.61)

$$\eta_{LD} = -h_{a0} + r_{a0} \quad (6.62)$$

- jednadžba

$$\xi_D = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n + r_{a0} \cos \alpha_n - r_{a0} \sin |\psi_D|$$

$$\eta_D = -h_{a0} + r_{a0} - r_{a0} \cos |\psi_D| \quad (6.64)$$

- prikloni kut  $\psi_D$   $-\frac{\pi}{2} + \alpha_n \leq \psi_D \leq 0$  (6.65)



Odsječak  $\overline{T_5T_6}$

- početak  $T_5$   $\xi_5 = m_n \frac{\pi}{4} + (h_{a0} - r_{a0} + r_{a0} \sin \alpha_n) \tan \alpha_n + r_{a0} \cos \alpha_n$  (6.66)

$$\eta_5 = -h_{a0} \quad (6.67)$$

- kraj  $T_6$   $\xi_6 = m_n \frac{\pi}{2}$  (6.68)

$$\eta_6 = -h_{a0} \quad (6.69)$$

- jednadžba  $\eta_E = -h_{a0}$  (6.70)

- prikloni kut  $\psi_E$   $\psi_E = 0$  (6.71)

Geometrija profila ozubljenja definirana je dakle skupom ulaznih parametara od kojih se jedan dio odnosi na alat kojim se ozubljenje izrađuje, a drugi na samo ozubljenje.

Parametri alata su:

- normalni modul  $m_n$
- zahvatni kut  $\alpha_n$
- faktor visine korijena zuba alata  $h_{f0}^*$
- faktor visine glave zuba alata  $h_{a0}^*$
- faktor zaobljenja glave zuba alata  $r_{a0}^*$

a parametri ozubljenja:

- broj zuba izratka  $z_1, z_2$
- faktori pomaka profila  $x_1, x_2$
- faktori tjemene zračnosti  $c_1^*, c_2^*$ .

Formule i izrazi za proračunavanje vrijednosti dodatnih parametara ozubljenja dobro su poznati i detaljno su definirani u odgovarajućim normama [94], [109] i [110] i drugoj literaturi [35] te ovdje nisu posebno navođeni.

Zbog svoje obimnosti i složenosti te velikog broja točaka koje su potrebne za korektno prikazivanje profila ozubljenja opisana proračunska procedura za određivanje koordinata točaka profila ozubljenja implementirana je u razvijeni računalni program Geargraph. Da bi se osigurala ispravnost profila ozubljenja i njegova prikladnost za daljnju primjenu, nakon izračuna koordinata osnovnih točaka profila izvode se dodatne provjere i korekcije proračunate geometrije koje uključuju:

- pronalaženje i uklanjanje petlji koje postoje kod teoretske krivulje, a koje kod stvarne izrade alat svojim gibanjem uklanja
- otkrivanje i upozoravanje na oštre lomove krivulja pojedinih segmenata nastalih premalim brojem ulaznih točaka profila
- uređivanje mjesta spajanja dva različita odsječka uklanjanjem suvišnih i/ili dodavanjem potrebnih točaka profila.

## 6.2.4 Proračun i modeliranje opterećenja boka zuba

### 6.2.4.1 Uvod

Radi točnijeg određivanja naprezanja, normalna i tangencijalna opterećenja boka zuba u zahvatu, umjesto koncentriranim silama, u okviru matematičkog modela predstavljena su, kao što je već rečeno u točki 6.2.2, odgovarajućim raspodjelama opterećenja  $p(x)$  i  $q(x)$ . Njihovi profili izravno ovise o pretpostavljenim uvjetima zahvata i njihovim utjecajima. Ovakav pristup omogućuje značajnu fleksibilnost pri definiranju opterećenja, odnosno široke mogućnosti uzimanja u obzir raznovrsnih uvjeta zahvata i njihovog utjecaja na opterećenje.

### 6.2.4.2 Normalno opterećenje

#### *Vrijednost normalnog opterećenja*

Ukupna vrijednost normalnog opterećenja bokova svih zuba u zahvatu jednaka je vrijednosti obodne sile na temeljnom krugu  $F_{bt}$  koja se još naziva i ukupnom normalnom silom na zub, a čija se vrijednost određuje pomoću izraza [35]

$$F_{bt} = \frac{P}{\pi n_1 d_b} = \frac{2T_1}{d_b}. \quad (6.72)$$

Trenutne vrijednosti normalnih sila na zub  $F_{bti}$  koje djeluju na pojedine parove zuba u istovremenom zahvatu proračunavaju se na osnovi uvjeta da njihov zbroj daje ukupnu normalnu silu na zub  $F_{bt}$

$$F_{bt} = F_{bti(A-B)} + F_{bti(D-E)} \quad (6.73)$$

te uz pretpostavku jednakosti ukupnih progiba (deformacija) pojedinih parova zuba u zahvatu u smjeru zahvatne crte [111], [112], [113], [114], [115]

$$\delta_{i(A-B)} = \delta_{i(D-E)}. \quad (6.74)$$

Budući da se vrijednosti pojedinačnih krutosti para zuba u zahvatu  $c'_i$  određuju pomoću izraza

$$c'_i = \frac{F_{bti}/b}{\delta_i}, \quad (6.75)$$

uvjet (6.74) može se pisati i u sljedećem obliku:

$$\left( \frac{F_{bti(A-B)}}{c'_{i(A-B)} b} \right) = \left( \frac{F_{bti(D-E)}}{c'_{i(D-E)} b} \right). \quad (6.76)$$

Izrazi (6.73) i (6.76) tako čine sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice čijim se rješavanjem dobivaju trenutne vrijednosti normalnih sila na zub  $F_{bti}$ .

Vrijednosti pojedinačnih krutosti zuba u zahvatu  $c'_i$ , koje je za njegovo rješavanje potrebno je poznavati, moguće je odrediti primjenom proračunskog postupka za određivanje vrijednosti pojedinih deformacija i progiba zuba u zahvatu predloženog u [95] i [96]. Navedeni postupak je vrlo detaljan i točan, ali i nepraktičan zbog svoje složenosti i potrebe da se rješava nekom od iterativnih metoda proračuna.

Umjesto toga, prema [98], pojedinačne krutosti zuba u zahvatu  $c'_i$ , izravno su određivane primjenom izraza za proračunavanje ukupne deformacije pojedinog zuba u zahvatu predloženog u [116]

$$\delta_{1,2} = \frac{F_{bti}(1-\nu^2)}{bE} (A + Be^{C\bar{y}_p} + D) + \frac{2F_{bti}(1-\nu^2)}{\pi bE} \left( 1,27 + 0,781 \ln \frac{m_n}{b_H} \right) \quad (6.77)$$

gdje su

$$A = -1,05 + 153e^{-8,1x} z^{-(1,75-1,6x)}, \quad (6.78)$$

$$B = 0,63 + (7,35 - 0,924x)z^{-1}, \quad (6.79)$$

$$C = 1,28 - (2,88 + 3,68x)z^{-1}, \quad (6.80)$$

$$D = -1,06 + 0,638 \ln(m_n z), \quad (6.81)$$

$$\bar{y}_p = \frac{y_p}{m_n} = \frac{[r_p \cos(\alpha_b - \omega_b) - r_f]}{m_n}, \quad (6.82)$$

$$\alpha_b = \arctan\left(\frac{\rho}{r_b}\right), \quad (6.83)$$

$$r_p = \frac{r_b}{\cos \alpha_b}, \quad (6.84)$$

$$r_b = \frac{mz}{2} - m(1,25 - x), \quad (6.85)$$

$$\omega_b = \frac{\rho}{r_b} - \frac{(\pi + 4x \tan \alpha_n)}{2z} + \tan \alpha_n - \alpha_n, \quad (6.86)$$

$$r_f = \frac{m_n z}{2} \cos \alpha_n, \quad (6.87)$$

i izraza prema kojem se ukupna deformacija para zuba zupčanika u zahvatu dobiva se zbrajanjem njihovih pojedinačnih deformacija

$$\delta_i = \delta_1 + \delta_2. \quad (6.88)$$

### Profil normalnog opterećenja

U uvjetima graničnog i mješovitog podmazivanja profil normalnog opterećenja  $p(x)$  proračunava se na osnovi postavki Hertzove teorije kontakta dvaju zakrivljenih tijela [101], [102]. Stvarna geometrija boka zuba zamjenjuje se cilindrima čiji polumjeri odgovaraju vrijednostima polumjera zakrivljenosti bokova zuba u trenutnoj točki zahvata, a normalno se opterećenje predstavlja odgovarajućim Hertzovim pritiskom  $p(x)$  [106] (slika 6.12).

Izraz za proračun raspodjele pritiska  $p(x)$  glasi

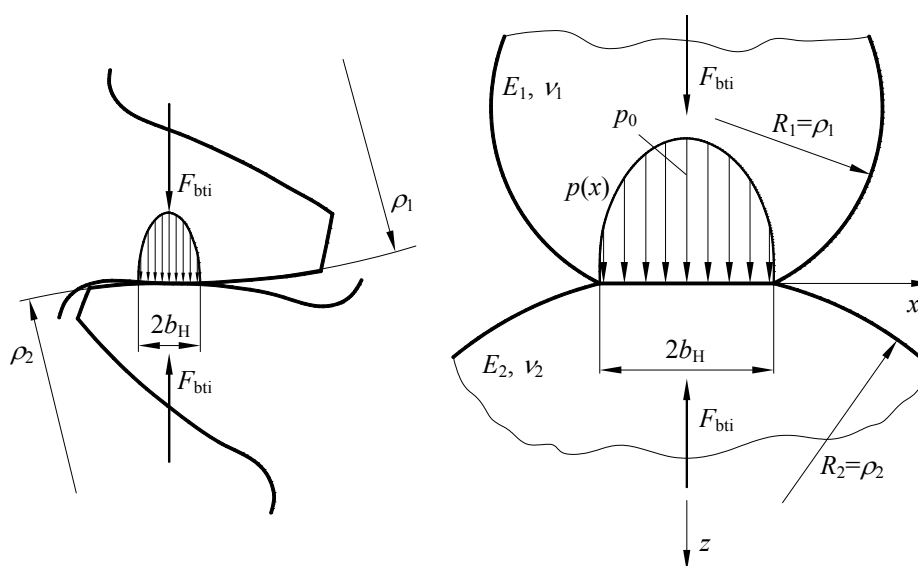
$$p(x) = \frac{2F_{bti}}{\pi b_H^2 b} \sqrt{b_H^2 - x^2}, \quad -b_H \leq x \leq b_H \quad (6.89)$$

gdje su

$$b_H^2 = \frac{4F_{bti}R}{\pi E^* b}, \quad (6.90)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}, \quad (6.91)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \quad (6.92)$$

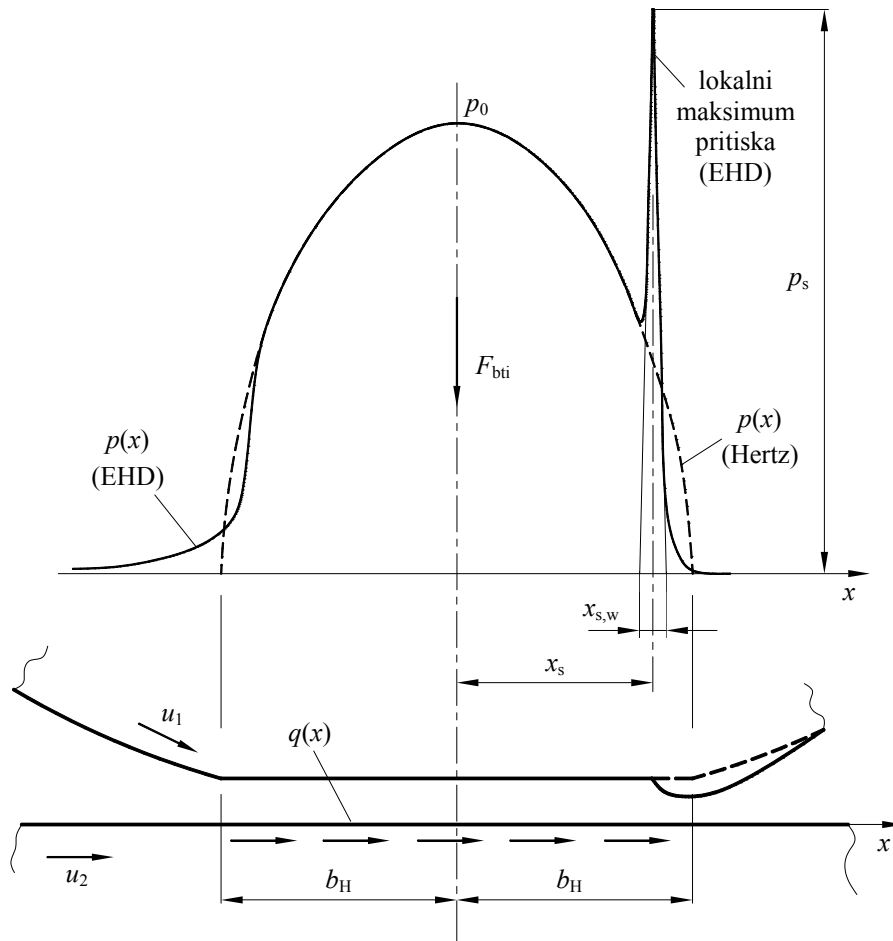


Slika 6.12 Ekvivalentni model kontakta dva zuba zupčanika

U uvjetima EHD podmazivanja tlak u fluidu u značajnoj mjeri utječe na značajke i na ponašanje fluida i materijala tijela u kontaktu, zbog čega raspodjelu pritiska odnosno profil opterećenja nije moguće na zadovoljavajući način predstaviti isključivo Hertzovom raspodjelom pritiska (6.89). Usporedba raspodjele pritiska  $p(x)$  proračunate primjenom elastohidrodinamičke i Hertzove teorije prikazana je na slici 6.13.

Raspodjelu pritiska kod kontakta u uvjetima EHD podmazivanja karakterizira lokalni maksimum pritiska koji se pojavljuje pri kraju područja kontakta uslijed elastične deformacije tijela u kontaktu zbog koje dolazi do lokalnog smanjenja debljine uljnog filma.

Ovisno o uvjetima kontakta navedeni lokalni maksimum pritiska može biti i značajno veći od globalnog maksimuma što u materijalu tijela u kontaktu može izazvati vrlo visoka lokalna naprezanja [101]. Značajke lokalnog maksimuma pritiska, relativnu vrijednost  $P_s$ , relativni položaj  $X_s$  i relativnu širinu  $X_{s,w}$  moguće je uz zadovoljavajuću točnost odrediti pomoću u [117] predloženih bezdimenzijskih empirijskih parametara  $W$ ,  $U$  i  $G$  [101]. Oni su uspješno primijenjeni u proračunskim modelima zahvata zupčanika u [60] i [118].



Slika 6.13 Raspodjele pritiska proračunate primjenom Hertzove i EHD teorije

Izrazi za proračunavanje značajki lokalnog maksimuma pritiska glase [117]:

$$P_s = \frac{P_s}{P_0} = 0,267W^{-0,375}U^{0,174}G^{0,219}, \quad (6.93)$$

$$X_s = \frac{x_s}{b_H} = 1 - 2,46W^{-0,941}U^{0,206}G^{-0,848}, \quad (6.94)$$

$$X_{s,w} = \frac{x_{s,w}}{b_H} = 0,199W^{-0,878}U^{0,347}G^{-0,126}, \quad (6.95)$$

gdje je:

$$W = \frac{F_{bti}/b}{E^*R}, \quad (6.96)$$

$$U = \frac{\eta_0 u_{sred}}{E^*R}, \quad (6.97)$$

$$G = \alpha E^*, \quad (6.98)$$

$$u_{sred} = \frac{u_1 + u_2}{2}. \quad (6.99)$$

Budući da je proračunavanje raspodjele pritiska u uvjetima EHD podmazivanja primjenom EHD teorije iznimno složeno [101], [119], profil normalnog opterećenja kojem su bokovi

zuba u zahvatu u takvim uvjetima izloženi, u razvijenom modelu proračunava se kombiniranjem Hertzove raspodjele pritiska i lokalnog maksimuma pritiska određenog pomoću navedenih parametara.

#### 6.2.4.3 Tangencijalno opterećenje

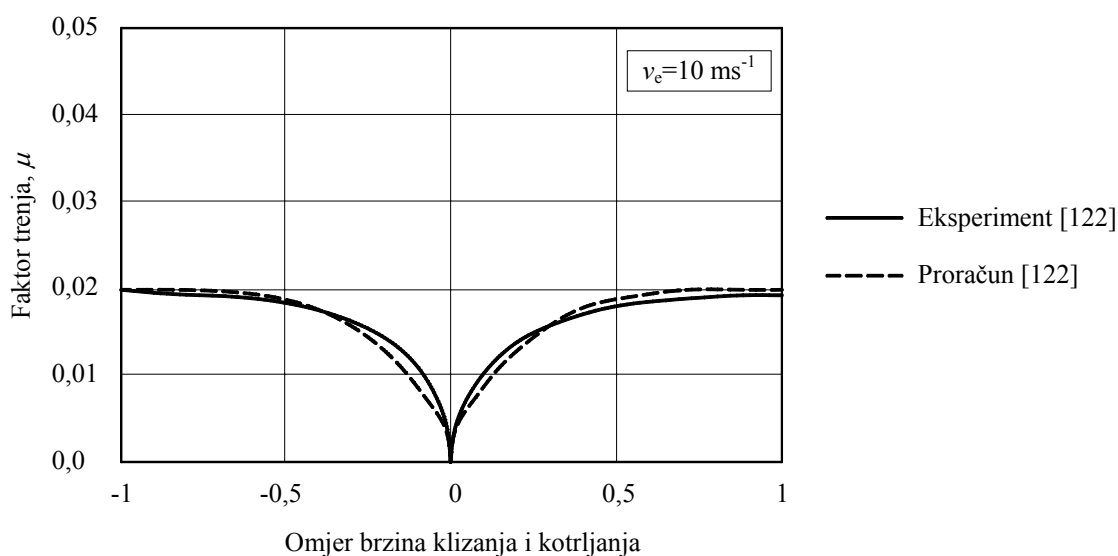
Tangencijalnim opterećenjem boka zuba  $q(x)$  označava se sila trenja koja se između bokova zuba međusobno pritisnutih normalnom silom  $F_{bti}$  javlja uslijed međusobnog klizanja površina bokova zuba za vrijeme zahvata. Za definiranje tangencijalnog opterećenja u takvim se slučajevima [29], [60], [118] uobičajeno primjenjuje Coulombov zakon trenja

$$q(x) = \mu \cdot p(x), \quad (6.113)$$

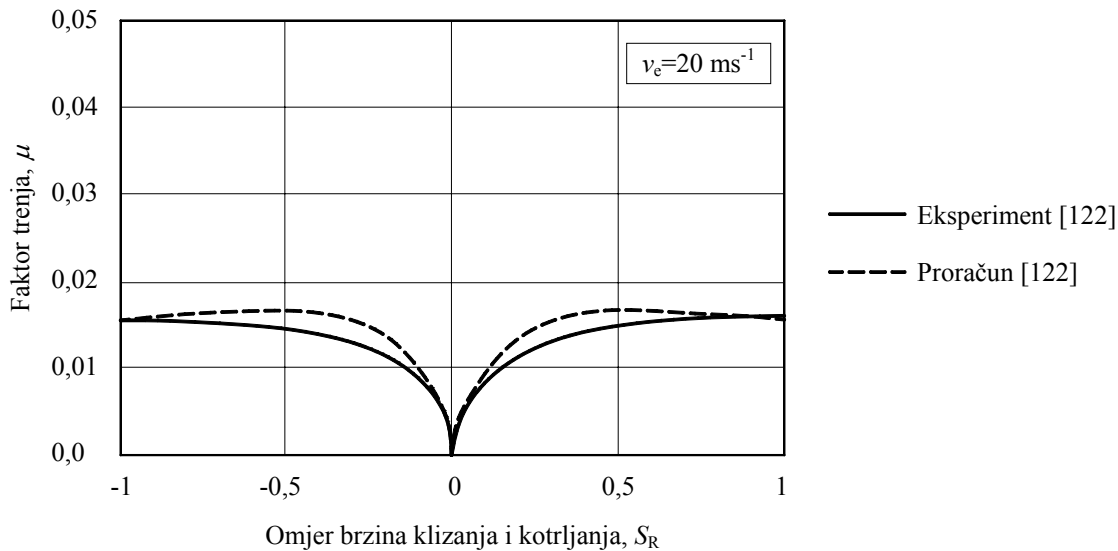
prema kojem njegova vrijednost, a time i profil ovise o normalnom opterećenju  $p(x)$  i faktoru trenja  $\mu$  između površina tijela u kontaktu [106].

Zbog značajki geometrije ozubljenja i kinematike zahvata te utjecaja podmazivanja vrijednost faktora trenja se duž puta zahvata mijenja. Međutim, u značajnom broju radova koji se bave modeliranjem zahvata ta se činjenica radi pojednostavljenja proračuna zanemaruje te se njegova vrijednost za vrijeme zahvata uzima konstantnom ovisno o uvjetima i pretpostavljenoj vrsti podmazivanja [28], [58], [93], [118], [120]. Vrijednosti koje se u navedenim radovima pridaju faktoru trenja u uvjetima graničnog podmazivanja iznose  $\mu = 0,10 \dots 0,12$ , kod mješovitog podmazivanja  $\mu = 0,067$ , a kod potpunog podmazivanja  $\mu = 0,04$ .

Ukoliko je riječ o graničnom ili mješovitom podmazivanju, takav je pristup u najvećoj mjeri zadovoljavajući, međutim, u slučaju potpunog (EHD) podmazivanja situacija je znatno drugačija te takva aproksimacija prestaje biti prihvatljiva [121]. To je jasno vidljivo iz dijagrama na slikama 6.14 i 6.15 koji prikazuju promjene vrijednosti faktora trenja za vrijeme zahvata zuba zupčanika pri dvjema različitim brzinama ulaska sredstva za podmazivanje u zahvat  $v_e$ , određene eksperimentalnim putem i numeričkim proračunom zasnovanom na EHD teoriji [122].



Slika 6.14 Faktor trenja duž boka zuba u blizini kinematskog pola C uz  $v_e = 10 \text{ ms}^{-1}$  (prema [122])



**Slika 6.15** Faktor trenja duž boka zuba u blizini kinematskog pola  $C$  uz  $v_c=20 \text{ ms}^{-1}$  (prema [122])

U okviru razvijenog matematičkog modela, pretpostavljeno je da se za vrijeme trajanja zahvata u uvjetima graničnog i mješovitog podmazivanja vrijednost faktora trenja ne mijenja ( $\mu = \text{konst}$ ). Budući da bi se pretpostavljanjem konstantnog faktora trenja u uvjetima potpunog odnosno EHD podmazivanja pogriješilo u određivanju vrijednosti tangencijalne komponente opterećenja  $q(x)$ , u proračunski je model uključena mogućnost određivanja faktora trenja za svaku trenutnu točku zahvata. Njegove se vrijednosti proračunavaju primjenom proračunske procedure odnosno izraza navedenog u [122] koji glasi

$$\mu = e^{f\left(S_R, \frac{P_0}{1000}, 1000\eta_{uz}, Rq\right)} \left(\frac{P_0}{1000}\right)^{b_2} |S_R|^{b_3} v_e^{b_6} (1000\eta_{uz})^{b_7} R^{b_8}, \quad (6.100)$$

gdje su:

$$f\left(S_R, \frac{P_0}{1000}, 1000\eta_{uz}, Rq\right) = b_1 + b_4 |S_R| \frac{P_0}{1000} \log(1000\eta_{uz}) + b_5 e^{-|S_R| \frac{P_0}{1000} \log(1000\eta_{uz})} + b_6 e^{Rq} \quad (6.101)$$

$$b_1 = -8,916465, \quad b_2 = 1,03303, \quad b_3 = 1,036077,$$

$$b_4 = -0,354068, \quad b_5 = 2,812084, \quad b_6 = -0,100601,$$

$$b_7 = 0,752755, \quad b_8 = -0,390958, \quad b_9 = 0,620305.$$

## 6.2.5 Modeliranje naprezanja zaostalih nakon toplinske obrade

Uobičajeni način uzimanja u obzir naprezanja zaostalih u materijalu nakon njegove toplinske obrade je njihovo pribrajanje naprezanjima izazvanima djelovanjem vanjskih opterećenja [23], [106]. Ovisno o vrijednostima i predznacima pojedinih naprezanja, na taj način određeno rezultirajuće stanje naprezanja može biti povoljnije ili nepovoljnije u odnosu na ono izazvano samo opterećenjem. Iako je mjerenje zaostalih naprezanja na gotovim zupčanicima najtočniji i najpouzdaniji način određivanja njihovih vrijednosti, ujedno je i vrlo skup, zbog čega je najčešće teško dostupan. Stoga se, posebice u ranim fazama konstruiranja zupčanika, vrijednosti zaostalih naprezanja procjenjuju primjenom

različitih, u pravilu empirijskih izraza. U [28] se navode izrazi kojima je na osnovi postignutih vrijednosti tvrdoće materijala moguće procijeniti naprezanja koja u njemu zaostanu nakon

indukcijskog kaljenja

$$\sigma_r = -3,94 \left( 1,01^{(HV - HV_{\text{jezgra}})} \right), \quad (6.102)$$

cementacije

$$\sigma_r = -1,25 (HV - HV_{\text{jezgra}}), \quad \text{za } (HV - HV_{\text{jezgra}}) \leq 300 \quad (6.103)$$

$$\sigma_r = 0,2857 (HV - HV_{\text{jezgra}}) - 460, \quad \text{za } (HV - HV_{\text{jezgra}}) > 300 \quad (6.104)$$

odnosno nitriranja

$$\sigma_r = -1,667 (HV - HV_{\text{jezgra}}), \quad \text{za } (HV - HV_{\text{jezgra}}) \leq 300 \quad (6.104)$$

$$\sigma_r = -500, \quad \text{za } (HV - HV_{\text{jezgra}}) > 300. \quad (6.105)$$

Pritom se pretpostavlja da u uvjetima ravninskog stanja deformacije, izrazima (6.116) - (6.120) određena zaostala naprezanja, načelno djeluju jednako i po visini zuba (smjer  $x$ ) i po njegovoj širini (smjer  $y$ ), a da je pri ravninskom stanju naprezanja njihovo djelovanje ograničeno samo po visini zuba (smjer  $x$ ). U oba slučaja se smatra da ih u smjeru okomitom na slobodnu površinu boka zuba (smjer  $z$ ) nema.

Ravninsko stanje deformacije

$$(\sigma_x)_r = (\sigma_y)_r = \sigma_r, \quad (6.106)$$

$$(\sigma_z)_r = (\tau_{xy})_r = (\tau_{xz})_r = (\tau_{yz})_r = 0. \quad (6.107)$$

Ravninsko stanje naprezanja

$$(\sigma_x)_r = \sigma_r, \quad (6.108)$$

$$(\sigma_y)_r = (\sigma_z)_r = (\tau_{xy})_r = (\tau_{xz})_r = (\tau_{yz})_r = 0. \quad (6.109)$$





## 7 VERIFIKACIJA RAZVIJENOG MATEMATIČKOG MODELA ZAHVATA ZUBA

### 7.1 Uvod

Valjanost razvijenog matematičkog modela zahvata zuba zupčanika predloženog u prethodnom poglavlju provjerena je eksperimentom, metodom fotoelasticimetrije i numeričkom analizom, metodom konačnih elemenata. Razlog za dvojaku provjeru leži u činjenici da je dostupnom konfiguracijom fotolasticimetrijske opreme moguće odrediti samo razliku glavnih normalnih napreznja  $\sigma_1 - \sigma_2$  odnosno glavno smično napreznje u ravnini modela  $\tau_3$  [123], [124]. Numerička analiza nema takvih ograničenja te je njome osim navedenih veličina moguće proračunati vrijednosti svih komponenta napreznja i deformacija u bilo kojoj točki numeričkog modela.

### 7.2 Verifikacija rezultata metodom fotoelasticimetrije

#### 7.2.1 Fotoelastični model zupčanika

##### 7.2.1.1 Geometrijski parametri ozubljenja

Model zupčanika korišten u eksperimentalnom dijelu verifikacije matematičkog modela je onaj na kojem su već izvođena ispitivanja vrijednosti napreznja u korijenu i na boku zuba [4]. Riječ je o ravnom vanjskom evolventnom ozubljenju sa stupnjem prekrivanja profila  $\varepsilon_\alpha = 2,3$ . Vrijednosti parametara ozubljenja potrebne za definiciju njegove geometrije navedene su u tablici 7.1.

**Tablica 7.1** Vrijednosti geometrijskih parametara fotoelastičnog modela ozubljenog para

Naziv parametra	Zupčanik 1	Zupčanik 2
Normalni modul $m_n$	22 mm	
Normalni zahvatni kut $\alpha_n$	20°	
Faktor visine glave zuba alata $h_{a01,2}^*$	1,5	
Faktor zaobljenja glave zuba alata $r_{a01,2}^*$	0,341	0,341
Faktor ukupne visine zuba alata $h_0^*$	2,5	
Broj zubi $z_{1,2}$	22	88
Faktor pomaka profila $x_{1,2}$	0	0
Faktor tjemene zračnosti $c_{1,2}^*$	0,1	0,1
Promjer preko glave $d_{a1,2}$	545,6 mm	1997,6 mm
Širina zupčanika $b_{1,2}$	10 mm	10 mm
Stupanj prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha$	2,3	
Razmak osi $a$	1210 mm	

### 7.2.1.2 Materijal modela

Model ozubljenja izrađen je iz aralditnih ploča debljine 10 mm. Araldit B je trgovački naziv za polimerni materijal proizveden od posebne vrste epoksidne smole, a zbog svoje velike optičke osjetljivosti vrlo je pogodan za fotoelasticometrijska ispitivanja naprezanja i deformacija. Materijalne značajke koje je potrebno poznavati za uspješno eksperimentalno određivanje vrijednosti naprezanja u opterećenom modelu su fotoelastična konstanta  $f_\sigma$ , modul elastičnosti  $E$  i Poissonov broj  $\nu$  materijala modela. Zbog sklonosti Araldita B puzanju, njihove se vrijednosti za vrijeme djelovanja opterećenja osjetno mijenjaju što je u proračunima na odgovarajući način potrebno uzeti u obzir. Procedure za određivanje vrijednosti fotoelastične konstante  $f_\sigma$  i modula elastičnosti  $E$  opisane su u [123]. Njihove vrijednosti određene za materijal korištenih modela i način na koji se one mijenjaju u ovisnosti o vremenu opterećivanja  $t_e$  dani su u [4]. Vrijednost fotoelastične konstante materijala  $f_\sigma$  ispitivanog ozubljenja moguće je odrediti izrazom

$$f_\sigma = 11,255t_e^{-0,0221}, \quad (7.1)$$

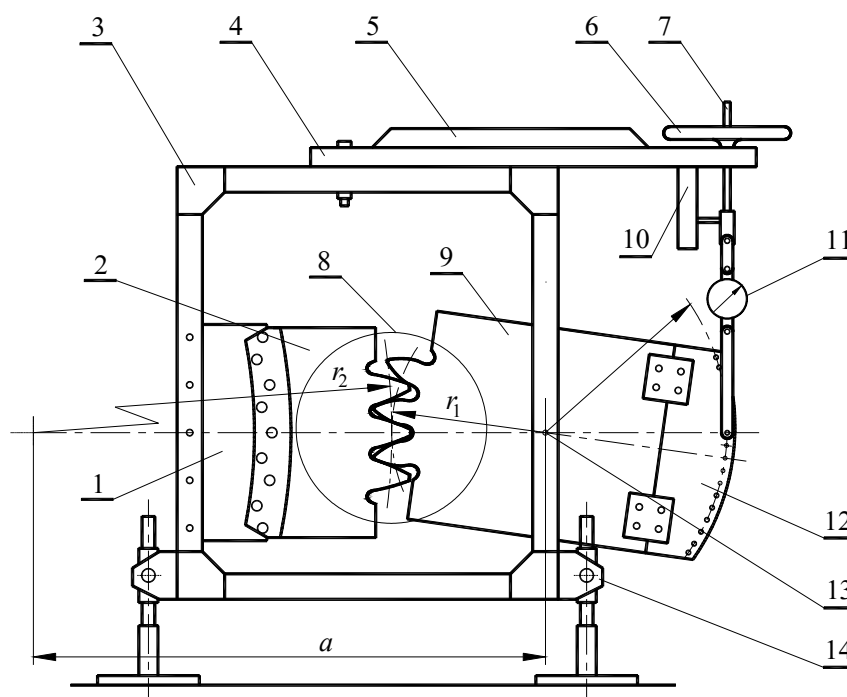
a vrijednost modula elastičnosti  $E$  izrazom

$$E = 3218,5t_e^{-0,0081}. \quad (7.2)$$

Vrijednost Poissonovog broja  $\nu$  za materijal modela ozubljenja iznosi 0,38 [123].

### 7.2.2 Eksperimentalna oprema i uvjeti ispitivanja

Za učvršćenje i opterećivanje modela korištena je naprava prikazana na slici 7.1 [4].



Slika 7.1 Naprava za učvršćenje i opterećivanje fotoelastičnog modela para zupčanika [4]

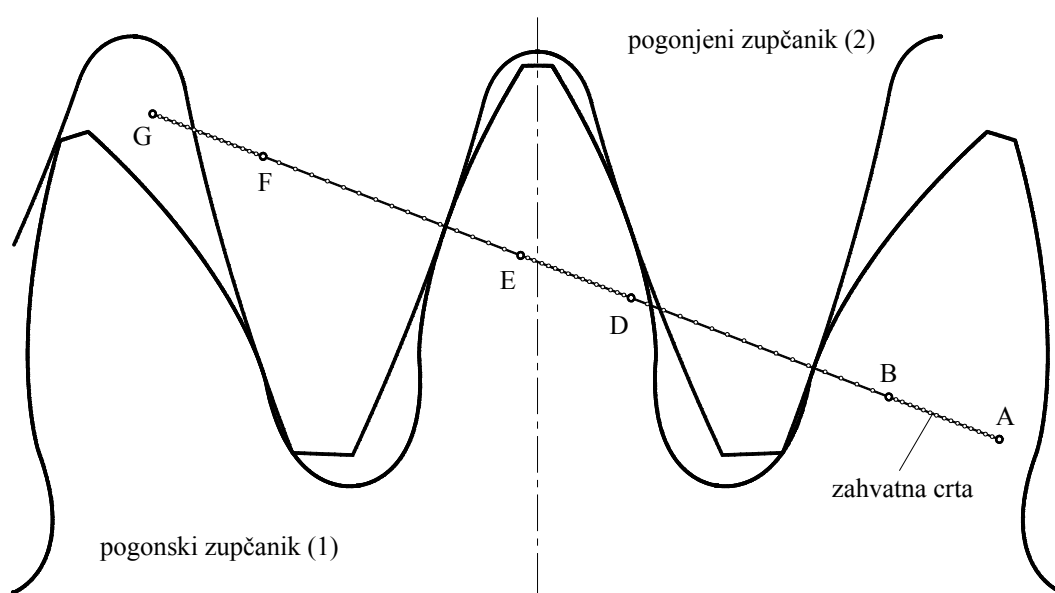
Nakon namještanja u željeni položaj, segment velikog zupčanika (2) se pomoću steznih ploča (1) kruto pričvršćuje za okvir naprave (3). Segment malog zupčanika (9) na kojeg je

pričvršćen produžetak (12), uležišten je u okviru naprave (3) putem kugličnog ležaja (13) i ekscentrične osovinice kojom je moguće fino podešavati razmak osi  $a$ . Rotacijom malog zupčanika oko središta odnosno uležištenja opterećuju se parovi zuba u zahvatu. Opterećenje se uvodi zakretanjem kola za pritezanje (6) čime se izaziva aksijalni pomak navojnog vretena (7) uležištenog u vodilici (10), koja je pričvršćena za pomičnu gredu (4) dodatno ojačanu letvom (5). Kontrola opterećenja izvodi se očitavanjem i praćenjem vrijednosti sile na prstenastom dinamometru (11), koji ima mogućnost mjerenja sile do 1980 N. Najveće vrijednosti sile koje je na dinamometru moguće očitati, u materijalu modela izazivaju naprezanja manja od dopuštenih naprezanja prema [123]. Efektivno područje promatranja i snimanja modela približno naznačeno kružnicom (8) moguće je u određenoj mjeri mijenjati podešavanjem položaja i visine postolja (14). Promatranje i snimanje opterećenog modela izvedeno je pomoću difuznog polariskopa Tiedemann & Betz AE131 s monokromatskim svjetlom opremljenog polarizatorskim filtrima i četvrtvalnim pločama. Za fotografiranje modela korišten je digitalni fotoaparatus Olympus C-55, koji je bio poravnat s osi polariskopa i koji je od modela bio udaljen 1,5 m. Mjerenja su izvedena u laboratorijskim uvjetima pri okolnoj temperaturi od 20 °C.

### 7.2.3 Mjerni protokol

Zbog prirode eksperimenta i modela, glavno normalno naprezanje koje djeluje okomito na ravninu modela se ne razmatra. Zato su glavna normalna naprezanja u ravnini modela označena sa  $\sigma_1$  odnosno  $\sigma_2$ . Glavni cilj eksperimenta bio je utvrđivanje vrijednosti razlike glavnih naprezanja u ravnini modela  $\sigma_1 - \sigma_2$  za vrijeme trajanja zahvata i njihova usporedba s proračunski određenim vrijednostima.

Budući da simuliranje kontinuiranog odvijanja zahvata nije bilo moguće, vrijednosti navedenih veličina određene su u različitim trenucima odnosno fazama zahvata pri čemu se svaka od njih može definirati s točno određenom točkom na zahvatnoj crti. U tom smislu, segmenti zahvatne crte, AB, DE i FG pojedinačne duljine 19,49 mm te BD i EF pojedinačne duljine 45,46 mm podijeljeni su svaki na 16 dijelova jednake duljine (slika 7.2).



Slika 7.2 CAD model zupčanika u zahvatu i podjela zahvatne crte

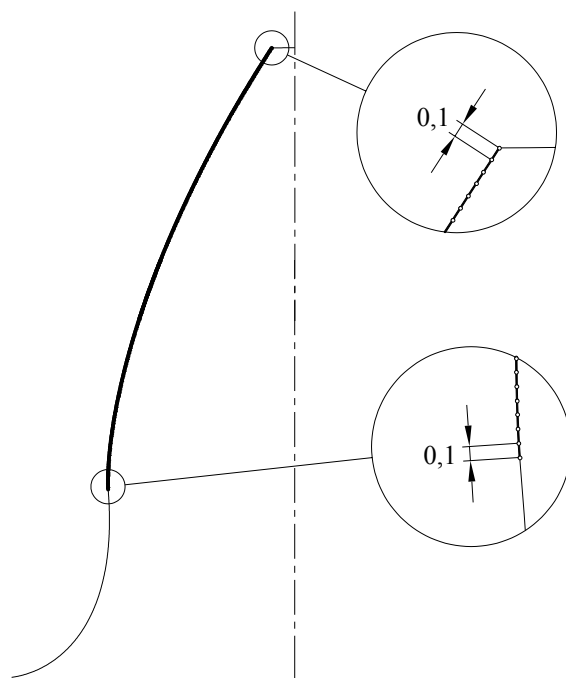
Snimanje modela ozubljenja u zahvatu bilo je predviđeno u položajima u kojima se trenutne točke dodira bokova zuba poklapaju s točkama na zahvatnoj crti označenima s A, AB4, AB8, AB12, BD2, BD4, BD6, BD8, BD10, BD12 i BD13 što čini ukupno 11 različitih položaja ozubljenja. Budući da se u zahvatu istovremeno nalaze i drugi parovi zuba modela, ali koji pritom ostvaruju kontakt u okviru drugih segmenata na zahvatnoj crti, navedenih 11 položaja bilo je dovoljno za određivanje vrijednosti  $\sigma_1 - \sigma_2$  za ukupno 26 različitih trenutaka zahvata.

Nakon učvršćivanja segmenta velikog zupčanika u željenom položaju definiranom odgovarajućom točkom na zahvatnoj crti zupčanici su dovođeni u zahvat zakretanjem segmenta malog zupčanika i ostvarivanjem kontakta između bokova zuba. Prije uvođenja opterećenja bez iznimke su provjeravane i po potrebi korigirane greške u međusobnom nalijeganju zuba po širini kao i vrijednost ostvarenog razmaka osi  $a$ . Opterećivanjem segmenta malog zupčanika putem sklopa za opterećivanje, u svakom položaju ostvarena je ukupna normalna sila na zub  $F_{bt}$  u iznosu od 1913 N. Modeli ozubljenja su u svakom položaju bili snimljeni po dva puta.

## 7.2.4 Analiza rezultata

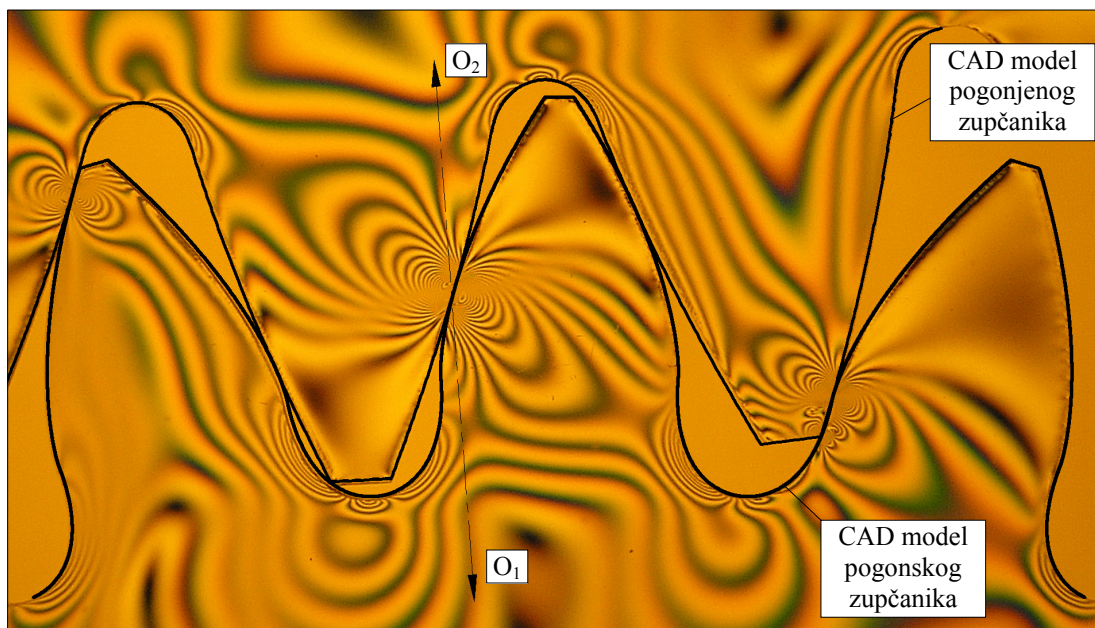
### 7.2.4.1 Preliminarna analiza eksperimenta i dobivenih rezultata

Razvijeni matematički model zahvata zuba i na osnovi njega razvijeni program Geargraph omogućuju generiranje CAD modela ozubljenja željenog stupnja detaljnosti, pronalaženje stvarne točke kontakta na CAD modelu kao i računanje s različitim vrijednostima faktora trenja između bokova zuba u zahvatu. Na osnovi ulaznih podataka navedenih u tablici 7.1, u programu Geargraph generiran je CAD model ozubljenja. Generirana krivulja boka zuba malog zupčanika podijeljena je na ukupno 500 segmenata duljine po 0,1 mm što je rezultiralo ukupno 501 točkom u kojima je moguće simulirati i analizirati kontakt (slika 7.3).



Slika 7.3 CAD model geometrije boka zuba

Digitalne fotografije opterećenih fotoelastičnih modela ozubljenja i njima pripadni generirani CAD modeli uneseni su i međusobno preklapljeni u programskom paketu AutoCAD. Njihov izgled nakon usklađivanja veličine i poravnavanja prikazan je na slici 7.4.



Slika 7.4 Preklapljeni fotoelastični i CAD modeli zupčanika

Detaljnijom analizom uočene su određene nekonzistentnosti između opterećenih modela ozubljenja na snimkama i CAD modela ozubljenja u zahvatu. U tablici 7.2 usporedno su navedene oznake točaka na zahvatnoj crti u kojima se kontakt trebao ostvariti i onih u kojima je on pri punom iznosu opterećenja stvarno i ostvaren te njihova udaljenost od točke A odnosno trenutna duljina zahvata  $g$ .

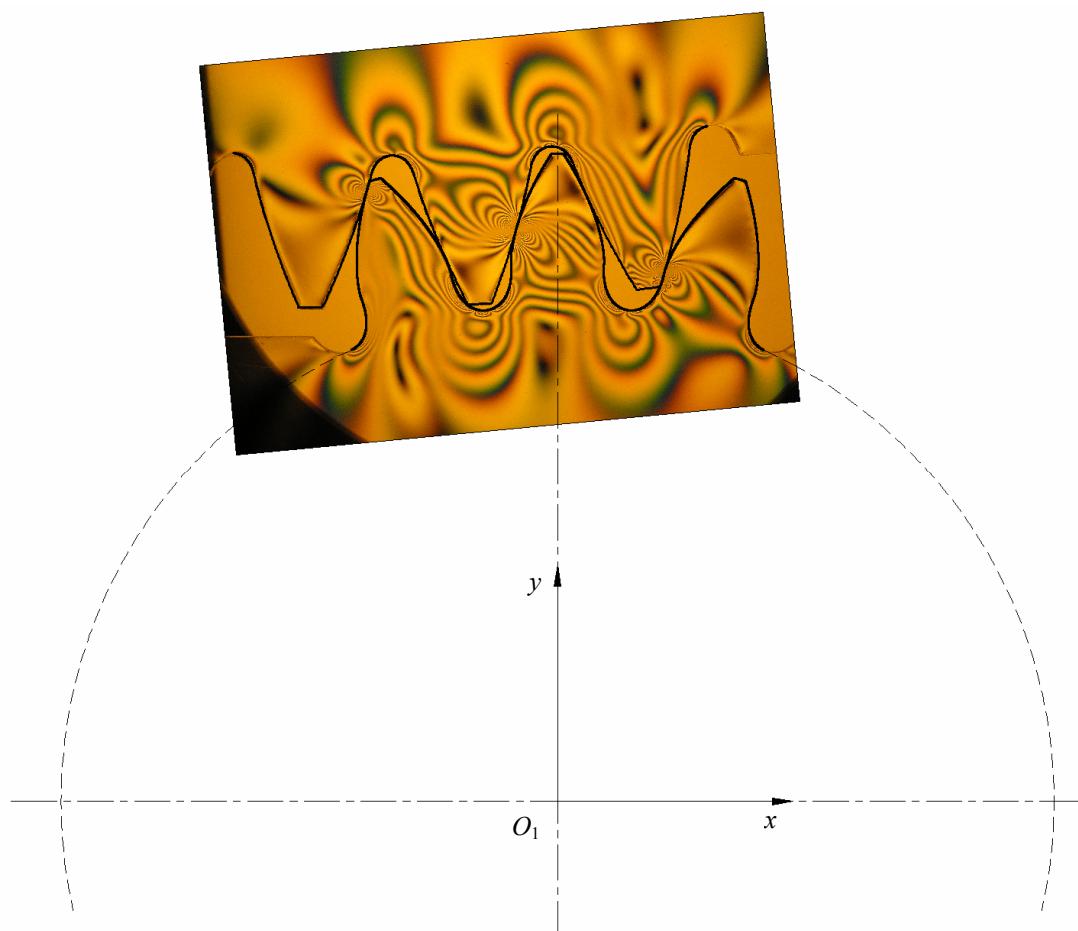
Tablica 7.2 Željene i stvarno ostvarene točke zahvata te njima pripadne trenutne duljine zahvata

Željena točka zahvata		Ostvarena točka zahvata	
Oznaka	Trenutna duljina zahvata $g$ u mm	Oznaka	Trenutna duljina zahvata $g$ u mm
A	0,0000	AB4,5	5,4738
AB4	4,8645	AB8	9,7389
AB8	9,7389	AB13	15,8319
AB12	14,6133	AB15	18,2691
BD2	25,1701	BD4	30,8525
BD4	30,8525	BD5,5	35,1143
BD6	36,5349	BD8	42,2173
BD8	42,2173	BD10	47,8997
BD10	47,8997	BD11	50,7409
BD12	53,5821	BD13,5	57,8439
BD13	56,4233	BD15	62,1057

Ustanovljeno je da su navedena odstupanja posljedica elastičnosti naprave za učvršćenje i opterećivanje modela, samih aralditnih modela zupčanika te sporadičnog skokovitog proklizavanja bokova zuba prilikom uvođenja opterećenja. Spomenuto sporadično proklizavanje posljedica je razlike u između faktora trenja mirovanja i gibanja između bokova zuba u kontaktu, a poznato je kao tzv. *stick-slip* efekt [106]. Iako su pritom ostvareni pomaci vrlo mali, pojava može značajno utjecati na vrijednost koju sila trenja između bokova zuba ima nakon završenog opterećivanja modela. Navedeni utjecaji i opisan pojava razlozi su zbog kojih nije bilo moguće unaprijed precizno, nego tek približno odrediti točku zahvatne crte u kojoj će konačni kontakt između zuba modela zaista biti ostvaren.

Zahvaljujući mogućnostima razvijenog računalnog programa, navedena odstupanja između željene i stvarne točke kontakta fotoelasticimetrijskog modela ozubljenja te vrijednosti sile trenja između bokova zuba u kontaktu bilo je moguće uzeti u obzir. Vrijednosti  $\sigma_1 - \sigma_2$  proračunate su za stvarno ostvarene točke zahvata te su uspoređene s onima dobivenima eksperimentalnim putem.

U tom je smislu referentni koordinatni sustav  $x$ - $y$  postavljen i orijentiran na način da mu je ishodište koincidentno sa središtem malog zupčanika  $O_1$ , a os  $y$  koincidentna sa simetralom srednjeg zuba fotoelasticimetrijskog odnosno CAD modela (slika 7.5). U svim razmatranim slučajevima zahvata položaj malog zupčanika u referentnom koordinatnom sustavu bio je isti, čime je pojednostavljeno pronalaženje pojedinih točaka i praćenje vrijednosti naprezanja u njima.



Slika 7.5 Položaj i orijentacija referentnog koordinatnog sustava  $x$ - $y$

Na taj je način za svaku, na fotografiji identificiranu točku kontakta pojedinog para zuba, bilo moguće u proračunskom i CAD modelu pronaći oznaku i koordinate njoj pripadne točke na zahvatnoj crti te njoj pripadnu trenutnu dužinu zahvata kao i redni broj i koordinate njoj pripadne točke na boku zuba malog zupčanika. Spomenuti podaci za sve osnovne točke kontakta modela ozubljenja navedeni su u tablici 7.3.

**Tablica 7.3** Detaljni podaci o stvarnim točkama zahvata fotoelastičnog modela ozubljenja

Oznaka ostvarene točke zahvata	Trenutna duljina zahvata	Koordinate točke zahvata na zahvatnoj crti		Redni broj točke na boku zuba malog zupčanika	Koordinate točke na boku malog zupčanika	
	g u mm	$x_{zc}$ u mm	$y_{zc}$ u mm		$x_{bok}$ u mm	$y_{bok}$ u mm
AB4,5	5,4738	71,4141	216,0074	2	-19,6084	226,6598
AB8	9,7389	66,7951	217,6886	4	-19,6173	226,8591
AB13	15,8319	62,2600	219,3392	7	-19,6244	227,1583
AB15	18,2691	59,8635	220,2114	9	-19,626	227,3577
BD4	30,8525	47,4164	224,7418	24	-19,5824	228,8531
BD5,5	35,1143	43,6871	226,0992	30	-19,5437	229,4503
BD8	42,2173	36,7541	228,6226	43	-19,4273	230,7417
BD10	47,8997	31,6953	230,4638	54	-19,2984	231,8313
BD11	50,7409	28,7471	231,5369	61	-19,2035	232,5230
BD13,5	57,8439	22,2349	233,9072	78	-18,9355	234,1973
BD15	62,1057	18,0641	235,4252	90	-18,7171	235,3742
DE4,5	70,4207	10,4937	238,1805	114	-18,2153	237,7147
DE8	74,6858	5,8883	239,8568	130	-17,8368	239,2651
DE13	80,7788	0,5167	241,8119	150	-17,3185	241,1914
DE15	83,2160	-1,5323	242,5577	158	-17,0977	241,9592
EF4	95,7994	-13,5244	246,9225	209	-15,5266	246,8047
EF5,5	102,8991	-17,3969	248,3320	227	-14,9098	248,4936
EF8	107,1642	-23,7203	250,6335	258	-13,7785	251,3761
EF10	112,8466	-28,5463	252,3900	283	-12,8059	253,6762
EF11	115,6878	-31,5232	253,4735	299	-12,1567	255,1367
EF13,5	122,7908	-38,6327	256,0612	339	-10,4477	258,7482
EF15	127,0526	-43,6921	257,9027	369	-9,0895	261,4195
FG4,5	135,3676	-50,5967	260,4157	412	-7,0362	265,1921
FG8	139,6327	-54,7484	261,9268	439	-5,6862	267,5270
FG13	145,7257	-60,3804	263,9767	477	-3,7115	270,7687
FG15	148,1629	-62,6841	264,8152	493	-2,8549	272,1180



## 7.2.4.2 Vrijednost i mjesto maksimuma glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela

Izokrome odnosno neprekinuta područja iste boje na opterećenom fotoelastičnom modelu predstavljaju područja sa jednakom razlikom glavnih naprezanja  $\sigma_1 - \sigma_2$  [123]. Njihove vrijednosti moguće je odrediti primjenom izraza

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f_\sigma N_{iz}}{b}, \quad (7.3)$$

a pomoću izraza

$$\tau_3 = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2} \quad (7.4)$$

moguće je izračunati vrijednost glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela  $\tau_3$ .

Budući da su fotografije na kojima je određivan redni broj izokroma u odabranoj točki modela pozitivni, izokrome svijetle boje su cjeloredne ( $N_{iz} = 0, 1, 2, \dots$ ), dok su izokrome tamne boje poluredne ( $N_{iz} = 1/2, 3/2, \dots$ ). Vrijednosti fotoelastične konstante  $f_\sigma$  i modula elastičnosti  $E$  određivane su primjenom izraza (7.1) i (7.2) za svako mjerenje na osnovi vremena  $t_e$  proteklog od opterećivanja modela do izvršenog snimanja.

Preklapanjem snimke fotoelasticimetrijskog modela s generiranim CAD modelom ozubljenja osim vrijednosti glavnog smičnog naprezanja  $\tau_3$  bilo je moguće odrediti i mjesto na kojem se ono pojavljuje. Usporedba eksperimentom i proračunom određenih parametara vezanih uz raspodjelu glavnog smičnog naprezanja  $\tau_3$  izvršena je za slučaj zahvata u točkama zahvatne crte s oznakama BD13,5 i EF11, kojima odgovaraju točke boka malog zupčanika s rednim brojevima 78 odnosno 299. Vrijednosti ulaznih parametara korištene u primjeru navedene su u tablici 7.4.

**Tablica 7.4** Parametri potrebni za proračunsko određivanje naprezanja

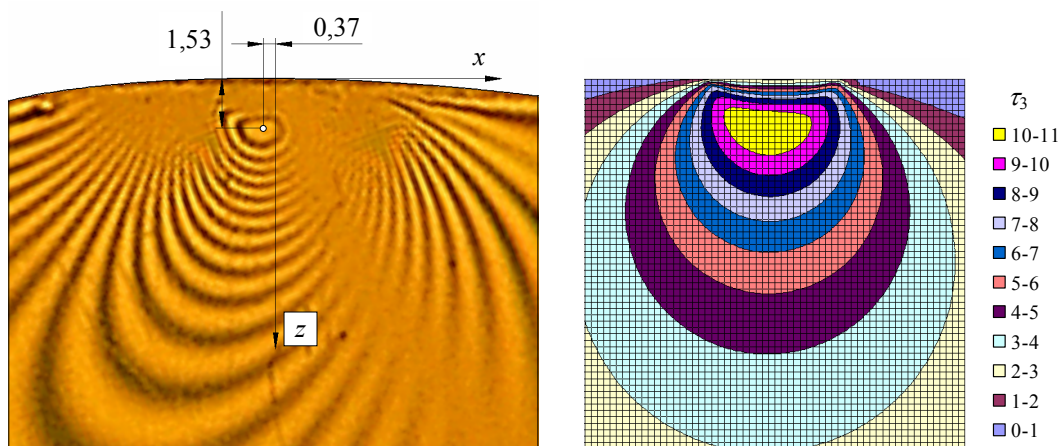
Naziv parametra	Vrijednost
Ukupna normalna sila na zub $F_{bt}$	1913 N
Fotoelastična konstanta $f_\sigma$	11,029 Nmm <sup>-1</sup>
Modul elastičnosti $E$	3194,7 Nmm <sup>-2</sup>
Poissonov broj $\nu$	0,38
Profil normalnog opterećenja	Hertzov
Pretpostavljeno stanje naprezanja/deformacije	ravninsko stanje naprezanja
Broj točaka kontakta na boku zuba	501

### Zahvat u točki BD13,5

Točka s oznakom BD13,5 nalazi se u području dvostrukog zahvata. Za potrebe proračuna procijenjena vrijednost faktora trenja između bokova zuba iznosi  $\mu = 0,05$ . Rezultati dobiveni eksperimentom odnosno proračunom navedeni su u tablici 7.5, a raspodjele vrijednosti  $\sigma_1 - \sigma_2$  odnosno  $\tau_3$  u neposrednoj blizini kontakta prikazane su na slici 7.6.

**Tablica 7.5** Usporedba eksperimentom i proračunom dobivenih rezultata (zahvat u točki BD13,5)

Naziv parametra	Eksperiment	Proračun
Najveća vrijednost glavnog smičnog napreznja $\tau_3$	11,6 Nmm <sup>-2</sup>	10,8 Nmm <sup>-2</sup>
x koordinata najveće vrijednosti napreznja $\tau_3$	-0,37 mm	-0,39 mm
z koordinata najveće vrijednosti napreznja $\tau_3$	1,53 mm	1,50 mm

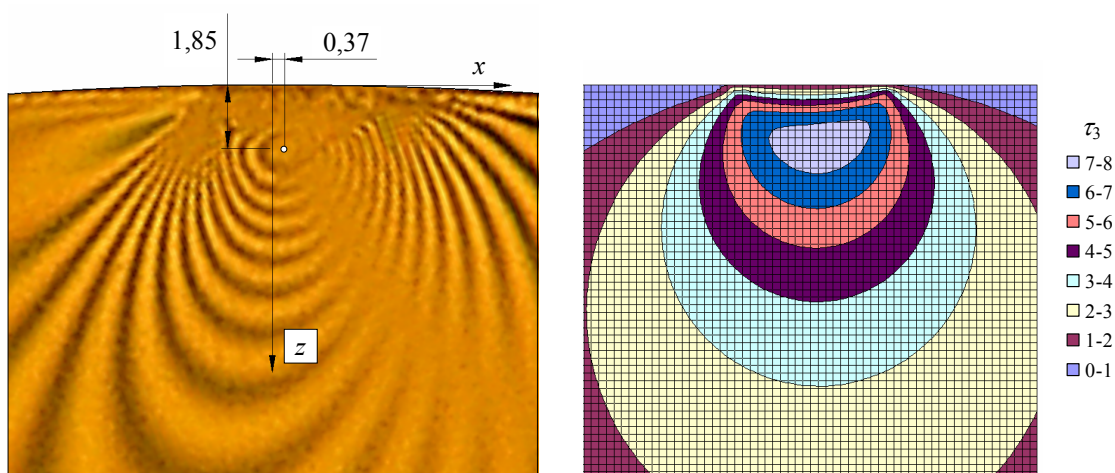
**Slika 7.6** Eksperimentom i proračunom utvrđeno mjesto maksimuma  $\tau_3$  za zahvat u točki BD13,5

### Zahvat u točki EF11

Točka sa oznakom EF11 nalazi se također u području dvostrukog zahvata, ali s druge strane kinematskog pola C. Kao i u prethodnom slučaju vrijednost faktora trenja između bokova zuba procijenjena je na  $\mu = 0,05$ . Dobiveni rezultati navedeni su u tablici 7.6, a raspodjele vrijednosti  $\sigma_1 - \sigma_2$  odnosno  $\tau_3$  u neposrednoj blizini kontakta prikazane su na slici 7.7.

**Tablica 7.6** Usporedba eksperimentom i proračunom dobivenih rezultata (zahvat u točki EF11)

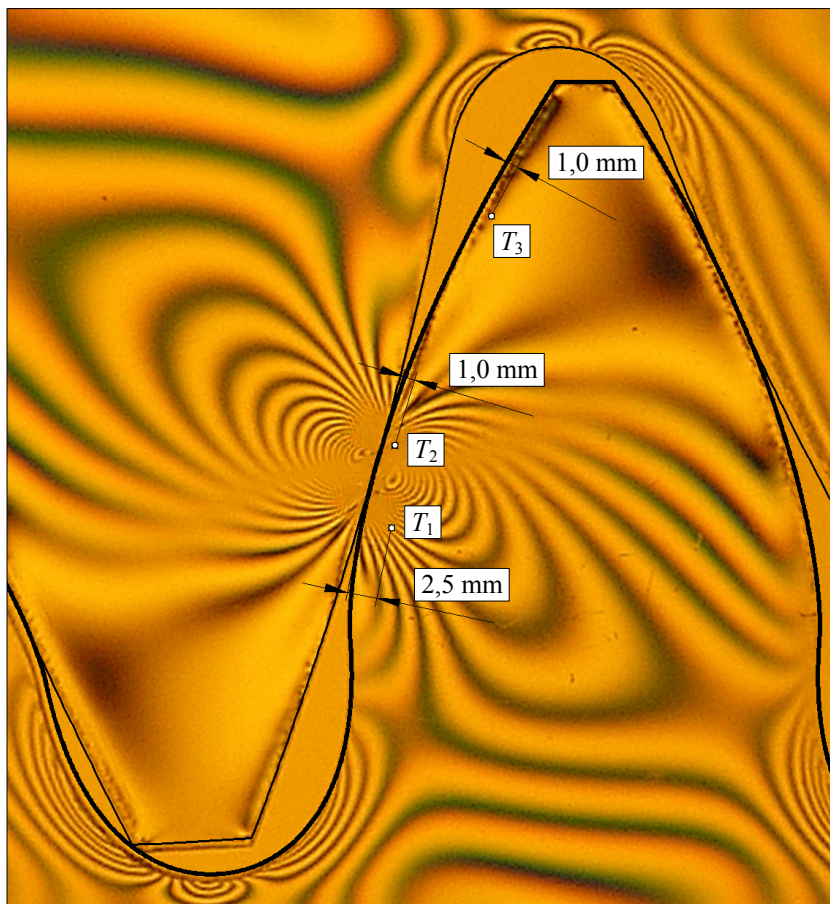
Naziv parametra	Eksperiment	Proračun
Najveća vrijednost glavnog smičnog napreznja $\tau_3$	8,8 Nmm <sup>-2</sup>	7,5 Nmm <sup>-2</sup>
x koordinata najveće vrijednosti napreznja $\tau_3$	0,37 mm	0,44 mm
z koordinata najveće vrijednosti napreznja $\tau_3$	1,85 mm	1,72 mm

**Slika 7.7** Eksperimentom i proračunom utvrđeno mjesto maksimuma  $\tau_3$  za zahvat u točki EF11

Na osnovi podataka navedenih u tablicama 7.5 i 7.6 te grafičkih prikaza raspodjele vrijednosti  $\sigma_1 - \sigma_2$  odnosno  $\tau_3$  na slikama 7.6 i 7.7, može se zaključiti da se eksperimentom i proračunom dobiveni rezultati u oba analizirana slučaja dobro podudaraju. Primjetnija odstupanja proračunskih od eksperimentalnih vrijednosti naprezanja  $\tau_3$  s velikom se sigurnošću mogu pripisati utjecaju savijanja zuba koje razvijeni matematički model ne uzima u obzir. Vrlo dobro predviđanje mjesta pojave maksimuma  $\tau_3$  upućuje na uspješno modeliranje utjecaja koji trenje između bokova ima na mjesto njegove pojave.

#### 7.2.4.3 Glavno smično naprezanje u ravnini modela za vrijeme zahvata

Razvijenim proračunom moguće je odrediti vrijednosti svih komponenti naprezanja za bilo koju točku na površini ili ispod površine boka zuba u bilo kojem trenutku zahvata. Valjanost razvijenog proračuna provjerena je usporedbom vrijednosti glavnog smičnog naprezanja  $\tau_3$  u ravnini modela u odabranim točkama malog zupčanika dobivenih eksperimentalnim i proračunskim putem za ukupno 26 različitih položaja ozubljenja odnosno trenutaka zahvata. Točka  $T_1(-16,1113, 235,6482)$  nalazi se 2,5 mm, a točke  $T_2(-15,833, 242,537)$  i  $T_3(-7,748, 261,655)$  1 mm ispod površine boka (slika 7.8).



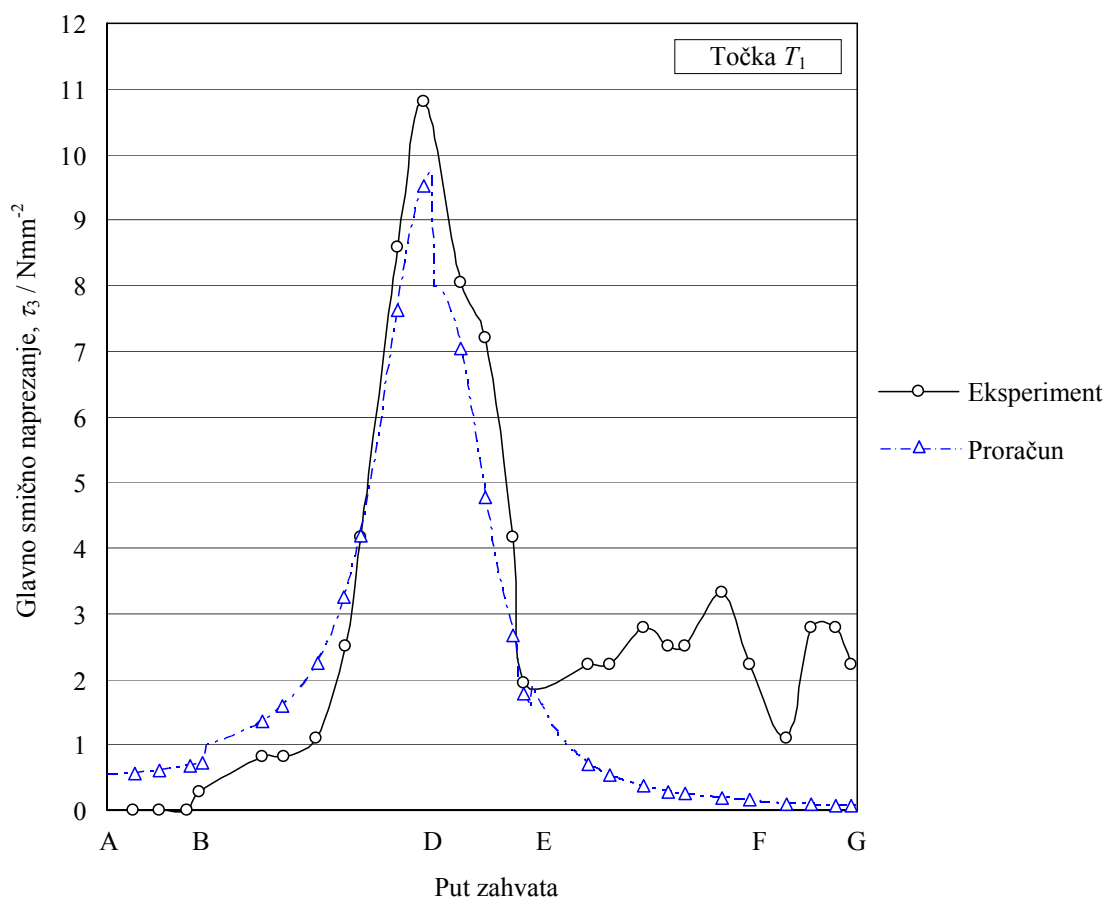
Slika 7.8 Točke  $T_1$ ,  $T_2$  i  $T_3$  na malom zupčaniku (zahvat u točki DE13)

Za proračunsko određivanje vrijednosti naprezanja pretpostavljena je konstantna vrijednost faktora trenja  $\mu = 0,05$  tijekom cijelog zahvata. Ostali potrebni ulazni parametri i njihove vrijednosti koje su korištene u proračunu identični su onima navedenima u tablici 7.4.

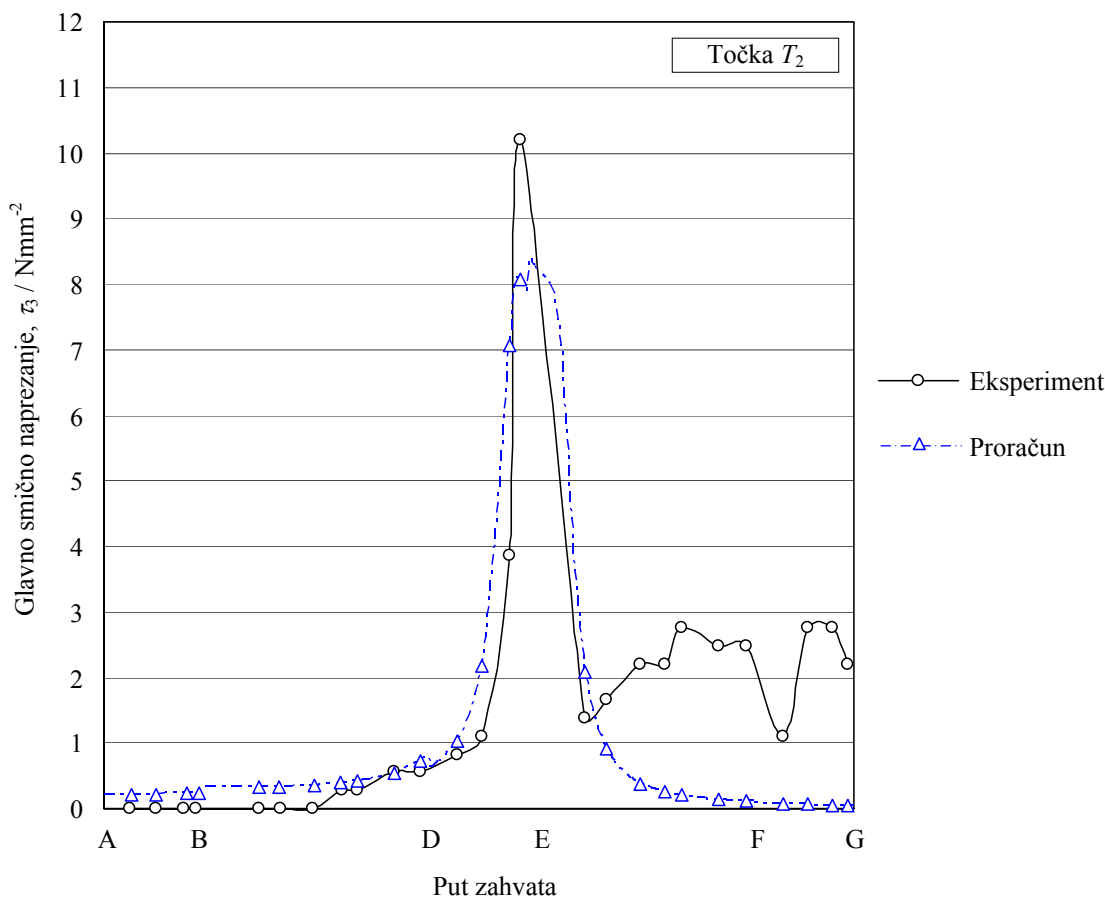
Eksperimentom određene vrijednosti glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela  $\tau_3$  u točkama  $T_1$ ,  $T_2$  i  $T_3$  za vrijeme trajanja zahvata navedene su u tablici 7.7 i prikazane u dijagramima na slikama 7.9 - 7.11.

**Tablica 7.7** Eksperimentalne vrijednosti glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela  $\tau_3$  za vrijeme zahvata

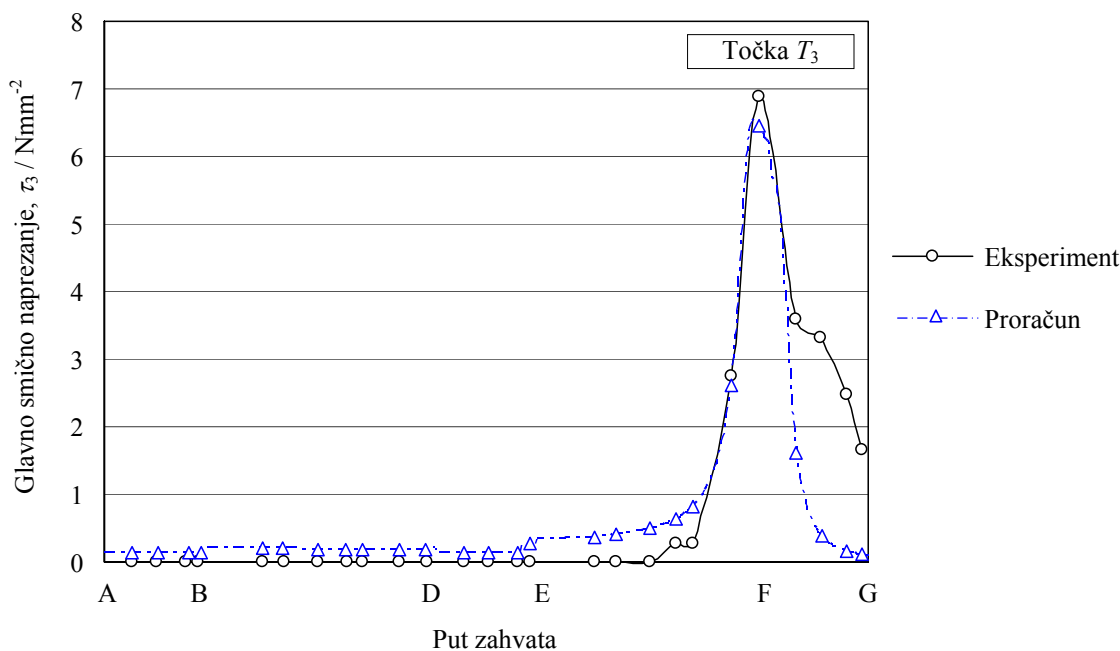
Ostvarena točka zahvata	Red izokrome, $N_{iz}$			$\tau_3$ (Nmm <sup>-2</sup> )		
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
AB4,5	0	0	0	0	0	0
AB8	0	0	0	0	0	0
AB13	0	0	0	0	0	0
AB15	0,5	0	0	0,275	0	0
BD4	1,5	0	0	0,83	0	0
BD5,5	1,5	0	0	0,83	0	0
BD8	2	0	0	1,11	0	0
BD10	4,5	0,5	0	2,495	0,275	0
BD11	7,5	0,5	0	4,16	0,275	0
BD13,5	15,5	1	0	8,595	0,555	0
BD15	19,5	1	0	10,815	0,555	0
DE4,5	14,5	1,5	0	8,04	0,83	0
DE8	13	2	0	7,21	1,11	0
DE13	7,5	7	0	4,16	3,88	0
DE15	3,5	18,5	0	1,94	10,26	0
EF4	4	2,5	0	2,22	1,385	0
EF5,5	4	3	0	2,22	1,665	0
EF8	5	4	0	2,775	2,22	0
EF10	4,5	4	0,5	2,495	2,22	0,275
EF11	4,5	5	0,5	2,495	2,775	0,275
EF13,5	6	4,5	5	3,325	2,495	2,775
EF15	4	4,5	12,5	2,22	2,495	6,93
FG4,5	2	2	6,5	1,11	1,11	3,605
FG8	5	5	6	2,775	2,775	3,325
FG13	5	5	4,5	2,775	2,775	2,495
FG15	4	4	3	2,22	2,22	1,665



Slika 7.9 Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti  $\tau_3$  u točki  $T_1$  za vrijeme trajanja zahvata



Slika 7.10 Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti  $\tau_3$  u točki  $T_2$  za vrijeme trajanja zahvata



Slika 7.11 Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti  $\tau_3$  u točki  $T_3$  za vrijeme trajanja zahvata

Proračunski određene vrijednosti glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela  $\tau_3$  u sva tri slučaja relativno dobro prate eksperimentom određene vrijednosti. Odstupanja su osjetnija kod točaka koje su bliže korijenu zuba, s naglaskom na period u kojem je točka zahvata između promatrane točke ( $T_1$ ,  $T_2$  odnosno  $T_3$ ) malog zupčanika i točke  $G$  koja označava završetak puta zahvata. Navedena odstupanja posljedica su utjecaja naprezanja izazvanih savijanjem zuba, posebice u blizini korijena zuba, a koja se razvijenim matematičkim modelom ne uzimaju u obzir. U prilog tome govori i značajno smanjenje tih odstupanja vidljivo u dijagramu na slici 7.11, u kojem se prati kretanje vrijednosti naprezanja u točki  $T_3$ , koja je najudaljenija od korijena zuba. Proračunate vrijednosti naprezanja  $\tau_3$  od eksperimentalnih u najopterećenijem odnosno najrelevantnijem dijelu zahvata zuba manja su za 9,8 % ( $T_1$ ), 18,2 % ( $T_2$ ) odnosno 6,9 % ( $T_3$ ).

## 7.3 Verifikacija rezultata metodom konačnih elemenata

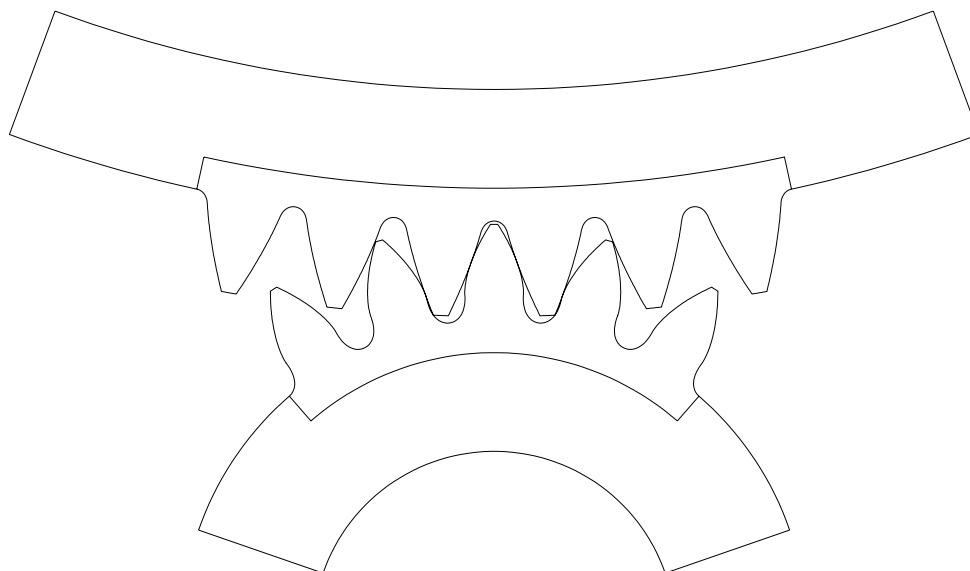
### 7.3.1 Vrsta analize

Za izvođenje numeričke analize metodom konačnih elemenata i verifikaciju rezultata dobivenih razvijenim matematičkim modelom odabran je programski paket Ansys u svojoj inačici 10.0 [125], [126], [127], [128]. Zbog činjenice da koncentrirana sila može izazvati značajan poremećaj u raspodjeli naprezanja u materijalu tijela u blizini mjesta svog djelovanja, umjesto tog jednostavnog načina opterećivanja modela zuba odabrana je nelinearna kontaktna analiza para zupčanika u zahvatu.

### 7.3.2 Geometrijski model zupčanika

Numerički analizirano ozubljenje identično je onome koje je ispitivano metodom fotoelasticimetrije te su za generiranje osnovne geometrije zuba korištene vrijednosti geometrijskih parametara ozubljenja navedene u tablici 7.1. Budući da je cjelokupni

proračunski postupak za određivanje napreznja materijala boka zuba za vrijeme zahvata razvijena za primjenu na ravnim zupčanicima, geometrijski i na njemu temeljeni numerički model su ravninski (2D). Modeliranje kompletnih zupčanika u zahvatu izrazito bi povećalo složenost geometrijskog i numeričkog modela, čime bi se i znatno produžilo trajanje analize. Stoga su već u fazi modeliranja geometrije uvedena određena pojednostavljena te je model pogonskog zupčanika (1) predstavljen dijelom vijenca s 5 zuba, a model pogonjenog zupčanika (2) također dijelom vijenca sa 6 zuba (slika 7.12). Debljina vijenca oba zupčanika iznosi približno  $5m_n$ . Geometrijski model ozubljenja u zahvatu u cijelosti je generiran pomoću razvijenog programa Geargraph.

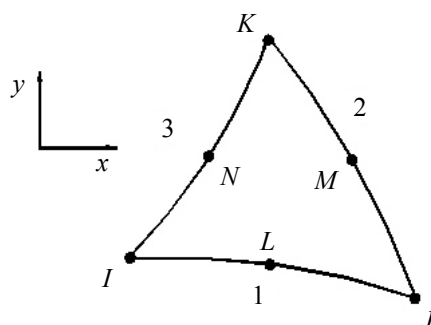


Slika 7.12 Geometrijski model para zupčanika u zahvatu

### 7.3.3 Mreža konačnih elemenata

Za omrežavanje modela ozubljenja korištene su 2 osnovne vrste konačnih elemenata: 6-čvorni trokutni parabolični elementi (PLANE 82), kojima su umreženi vijenci i unutrašnjost zuba ozubljenja, te 3-čvorni linijski parabolični kontaktne elementi (TARGE169 i CONTA172), kojima su omreženi dijelovi linija boka zuba koji se u promatranom trenutku zahvata nalaze u međusobnom kontaktu.

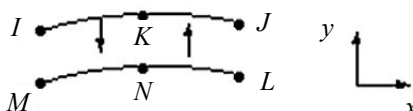
Ravninski 6-čvorni trokutni parabolični elementi (PLANE 82) definirani su sa po 6 čvorova (slika 7.13), od kojih svaki ima po dva stupnja slobode (translacija u smjeru  $x$  i  $y$  osi) te omogućavaju dobro omrežavanje nepravilnih oblika već i sa manjim brojem elemenata.



Slika 7.13 6-čvorni trokutni parabolični element PLANE82

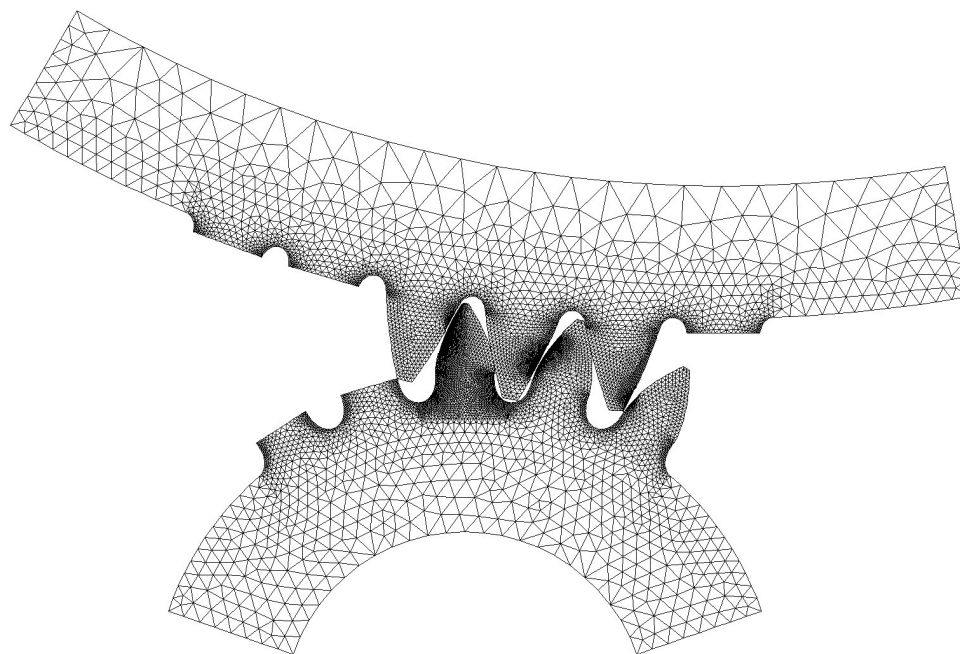
Koriste se za modeliranje ravninskog stanja naprezanja i deformacije te u osnosimetričnim problemima. U okviru ulaznih podataka moguće je zadati pozicije čvorova i debljinu modela te definirati ortotropnost materijala. Dostupna relevantna opterećenja uključuju koncentrirane sile u čvorovima te pritisak u vidu raspodjele opterećenja.

Linijski kontaktni elementi (TARGE169 i CONTA172) su parabolični elementi sa po 3 čvora (slika 7.14), od kojih svaki ima po dva stupnja slobode (translacija u smjeru  $x$  i  $y$  osi). Ne mogu se koristiti samostalno, već se vežu na bridove postojećih elemenata - u ovom slučaju elemenata PLANE 82. Pogodni su za analizu problema pri ravninskom stanju naprezanja odnosno deformacije.



Slika 7.14 3-čvorni linijski parabolični kontaktni elementi CONTA172 i TARGE169

Pored već spomenutih pojednostavljenja geometrije modela, u cilju dodatnog skraćivanja trajanja proračuna prilagođena je i mreža konačnih elemenata. Područja od veće važnosti za točnost rezultata, kao što su područje korijena zuba i područje kontakta na boku zuba omrežena su većim brojem manjih konačnih elemenata. Na dijelovima modela dalje od tih područja mreža konačnih elemenata bila je grublja. Pored toga, budući da se za vrijeme zahvata HCR ozubljenja u kontaktu nalaze naizmjenično 2 i 3 para zuba, za određene je slučajeve mreža na odgovarajući način korigirana. Kako se vidi na slici 7.15, mreža konačnih elemenata je uklanjana sa zuba koji u promatranom slučaju ne sudjeluju aktivno u zahvatu. Provjerom je ustanovljeno da se time nije utjecalo na točnost rezultata, ali je trajanje proračuna osjetno skraćeno.



Slika 7.15 Omreženi model para zupčanika u zahvatu



### 7.3.4 Rubni uvjeti

Ostvarivanje kontakta u željenoj točki na zahvatnoj crti u načelu se izvodi zakretanjem malog i velikog zupčanika oko njihovih osi  $O_1$  i  $O_2$  za pripadne kuteve  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ . Vrijednosti kuteva zakretanja  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  kojima se analizirano ozubljenje iz početnog položaja dovodilo u zahvat u karakterističnim točkama  $A, B, D, E, F$  i  $G$  navedene su u tablici 7.8. Pritom se pod početnim položajem podrazumijeva onaj kod kojeg su zub malog i velikog zupčanika međusobno preklapljeni pri čemu simetrala i jednog i drugog leži na pravcu koji prolazi kroz središta  $O_1$  i  $O_2$ .

**Tablica 7.8** Kutevi zakretanja modela malog i velikog zupčanika za ostvarivanje kontakta

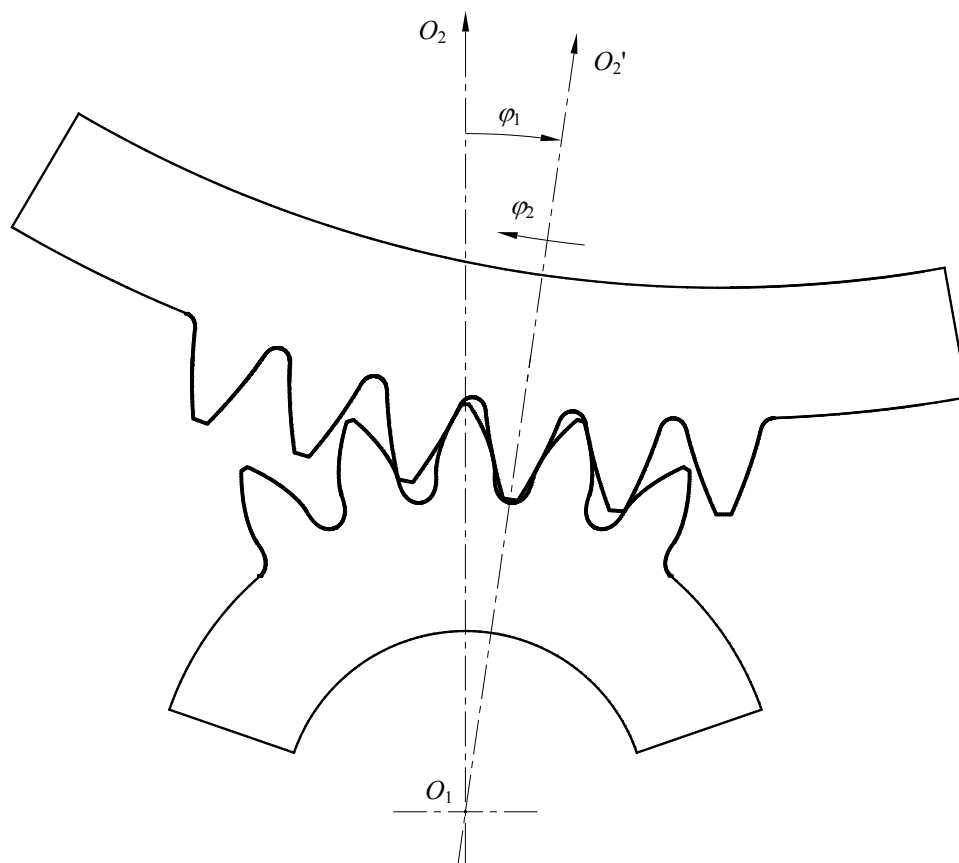
Oznaka	Točka zahvata na zahvatnoj crti			Kut zakretanja	
	x koordinata u mm	y koordinata u mm	Trenutna dužina zahvata, g u mm	$\varphi_1$	$\varphi_2$
A	76,55065	214,1378	0	-24,616°	4,108539°
B	58,23821	220,803	19,487	-19,706°	2,881571°
D	15,52054	236,351	64,946	-8,25413°	0,019019°
E	-2,79191	243,0162	84,434	-3,34826°	-1,20979°
F	-45,5096	258,5641	129,893	8,109388°	-4,0728°
G	-63,822	265,2293	149,381	13,0213°	-5,30075°

Budući da je u promatranom slučaju trenje u zahvatu bilo zanemareno, opterećivanje zupčanika izvedeno je zakretanjem samo velikog zupčanika najprije oko  $O_1$ , a potom i oko  $O_2$  (slika 7.16). Na taj se način izbjegla potreba za promjenom položaja malog zupčanika što je olakšalo očitavanje i uspoređivanje vrijednosti pomaka, sila i naprežanja u pojedinim točkama. U slučaju da se trenje uzima u obzir, opterećivanje je potrebno izvoditi zakretanjem malog zupčanika jer bi inače sila trenja klizanja između bokova zuba djelovala u pogrešnom smjeru.

Pomaci čvorova na unutarnjem promjeru vijenca malog zupčanika u potpunosti su spriječeni. Iako je time krutost modela donekle uvećana, to nije imalo primjetnog utjecaja na rezultate zbog dovoljne udaljenosti navedenih čvorova od područja modela na kojima se ostvaruju kontakti i očitavaju rezultati.

Nakon zakretanja velikog zupčanika oko  $O_1$  za kut  $\varphi_1$  čvorovi na unutarnjem promjeru njegovog vijenca smješteni su u cilindrični koordinatni sustav čije se ishodište nalazi u novom središtu  $O_2'$ , nakon čega su im spriječeni radijalni pomaci te nametnuti odgovarajući kutni pomaci  $\varphi_2$ .

Zbog nemogućnosti točnog predviđanja kuta zakretanja  $\varphi_2$  koji će rezultirati potrebnom vrijednošću obodne sile na temeljnom krugu  $F_{bt}$ , njegova je konačna vrijednost određivana iterativno. Preliminarno odabrana vrijednost  $\varphi_2$  se na model aplicirala postepeno, u 10 koraka nakon čega je provjeravano da li je završno postignuta vrijednost  $F_{bt}$  veća od potrebne. Konačni kut zakretanja  $\varphi_2$  koji rezultira potrebnom vrijednošću obodne sile na temeljnom krugu  $F_{bt}$  određivan je linearnom interpolacijom između dva najbliža koraka. Nakon toga se izvodila konačna analiza, pri čemu je čvorovima na unutarnjem promjeru vijenca velikog zupčanika na opisani način zadavana određena konačna vrijednost kutnog pomaka  $\varphi_2$ . U tablici 7.9 navedene su vrijednosti ostalih parametara materijala, opterećenja i naprežanja koje su u analizi bile korištene odnosno pretpostavljene.



Slika 7.16 Dovođenje geometrijskih modela zupčanika u kontakt u točkama A-D-F

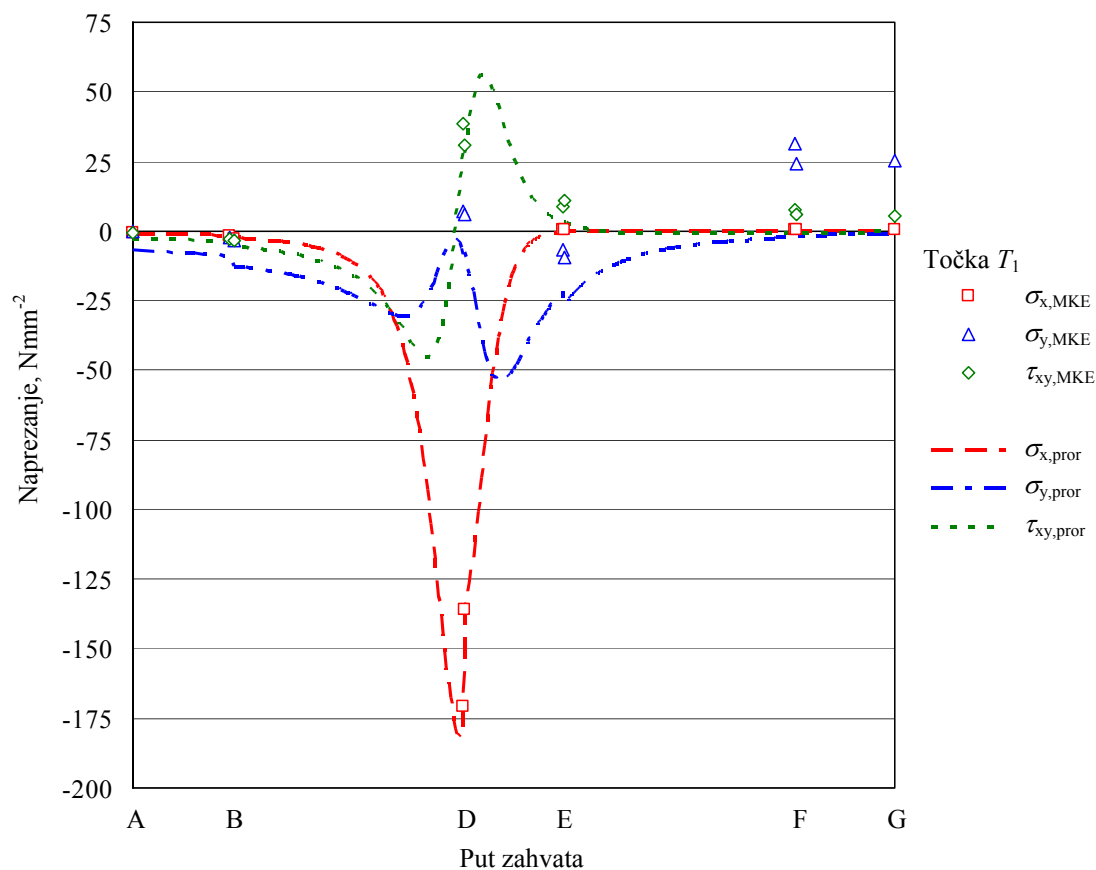
Tablica 7.9 Parametri materijala, opterećenja i stanja naprezanja

Naziv parametra	Vrijednost
Ukupna normalna sila na zub $F_{bt}$	12600 N
Modul elastičnosti $E$	206800 Nmm <sup>-2</sup>
Poissonov broj $\nu$	0,29
Pretpostavljeno stanje naprezanja/deformacije	ravninsko stanje naprezanja
Faktor trenja $\mu$	0,0

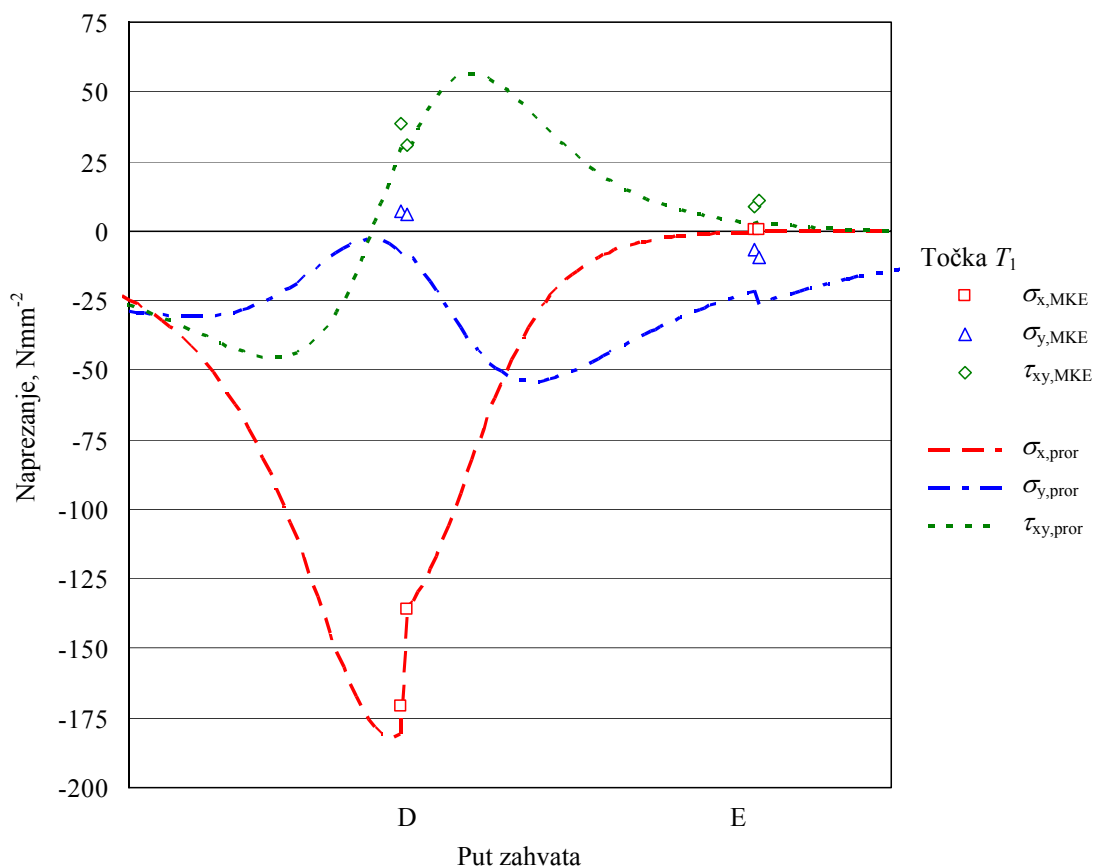
### 7.3.5 Analiza rezultata

Numerička analiza provedena je za ukupno 10 različitih položaja ispitivanog ozubljenja definiranih karakterističnim točkama duž puta zahvata u kojima zahvat počinje ( $A$ ) i završava ( $G$ ) te onih u kojima dolazi do izmjenjivanja dvostrukog i trostrukog zahvata ( $B$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ) (slika 7.2).

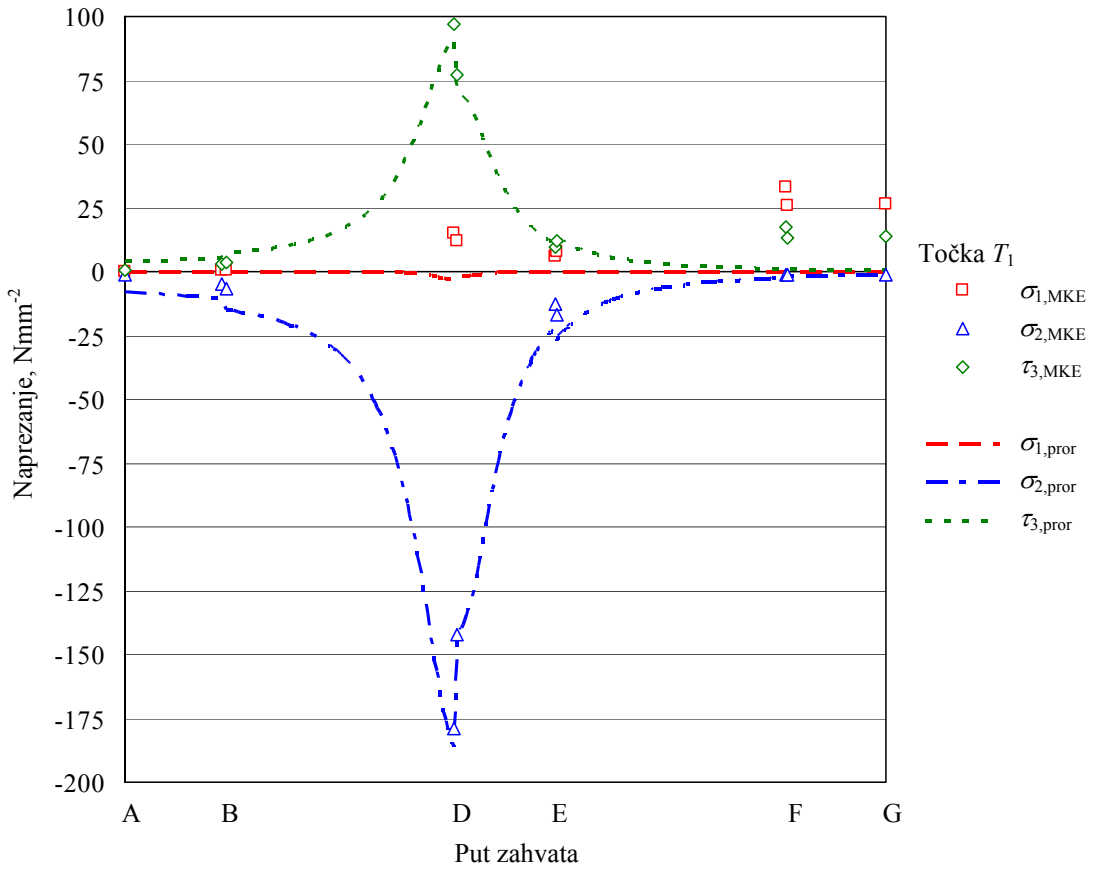
U referentnom koordinatnom sustavu prikazanom na slici 7.5, određene su komponente naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  i  $\tau_{xy}$  te glavna naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  i  $\tau_3$  u odabranim točkama malog zupčanika  $T_1(-16,1113, 235,6482)$ ,  $T_2(-15,833, 242,537)$  i  $T_3(-7,748, 261,655)$  (slika 7.8). Vrijednosti navedenih naprezanja za vrijeme zahvata određene metodom konačnih elemenata i razvijenim proračunom usporedno su prikazane u dijagramima na slikama od 7.17 do 7.28.



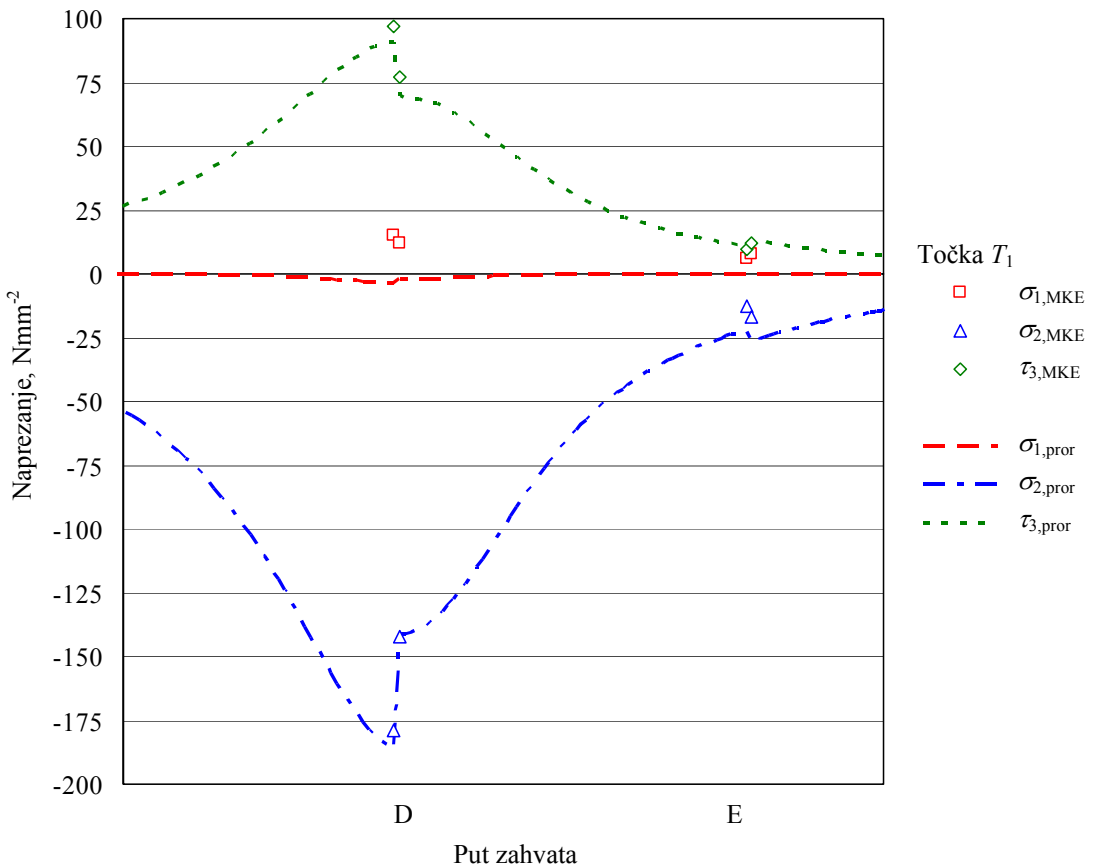
Slika 7.17 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_1$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



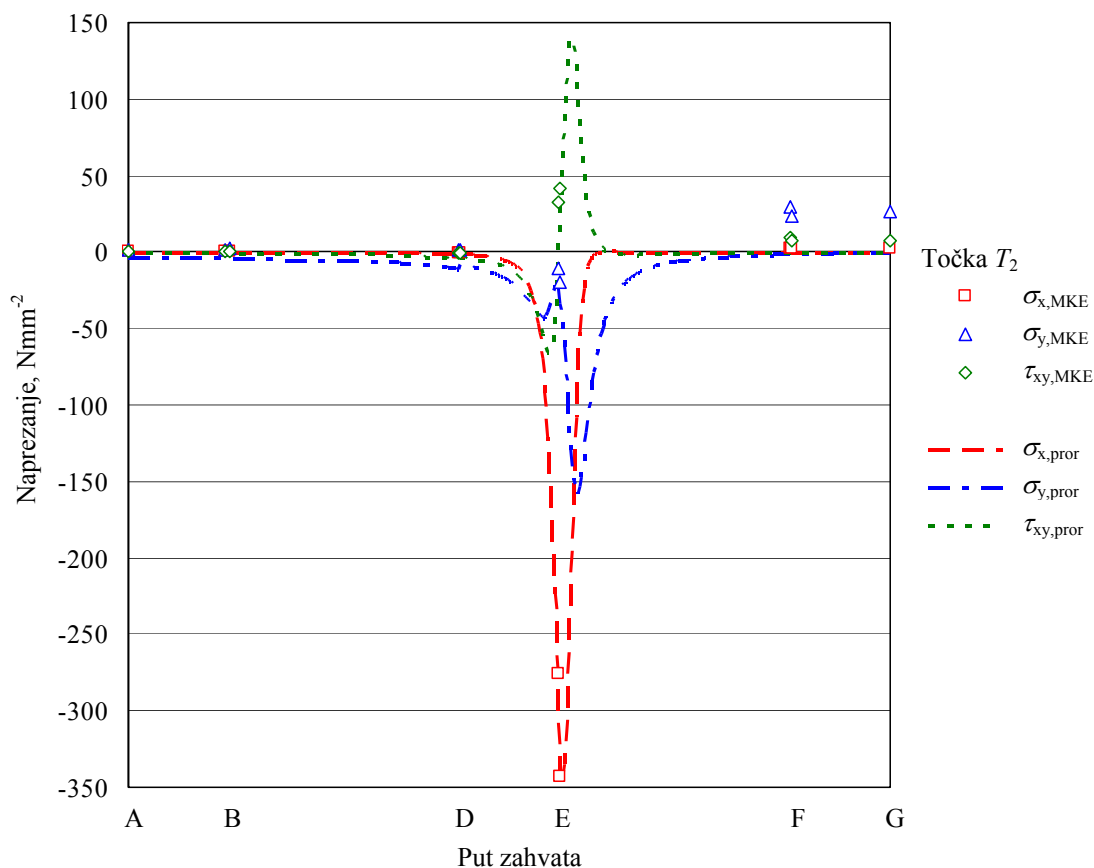
Slika 7.18 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_1$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



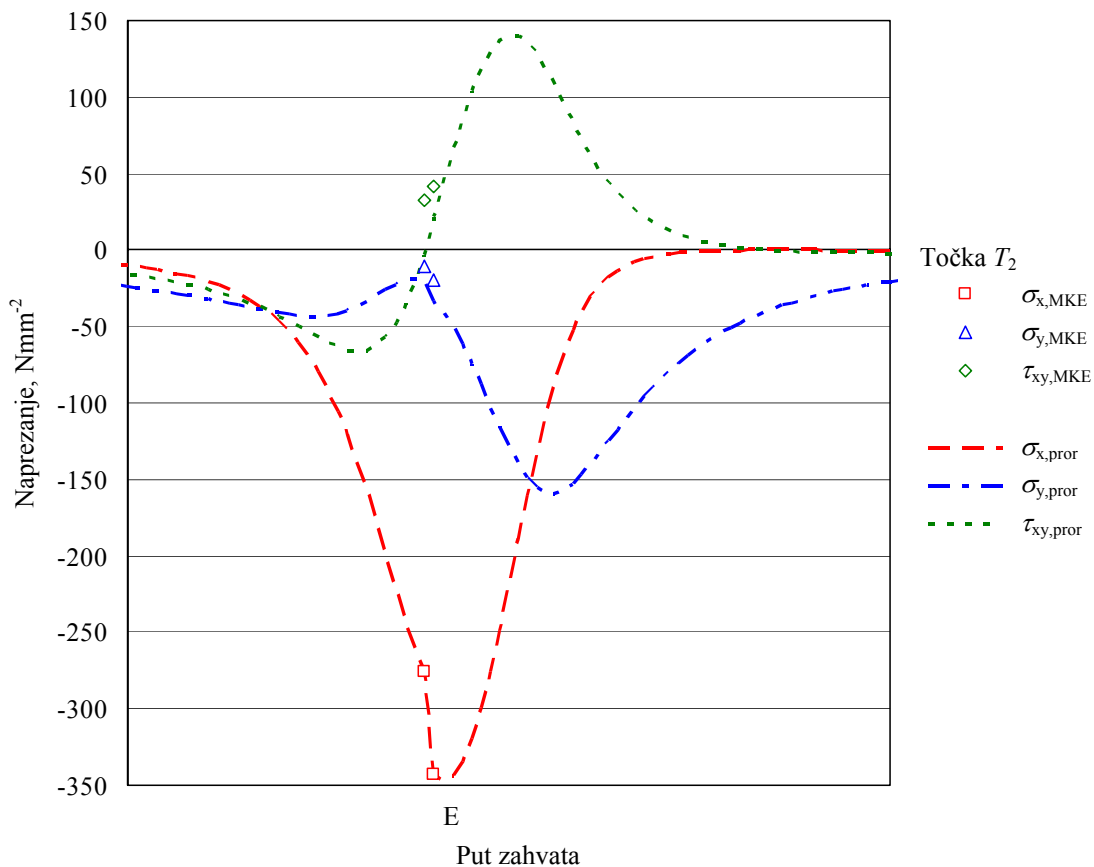
Slika 7.19 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_1$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



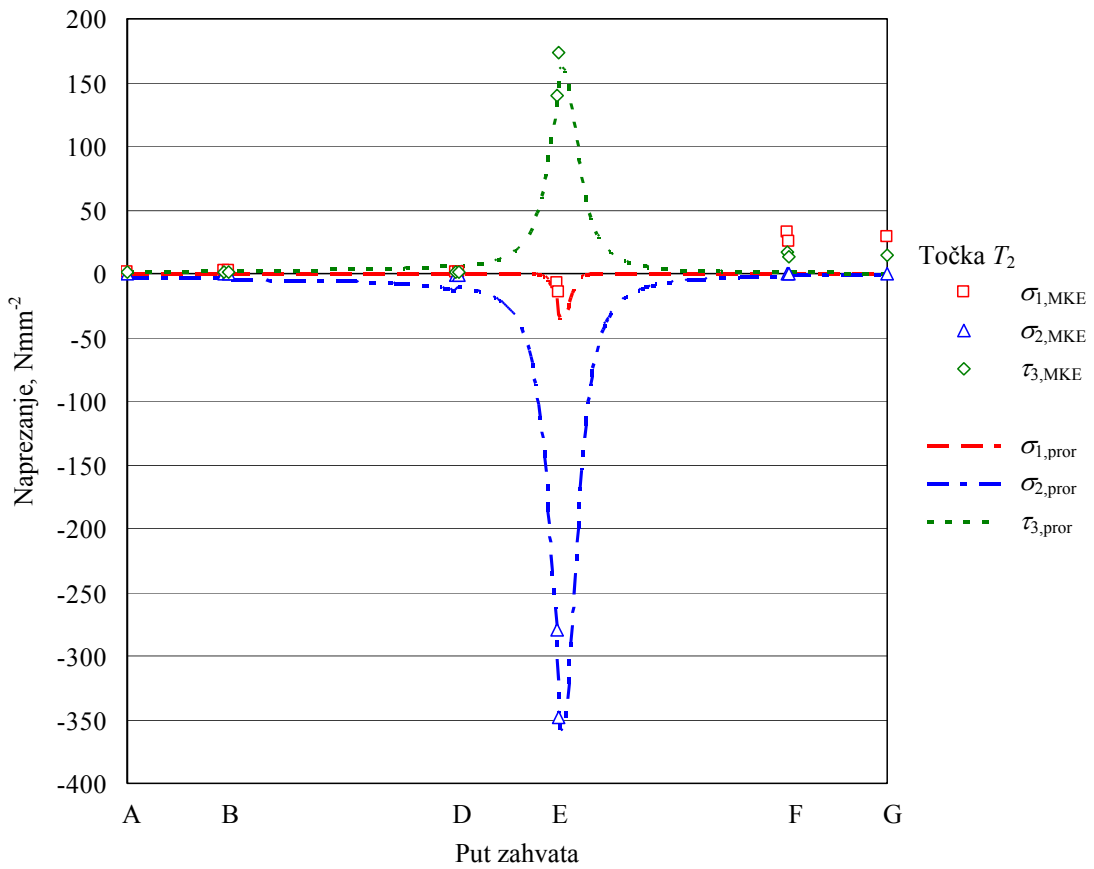
Slika 7.20 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_1$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



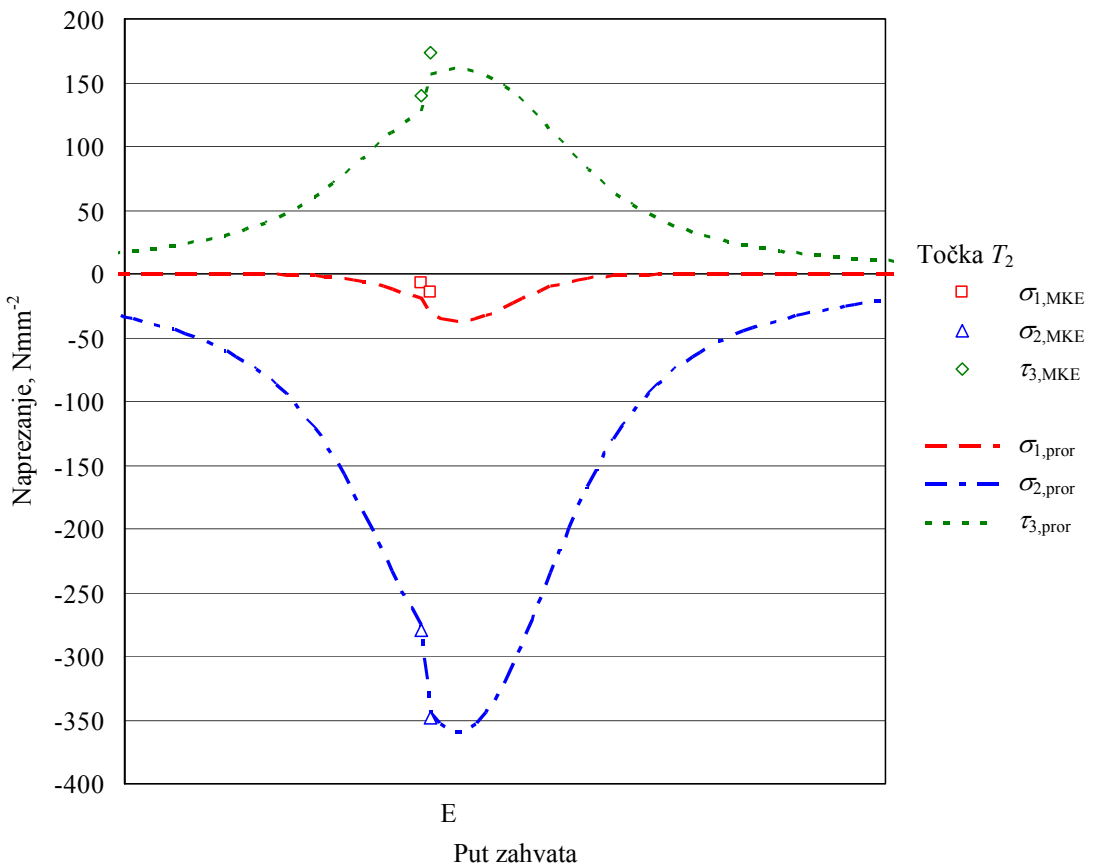
Slika 7.21 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_2$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



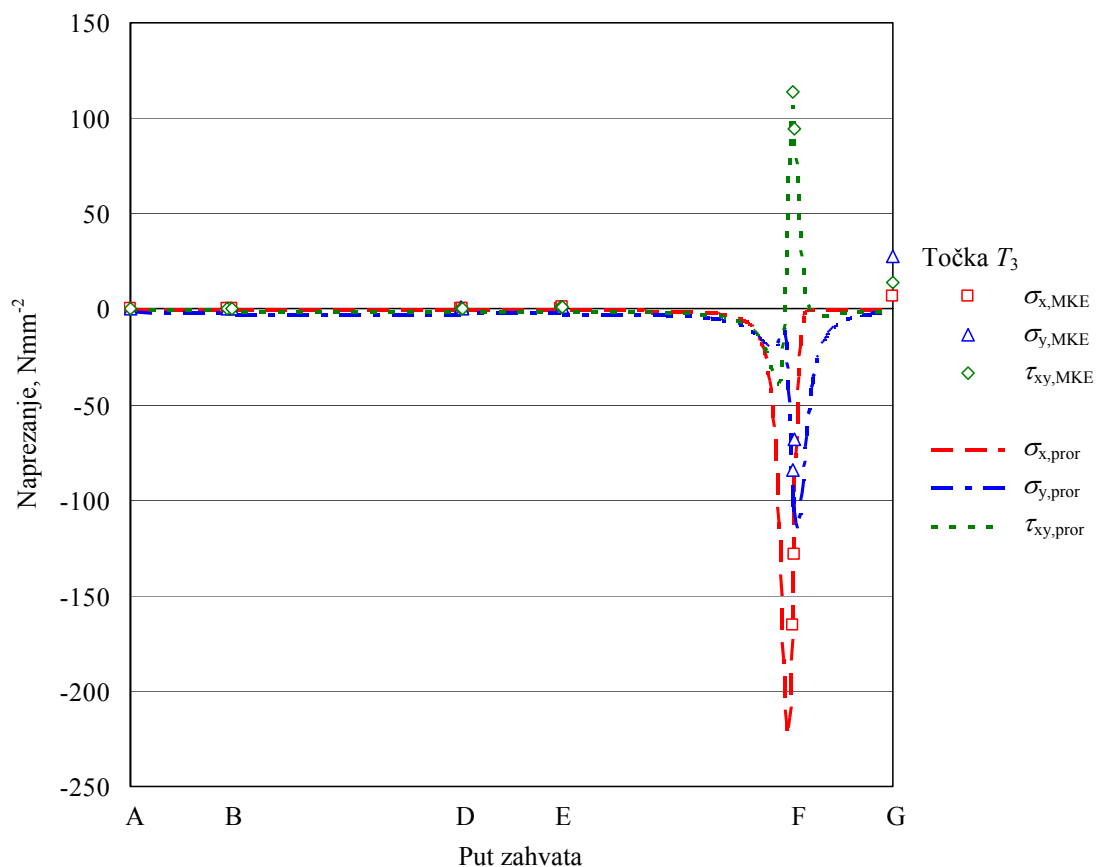
Slika 7.22 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_2$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



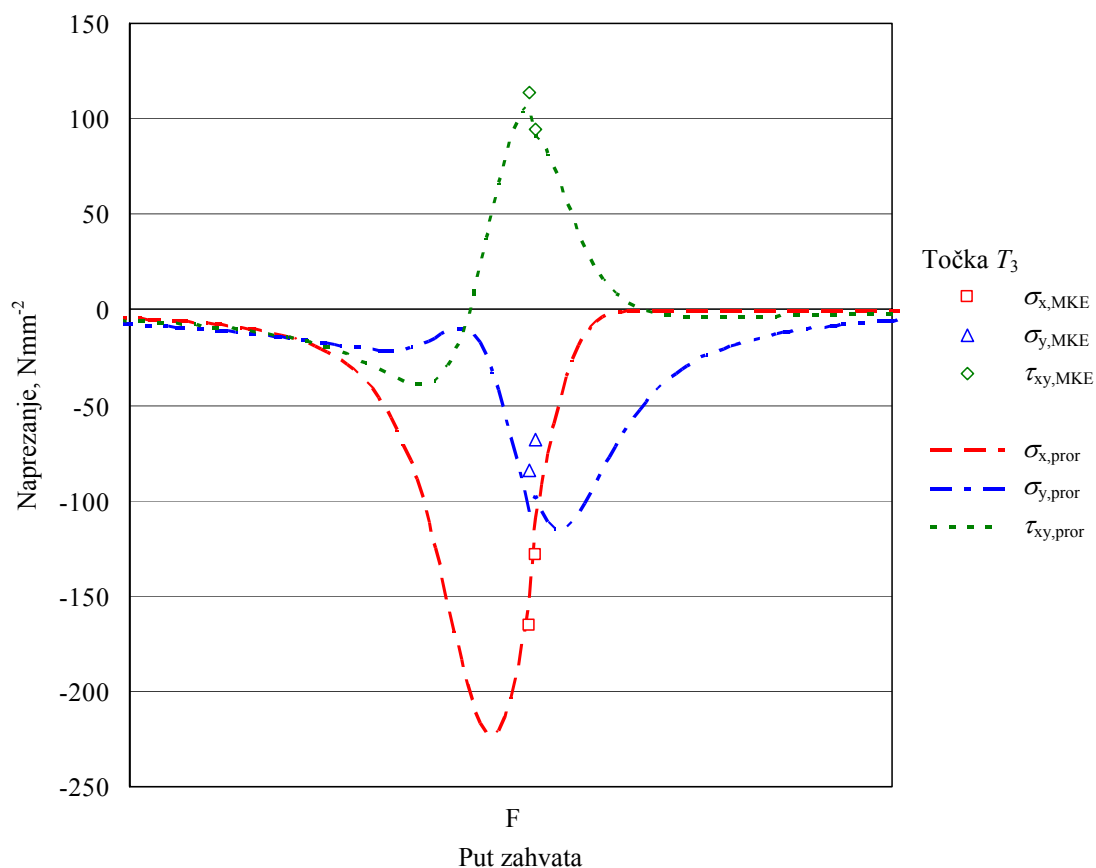
Slika 7.23 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_2$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



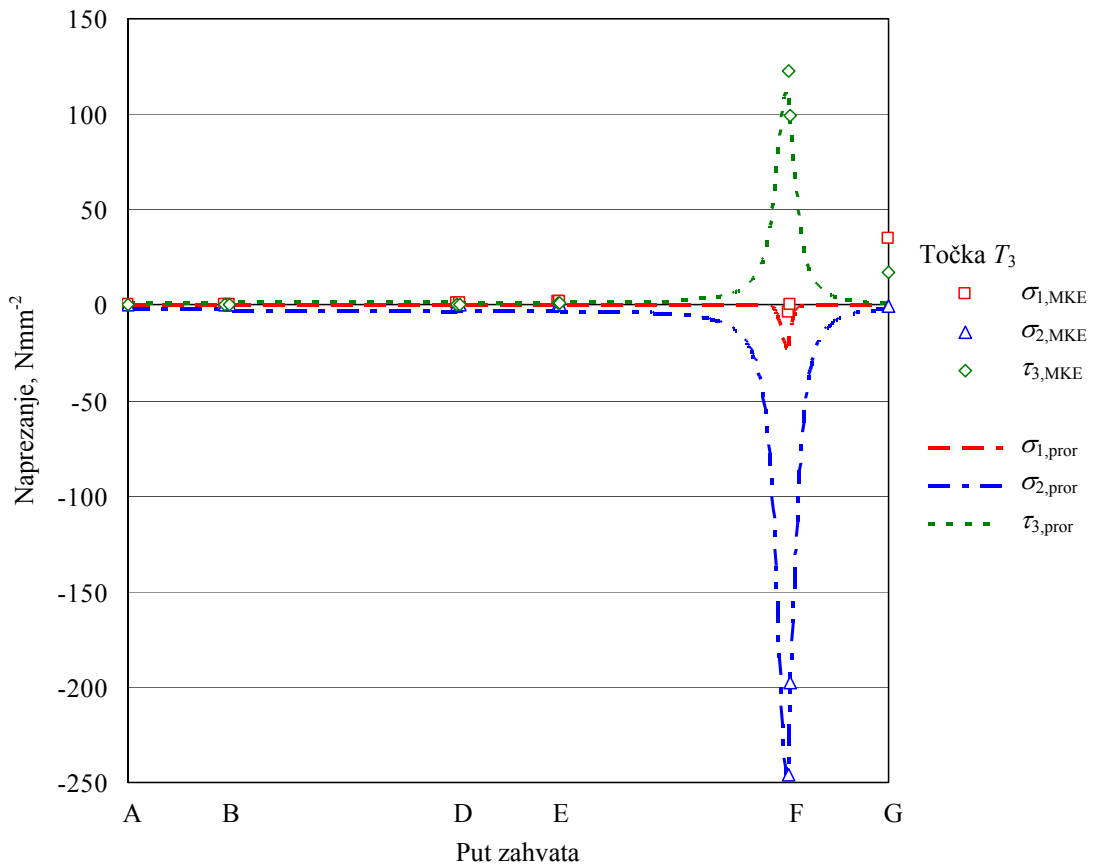
Slika 7.24 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_2$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



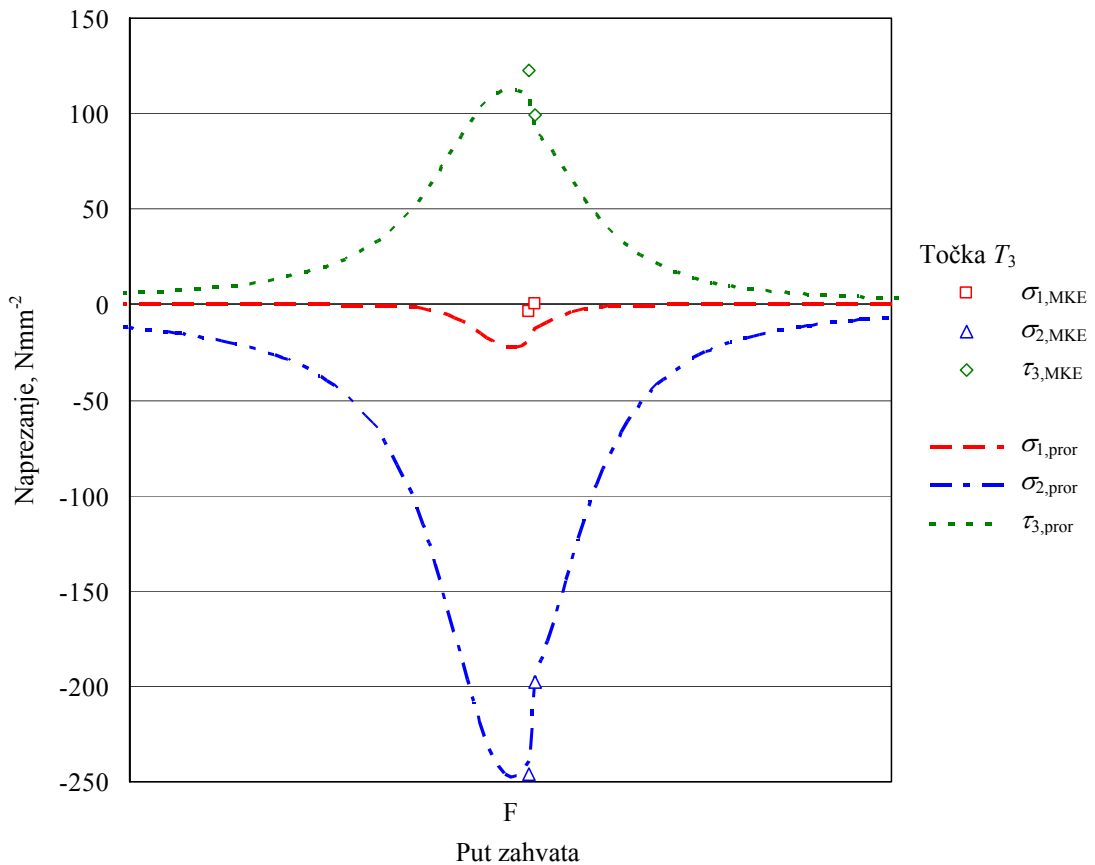
Slika 7.25 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_3$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



Slika 7.26 Naprezanja  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  u točki  $T_3$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



Slika 7.27 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_3$  tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



Slika 7.28 Naprezanja  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_3$  u točki  $T_3$  tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom



Uz uvažavanje činjenice da se razvijenim modelom zahvata zuba ne proračunavaju naprezanja izazvana savijanjem niti se njihov utjecaj uzima u obzir, na osnovi rezultata prikazanih u prethodnim dijagramima može se reći da je slaganje vrijednosti naprezanja dobivenih numeričkom analizom i razvijenim proračunom vrlo dobro. Proračunate vrijednosti naprezanja za vrijeme najopterećenijih dijelova zahvata u prosjeku su 10 % manje od onih određenih numeričkom analizom, što je u skladu s rezultatima prikazanim u točki 7.2.

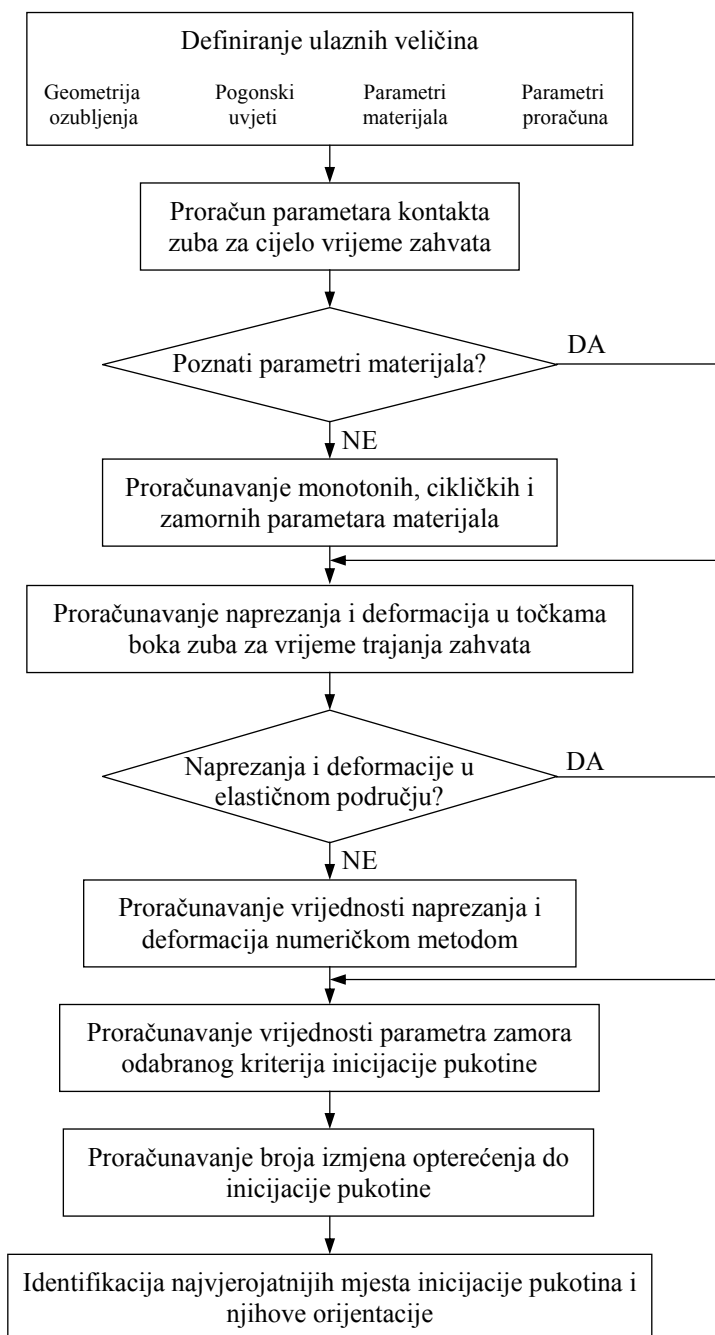
#### **7.4 Zaključak**

Proračunate vrijednosti pojedinih komponenti naprezanja materijala boka zuba za vrijeme zahvata relativno se dobro slažu s onima dobivenim eksperimentalnim putem i numeričkim proračunom. Stoga se može zaključiti da je razvijeni matematički model, usprkos određenim ograničenjima koja u trenutnom obliku ima, primjeren za proračunavanje naprezanja i deformacija boka zuba zupčanika te za određivanje vrijednosti veličina potrebnih za primjenu Fatemi-Socievog (FS) kriterija inicijacije pukotine odabranog na osnovi analize provedene u poglavlju 3.

## 8 PRORAČUNSKI POSTUPAK ODREĐIVANJA MJESTA I VREMENA INICIJACIJE PUKOTINE NA BOKU ZUBA

### 8.1 Koncept proračunskog postupka

Za proračunavanje vremena odnosno broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  na boku zuba predlaže se proračunski postupak čiji je blok dijagram prikazan na slici 8.1. Radi preglednosti, njime su obuhvaćeni samo osnovni koraci predložene procedure, pa je svaki od njih i način njegove implementacije u razvijeni računalni program Geargraph [129] dodatno pojašnjen u nastavku.



Slika 8.1 Blok dijagram predloženog proračunskog postupka

## 8.2 Definiranje ulaznih veličina

### 8.2.1 Geometrijski parametri ozubljenja

Postupak proračunavanja točaka profila zuba para zupčanika detaljno je opisan u točki 6.2.3. Za njegovo izvođenje potrebno je definirati geometrijske parametre alata, u koje se ubrajaju normalni modul  $m_n$ , zahvatni kut  $\alpha$ , faktor ukupne visine zuba alata  $h_0^*$ , faktor visine glave zuba alata  $h_{a0}^*$  i faktor zaobljenja glave zuba alata  $r_{a0}^*$  te geometrijske parametre ozubljenja, u koje spadaju brojevi zuba zupčanika  $z_1$  i  $z_2$ , faktori pomaka profila  $x_1$  i  $x_2$ , faktori tjemene zračnosti  $c_1^*$  i  $c_2^*$  te širina zupčanika  $b$ . Dio računalnog programa, odnosno njegovog grafičkog korisničkog sučelja putem kojeg se njihove vrijednosti zadaju prikazan je na slici 8.2.

The screenshot shows the GearGraph V3.0 software interface. The window title is "GearGraph V3.0". The menu bar includes "File" and "Help". The main menu is "Vrsta ozubljenja" with sub-items "Geometrija", "Proracuni", "Proracunske tocke", and "Graficki prikaz".

**ALAT**

Standardni profil - DIN 867

Tip I (ha0r=1.167)

Tip II (ha0r=1.25)

**Podaci za definiranje alata**

mn0: 4

alfa0: 20

h\*a0: 1,167

r\*0: 0,2

Update

Izracunaj

**Vrijednosti parametara alata**

Visina glave ha0: 4,668

Visina korijena hf0: 4,8

Zaobljenje glave r20: 0,8

Zahvatni kut alfan: 20

Normalni modul mn: 4

**IZRADAK**

**Osnovni podaci za definiranje izratka**

Broj zubi izratka z1: 23 z2: 38

Fakt. pomaka profilax1: 0 x2: 0

c\*1: 0,050 0,167 0,6

c\*2: 0,050 0,167 0,6

Update

Izracunaj  Brza provjera

Pog. kut: 16,94646 20,000 25,72142

Razmak osi: 119,847 122,000 127,251

Promjer da1: 96,536 100,000 100,936

Promjer da2: 156,536 160,000 160,936

**Vrijednosti parametara izratka**

Teor. razmak osi ad: 122

Stupanj prekrivanja A: 1,6475 G: 1,6475

Tjemena zracnost c\*1: 0,167 c\*2: 0,167

Diobeni promjer - d: 92,000 152,000

Temeljni promjer - db: 86,452 142,833

Korijeni promjer - df: 82,664 142,664

Kinematski promjer - dw: 92,000 152,000

< Natrag

Slika 8.2 Korisničko sučelje za unos geometrijskih parametara ozubljenja

## 8.2.2 Pogonski uvjeti i opterećenja

Opterećenje zupčanika definira se zadavanjem vrijednosti obodne sile na temeljnom krugu  $F_{bt}$  i faktora trenja  $\mu$  između bokova zuba zahvatu. Osim njih potrebno je zadati i brzinu vrtnje malog zupčanika  $n_1$ . Vrijednosti navedenih veličina zadaju se u okviru dijela grafičkog korisničkog sučelja prikazanog na slikama 8.3 i 8.6.

The screenshot shows the 'MATERIJAL, OPTEREĆENJE I RASPODJELA SILE' (Material, Loading and Force Distribution) section of the GearGraph V3.0 software. The interface includes a menu bar (File, Help), a toolbar, and a main workspace with several input fields and a graphical preview.

**Parameters and Values:**

- Zahvatni kut: 20
- Normalni modul: 4
- Širina zupčanika: 20
- Stupanj prekrivanja: 1,6475
- Faktor pomaka profila: 0
- Broj zubi: 23 / 38
- Temeljni promjer: 86,452 / 142,833
- Korijeni promjer: 82,664 / 142,664
- Tjemeni promjer: 100,000 / 160,000
- Brzina vrtnje  $n_1$  (min-1): 3000
- Normalna sila na zub: 1700
- Modul elastičnosti: 200000
- Poisson-ov koeficijent: 0,3
- Granica tečenja:  ciklička ( $R_e'$ )
- Tvrdoća:  konstantna
- Tvrdoća (HB): 325 (HB)
- Površina: 500 (HB)
- Jezgra: 350 (HB)
- Dubina (80% HB površine): 0,5 mm

**Force Distribution Table:**

Koordinata na zahvatnoj crti	Komponenta sile [%]
0,00000	A 41,165
7,64603	B1 58,661
	B2 100,000
11,80853	D1 100,000
	D2 58,835
19,45455	E1 41,339
	E2 -
	F1 -
	F2 -
	G -

The graphical preview shows a gear tooth profile with a vertical green line indicating the force application point.

Slika 8.3 Korisničko sučelje za definiranje opterećenja i značajki materijala

## 8.2.3 Materijal

Općenito govoreći, parametri odnosno značajke materijala koje treba poznavati da bi se predloženom procedurom proračunala njegova trajnost (slika 8.1) su modul elastičnosti  $E$ , Poissonov broj  $\nu$ , monotona granica tečenja  $R_e$ , ciklička granica tečenja  $R_e'$ , zamorni parametri  $\sigma_f'$ ,  $b$ ,  $\varepsilon_f'$  i  $c$  i Fatemi-Socieva parametar  $k$ . U okviru ovog rada razmatraju samo ozubljenja izrađena od čelika 42CrMo4, za koji su poznati izrazi za proračunavanje vrijednosti monotoničkih, cikličkih i zamornih parametara na osnovi tvrdoće. Stoga je za njegovu potpunu karakterizaciju dovoljno osim vrijednosti modula elastičnosti  $E$ , Poissonovog broja  $\nu$  i parametra  $k$ , zadati još samo njegovu tvrdoću izraženu u Brinellima.

Kod zupčanika s neotvrdnutim zubima i onih čiji su zubi obrađeni toplinskim postupkom poboljšavanja, tvrdoća površinskog sloja materijala je konstantna pa se ona zadaje samo jednom vrijednošću (slika 8.3).

Kod površinski otvrdnutih bokova zuba situacija je složenija jer se tvrdoća materijala mijenja s udaljenošću od površine te je njenu točnu raspodjelu pouzdano moguće odrediti samo mjerenjem. Prikladno alternativno rješenje predstavljaju empirijski izrazi kojima je moguće procijeniti raspodjelu tvrdoće u površinskom sloju materijala boka zuba koji je otvrdnut nekim od uobičajenih postupaka toplinske obrade (plameno/indukcijsko kaljenje, cementacija, nitriranje) [28].

Budući da se čelik 42CrMo4 najčešće površinski otvrdnjuje postupcima indukcijskog ili plamenog kaljenja, za procjenu ostvarene raspodjele vrijednosti tvrdoće u površinskom sloju koristit će se izraz [28]

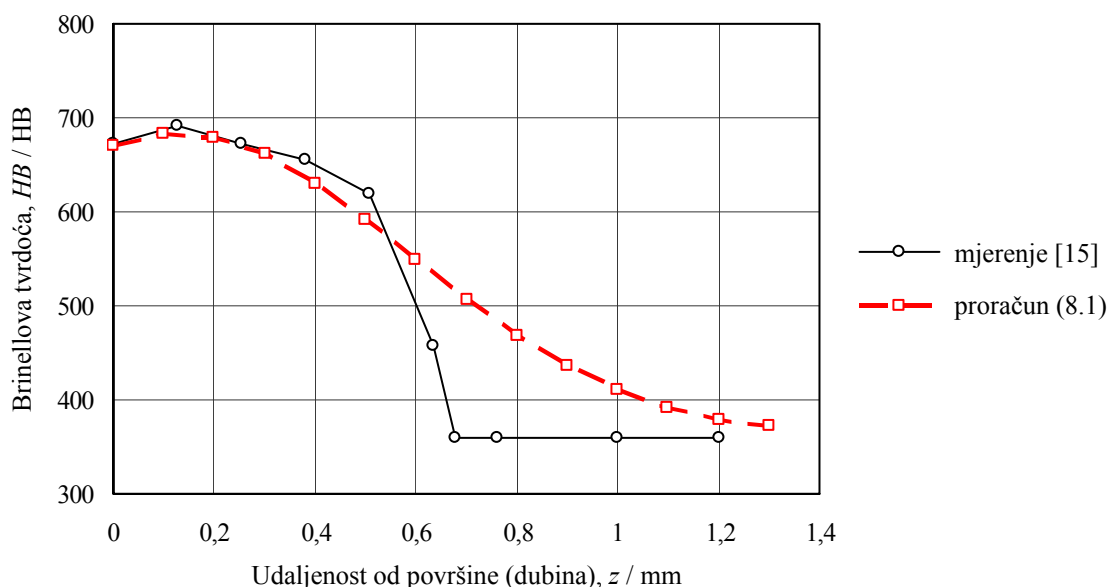
$$HV(z^*) = HV_{\text{jezgra}} + (HV_{\text{površina}} - HV_{\text{jezgra}}) \cdot f(z^*), \quad (8.1)$$

gdje je

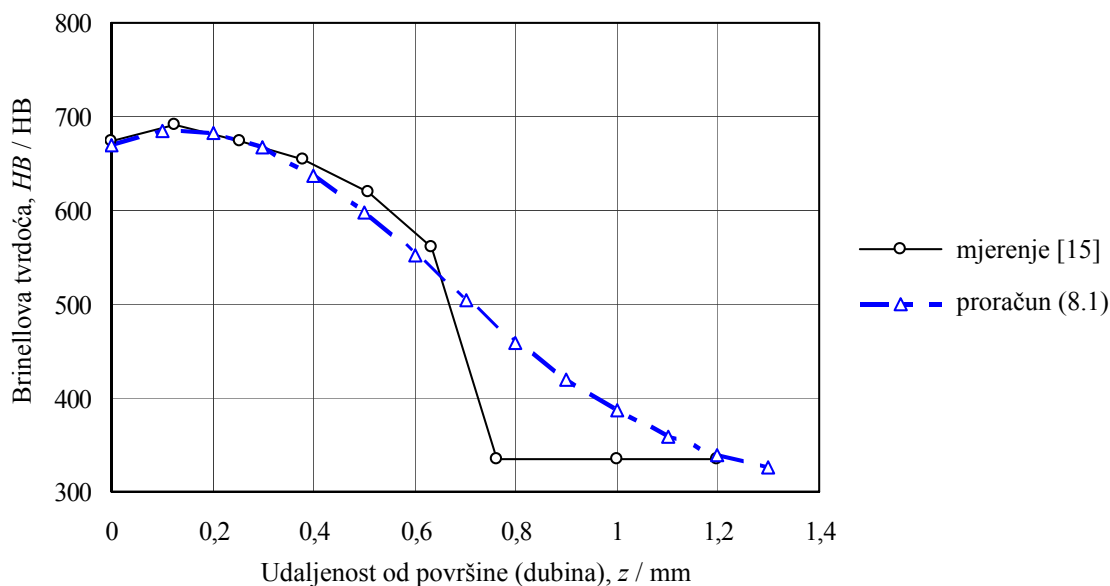
$$f(z^*) = 10^{(0,1737 - 0,4218z^*)z^*}, \quad (8.2)$$

$$z^* = \frac{z}{R_{\text{ht}}}. \quad (8.3)$$

Osnovni parametri u navedenim izrazima, Vickersova tvrdoća materijala na površini  $HV_{\text{površina}}$ , Vickersova tvrdoća materijala u jezgri  $HV_{\text{jezgra}}$  te dubina na kojoj tvrdoća materijala iznosi 80 % od vrijednosti tvrdoće na površini  $R_{\text{ht}}$ , ujedno su ulazne veličine programa (slika 8.3) kojima se u potpunosti definira tvrdoća materijala boka zuba. Vrijednost Vickersove tvrdoće može se odrediti iz Brinellove pomoću izraza (5.21), a Brinellova iz Vickersove pomoću izraza (5.22). Na slikama 8.4 i 8.5 usporedno su prikazane raspodjele tvrdoće u materijalu indukcijskim kaljenjem otvrdnutog boka zuba utvrđene mjerenjem na dva mjesta [15] te njima pripadne raspodjele dobivene primjenom izraza (8.1).



Slika 8.4 Izmjerena i proračunata raspodjela tvrdoće materijala boka u blizini kinematskog pola (točka C)

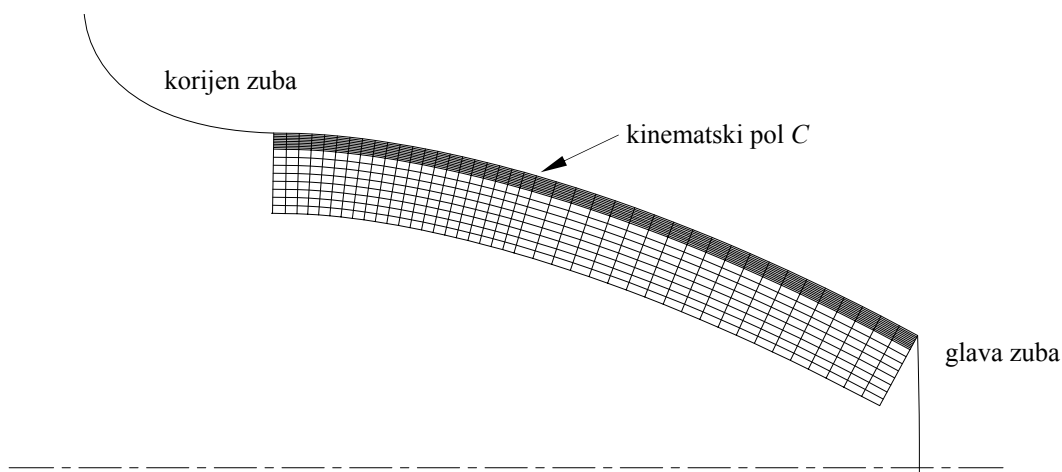


Slika 8.5 Izmjerena i proračunata raspodjela tvrdoće materijala boka u unutarnjoj točki jednostrukog zahvata

### 8.2.4 Upravljački parametri proračuna

U okviru definiranja ulaznih veličina potrebno je precizirati i parametre proračuna kojima se definira diskretiziranje bokova zuba u zahvatu. Diskretizaciju boka moguće je definirati i izvesti na dva načina: neposredno, određivanjem broja odnosno duljine segmenata na koje će biti podijeljen aktivni dio boka zuba malog zupčanika i posredno, određivanjem broja segmenata na koje će biti podijeljena zahvatna crta. Broj točaka na bokovima zuba ujedno predstavlja i broj koraka na koje se dijeli ciklus opterećenja boka zuba za vrijeme zahvata. Zadavanjem dubine površinskog sloja i broja segmenata na koje se ona dijeli u potpunosti se definira skup točaka u kojima će se proračunavati naprezanja i deformacije odnosno određivati broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine.

Na slici 8.7 prikazan je diskretizirani bok zuba zupčanika. Dio boka ispod kinematskog pola  $C$  podijeljen je na 21 segment jednake duljine, a onaj iznad njega na 20 segmenata. Područje od površine boka do dubine  $z=b_{H,max}$  podijeljeno je na 10 segmenata, a područje između  $z=b_{H,max}$  i  $z=5b_{H,max}$  podijeljeno je na 8 segmenata.



Slika 8.6 Primjer diskretiziranog boka zuba zupčanika

Upravljačkim parametrima proračuna definiraju se još i stanje naprezanja odnosno deformacije za koje se pretpostavlja da u materijalu boka zuba vlada za vrijeme zahvata (slika 8.7).

Slika 8.7 Korisničko sučelje za definiranje upravljačkih parametara proračuna

### 8.3 Parametri kontakta

Proračun započinje određivanjem niza veličina koje su izravno vezane za točku u kojoj bokovi zuba malog i velikog zupčanika u promatranom trenutku zahvata ostvaruju kontakt. Zbog činjenice da one taj kontakt u određenoj mjeri i definiraju odnosno karakteriziraju nazvane su zajedničkim imenom parametri kontakta.

Najvažniji među njima su

- koordinate točaka krivulje boka zuba malog zupčanika,  $x_{1bok}$ ,  $y_{1bok}$ ,
- koordinate točaka krivulje boka zuba velikog zupčanika,  $x_{2bok}$ ,  $y_{2bok}$ ,
- koordinate točaka zahvatne crte,  $x_{zc}$ ,  $y_{zc}$ ,
- polumjeri zakrivljenosti krivulja bokova zuba malog i velikog zupčanika,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,

- udio i iznos normalnih sila koje djeluju na bok zuba,  $F_{bti}/F_{bt}$ ,  $F_{bti}$ ,
- kut koji smjer djelovanja normalne sile na zub zatvara s osi  $x$ ,  $\varphi_{F_{bti}}$ ,
- polovica širine kontakta,  $b_H$ ,
- maksimalni dodirni (Hertzov) pritisak,  $p_0$ ,
- relativne brzine klizanja na bokovima malog i velikog zupčanika,  $v_{k1}$ ,  $v_{k2}$ ,
- specifična klizanja na bokovima malog i velikog zupčanika,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ .

Za dio navedenih parametara izrazi na osnovi kojih se njihove vrijednosti proračunavaju već su dani u prijašnjim poglavljima. Preostale veličine su dobro poznate i uobičajene pa izrazi za njihovo proračunavanje ovdje nisu posebno navođeni. Po završetku proračuna, vrijednosti parametara kontakta proračunate za sve točke zahvata spremaju se u zajedničku izlaznu datoteku.

## 8.4 Proračun parametara materijala

U slučajevima kada nisu unaprijed poznati, zamorni parametri  $\sigma'_f$ ,  $b$ ,  $\varepsilon'_f$  i  $c$  čelika 42CrMo4 proračunavaju se na osnovi njegove tvrdoće primjenom razvijenih izraza (5.44) - (5.47). Vrijednosti monotone granice tečenja  $R_e$  i cikličke granice tečenja  $R'_e$  moguće je također proračunati samo na osnovi vrijednosti Brinellove tvrdoće primjenom izraza [130]:

$$R_e = \frac{354,6 - 0,5176HB}{1 - \frac{HB}{291} + \left(\frac{HB}{568}\right)^2}, \quad (8.4)$$

$$R'_e = \frac{HB^2}{247} + \frac{HB}{2,5} + 125. \quad (8.5)$$

Vrijednosti spomenutih parametara materijala proračunavaju se redom za sve točke dobivene diskretizacijom područja boka zuba.

## 8.5 Proračun naprezanja i deformacija

Proračunski postupak kojim se za odabrani trenutak zahvata u bilo kojoj točki na površini boka zuba ili ispod nje određuju pojedine komponente naprezanja i deformacije definiran je i opisan u poglavlju 6.2. Ponavljanjem tog proračuna za svaki trenutak odnosno korak zahvata i za sve točke boka zuba definirane njegovom diskretizacijom dobivaju se cjelokupne povijesti tenzora naprezanja i tenzora deformacije za svaku točku za cjelokupno vrijeme trajanja zahvata.

Budući da se spomenuti proračun zasniva na postavkama teorije elastičnosti, nakon proračuna komponenti naprezanja u svakoj od točaka provjerava se da li ekvivalentno naprezanje proračunato prema teoriji najveće distorzijske energije tj. von Misesovo naprezanje  $\sigma_{eq}$

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (8.6)$$

prelazi cikličku granicu tečenja  $R'_e$  materijala.



Ispunjenost prethodnog uvjeta odnosno prekoračenje granice tečenja označava pojavu plastičnih deformacija i s njima povezanu, više ili manje izraženu preraspodjelu vrijednosti naprezanja. U tom slučaju prethodno proračunate vrijednosti ne odgovaraju stvarnim naprezanjima i deformacijama u materijalu i ne mogu biti korištene za proračun njegove trajnosti. Naprezanja i deformacije je tada potrebno ponovo proračunati, ali za neku drugu geometriju ozubljenja, materijal ili pogonske uvjete kojima će se osigurati da one ostanu u elastičnom području ili ih proračunati jednom od numeričkih metoda koje omogućuju nelinearnu analizu i korištenje nekog od složenijih konstitutivnih materijalnih modela.

U [34] se navodi mogućnost primjene Neuberove odnosno Glinkine aproksimacijske metode za proračunavanje vrijednosti koje pojedine komponente naprezanja i deformacije u materijalu boka zuba imaju nakon prelaska granice tečenja. Navedenim metodama se postupkom korekcije naprezanja i deformacije proračunate teorijom elastičnosti preračunavaju u njima pripadne elasto-plastične vrijednosti na cikličkoj krivulji  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Navedene metode namijenjene su prvenstveno njihovom proračunavanju u neposrednoj blizini koncentratora naprezanja budući se njima pretpostavlja da se ograničeno plastično deformiranje malog volumena materijala odvija na vrlo sličan način kao elastično deformiranje znatno većeg volumena materijala koji ga okružuje.

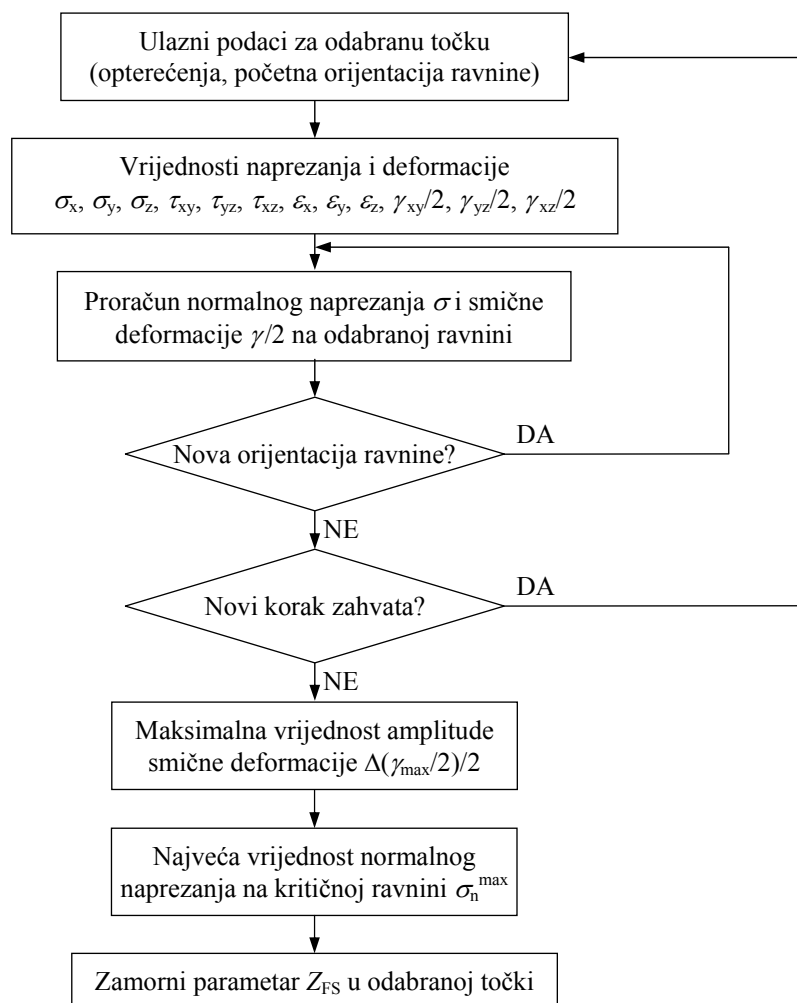
Primjenjivost takvog pristupa na problem kontakta bokova zuba u zahvatu provjerena je usporedbom na taj način proračunatih elasto-plastičnih naprezanja i deformacija za slučaj kontakta dva cilindra s vrijednostima dobivenim metodom konačnih elemenata. Ustanovljeno je da već i ograničena plastična deformacija značajno mijenja geometriju tijela na mjestu kontakta, a time i raspodjelu vrijednosti naprezanja i deformacija oko njega. Vrijednosti naprezanja i deformacija dobivene spomenutim aproksimacijskim metodama značajno su odstupale od onih dobivenih numeričkom analizom te je zaključeno da navedene aproksimacijske metode ni u kom slučaju nisu primjenjive na problem kontakta bokova zuba zupčanika u zahvatu.

## 8.6 Proračun parametra zamora odabranog kriterija inicijacije pukotine

Na osnovi analize kotrljajno-kliznog kontakta dvaju tijela i potojećih kriterija inicijacije pukotine provedene u poglavlju 3, za proračunavanje trajnosti materijala boka zuba odabran je Fatemi-Socieva kriterij inicijacije pukotine (3.12). Radi praktičnosti, lijeva strana tog izraza može se proglasiti zasebnim zamornim parametrom  $Z_{FS}$ :

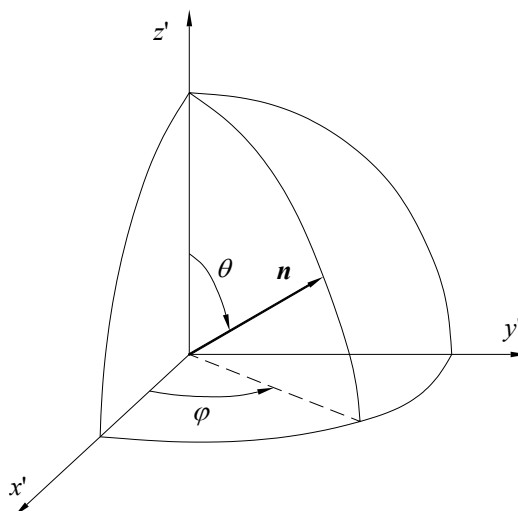
$$Z_{FS} = \frac{\Delta\left(\frac{\gamma_{\max}}{2}\right)}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_n^{\max}}{R_e}\right). \quad (8.7)$$

Amplituda smične deformacije  $\Delta(\gamma/2)/2$  i normalno naprezanje  $\sigma_n$  osim o geometriji boka, opterećenju, značajkama materijala te položaju promatrane točke ovise i o orijentaciji ravnine za koju se proračunavaju. Budući da je za proračun vrijednosti zamornog parametra  $Z_{FS}$  mjerodavna upravo najveća vrijednost amplitude smične deformacije  $\Delta(\gamma_{\max}/2)/2$ , njeno određivanje temelji se na principu kritične ravnine. Pod tim se podrazumijeva proračunavanje vrijednosti amplitude smične deformacije  $\Delta(\gamma/2)/2$  na nizu ravnina različito orijentiranih u prostoru i pronalaženje ravnine na kojoj je njena vrijednost najveća. Navedena procedura ponavlja se za sve točke boka i to za svaki trenutak odnosno korak zahvata. Tijek njenog izvođenja za jednu točku prikazan je blok dijagramom na slici 8.8.



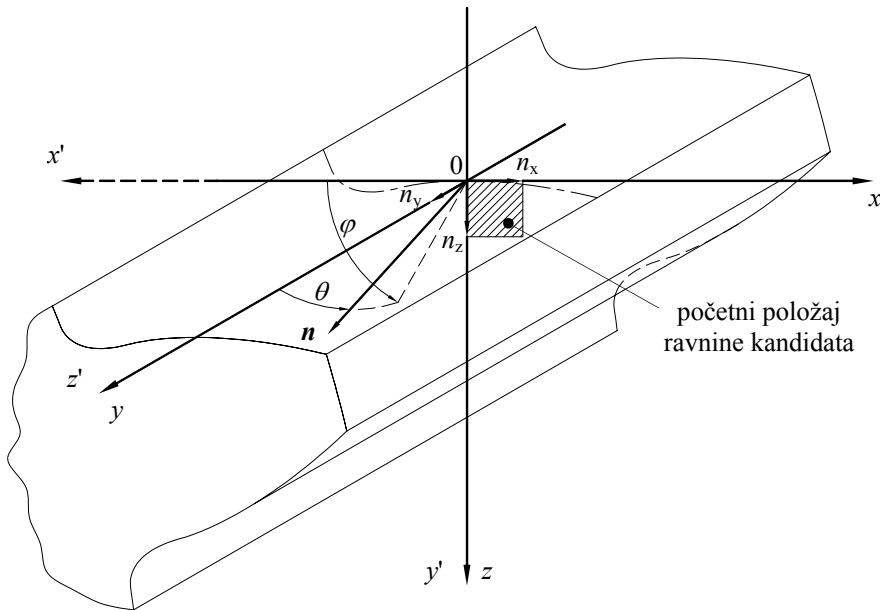
Slika 8.8 Blok dijagram proračunskog postupka za određivanje vrijednosti zamornog parametra  $Z_{FS}$

Orijentaciju ravnine u prostoru moguće je definirati smjerom njene normale  $\mathbf{n}$  odnosno vrijednostima njenih komponenta  $(n_x, n_y, n_z)$ . Zbog jednostavnosti i njegove lakše implementacije u računalni program, u razvijenom proračunskom postupku smjer normale  $\mathbf{n}$  u osnovi je definiran vrijednostima kuteva  $\varphi$  i  $\theta$  u sfernom koordinatnom sustavu  $x'$ - $y'$ - $z'$  (slika 8.9)



Slika 8.9 Sferni koordinatni sustav  $x'$ - $y'$ - $z'$

Referentni pravokutni koordinatni sustav  $x$ - $y$ - $z$  i za njega vezani sferni koordinatni sustav  $x'$ - $y'$ - $z'$  sa kutevima  $\varphi$  i  $\theta$  kojima se definira orijentacija ravnine kandidata za kritičnu ravninu prikazani su na slici 8.10. U početnom položaju, ravnina kandidat poklapa se s ravninom  $xz$  odnosno ravninom  $x'y'$ .



Slika 8.10 Smještaj i orijentacija koordinatnih sustava  $x$ - $y$ - $z$  i  $x'$ - $y'$ - $z'$  na boku zuba

Opći izrazi kojima je na osnovi poznatih komponenti naprezanja i deformacija u pojedinoj točki moguće proračunati vrijednosti normalnog  $\sigma$  i smičnog naprezanja  $\tau$  te normalne  $\varepsilon$  i smične deformacije ( $\gamma/2$ ) za ravninu čija je orijentacija u prostoru definirana normalom  $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$  glase

$$\sigma = \sigma_x n_x^2 + \sigma_y n_y^2 + \sigma_z n_z^2 + 2\tau_{xy} n_x n_y + 2\tau_{yz} n_y n_z + 2\tau_{xz} n_x n_z, \quad (8.8)$$

$$\tau = 2\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma^2}, \quad (8.9)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_x n_x^2 + \varepsilon_y n_y^2 + \varepsilon_z n_z^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) n_x n_y + \left(\frac{\gamma_{yz}}{2}\right) n_y n_z + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right) n_x n_z, \quad (8.10)$$

$$\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2\sqrt{\varepsilon_R^2 - \varepsilon^2}, \quad (8.11)$$

gdje je:

$$\varepsilon_R = \sqrt{\varepsilon_{Rx}^2 + \varepsilon_{Ry}^2 + \varepsilon_{Rz}^2}, \quad (8.12)$$

$$\varepsilon_{Rx} = \varepsilon_x n_x + \frac{\left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) n_y + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right) n_z}{2}, \quad (8.13)$$

$$\varepsilon_{Ry} = \varepsilon_y n_y + \frac{\left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right) n_x + \left(\frac{\gamma_{yz}}{2}\right) n_z}{2}, \quad (8.14)$$

$$\varepsilon_{Rz} = \varepsilon_z n_z + \frac{\left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)n_x + \left(\frac{\gamma_{yz}}{2}\right)n_y}{2}, \quad (8.15)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_{Rx}^2 + \sigma_{Ry}^2 + \sigma_{Rz}^2}, \quad (8.16)$$

$$\sigma_{Rx} = \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z, \quad (8.17)$$

$$\sigma_{Ry} = \tau_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z, \quad (8.18)$$

$$\sigma_{Rz} = \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \sigma_z n_z, \quad (8.19)$$

$$n_x = -\sin \theta \cos \varphi, \quad (8.20)$$

$$n_y = \cos \theta, \quad (8.21)$$

$$n_z = \sin \theta \sin \varphi. \quad (8.22)$$

Najveća vrijednost amplitude smične deformacije  $\Delta(\gamma_{\max}/2)/2$  proračunava se odnosno traži na nizu različito orijentiranih ravnina. Budući da se problem kontakta dva boka razmatra kao ravninski, a ne kao pravi prostorni problem, kritičnu ravninu dovoljno je tražiti među onima čiju orijentaciju definiraju vrijednosti kuta  $\theta = 45^\circ$  i  $\theta = 90^\circ$  pri čemu se za svaku od tih vrijednosti kut  $\varphi$  varira od  $0^\circ$  do  $180^\circ$  u koracima od po  $1^\circ$ .

## 8.7 Proračun broja izmjena opterećenja do inicijacije pukotine

Broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  određuje se iz izraza

$$Z_{FS} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0} \quad (8.23)$$

iterativnim postupkom uz pomoć Newton-Raphsonove metode. Početna vrijednost trajnosti  $2N_{f0}$  s kojom se počinje proračun određuje se pomoću izraza

$$2N_{f0} = \left( Z_{FS} \frac{G}{\tau'_f} \right)^{\frac{1}{b_0}}. \quad (8.24)$$

Budući da je u ovom slučaju riječ prvenstveno o visokocikličkom zamoru, tako dobivena početna vrijednost u pravilu je vrlo blizu konačnom rješenju čime se znatno smanjuje broj potrebnih iteracija, a time i trajanje proračuna.

## 8.8 Identifikacija mjesta inicijacije pukotina i njihove orijentacije

Po završetku proračuna, osim trajnosti izražene brojem izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ , za svaku su točku boka zuba poznate i vrijednosti kuteva  $\theta$  i  $\varphi$  odnosno orijentacija kritične ravnine. Podaci o položaju točke ili više njih za koje su dobivene najkraće trajnosti omogućuju identifikaciju kritičnih mjesta na boku na kojima se najprije

može očekivati pojava zamornih pukotina. Nadalje, podatak o položaju kritičnih točaka u kombinaciji sa orijentacijom njima pripadnih kritičnih ravnina može poslužiti za predviđanje oblika koji će pukotine u početnim fazama rasta imati odnosno kakvu bi vrstu oštećenja boka mogle prouzročiti.

## 9 VERIFIKACIJA RAZVIJENOG PRORAČUNSKOG POSTUPKA

### 9.1 Uvod

Valjanost pojedinih dijelova predloženog postupka za procjenu vrijednosti zamornih parametara materijala na osnovi njegove tvrdoće te razvijenog matematičkog modela zahvata zuba zupčanika prethodno je analizirana i potvrđena u okviru poglavlja 5 i 7. Završna verifikacija proračunskog postupka kao cjeline izvedena je usporedbom:

- proračunatih brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$ ,
- identificiranih mjesta na boku zuba na kojima se najprije može očekivati pojava zamornih pukotina,
- predviđenih orijentacija i oblika pukotina u početnim fazama njihovog rasta

s odgovarajućim podacima navedenima u normi [7] odnosno s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja trajnosti materijala boka zupčanika [131].

### 9.2 Broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine

#### 9.2.1 Usporedba s podacima iz norme DIN3990

Otporetivost boka zuba zupčanika je u normama [7] i [18] definirana putem dinamičke izdržljivosti bokova  $\sigma_{Hlim}$ . Tom se veličinom označava mjerodavno kontaktno naprezanje na boku zuba pri kojem se do  $10^8$  izmjena opterećenja na njemu neće pojaviti prekomjerno oštećenje. Definicija prekomjernog oštećenja odnosno kriterija otkazivanja zupčanika ovisi o vrsti materijala zupčanika i njegovoj toplinskoj obradi. Smatra se da je kod neotvrđenih zupčanika ono nastupilo kad je zamornim oštećenjem zahvaćeno 2 % ukupne aktivne površine bokova zuba, a kod površinski otvrđenih zupčanika 0,5 % ukupne aktivne površine bokova zuba ili 4 % površine jednog zuba. U [7] navedene vrijednosti  $\sigma_{Hlim}$  za pojedine skupine materijala dobivene su eksperimentima na stvarnim zupčanicima. Geometrija tih zupčanika je standardizirana, kao i uvjeti u kojima se ispituju (tablica 9.1).

**Tablica 9.1** Vrijednosti geometrijskih parametara referentnih ozubljenja i pogonskih uvjeta prema DIN3990

Naziv parametra	Vrijednost parametra
Razmak osi $a$	100 mm
Kut nagiba zuba $\beta$	0°
Normalni modul $m_n$	3...5 mm
Najveća visina profila hrapavosti $Rz$	3 $\mu\text{m}$
Obodna brzina $v$	10 $\text{ms}^{-1}$
Kinematička viskoznost ulja $\nu_{50}$	100 $\text{mm}^2\text{s}^{-1}$
Materijal zupčanika	isti za oba zupčanika
Kvaliteta ozubljenja	4...6 (prema DIN3962)
Pogonski faktori	$K_A=K_V=K_{H\beta}=K_{H\alpha}=1$

Predloženim proračunskim postupkom odnosno programom Geargraph proračunava se između ostalog i najveće kontaktno naprezanje  $\sigma_{Hf}$  koje se na površini boka javlja tijekom zahvata što omogućava njegovo povezivanje sa proračunatim brojem izmjena opterećenja do inicijacije pukotina  $2N_f$ . Tako je ponavljanjem proračuna za istu geometriju i materijal zupčaničkog para te iste pogonske uvjete, ali za različita opterećenja, moguće odrediti vrijednost opterećenja odnosno najvećeg kontaktnog naprezanja  $\sigma_{Hf}$  pri kojem će broj izmjena opterećenja do pojave pukotina  $2N_f$  iznositi neku unaprijed zadanu vrijednost.

Podacima iz [7] osim faze inicijacije pukotina obuhvaćena i faza njihovog rasta te širenja oštećenja do otkazivanja zupčanika. Stoga je, da bi se vrijednosti  $\sigma_{Hf}$  i  $\sigma_{Hlim}$  mogle uspoređivati, potrebno poznavati broj izmjena opterećenja odnosno vrijeme proteklo od pojave prvih pukotina do ispunjavanja odgovarajućeg kriterija otkazivanja zupčanika koji su prije spomenuti.

U [60] su navedeni proračunati i eksperimentalno utvrđeni brojevi izmjena opterećenja do inicijacije pukotina  $2N_f$  i brojevi izmjena opterećenja do loma  $2N_{lom}$  odnosno nastanka jamičenja na bokovima zupčanika od poboljšanog čelika 42CrMo4. Na osnovi navedenih rezultata proračunate vrijednosti omjera vremena potrebnih za inicijaciju pukotina i vremena do loma  $2N_f/2N_{lom}$  kretale su se u rasponu 0,078...0,117. Prema navodima u tom radu, radi skraćivanja eksperimenata, u njima su korištena značajnija opterećenja zbog čega se materijal bokova zuba u određenoj mjeri plastično deformirao. Na osnovi navedenog može se zaključiti da je do pojave i razvoja oštećenja bokova zuba došlo prvenstveno uslijed niskocikličnog zamora materijala.

U uvjetima niskocikličnog zamora pukotine se iniciraju relativno rano, a većinu vremena do konačnog loma one se šire. Kod visokocikličnog zamora situacija je obrnuta pa većina vremena do loma otpada na proces njihove inicijacije, a tek manji dio na njihov rast. Budući da se u spomenutim eksperimentima materijal bokova zuba u određenoj mjeri plastično deformirao, može se očekivati da će u uvjetima u kojima se materijal boka zuba isključivo ili pretežno elastično deformira, vrijednost omjera  $2N_f/2N_{lom}$  biti veća od prije navedenih. Stoga se može pretpostaviti da su za eksperimentalna ispitivanja trajnosti bokova zuba u uvjetima propisanim normom [7] (tablica 9.1) vrijednosti omjera  $2N_f/2N_{lom}$  svakako veće od prije navedenih te da bi se mogle kretati u rasponu  $2N_f/2N_{lom} = 0,5...0,75$ .

Poznavanjem omjera  $2N_f/2N_{lom}$  i broja izmjena opterećenja do loma  $2N_{lom}$  moguće je proračunati broj izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  te, kako je prije spomenuto, i vrijednost kontaktnog naprezanja  $\sigma_{Hf}$  pri kojem će do inicijacije pukotine doći upravo nakon tako proračunatog broja izmjena opterećenja  $2N_f$ .

Da bi se proračunate vrijednosti kontaktnih naprezanja  $\sigma_{Hf}$  mogle uspoređivati s vrijednostima  $\sigma_{Hlim}$  iz [7] koje su određene za 1 % vjerojatnosti pojave oštećenja, potrebno ih je korigirati [28]:

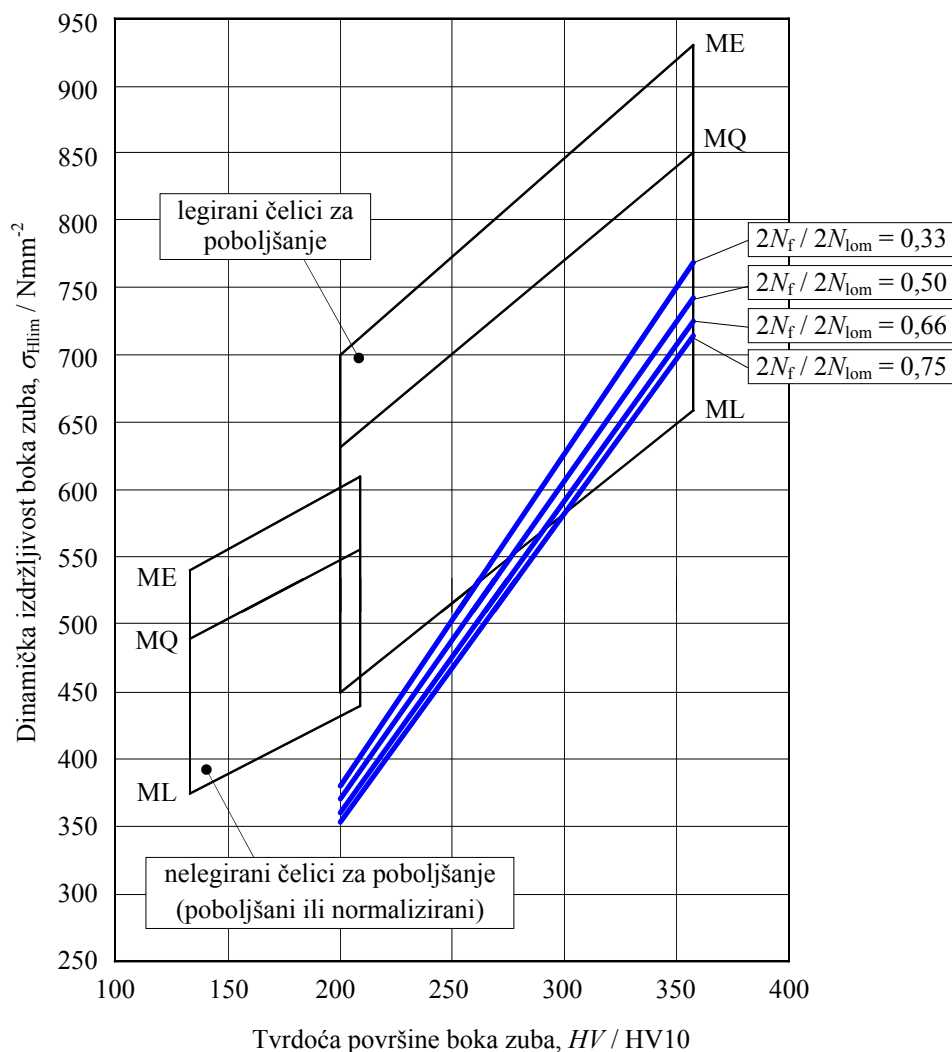
$$\sigma_{Hf1\%} = 0,9\sigma_{Hf} \quad (6.87)$$

Na opisani način, primjenom razvijenog programa Geargraph, za odabrani zupčanički par (tablica 9.2) od čelika 42CrMo4, s poboljšanim te s površinski otvrdnutim bokovima zuba, proračunata kontaktna naprezanja  $\sigma_{Hf1\%}$ . Tvrdoća poboljšanih zuba iznosila je 200, 250, 300 i 350 HV. Kod površinski otvrdnutih bokova, tvrdoća površine iznosila je 500, 550, 600 i 650 HV, pri čemu tvrdoća jezgre od 300 HV i dubina otvrdnutog sloja  $R_{ht} = 0,6$  mm nisu mijenjane. Za zupčanike sa poboljšanim zubima, proračuni su izvedeni za ukupno četiri vrijednosti omjera  $2N_f/2N_{lom}$  (0,33, 0,50, 0,66 i 0,75), a za one sa površinski otvrdnutim zubima za vrijednost omjera  $2N_f/2N_{lom} = 0,50$ . Odabrani broj izmjena opterećenja do loma usklađen je sa normom [7] i iznosio je  $2N_{lom} = 10^8$ .

Vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunate za zupčanike sa poboljšanim zubima unesene su u dijagram na slici 9.1, a za zupčanike sa površinski otvrdnutim bokovima u dijagram na slici 9.2. Radi usporedbe, u dijagramima su dane i pripadne, u [7] navedene vrijednosti dinamičke izdržljivosti boka zuba  $\sigma_{Hlim}$  za različite kvalitete materijala (ML, MQ, ME).

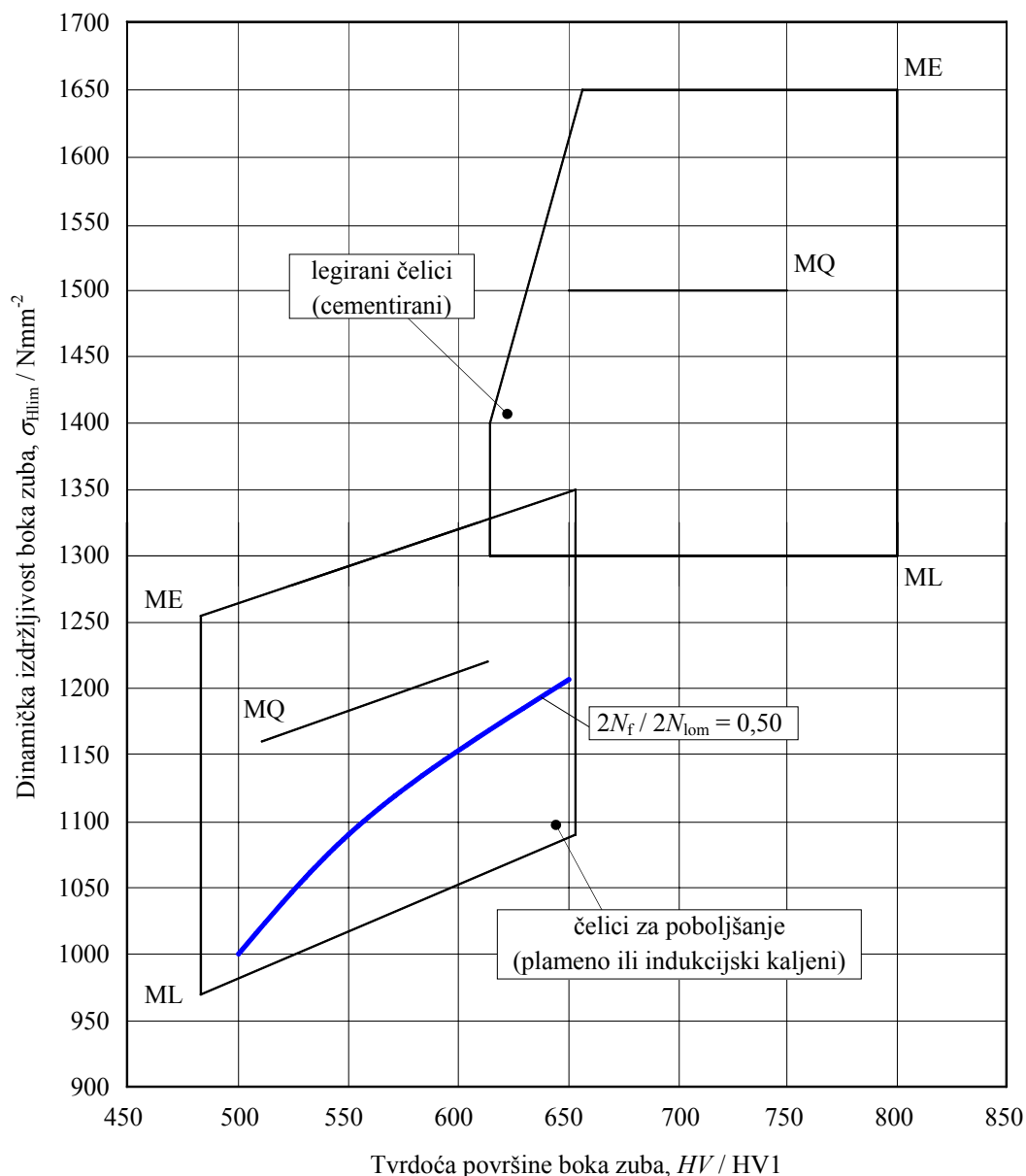
**Tablica 9.2** Vrijednosti geometrijskih parametara ozubljenja

Naziv parametra	Zupčanik 1	Zupčanik 2
Normalni modul $m_n$	4 mm	
Normalni zahvatni kut $\alpha_n$	20°	
Faktor visine glave zuba alata $h_{a01,2}^*$	1,167	
Faktor zaobljenja glave zuba alata $r_{a01,2}^*$	0,2	0,2
Broj zubi $z_{1,2}$	25	25
Faktor pomaka profila $x_{1,2}$	0	0
Promjer preko glave $d_{a1,2}$	108 mm	108 mm
Širina zupčanika $b_{1,2}$	20 mm	20 mm
Stupanj prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha$	1,61	
Razmak osi $a$	100 mm	



**Slika 9.1** Usporedba vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunatih za čelik 42CrMo4 s vrijednostima  $\sigma_{Hlim}$  za zupčanike s poboljšanim zubima koje su dane u [7]





**Slika 9.2** Usporedba vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunatih za čelik 42CrMo4 s vrijednostima  $\sigma_{Hlim}$  za zupčanike s površinski otvrdnutim bokovima zuba koje su dane u [7]

Zbog nepoznavanja točnog vremena inicijacije pukotina na za potrebe norme [7] ispitivanim zupčanicima, u dijagram  $HV - \sigma_{Hlim}$  za poboljšane legirane čelike na slici 9.1 unesene su vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunate za relativno širok raspon vrijednosti omjera  $2N_f/2N_{lom}$ . Proračunate vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  nalaze se gotovo u cijelosti unutar područja kojima se u normi definiraju dopuštene vrijednosti dinamičke izdržljivosti bokova  $\sigma_{Hlim}$  za navedene materijale. Određena odstupanja primjetna su tek kod kontaktnih naprezanja  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunatih za poboljšani čelik 42CrMo4 s tvrdoćom ispod 250 HV. Razlog tome može biti i nešto manji broj podataka o materijalima sa tvrdoćama u tom području na osnovi kojih je razvijana procedura za procjenu zamornih parametara iz tvrdoće materijala. Vrijednosti  $\sigma_{Hf1\%}$  proračunate za površinski otvrdnute bokove zuba za  $2N_f/2N_{lom} = 0,50$  unesene u dijagram na slici 9.2 u cijelosti se nalaze unutar područja navedenog u [7]. Budući da je razmak između krivulja za veće vrijednosti omjere  $2N_f/2N_{lom}$  malen (slika 9.1), ni za njegove druge vrijednosti proračunati  $\sigma_{Hf1\%}$  ne bi izlazili iz normom 7 definiranog područja dopuštenih vrijednosti  $\sigma_{Hlim}$ .

## 9.2.2 Usporedba s rezultatima drugih istraživanja

U [131] su, između ostalog, predstavljeni rezultati opsežnih i pri različitim uvjetima provedenih eksperimentalnih ispitivanja trajnosti bokova zuba zupčanika izrađenih od poboljšanog čelika 42CrMo4. U tablici 9.3 navedene su osnovne geometrijske značajke ispitivanih ozubljenja, a u tablici 9.4 podaci o tvrdoćama  $HB$ , silama na zub  $F_{bt}$  te procijenjenom faktoru trenja  $\mu$  između bokova zuba u zahvatu.

**Tablica 9.3** Geometrijski parametri ozubljenja ispitivanih u [131]

Naziv parametra	Zupčanik 1	Zupčanik 2
Normalni modul $m_n$	3 mm	
Normalni zahvatni kut $\alpha_n$	20°	
Broj zubi $z_{1,2}$	23	38
Faktor pomaka profila $x_{1,2}$	0	0
Širina zupčanika $b_{1,2}$	20 mm	20 mm
Stupanj prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha$	1,65	
Razmak osi $a$	91,5 mm	

**Tablica 9.4** Tvrdoća, opterećenje i procijenjeni faktor trenja u zahvatu ozubljenja ispitivanih u [131]

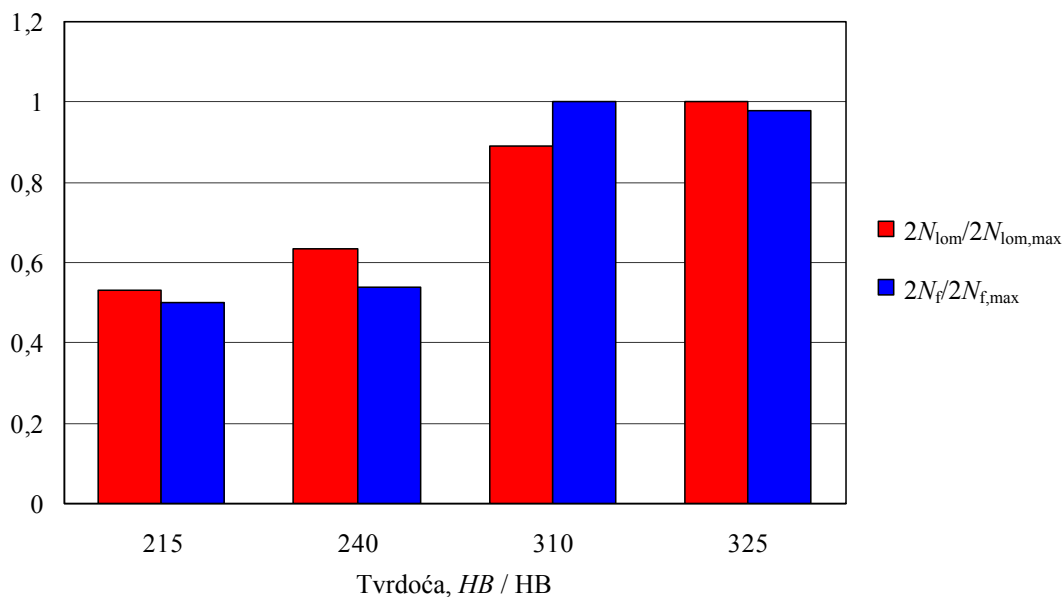
Tvrdoća $HB$ u HB	215	240	310	325
Ukupna sila $F_{bt}$ u N	2696	3204	4527	5061
Faktor trenja $\mu$	0,04			

Zbog ustanovljenih netočnosti pri izradi i montaži zupčanika te njima izazvanih dodatnih dinamičkih opterećenja boka za vrijeme zahvata, u [131] su vrijednosti ukupne normalne sile na zub  $F_{bt}$  izazvane vanjskim opterećenjem (6.72), na odgovarajući način korigirane odnosno uvećane.

Budući da na osnovi dostupnih podataka nije bilo moguće precizno utvrditi vrijednosti nominalnih opterećenja kojima su zupčanici za vrijeme ispitivanja bili podvrgnuti, u proračun trajnosti ušlo se sa tim korigiranim vrijednostima sile  $F_{bt}$  (tablica 9.4). Na osnovi tih opterećenja proračunata von Misesova naprežanja materijala boka u određenoj su mjeri prelazila granicu tečenja pa proračunske trajnosti  $2N_f$  sa eksperimentalnim brojevima izmjena opterećenja do otkazivanja zupčanika  $2N_{lom}$  nisu uspoređivane izravno već posredno. Prije usporedbe, obje trajnosti  $2N_f$  i  $2N_{lom}$  svakog zupčaničkog para podijeljene su sa njima pripadnim maksimalnim vrijednostima  $2N_{f,max}$  odnosno  $2N_{lom,max}$ . Na taj način dobivene vrijednosti omjera  $2N_f/2N_{f,max}$  i  $2N_{lom}/2N_{lom,max}$  unesene su u dijagram na slici 9.3.

Iz dijagrama je vidljivo da je s povećanjem tvrdoće bokova zuba porasla i njihova eksperimentalno utvrđena trajnost  $2N_{lom}$  te da proračunati brojevi izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  dobro prate taj trend. Manja odstupanja od tog trenda primjetna su tek kod materijala vrlo sličnih tvrdoća (310 HB i 325 HB).

Valjanost proračunskog postupka dodatno potvrđuje dobro slaganje eksperimentalnih i proračunskih rezultata koje je postignuto unatoč spomenutim teškoćama s utvrđivanjem točne vrijednosti opterećenja te činjenici da su analizirani zupčanički parovi bili izrađeni od materijala različite tvrdoće te da su uz to bili opterećeni različitim vrijednostima opterećenja.



Slika 9.3 Omjeri  $2N_f/2N_{f,max}$  i  $2N_{10m}/2N_{10m,max}$  proračunati za ozubljenja ispitivana u [131]

### 9.3 Mjesto inicijacije pukotine

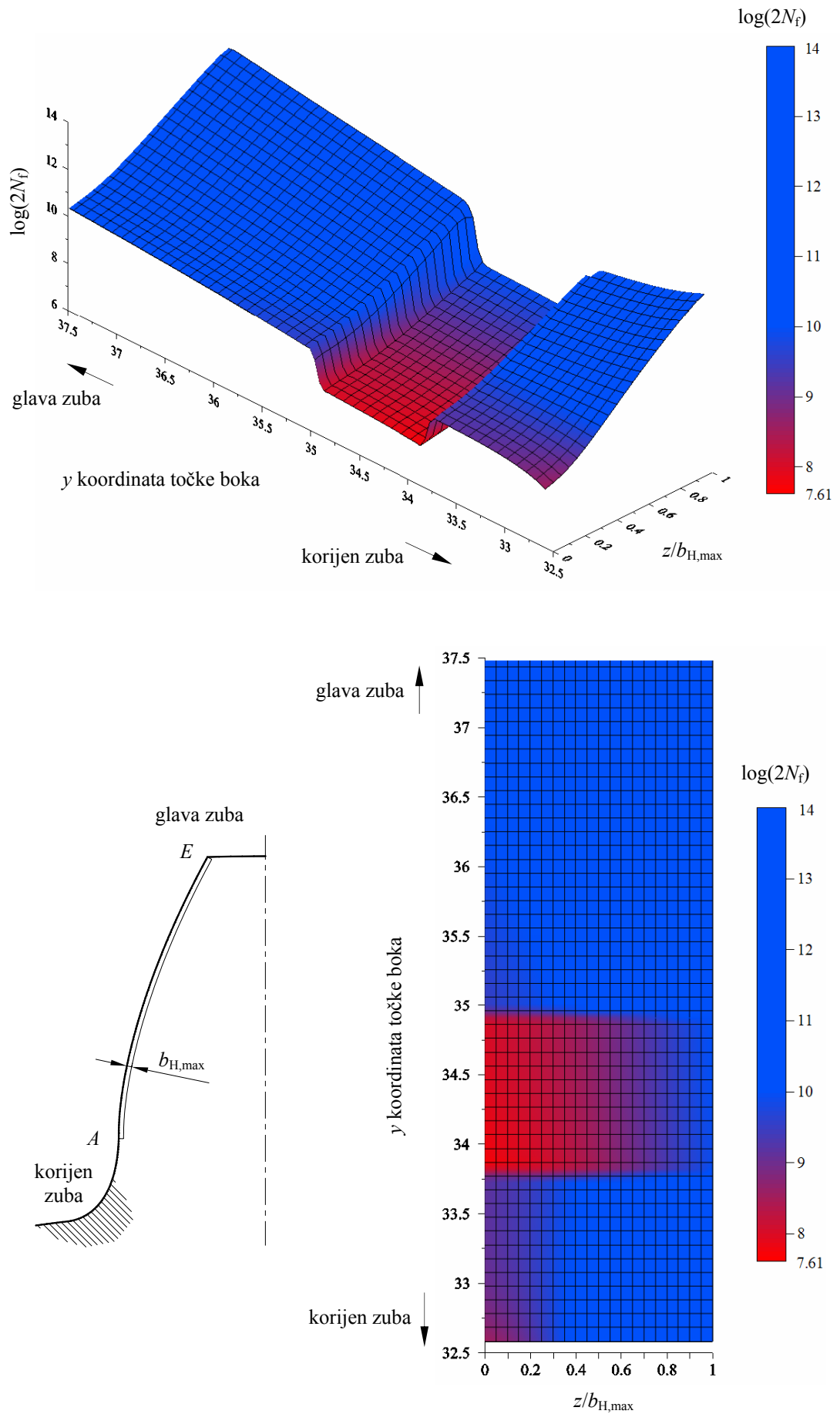
S obzirom na vjerojatnost nastanka zamorom uzrokovanih oštećenja, u literaturi [1], [2], [3] se područje boka zuba pogonskog zupčanika oko, a posebno neposredno ispod kinematskog promjera navodi kao kritično. Osim toga, u istim se izvorima navodi i da se spomenuta oštećenja primarno iniciraju na površini boka zuba, nakon čega se uslijed djelovanja opterećenja i drugih utjecaja u većoj ili manjoj mjeri šire u dubinu, odnosno u slojeve materijala ispod površine. Kao mogući razlozi zbog kojih se zamorna oštećenja eventualno ranije mogu inicirati ispod površine navodi se prisutnost uključaka u materijalu, grešaka u kristalnoj strukturi, pogrešna ili neodgovarajuća toplinska obrada itsl.

Za ozubljenje čije su su geometrijske značajke navedene u tablici 9.3, a parametri opterećenja i uvjeti zahvata u tablici 9.5, primjenom razvijenog programa Geargraph proračunate su vrijednosti brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine  $2N_f$  za cjelokupno područje boka zuba i to do dubine koja odgovara najvećoj vrijednosti polovice širine područja kontakta za vrijeme zahvata  $b_{H,max}$ , odnosno njenoj peterostrukoj vrijednosti  $5b_{H,max}$ . Za promatrani slučaj  $b_{H,max} = 0,089$  mm, a  $5b_{H,max} = 0,445$  mm.

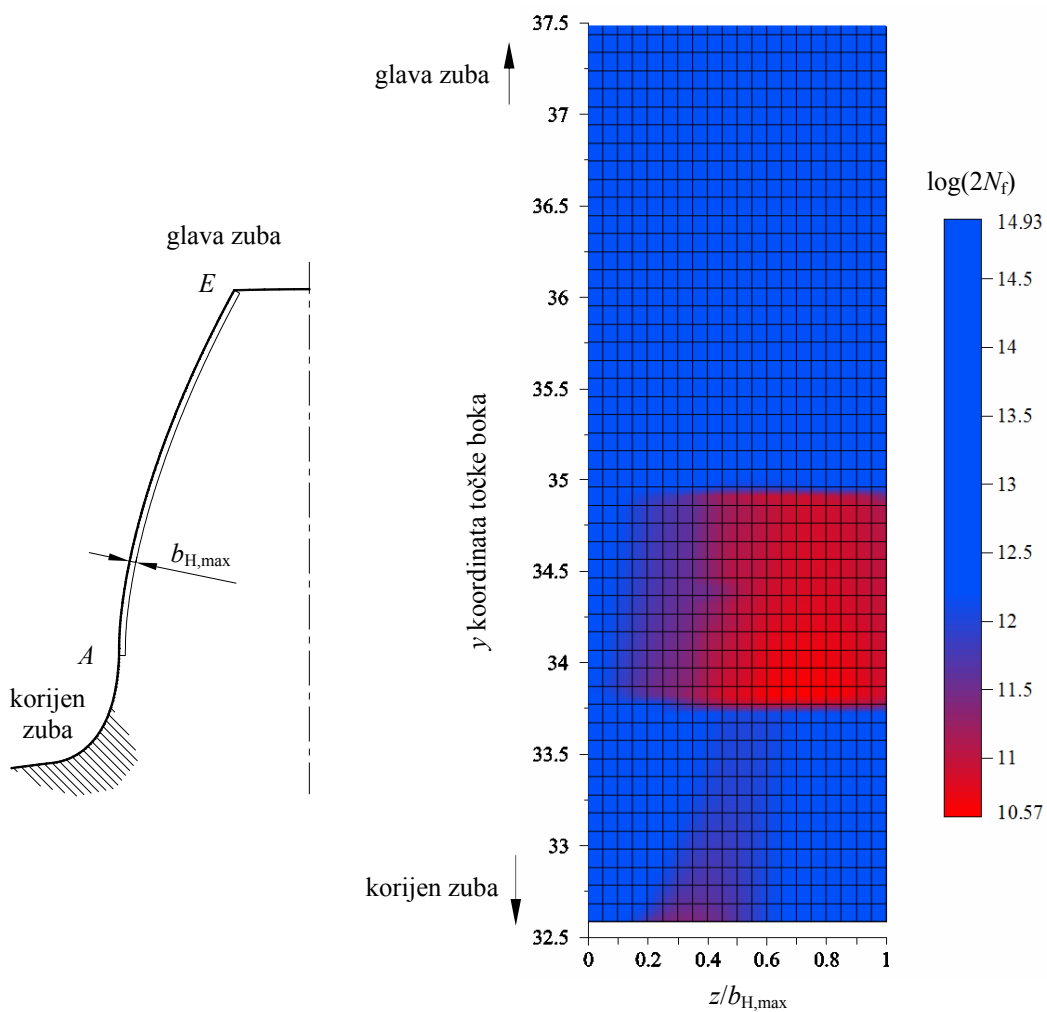
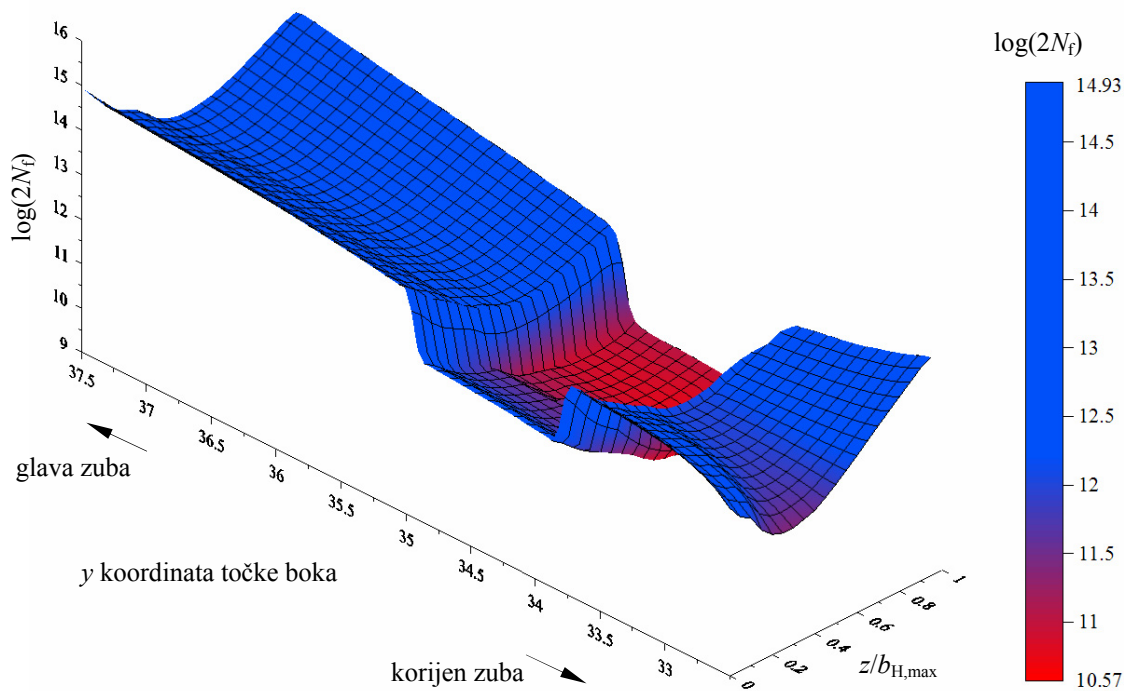
Tablica 9.5 Tvrdoća, opterećenje i odabrani faktor trenja u zahvatu analiziranog ozubljenja

Tvrdoća $HB$ u HB	286
Ukupna sila $F_{bt}$ u N	1800
Faktor trenja $\mu$	0,04

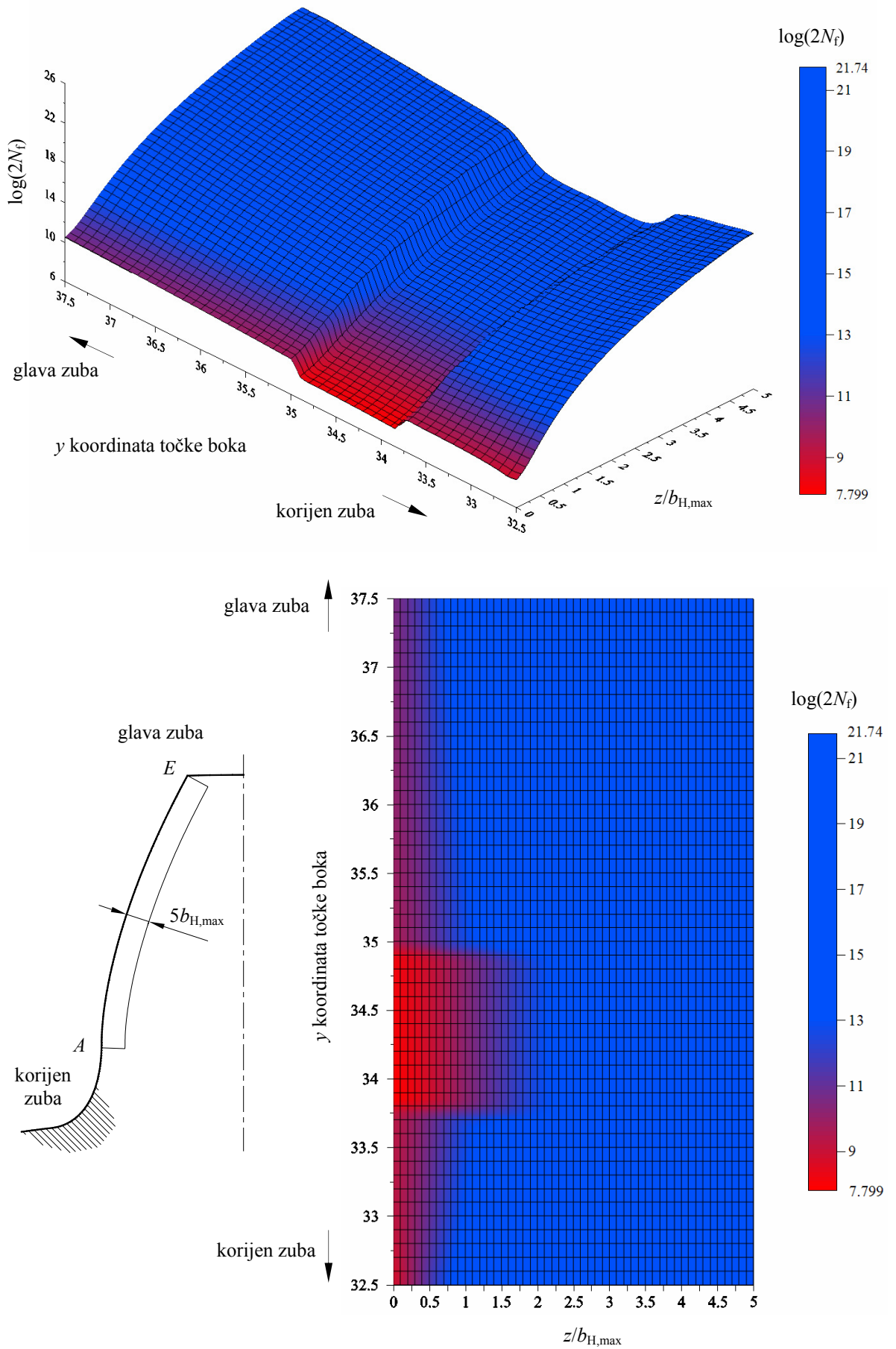
Najveća kontaktna naprezanja koja su se na boku zuba pojavila tijekom zahvata iznosila su oko  $680 \text{ Nmm}^{-2}$ . Odabrana tvrdoća materijala (286 HB) radi preglednosti i lakše interpretacije rezultata nije mijenjana s udaljenošću od površine boka zuba. Proračuni su izvedeni uz pretpostavku i ravninskog stanja naprezanja i ravninskog stanja deformacije u materijalu boka, a radi jasnoće prikaza, u dijagramima na slikama 9.4, 9.5, 9.6 i 9.7 navedene su vrijednosti  $\log(2N_f)$ . Na svakoj slici naznačeno je područje boka zuba za koje su trajnosti proračunavane.



Slika 9.4 Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine  $b_{H,max}$  uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja

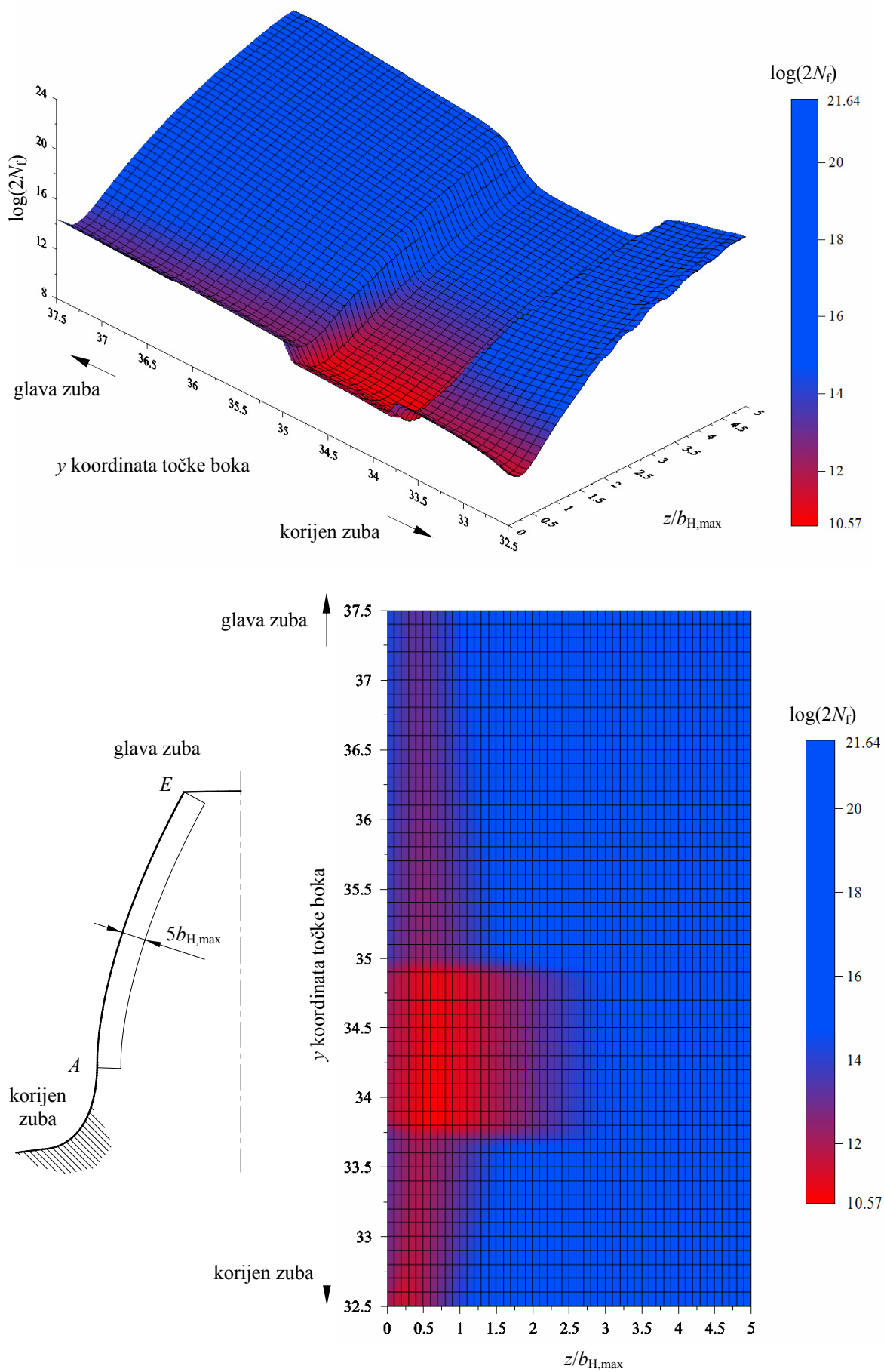


Slika 9.5 Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine  $b_{H,max}$  uz pretpostavku ravninskog stanja deformacije



Slika 9.6 Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine  $5b_{H,max}$  uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja



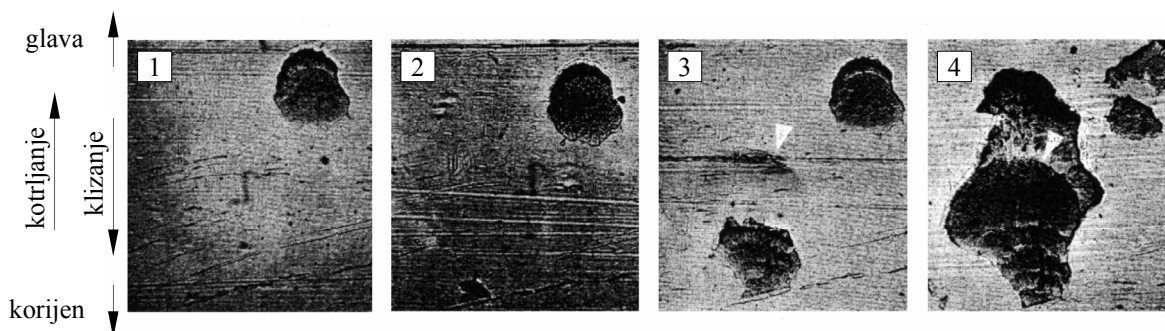


Slika 9.7 Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine  $5b_{H,max}$  uz pretpostavku ravninskog stanja deformacije

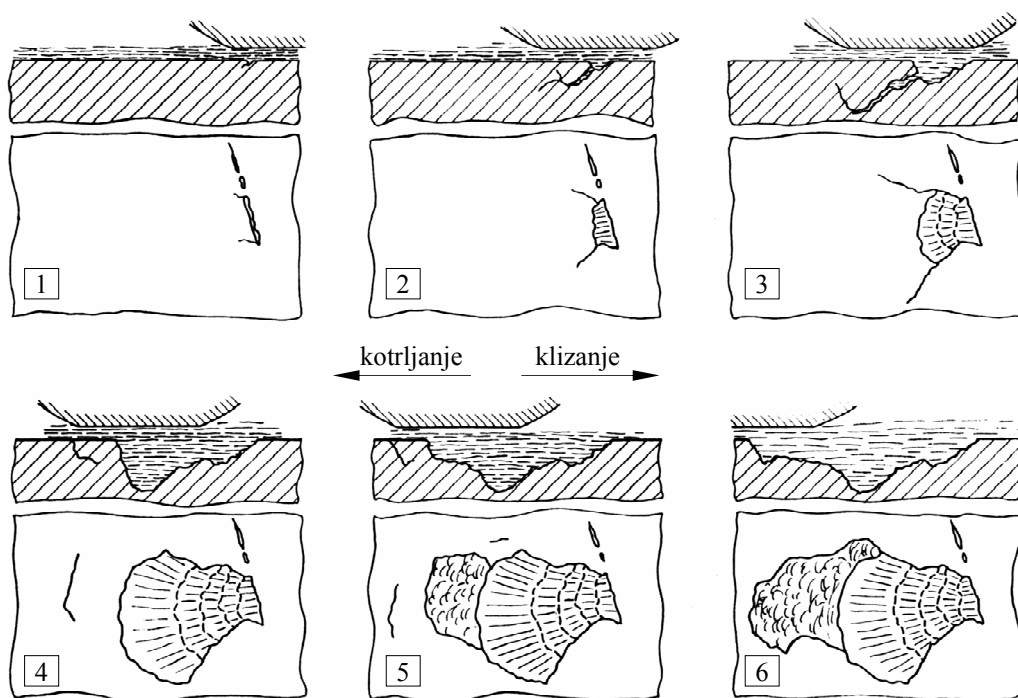
Najmanje trajnosti proračunate su za dio boka koji se nalazi u području jednostrukog zahvata i to s naglaskom na dio ispod kinematskog promjera. Uz pretpostavljeno ravninsko stanje naprezanja, oštećenja će se najprije pojaviti na površini i to prije nego u uvjetima ravninskog stanja deformacije kod kojeg se kritično područje nalazi na dubini oko  $(0,7...0,8)b_{H,max}$ .

## 9.4 Orientacija i oblik inicirane pukotine

Zbog brojnosti i raznovrsnosti uvjeta u kojima dolazi do njihovog nastanka, morfologija oštećenja na boku zuba zupčanika može biti vrlo različita. Ipak, oblik oštećenja prikazan na slici 3.5 u literaturi se navodi kao tipičan. U slučaju da se oštećenje nalazi ispod kinematskog promjera vrh trokuta je u pravilu usmjeren prema korijenu zuba, a ukoliko je oštećenje iznad kinematskog promjera, vrh trokuta usmjeren je prema njegovoj glavi. U [131] je fotografiranjem i tehnikom uzimanja otisaka praćen nastanak i razvoj jednog takvog oštećenja zuba ispitivanog ozubljenja ispod kinematskog promjera (slika 9.8) te je na osnovi toga rekonstruiran proces nastanka i širenja oštećenja (slika 9.9).



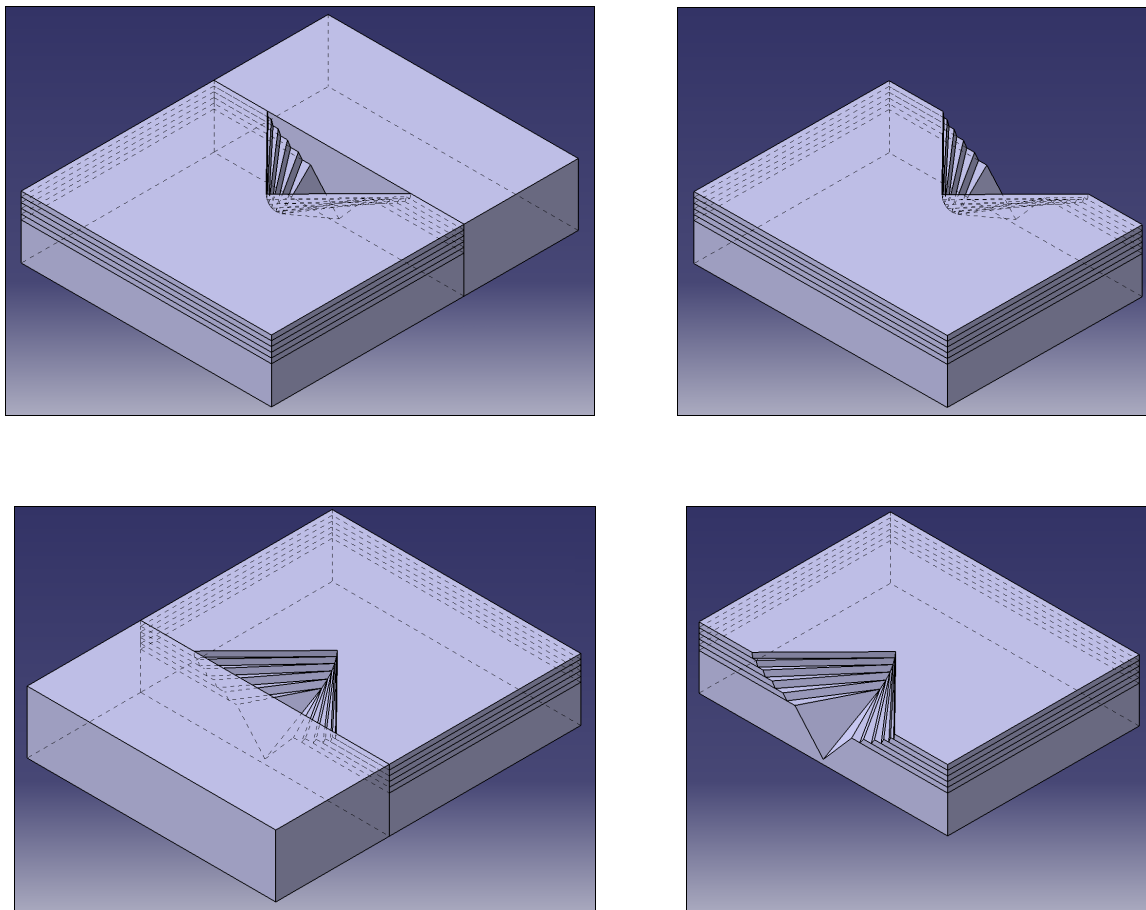
Slika 9.8 Faze nastanka oštećenja površine boka zuba (prema [131])



Slika 9.9 Shematski prikaz nastanka površinski iniciranog oštećenja boka zuba (prema [131])

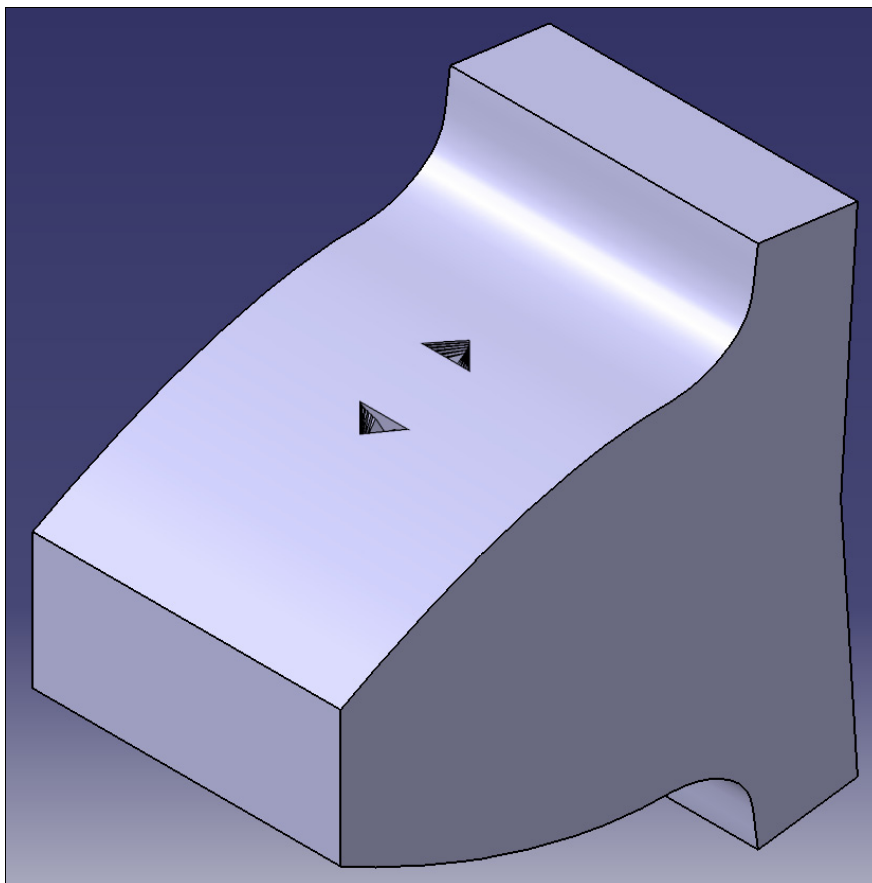


Netom nakon inicijacije, rastom pukotina upravljaju isti mehanizmi koji su odgovorni za njihovu inicijaciju. Na osnovi proračunatih vrijednosti kuteva  $\theta$  i  $\varphi$  koji definiraju orijentaciju kritičnih ravnina, u programskom paketu CATIA V5 je izrađen prostorni model površinski iniciranog oštećenja odnosno pukotine u ranoj fazi njenog nastanka (slika 9.10). Pritom je radi jasnoće prikaza suvišak materijala uklonjen. Kutevi kritičnih ravnina na različitim dubinama odnosno udaljenostima od površine boka nisu isti pa je geometrija koju one definiraju modelirana sloj po sloj.



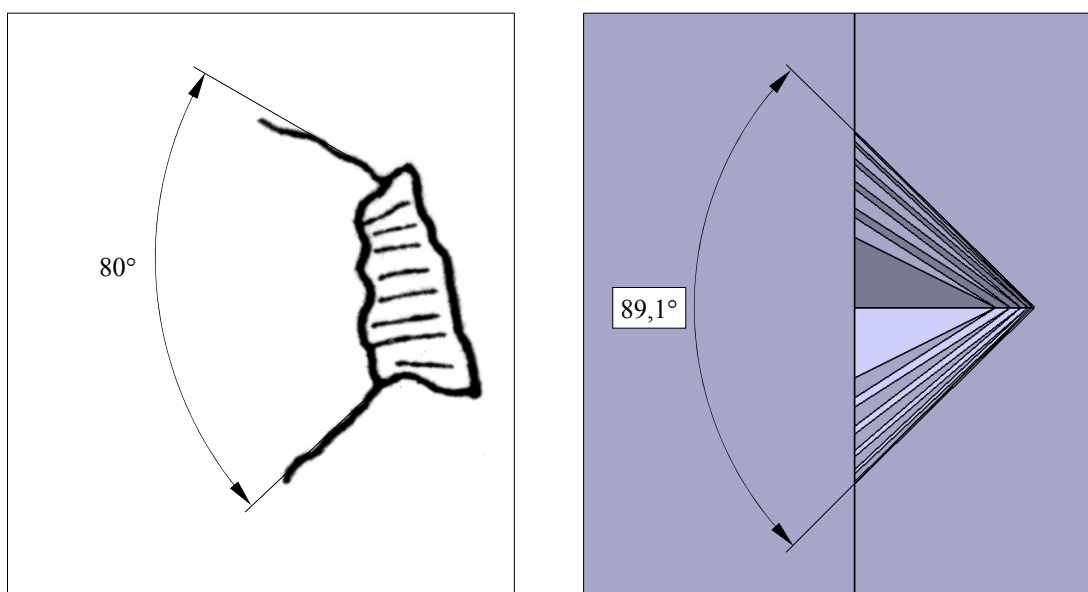
Slika 9.10 Prostorni model oštećenja odnosno pukotine

Osim oblika oštećenja, u ovom radu razvijeni matematički model točno predviđa i utjecaj koji trenje i smjer klizanja između bokova zuba imaju na orijentaciju oštećenja (slika 9.11). Vrh oštećenja iniciranih ispod kinematskog promjera orijentiran je prema korijenu zuba, suprotno od oštećenja iniciranih iznad njega što je u skladu s orijentacijom oštećenja koja se uočavaju na stvarnim zupčanicima [131].

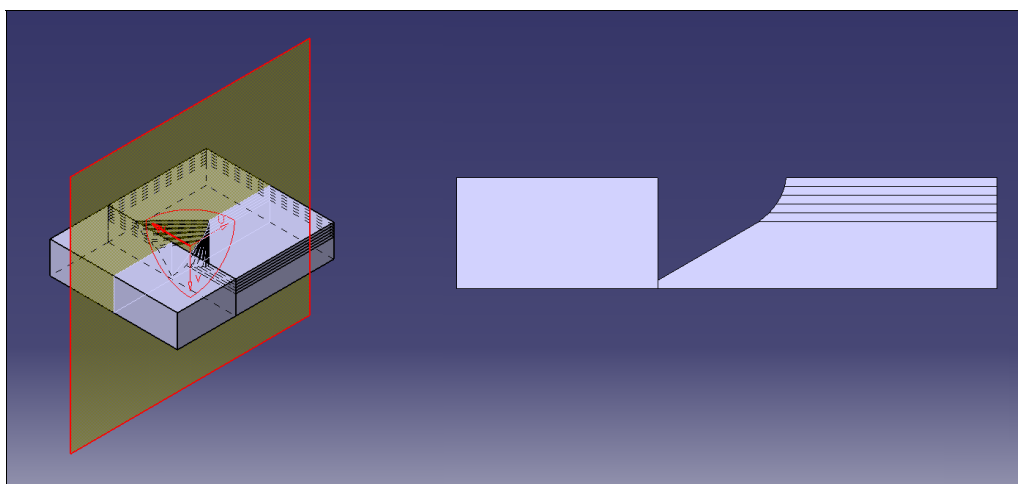


Slika 9.11 Prostorni model zuba zupčanika i površinski iniciranog oštećenja njegovog boka

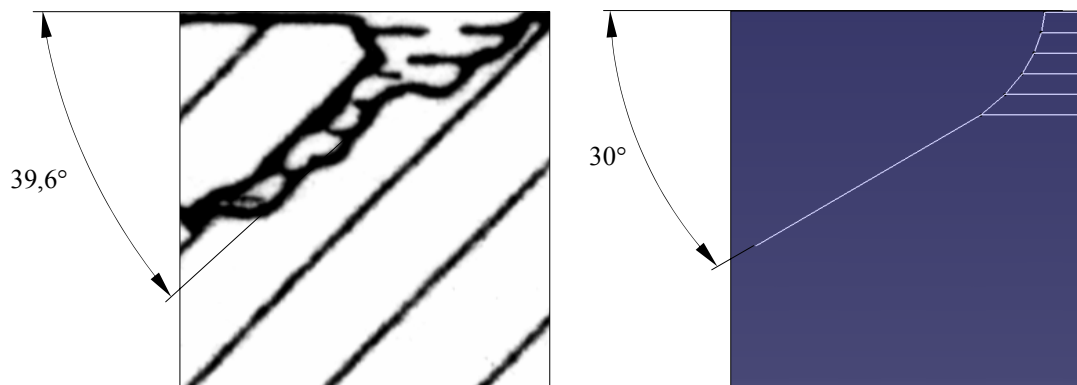
Na slici 9.12 uspoređena je jedna od najranijih faza nastanka oštećenja iz [131] sa odgovarajućim prikazom računalo generiranog modela pukotine. Nakon što je radi preglednosti i lakšeg mjerenja kuta kojeg dno pretpostavljene pukotine zatvara sa slobodnom površinom, izrađen normalni presjek modela pukotine (slika 9.13) ista usporedba napravljena je na slici 9.14.



Slika 9.12 Kutevi koje na površini boka zatvaraju bočne plohe stvarnog oštećenja i njegovog modela



Slika 9.13 Normalni presjek prostornog modela oštećenja



Slika 9.14 Kutevi koje dno stvarnog oštećenja odnosno njegovog modela zatvaraju s površinom boka zuba

Sa slika 9.12 i 9.14 vidljivo je da se kut između dna oštećenja i površine boka zuba odnosno kut kojeg na površini boka zuba međusobno zatvaraju bočne površine oštećenja dobro slažu s onima izmjerenim na prikazima stvarnih oštećenjima boka zuba iz [131]. Manja odstupanja između vrijednosti kuteva posljedica su činjenice da se s promjenom mjesta na boku orijentacija kritične ravnine također mijenja te da u [131] nije točno navedeno mjesto na boku zuba na kojem su oštećenja prikazana na slikama 9.8 i 9.9 odnosno 9.12 i 9.14 nastala.

Iako zbog nepraktičnosti to na prijašnjim slikama nije prikazano, proračunski određena orijentacija kritičnih ravnina i u dubljim slojevima materijala dobro objašnjava morfologiju oštećenja bokova zuba stvarnih zupčanika. Iz toga se dodatno može zaključiti kako su za inicijaciju pukotina na boku zuba zupčanika i njihov razvoj, barem u najranijim fazama njihovog rasta, zbilja u najvećoj mjeri odgovorne cikličke smične deformacije budući da su upravo one jedna od osnovnih utjecajnih veličina u razvijenom matematičkom modelu.

## 10 ZAKLJUČAK

Razvijeni proračunski postupak omogućava proračunavanje vremena potrebnog za inicijaciju prvih pukotina na boku zuba zupčanika te identificiranje mjesta na kojima se najprije može očekivati njihova pojava. Time je ispunjen osnovni cilj ovog rada. Osnovni parametar materijala koji je u razvijenom proračunskom postupku potreban za proračun trajnosti je njegova tvrdoća. Time je otvorena mogućnost da se dobiveni rezultati koriste i za propisivanje potrebnih značajki materijala zuba odnosno potrebnog profila tvrdoće u otvrdnutom površinskom sloju materijala na njegovom boku što je bilo zadano kao dodatni cilj. Osim toga, proračunom dobiveni rezultati ukazuju na orijentaciju i oblik pukotina u početnoj fazi njihovog rasta neposredno nakon inicijacije na osnovi čega je moguće zaključiti i do kakve bi vrste oštećenja boka zuba one mogle dovesti.

Uspoređivanjem proračunom dobivenih rezultata s rezultatima eksperimentalnih ispitivanja trajnosti bokova zuba zupčanika dostupnima iz literature, utvrđeno je njihovo vrlo dobro slaganje. Time je dokazana ispravnost cijelog niza pretpostavki i zaključaka, matematičkog modeliranja pojedinih utjecajnih veličina i uvjeta zahvata kao i valjanost razvijenog proračunskog postupka u cjelini te je potvrđeno da je njime moguće uspješno predviđati nastanak zamornih oštećenja boka zuba zupčanika.

U svom sadašnjem obliku postupak omogućava proračunavanje trajnosti boka zuba zupčaničkih parova različitih geometrija. Materijal zuba zupčanika može biti normaliziran ili poboljšan s konstantnom tvrdoćom po dubini ili površinski otvrdnut, pri čemu profil tvrdoće u otvrdnutom sloju mora biti poznat. Pogonski parametri koje je moguće varirati su opterećenje, brzina vrtnje, faktor trenja između bokova zuba u zahvatu te uvjeti podmazivanja čime se između ostalog utječe na raspodjelu normalnog i tangencijalnog opterećenja. Proračun je moguće izvesti i za ravninsko stanje naprezanja i za ravninsko stanje deformacije.

U radu su analizirana oštećenja boka zuba uzrokovana zamorom, kotrljajno-klizno-kontaktno opterećenje boka zuba za vrijeme zahvata, ponašanje materijala izloženog djelovanju cikličkih opterećenja i postojeći pristupi karakterizaciji zamaranja materijala i predviđanju trajnosti. Na osnovi provedene analize odabrana je kombinacija pristupa temeljenog na deformaciji i Fatemi-Socieovog kriterija inicijacije pukotine temeljenog na principu kritične ravnine. Dobro pretkazivanje ne samo brojeva izmjena opterećenja do pojave pukotine, nego i slaganje značajki stvarnih pukotina i oštećenja boka zuba s onima koje se mogu proračunati na osnovi kuteva koji definiraju orijentaciju kritičnih ravnina potvrđuje ispravnost odabira spomenutog pristupa i kriterija.

U sklopu rada je izvršena eksperimentalna karakterizacija ponašanja niza poboljšanih čelika 42CrMo4 izloženih djelovanju monotono rastućih i ciklički promjenjivih opterećenja. Na taj način određeni monotoni, ciklički i zamorni parametri dopunjeni su podacima dostupnima iz literature. Međutim, zbog gradijenta tvrdoće koji u površinski otvrdnutom materijalu boka zuba može biti značajan, količina podataka je i dalje bila nedostatna za njegovo adekvatno i točno modeliranje. Pregledom literature i izvođenjem mnogih proračuna ustanovljeni su sistematski nedostaci u većini postojećih empirijskih metoda procjene zamornih parametara na osnovi monotoničkih parametara materijala. Stoga je na osnovi prikupljenih podataka razvijen novi pristup procjeni zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotoničkih parametara. Primjenom predloženog pristupa razvijeni su vlastiti izrazi za procjenu Basquin-Coffin-Mansonovih zamornih parametara čelika 42CrMo4 isključivo na osnovi njegove tvrdoće.

Za potrebe proračunavanja naprezanja i deformacija materijala boka zuba tijekom zahvata korišten je opći ravninski model para zuba u kontaktu. Pritom je bok zuba na kojem se proračunavaju naprezanja i deformacije predstavljen elastičnim poluprostorom, a stvarno opterećenje zamijenjeno je linijskim normalnim i tangencijalnim opterećenjem odgovarajućeg profila. Mogućnosti i točnost ovog osnovnog modela zahvata para zuba proširene su detaljnim i preciznim proračunavanjem geometrije boka zuba te procedurom kojom se proračunavaju i formiraju parovi točaka bokova zuba koje prilikom zahvata dolaze u kontakt. Na taj je način osim vrijednosti naprezanja i deformacija u bilo kojoj točki na površini boka zuba ili ispod nje omogućeno proračunavanje evolucije njihovih vrijednosti za vrijeme trajanja zahvata do koje dolazi zbog pomicanja opterećenja duž boka zuba. U razvijenom modelu se pritom u obzir uzima utjecaj promjene mjesta djelovanja opterećenja na vrijednost i profil normalnog i tangencijalnog opterećenja te na vrijednost faktora trenja pri potpunom podmazivanju. Vrijednosti naprezanja dobivene razvijenim proračunskim modelom zahvata zuba verificirane su eksperimentalno, metodom fotoelasticimetrije, i numerički, metodom konačnih elemenata. Podudaranje rezultata je u oba slučaja vrlo dobro i konzistentno.

Proračunski postupak je u cjelini implementiran u fleksibilan i modularan računalni program, kojim se može brzo i praktično uz minimalan broj ulaznih podataka proračunavati trajnost materijala boka zuba zupčanika u zahvatu. Pored toga, njime dobiveni detaljni podaci o geometriji zuba, vrijednosti i raspodjeli opterećenja te uvjetima zahvata i kontakta u svakoj točki boka zuba mogu poslužiti kao pripremni odnosno ulazni podaci za proračune druge vrste poput numeričke analize metodom konačnih elemenata, a za što su već korišteni i u ovom radu.

Znanstveni doprinos ovog rada očituje se u:

- uspješnom karakteriziranju i matematičkom modeliranju brojnih veličina koje utječu na zamaranje i oštećivanje materijala boka zuba zupčanika te njihovom povezivanju u cjeloviti proračunski postupak koji omogućuje proračunavanje trajnost materijala boka zuba i identificiranje mjesta na kojima bi se pukotine najprije mogle pojaviti
- razvoju naprednog matematičkog modela para zuba u zahvatu koji uz minimalnu pripremu odnosno zadavanje vrijednosti samo osnovnih parametara ozubljenja, opterećenja, materijala i pogonskih uvjeta omogućuje brzo i detaljno proračunavanje naprezanja i deformacija materijala boka i njihove evolucije za vrijeme zahvata
- proširivanju i unaprijeđivanju postojeće metodologije ocjene valjanosti empirijskih metoda procjene parametara zamora na osnovi monotonih parametara materijala
- prijedlogu novog pristupa empirijskoj procjeni zamornih na osnovi monotonih parametara materijala
- na osnovi spomenutog novog pristupa razvijenim izrazima za procjenu Basquin-Coffin-Mansonovih zamornih značajki čelika 42CrMo4 isključivo na osnovi njegove tvrdoće, a kojima su dobiveni znatno bolji rezultati od onih dobivenih primjenom postojeće metode koja je u literaturi redovito vrlo visoko ocijenjena.

Složenost, a još više širina, tematike obrađene u ovom radu nude brojne mogućnosti za daljnji rad. Neke od njih su sljedeće:

- matematičkim modelom zahvata zuba u njegovom sadašnjem obliku ne uzimaju se u obzir naprezanja izazvana savijanjem zuba za vrijeme zahvata. Iako su i pored toga odstupanja od eksperimentalnim i numeričkim putem dobivenih naprezanja relativno mala, očekuje se da bi uključivanje njihovog proračunavanja u matematički model dodatno povećalo točnost proračuna
- predloženi pristup procjeni zamornih iz monotonih parametara mogao bi se primijeniti i na druge materijale odnosno skupine materijala (nelegirane, niskolegirane i visokolegirane čelike, aluminijske legure te legure titana)
- razvijeni proračunski postupak mogao bi se dodatno proširiti, prilagoditi i uže povezati s mogućnostima i parametrima suvremenih postupaka toplinske obrade materijala (primjerice indukcijskog kaljenja) čime bi se omogućilo izravnije i bolje iskorištenje njihovih mogućnosti
- proširivanje računalnog programa u smjeru automatizirane pripreme svih potrebnih podataka za izvođenje numeričkih analiza za slučajeve kad opterećenja u materijalu boka zuba izazivaju pojavu plastičnih deformacija, a koji razvijenim matematičkim modelom nisu obuhvaćeni.



**POPIS LITERATURE**

- [1] Alban, L.E.: *Failures of gears*. // ASM Handbook, Vol. 11, Failure Analysis and Prevention. ASM International, 2002.
- [2] Aberšek, B.; Flašker, J.: *How gears break*. Southampton, Boston : Witpress, 2004.
- [3] Hyde, R.S.: Contact fatigue of hardened steel // ASM Handbook, Vol. 19, Fatigue and Fracture. ASM International, 1996.
- [4] Lovrin, N.: *Analiza nosivosti evolventnog ozubljenja s velikim stupnjem prekrivanja profila*. Disertacija. Rijeka : Tehnički fakultet, Sveučilište u Rijeci, 2001.
- [5] Franulović, M.; Križan, B.; Basan, R.: *The increase of tooth root stresses on HCR gears with pitch errors* // International Conference on Gears / Bernd-Robert Höhn. Düsseldorf : VDI Verlag GmbH, 2005.
- [6] *Mechanical properties of carbon and alloy steels*. // ASM Metals Handbook Desk Edition. ASM International, 1998.
- [7] DIN 3990 Teil 5: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten*. Berlin : Beuth-Verlag, Deutschland, 1987.
- [8] ISO 6336-5:2003(E):, *Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 5: Strength and quality of materials*. Geneve : International Organization for Standardization, Switzerland, 2003.
- [9] Smoljan, B.: *Toplinska obradba čelika, sivog i nodularnog lijeva*. Zagreb : Hrvatsko društvo za toplinsku obradbu i inženjerstvo površina, 1999.
- [10] Bates, C.E.; Totten, G.E.; Brennan, R.L.: *Quenching of steel*. // ASM Handbook, Vol. 4, Heat treating. ASM International, 1999.
- [11] Wisti, M.; Hingwe, M.: *Tempering of steel* // ASM Handbook, Vol. 4, Heat treating. ASM International, 1999.
- [12] Otto, F.J.; Herring, D.H.: *Gear heat treatment – Part I*. // Heat treating progress. June, 2002.
- [13] Liebmann, G.: *Surface hardening for improving the properties of components*. // Antriebstechnik. 9(2000).
- [14] Grum, J.: *Induction hardening*. Ljubljana : Faculty of Mechanical Engineering, 2001.
- [15] Townsend, D.P.; Turza, A.; Chaplin, M.: *The surface fatigue life of contour induction hardened AISI 1552 Gears*. // NASA Technical Report ARL-TR-808, (1995)
- [16] Schwenk, W.R.: *Simultaneous dual-frequency induction hardening*. // Heat treating progress. April/May(2003), str. 35-38.
- [17] DIN 50190 Teil 2: *Härtetiefe wärmebehandelter Teile - Ermittlung der Einhärtungstiefe nach Randschichthärten*. Berlin : Beuth-Verlag, Deutschland, 1979.



- [18] DIN 3990 Teil 2: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Berechnung der Grübchentragfähigkeit*. Berlin : Beuth-Verlag, Deutschland, 1987.
- [19] ISO 6336-2:1996(E): *Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 2: Calculation of surface durability (pitting)*. Geneve : International Organization for Standardization, Switzerland, 1996.
- [20] Pederson, R.; Rice, S.L.: *Case crushing of carburized and hardened gears*. // Trans. SAE, 1961.
- [21] Wolkenstein, R.: *Die Härtetiefe an Zahnrädern*. // Antriebstechnik. 13, (1974), str. 579-585, 637-641, 691-700.
- [22] Sandberg, E.: *A Calculation method for subsurface fatigue*. // International Symposium on Gearing & Power Transmissions, Conference Proceedings. Tokyo, 1981.
- [23] Glodež, S.; Flašker, J.; Ren, Z.; Pehan, S.: *Optimisation of hardened layer thickness on gears*. // 4th Symposium Design 96 - Conference Proceedings. Opatija, 1996.
- [24] Parrish, G.: *Carburizing: microstructures and properties* // ASM International, 1999.
- [25] Tobie, T.; Oster, P.; Höhn, B.R.: *Systematic investigations on the influence of case depth on the pitting and bending strength of case carburized Gears*. // Gear Technology. July/August(2005).
- [26] Zwirlein, O.; Wieland, W.P.: *Case depth for induction hardened slewing bearing rings*. // International Off-Highway Meeting & Exposition. Milwaukee : Society of Automotive Engineers, Inc., 1983.
- [27] Kumar, A.M.: *Analysis of sub-surface crack initiation under rolling contact*. Dissertation. Nashville : Vanderbilt University, 1989.
- [28] Hertter, T.: *Rechnerischer Festigkeitsnachweis der Ermüdungstragfähigkeit vergüteter und einsatzgehärteter Stirnräder*. Dissertation. München : TU München, Fakultät für Maschinenwesen, 2003.
- [29] Šraml, M.; Flašker, J.; Potrč, I.: *Numerical procedure for predicting the rolling contact fatigue crack initiation*. // International Journal of Fatigue. 25, (2003), str. 585-595.
- [30] Kunc, R.; Prebil, I.: *Numerical determination of carrying capacity of large rolling bearings*. // Journal of Materials Processing Technology. 155-156, (2004), str. 1696-1703.
- [31] Glodež, S.; Winter, H.; Stüwe, H.P.: *A fracture mechanics model for the wear of gear flanks by pitting*. // Wear, 208, (1997), str. 177-183.
- [32] Glodež, S.; Ren, Z.: *Modelling of crack growth under cyclic contact loading*. // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 30, (1998), str. 159-173.
- [33] Glodež, S.; Ren, Z.; Flašker, J.: *Surface fatigue of gear teeth flanks*. // Computers and Structures. 73, (1999), str. 475-483.
- [34] Šraml, M.; Flašker, J.: *Computational approach to contact fatigue damage initiation analysis of gear teeth flanks*. // International Journal of Advanced Manufacturing Technologies. 31, (2007), str. 1066-1075.

- [35] Oberšmit, E.: *Ozubljenja i zupčanici*. Zagreb : SNL, 1982.
- [36] Olver, A.V.: *The mechanism of rolling contact fatigue: an update*. // Journal of Engineering Tribology. 219, (2005), str. 313-330.
- [37] Glaeser, W.A.; Shaffer, S.J.: *Contact fatigue* // ASM Handbook, Vol. 19, Fatigue and Fracture. / ASM International, 1996.
- [38] ISO 10825:1995.: *Gears - Wear and damage to gear teeth - Terminology*. Geneva : International Organization for Standardization, Switzerland, 1995.
- [39] - : *Instalation & maintenance - Failure analysis*. Milwaukee : The Falk Corporation, 1978.
- [40] McPherson, D.R.; Rao S.B.: *Mechanical testing of gears*. // ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing and Evaluation. ASM International, 2000.
- [41] Lee, Y.; Pan, J.; Hathaway, R.; Barkey, M.: *Fatigue testing and analysis: Theory and practice*. Burlington : Elsevier Butterwoth-Heinemann, 2005.
- [42] Fine, M.E.; Chung, Y.: *Fatigue failure in metals*. // ASM Handbook, Vol. 19, Fatigue and Fracture. ASM International, 1996.
- [43] Krempl, E.: *Design for fatigue resistance*. // ASM Handbook, Vol. 20, Materials Selection and Design. ASM International, 1997.
- [44] Schijve, J.: *Fatigue of structures and materials*. New York : Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [45] ASTM Standard E606, 1992 (1998): *Standard practice for strain-controlled fatigue testing*. ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.
- [46] Ramberg, W., Osgood, W. R.: *Description of stress-strain curves by three parameters*. // Technical Note No. 902. Washington D.C. : National Advisory Committee For Aeronautics, 1943.
- [47] ASTM Standard E2207, 2002: *Standard practice for strain-controlled axial-torsional fatigue testing with thin-walled tubular specimens*. ASTM International, West Conshohocken, PA, www.astm.org.
- [48] Dowling N.E.: *Mechanical behavior of materials*. New Jersey : Prentice-Hall International, 1993.
- [49] Mitchell, M.R.: *Fundamentals of modern fatigue analysis for design*. // ASM Handbook, Vol. 19, Fatigue and Fracture. ASM International, 1996.
- [50] Kim, K.S.; Chen, X.; Han, C.; Lee, H.W.: *Estimation methods for fatigue properties of steels under axial and torsional loading*. // International Journal of Fatigue. 24, (2002), str. 783-793.
- [51] Collins J.A.: *Failure of materials in mechanical design: Analysis – prediction - prevention*. New York : John Wiley & Sons, 1993.
- [52] You, B.R.; Lee, S.B.: *A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals*. // International Journal of Fatigue. 18, (1996), str. 235-244.
- [53] Han, C.; Chen, X.; Kim, K.S.: *Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading*. // International Journal of Fatigue. 24, (2002), str. 913-922.
- [54] Wang, Y.Y.; Yao, W.X.: *Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria*. // International Journal of Fatigue. 26, (2004), str. 17-25.

- [55] McDowell, D.L.: *Multiaxial fatigue strength*. // Fatigue and Fracture, Vol. 19, ASM International, 1996.
- [56] Tipton, S.M.; Nelson, D.V.: *Advances in multiaxial fatigue life prediction for components with stress concentrations*. // International Journal of Fatigue. 19, (1997), str. 503-515.
- [57] Papadopoulos, I.V.; Davoli, P.; Gorla, C.; Filippini, M.; Bernasconi, A.: *A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals*. // International Journal of Fatigue. 19, (1997), str. 219-235.
- [58] Knauer, G.: *Zur Grübchentragsfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß von Werkstoff, Schmierstoff und Betriebstemperatur*. Dissertation. München : Fakultät für Maschinwesen, Technische Universität München, 1988.
- [59] Fritsch, P.: *Oberflächenfeingestalt einsatzgehärteter Zahnräder - Einfluß auf Bauteilbeanspruchung, Zahnflankentragsfähigkeit und Geräuschverhalten*. Dissertation. Aachen : TH Aachen, Fakultät für Maschinenwesen, 1991.
- [60] Glodež, S.: *Model utrujanja zobnih bokov z upoštevanjem parametrov lomne mehanike*. Disertacija. Maribor : Fakulteta za strojništvo, Univerza v Mariboru, 1996.
- [61] Kim, T.H.; Olver, A.V.: *Stress history in rolling-sliding contact of rough surfaces*. // Tribology International. 31, 12(1998), str. 727-736.
- [62] Ringsberg, J.W.: *Life prediction of rolling contact fatigue crack initiation*. // International Journal of Fatigue. 23, (2001), str. 575-586.
- [63] Jiang, Y.; Sehitoglu, H.: *Rolling contact stress analysis with the application of a new plasticity model*. // Wear. 191, (1996), str. 35-44.
- [64] Ekberg, A.: *Rolling contact fatigue of railway wheels – a parametric study*. // Wear. 211, (1997), str. 280-288.
- [65] Jiang, Y.; Sehitoglu, H.: *A model for rolling contact failure*. // Wear. 224 (1999) ; 38-49
- [66] Ringsberg, J.W.; Loo-Morey, M.; Josefson, B.L.; Kapoor, A.; Beynon, J.H.: *Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue*. // International Journal of Fatigue. 22, (2000), str. 205-215.
- [67] Ringsberg, J.W.: *Cyclic ratchetting and failure of pearlitic rail steel*. // Fatigue Fract Engng Mater Struct. 23, (2000), str. 747-758.
- [68] Williams, J.A.: *The influence of repeated loading, residual stresses and shakedown on the behaviour of tribological contacts*. // Tribology International. 38, (2005), str. 786-797.
- [69] Govindarajan N.; Gnanamoorthy, R.: *Rolling/sliding contact fatigue life prediction of sintered and hardened steels*. // Wear. 262, (2007), str. 70-78.
- [70] Fatemi, A.; Socie, D.F.: *A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading*. // Fatigue Fract Engng Mater Struct. 11, (1988), str. 149-165.
- [71] Varvani-Farahani, A.: *A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions*. // International Journal of Fatigue. 22, (2000), str.295-305.

- [72] Pan, W.F.; Hung, C.Y.; Chen, L.L.: *Fatigue life estimation under multiaxial loadings*. // International Journal of Fatigue. 21, (1999), str. 3-10.
- [73] Kandil, F.A.; Brown, M.W.; Miller, K.J.: *Biaxial low cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperatures*. // The Metal Society. 280, (1982), str. 203-210.
- [74] Olausson, K.: *Material data derivation for the Fatemi and Socie critical plane model*. Master's Thesis. Lulea : University of Technology, 2007.
- [75] Varvani-Farahani, A.; Kodric, T.; Ghahramani, A.: *A method of fatigue life prediction in notched and un-notched components*. // Journal of Materials Processing Technology. 169, (2005), str. 94-102.
- [76] Kunc, R.; Prebil, I.; Korelc, J.; Rodič, T.; Torkar, M.: *Določanje snovnih lastnosti materiala za računanje nosilnosti velikih kotalnih ležajev z mehaniko poškodbe*. // Materijali in tehnologije. 35, 3-4(2001), str. 107-112.
- [77] ASTM Standard E739, 1991 (2004): *Standard practice for statistical analysis of linear or linearized stress-life (S-N) and strain-life ( $\epsilon$ -N) fatigue data*. ASTM International, West Conshohocken, PA, [www.astm.org](http://www.astm.org).
- [78] Manson, S.S.: *Fatigue: A complex subject - Some simple approximations*. // Exp Mech SESA. 5, 7(1965), str. 193-226.
- [79] Socie, D.F.; Mitchell, M.R.; Caulfield, E.M.: *Fundamentals of modern fatigue analysis*. // Fracture Control Program Report No. 26. Urbana : University of Illinois, 1977.
- [80] Muralidharan, U.; Manson, S.S.: *A modified universal slopes equation for estimation of fatigue characteristics of metals* // Journal of Engineering Materials and Technology. 110, (1988), str. 55-58.
- [81] Bäuml, A.; Seeger, T.: *Materials data for cyclic loading – Supplement 1*. Amsterdam : Elsevier, 1990.
- [82] Ong, J.H.: *An improved technique for the prediction of axial fatigue life from tensile data*. // International Journal of Fatigue. 15, (1993), str. 213-219.
- [83] Roessle, M.L.; Fatemi, A.: *Strain-controlled fatigue properties of steels and some simple approximations*. // International Journal of Fatigue. 22, (2000), str. 495-511.
- [84] Meggiolaro, M.A.; Castro, J.T.P.: *Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation predictions*. // International Journal of Fatigue. 26, (2004), str. 463-476.
- [85] Lee, K.S.; Song, J.H.: *Estimation methods for strain life fatigue properties from hardness*. // International Journal of Fatigue. 28, (2006), str. 386-400.
- [86] Ong, J.H.: *An evaluation of existing methods for the prediction of axial fatigue life from tensile data*. // International Journal of Fatigue. 15, (1993), str. 13-19.
- [87] Park, J.H.; Song, J.H.: *Detailed evaluation of methods for estimation of fatigue properties*. // International Journal of Fatigue. 17, (1995), str. 365-373.
- [88] - : *Parameters for estimating fatigue life*. // ASM Handbook, Vol. 19, Fatigue and fracture. ASM International
- [89] Landgraf, R.W.: *Cyclic deformation and fatigue behavior of hardened steels*. T.&A.M. Report No.320. Urbana : University of Illinois, 1968.

- [90] Thielen, P.N.: *Fatigue studies on 4140 quenched and tempered steel*. Dissertation, Evanston : Northwestern University, 1975.
- [91] SAE Standard J1099: *Technical report on low cycle fatigue properties ferrous and non-ferrous materials*. June, 1998.
- [92] Reis, L.; Li, B. ; Freitas, M.: *Biaxial fatigue for proportional and non-proportional loading paths* // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 27, (2004), str. 775-784.
- [93] Križan, B.: *Prilog istraživanju gubitaka trenja u zahvatu evolventnih zupčanika*. Disertacija. Rijeka: Tehnički fakultet, Sveučilište u Rijeci, 1990.
- [94] DIN 3990 Teil 1: *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Einführung und allgemeine Einflußfaktoren*. Berlin : Beuth-Verlag, Deutschland, 1987.
- [95] Weber C.; Banaschek, K.: *Formänderung und Profilrücknahme bei gerad- und schrägverzahnten Rädern*. Schriftenreihe Antriebstechnik. Braunschweig : Vieweg&Sohn, 1953.
- [96] Winter, H.; Podlesnik, B.: *Zahnfedersteifigkeit von Stirnradpaaren*. // *Antriebstechnik*. 22, 3,5(1983), str. 38-42, 50-58.
- [97] Flašker, J.; Glodež, S.; Pehan, S.: *Influence of contact area on service life of gears with crack in tooth root*. // *Communications in numerical methods in engineering*. 11, (1995), str. 49-58.
- [98] Franulović, M.: *Utjecaj odstupanja koraka na zahvatnoj crti na naprezanja u evolventnom ozubljenju*. Magistarski rad. Rijeka : Tehnički fakultet, Sveučilište u Rijeci, 2003.
- [99] Prebil, I.; Lukančić, B.: *Flankenlinienabweichung im Stirnradpaar*. // *Konstruktion*. 12(2001), str. 34-37.
- [100] Davis, J.R.: *Gear materials, properties, and manufacture*. ASM International, 2005.
- [101] Dowson, D.; Higginson, G.R.: *Elasto-hydrodynamic lubrication*. Oxford : Pergamon Press, 1966.
- [102] Volger, J.G.: *Ermüdung der oberflächennahen Bauteilschicht unter Wälzbeanspruchung*. Dissertation. Aachen : TH Aachen, Fakultät für Maschinenwesen, 1991.
- [103] Oster, P.: *Beanspruchung der Zahnflanken unter Bedingungen der Elastohydrodynamik*. Dissertation. München : TU München, Fakultät für Maschinenwesen, 1982.
- [104] Siminiati, D.: *Analiza dodirnih pritisaka kod višestrukog zahvata elastičnih tijela*. Disertacija. Rijeka : Tehnički fakultet, Sveučilište u Rijeci, 1998.
- [105] Gibmeier, J.: *Zum Einfluss von Last- und Eigenspannungen auf die Ergebnisse instrumentierter Eindringhärteprüfungen*. Dissertation. Kassel : Uni Kassel, Fachbereich Maschinenbau, 2004.
- [106] Johnson, K.L.: *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1985.
- [107] Timošenko, S.; Gudier, J.N.: *Teorija elastičnosti*. Beograd : Građevinska knjiga, 1962.

- [108] Obsieger, B.: *Analitički prikaz profila ozubljenja dobivenih odvaljivanjem proizvoljnog osnovnog profila.* // Svjetski simpozijum o zupčanicima i zupčastim prenosnicima, Zbornik radova. Vol. A. Dubrovnik - Kupari, 1978. Str. 259-272.
- [109] DIN 867: *Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau.* Berlin : Beuth-Verlag, Deutschland, 1986.
- [110] DIN 3972: *Bezugsprofile von Verzahnwerkzeugen für Evolventen-Verzahnungen nach DIN 867.* Berlin : Beuth-Vertrieb, Deutschland, 1952.
- [111] Walker, H.: *Gear tooth deflection and profile modification - Part 1.* // The Engineer. (1938), str. 409-411.
- [112] Walker, H.: *Gear tooth deflection and profile modification - Part2.* // The Engineer. (1938), str. 434-436.
- [113] Walker, H.: *Gear tooth deflection and profile modification - Part 3.* // The Engineer. (1940), str. 102-105.
- [114] Fronius, S.: *Einfluß der Verzahnungsfehler und der Deformation von Welle und Zahnrad auf die Tragfähigkeit und ihre Erfassung in der Berechnung.* // Maschinenbautechnik. 15, 9(1966), str. 455-460.
- [115] Petersen, D.: *Auswirkung der Lastverteilung auf die Zahnfußtragfähigkeit von hochüberdeckenden Stirnradpaarungen.* Dissertation. Braunschweig : Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik, 1989.
- [116] Terauchi, Y.; Nagamura, K.: *On tooth deflection calculation and profile modification of spur gear teeth.* // Proceedings of International Symposium on Gearing & Power Transmissions. Vol. II, pp C-27, Tokyo, 1981. Str. 159-164.
- [117] Hamrock, B.J.; Lee, R.T.; Houpert, L.G.: *Parametric study of performance in elastohydrodynamic lubricated line contacts.* // Fluid Film Lubrication - Osborne Reynolds Centenary. (1987), str. 199-206.
- [118] Flašker, J.; Fajdiga, G.; Glodež, S.; Hellen, T.K.: *Numerical simulation of surface pitting due to contact loading.* // International Journal of Fatigue. 23 (2001), str. 599-605.
- [119] Jarchow, F.; Potthoff, H.: *Berechnung instationärer elastohydrodynamischer Schmierkontakte.* // Konstruktion. 41, (1989), str. 155-161.
- [120] Winter. H.; Knauer, G.: *Einfluß von Schmierstoff und Betriebstemperatur auf die Grübchentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder.* // Antriebstechnik. 29, 8(1990), str. 65-70.
- [121] Olver, A.V.; Spikes, H.A.: *Prediction of traction in elastohydrodynamic lubrication.* // Proc. Instn Mech. Engrs. 212, Part J(1998), str. 321-332.
- [122] Xu, H.: *Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs.* Dissertation. Columbus : Ohio State University, 2005.
- [123] Alfirević, I.; Jecić, S.: *Fotoelasticimetrija.* Zagreb : SNL, 1987.
- [124] Brčić, V.; Čukić, R.: *Eksperimentalne metode u projektovanju konstrukcija.* Beograd : Građevinska knjiga, 1988.
- [125] - : ANSYS, Inc. Theory. Canonsburg : ANSYS Inc., 2001.
- [126] - : ANSYS Modeling and Meshing Guide. Canonsburg : ANSYS Inc., 2004.

- [127] - : ANSYS Structural Analysis Guide. Canonsburg : ANSYS Inc., 2004.
- [128] - : ANSYS Contact Technology Guide. Canonsburg : ANSYS Inc., 2004.
- [129] Basan R.; Franulović, M.; Križan, B.: *Development of custom gear design and modelling software solution.* // Proceedings of The 11th International Conference Mechanical Engineering SI 2007 / Iveta Onderova, Miroslav Horvat. Bratislava : Slovak University of Technology, 2007.
- [130] Basan R.; Franulović, M.; Kunc, R.: *Monotonic behaviour of normalised and quenched and tempered steel 42CrMo4.* // Engineering Review. 28, 2(2008), str. 23-30.
- [131] Niemann, G.; Bötsch, H.: *Neue Versuchsergebnisse zur Zahnflanken-Tragfähigkeit von Stirnrädern aus Vergütungsstahl.* // Konstruktion. 12(1966).

**POPIS OZNAKA****Oznake**

$A$	- početak zahvata, krajnja unutarnja točka dvostrukog zahvata
$A$	- početak zahvata, krajnja unutarnja točka trostrukog zahvata
$A$	- pomoćni faktor za određivanje deformacije zuba
$a$	- razmak osi, mm
$a$	- regresijski koeficijent u izrazu koji povezuje broj izmjena opterećenja i tvrdoću
$a_1...a_5$	- putevi klizanja na boku zuba pogonskog zupčanika, mm
$a_1, a_2$	- regresijski koeficijenti
$B$	- krajnja unutarnja točka dvostrukog zahvata
$B$	- pomoćni faktor za određivanje deformacije zuba
$B$	- unutarnja točka jednostrukog zahvata
$b$	- eksponent dinamičke čvrstoće
$b$	- regresijski koeficijent u izrazu koji povezuje broj izmjena opterećenja i tvrdoću
$b$	- širina zupčanika, mm
$b$	- širina cilindra, mm
$b_H$	- polovica širine područja dodira, mm
$b_{H,max}$	- najveća vrijednost polovice širine područja dodira tijekom zahvata, mm
$b_0$	- smični eksponent dinamičke čvrstoće
$b_1...b_5$	- putevi klizanja na boku zuba pogonjenog zupčanika, mm
$b_1...b_9$	- konstante
$b_1, b_2$	- regresijski koeficijenti
$C$	- kinematski pol zahvata
$C$	- pomoćni faktor za određivanje deformacije zuba
$c$	- eksponent cikličkih deformacija
$c$	- regresijski koeficijent u izrazu koji povezuje broj izmjena opterećenja i tvrdoću
$c'$	- pojedinačna krutost zuba u zahvatu, $Nmm^{-1}\mu m^{-1}$
$c^*$	- faktor tjemene zračnosti
$c_0$	- smični eksponent cikličkih deformacija
$D$	- pomoćni faktor za određivanje deformacije zuba
$D$	- unutarnja točka trostrukog zahvata
$D$	- vanjska točka jednostrukog zahvata
$d$	- promjer (bez indeksa odnosi se na diobenu kružnicu), mm
$E$	- kraj zahvata, krajnja vanjska točka dvostrukog zahvata
$E$	- modul elastičnosti, $Nmm^{-2}$
$E$	- vanjska točka trostrukog zahvata
$E_a$	- kriterij dobrote prilagodbe
$E_f$	- kriterij greške
$E^*$	- ekvivalentni modul elastičnosti, $Nmm^{-2}$
$\bar{E}$	- srednja vrijednost kriterija
$e$	- inženjerska deformacija
$F$	- krajnja vanjska točka dvostrukog zahvata
$F_{bt}$	- obodna sila na temeljnom krugu (ukupna normalna sila na zub), N
$F_{bti}$	- trenutna vrijednost normalne sile na zub, N
$F_N$	- normalna sila, N



$F_{wt}$	-	obodna sila na kinematskom krugu, N
$f_{\sigma}$	-	fotoelastična konstanta, $Nmm^{-1}$
$f_1, f_2$	-	funkcije
$G$	-	bezdimenzijski empirijski parametar
$G$	-	kraj zahvata, krajnja vanjska točka trostrukog zahvata
$G$	-	modul smika, $Nmm^{-2}$
$g$	-	trenutna dužina zahvata od točke A do određene točke unutar ukupne dužine zahvata, mm
$HB$	-	Brinellova tvrdoća, HB
$HRC$	-	Rockwellova tvrdoća, HRC
$HV$	-	Vickersova tvrdoća, HV
$HV_{\text{jezgra}}$	-	Vickersova tvrdoća materijala u jezgri, HV
$HV_{\text{površina}}$	-	Vickersova tvrdoća materijala na površini, HV
$h$	-	debljina sloja sredstva za podmazivanje, mm
$h_{a0}$	-	visina glave zuba alata, mm
$h_{a0}^*$	-	faktor visine glave zuba alata
$h_{f0}^*$	-	faktor visine korijena zuba alata
$h_0^*$	-	faktor ukupne visine zuba alata
$K$	-	koeficijent deformacijskog očvršćivanja, $Nmm^{-2}$
$K_{\Lambda}$	-	faktor primjene
$K_{H\alpha}$	-	faktor raspodjele opterećenja na zube koji su istovremeno u zahvatu
$K_{H\beta}$	-	faktor nejednolikosti raspodjele opterećenja uzduž boka zuba
$K_V$	-	faktor unutarnjeg dinamičkog opterećenja
$K_0$	-	smični koeficijent deformacijskog očvršćivanja, $Nmm^{-2}$
$K'$	-	koeficijent cikličkog deformacijskog očvršćivanja, $Nmm^{-2}$
$K'_0$	-	smični koeficijent cikličkog očvršćivanja, $Nmm^{-2}$
$k$	-	parametar materijala u Fatemi-Socievom kriteriju inicijacije pukotine
$M_P$	-	odabrani monotoni parametar materijala
$m$	-	modul, mm
$m_1$	-	baza logaritma
$m_2$	-	baza logaritma
$N_f$	-	broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine
$N_{f,e}$	-	broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine proračunat Basquinovim izrazom
$N_{f,p}$	-	broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine proračunat Coffin-Mansonovim izrazom
$N_{f0}$	-	početna vrijednost broj ciklusa opterećenja do inicijacije pukotine
$N_{iz}$	-	redni broj izokrome
$N_{lom}$	-	broj ciklusa opterećenja do otkazivanja zupčanika zbog jamičenja
$N_t$	-	broj ciklusa na prijelazu iz područja niskocikličnog u područje visokocikličnog zamora
$n$	-	brzina vrtnje, $min^{-1}$
$n$	-	eksponent deformacijskog očvršćivanja
$n_0$	-	smični eksponent deformacijskog očvršćivanja
$n'$	-	eksponent cikličkog deformacijskog očvršćivanja
$n'_0$	-	smični eksponent cikličkog očvršćivanja
$n_x, n_y, n_z$	-	komponente jediničnog vektora; komponente normale ravnine
$O$	-	središte zupčanika
$P$	-	snaga, kW
$P_s$	-	relativna vrijednost lokalnog maksimuma pritiska
$p$	-	funkcija raspodjele normalnog opterećenja

$p_s$	-	lokalni maksimum pritiska u uvjetima EHD podmazivanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$p_0$	-	najveća vrijednost dodirnog (Hertzovog) pritiska, $\text{Nmm}^{-2}$
$q$	-	funkcija raspodjele tangencijalnog opterećenja
$R$	-	ekvivalentni polumjer zakrivljenosti, mm
$R$	-	koeficijent korelacije
$R$	-	polumjer zamjenskog cilindra (odgovara polumjeru zakrivljenosti boka zuba u trenutnoj točki zahvata), mm
$Ra$	-	srednje aritmetičko odstupanje profila, $\mu\text{m}$
$R_{dt0}$	-	ishodišna trajna smična čvrstoća, $\text{Nmm}^{-2}$
$R_{dt-1}$	-	izmjenična trajna smična čvrstoća, $\text{Nmm}^{-2}$
$R_e$	-	monotona granica tečenja, $\text{Nmm}^{-2}$
$R_{ht}$	-	dubina na kojoj tvrdoća materijala iznosi 80% od vrijednosti tvrdoće na površini
$R_m$	-	vlačna čvrstoća, $\text{Nmm}^{-2}$
$Rq$	-	srednje geometrijsko odstupanje profila hrapavosti, $\mu\text{m}$
$Rz$	-	najveća visina profila hrapavosti, $\mu\text{m}$
$R'_e$	-	ciklička granica tečenja, $\text{Nmm}^{-2}$
$R^2$	-	koeficijent determinacije
$r$	-	polumjer kružnice
$r_{a0}^*$	-	faktor zaobljenja glave zuba alata
$r_p$	-	polumjer hvatišta sile od središta zupčanika, mm
$S$	-	inženjersko naprezanje, $\text{Nmm}^{-2}$
$S_R$	-	omjer brzina klizanja i kotrljanja
$S_t$	-	inženjersko naprezanje povezano sa prijelazom iz područja niskocikličnog u područje visokocikličnog zamora, $\text{Nmm}^{-2}$
$s$	-	duljina luka odvaljivanja
$s$	-	koordinata mjesta djelovanja opterećenja na graničnoj ravnini elastičnog poluprostora
$s$	-	omjer između proračunatog i eksperimentom određenog broja izmjena opterećenja do loma
$T$	-	moment torzije, Nm
$T$	-	oznaka točke na fotoelastičnom i proračunskom modelu zuba
$T$	-	vrijeme, h
$t_e$	-	vrijeme opterećivanja fotoelastičnog modela, min
$U$	-	bezdimenzijski empirijski parametar brzine
$u$	-	brzina, $\text{ms}^{-1}$
$u$	-	komponenta pomaka, mm
$u_{\text{ sred}}$	-	srednja brzina površina u smjeru gibanja, $\text{ms}^{-1}$
$v$	-	brzina relativnog gibanja površina, $\text{mms}^{-1}$
$v$	-	obodna brzina, $\text{ms}^{-1}$
$v_e$	-	brzina ulaska sredstva za podmazivanje u zahvat, $\text{ms}^{-1}$
$v_k$	-	relativna brzina klizanja, $\text{mm s}^{-1}$
$w$	-	komponenta pomaka, mm
$W$	-	bezdimenzijski empirijski parametar opterećenja
$X_s$	-	relativni položaj lokalnog maksimuma pritiska
$X_{s,w}$	-	relativna širina lokalnog maksimuma pritiska
$x$	-	faktor pomaka profila
$x_s$	-	položaj lokalnog maksimuma pritiska, mm
$x_{s,w}$	-	širina lokalnog maksimuma pritiska, mm
$y_p$	-	krak savijanja, mm
$Z$	-	relativno suženje (kontrakcija)
$Z_{FS}$	-	zamorni parametar u Fatemi-Socievom kriteriju inicijacije

$z$	- broj zubi
$z$	- dubina, udaljenost od površine boka zuba, mm
$\alpha$	- koeficijent tlak-viskoznost, $m^2N^{-1}$
$\alpha$	- odsječak na osi $2N_f$
$\alpha$	- zahvatni kut, °
$\alpha_{wt}$	- pogonski zahvatni kut, °
$\beta$	- koeficijent smjera pravca
$\beta$	- kut nagiba zuba, °
$\gamma/2$	- smična deformacija
$\gamma_e/2$	- elastična smična deformacija
$\gamma_p/2$	- plastična smična deformacija
$\delta$	- deformacija zuba u pravcu zahvatne crte, $\mu m$
$\delta_i$	- ukupna deformacija para zuba u zahvatu, $\mu m$
$\Delta(\gamma/2)$	- raspon smične deformacije
$\Delta(\gamma_e/2)$	- raspon elastične smične deformacije
$\Delta(\gamma_{max}/2)$	- najveći raspon smične deformacije
$\Delta(\gamma_p/2)$	- raspon plastične smične deformacije
$\Delta(\gamma/2)/2$	- amplituda smične deformacije
$\Delta(\gamma_e/2)/2$	- amplituda elastične smične deformacije
$\Delta(\gamma_{max}/2)/2$	- najveća amplituda smične deformacije
$\Delta(\gamma_p/2)/2$	- amplituda plastične smične deformacije
$\Delta\varepsilon$	- raspon normalne deformacije
$\Delta\varepsilon/2$	- amplituda normalne deformacije
$\Delta\varepsilon_e$	- raspon elastične normalne deformacije
$\Delta\varepsilon_e/2$	- amplituda elastične normalne deformacije
$\Delta\varepsilon_e^*$	- raspon elastične normalne deformacije kod $10^4$ ciklusa opterećenja
$\Delta\varepsilon_n$	- raspon normalne deformacije na kritičnoj ravnini
$\Delta\varepsilon_p$	- raspon plastične normalne deformacije
$\Delta\varepsilon_p/2$	- amplituda plastične normalne deformacije
$\Delta\sigma$	- raspon normalnog naprezanja, $Nmm^{-2}$
$\Delta\sigma/2$	- amplituda normalnog naprezanja, $Nmm^{-2}$
$\Delta\sigma_n$	- raspon normalnog naprezanja na kritičnoj ravnini, $Nmm^{-2}$
$\Delta\tau_{max}$	- najveći raspon smičnog naprezanja, $Nmm^{-2}$
$\varepsilon$	- normalna deformacija
$\varepsilon_e$	- elastična normalna deformacija
$\varepsilon_f'$	- koeficijent cikličkih deformacija
$\varepsilon_{max}$	- najveća vrijednost ukupne normalne deformacije u histerznoj petlji
$\varepsilon_{min}$	- najmanja vrijednost ukupne normalne deformacije u histerznoj petlji
$\varepsilon_n$	- normalna deformacija na kritičnoj ravnini
$\varepsilon_p$	- plastična normalna deformacija
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	- normalne komponente tenzora deformacije
$\varepsilon_\alpha$	- stupanj prekrivanja profila
$\phi$	- funkcija naprezanja
$\phi$	- pomoćni kut, rad
$\gamma_f'$	- smični koeficijent cikličkih deformacija
$\gamma_{max}/2$	- najveća smična deformacija
$\gamma_p/2$	- plastična smična deformacija

$\gamma_{xy}/2, \gamma_{yz}/2, \gamma_{xz}/2$	-	smične komponente tenzora deformacije
$\eta$	-	dinamička viskoznost, $\text{Nsm}^{-2}$
$\eta$	-	ordinata točke u pomičnom koordinatnom sustavu, mm
$\eta_i$	-	ordinata točke profila alata u pomičnom koordinatnom sustavu, mm
$\eta_{uz}$	-	dinamička viskoznost ulja pri temperaturi ulaska u zahvat, $\text{Nsm}^{-2}$
$\eta_0$	-	dinamička viskoznost pri atmosferskom pritisku, $\text{Nsm}^{-2}$
$\varphi$	-	kut kritične ravnine, °
$\varphi$	-	kut zakretanja zupčanika, °
$\varphi_{\text{Fbti}}$	-	kut koji pravac djelovanja normalne sile na zub zatvara sa osi $x$ , °
$\mu$	-	faktor trenja
$\nu$	-	kinematička viskoznost, $\text{mm}^2\text{s}^{-1}$
$\nu$	-	Poissonov broj
$\nu_{50}$	-	kinematička viskoznost ulja, $\text{mm}^2\text{s}^{-1}$
$\Theta$	-	kut odvaljivanja
$\theta$	-	kut kritične ravnine, °
$\mathcal{G}$	-	temperatura sredstva za podmazivanje, °C
$\mathcal{G}_M$	-	temperatura boka zuba pred zahvatom, °C
$\mathcal{G}_{ML}$	-	porast temperature boka zuba uzrokovan opterećenjem, °C
$\mathcal{G}_{M0}$	-	temperatura boka zuba u praznom hodu, °C
$\mathcal{G}_{\text{pop}}$	-	temperatura popuštanja, °C
$\mathcal{G}^*$	-	lokalni porast temperature boka zuba, °C
$\rho$	-	gustoća, $\text{kgm}^{-3}$
$\rho$	-	polumjer zakrivljenosti krivulje boka zuba u točki dodira, mm
$\sigma$	-	normalno naprezanje, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{eq}}$	-	von Misesovo ekvivalentno naprezanje, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_f'$	-	koeficijent dinamičke čvrstoće, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{Hf}}$	-	kontaktno naprezanje na boku zuba pri kojem će do inicijacije pukotine doći nakon $2N_f$ ciklusa opterećenja
$\sigma_{\text{Hf}1\%}$	-	dopušteno kontaktno naprezanje na boku zuba određeno za 1 % vjerojatnosti inicijacije pukotine, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{Hi}}$	-	kontaktno naprezanje na boku zuba, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{Hlim}}$	-	trajna dinamička čvrstoća boka zuba, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{H0}}$	-	nazivno Hertzovo naprezanje na boku zuba, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{max}}$	-	najveća vrijednost normalnog naprezanja u histerznoj petlji, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_{\text{min}}$	-	najmanja vrijednost normalnog naprezanja u histerznoj petlji, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_n^m$	-	srednja vrijednost normalnog naprezanja na kritičnoj ravnini, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_n^{\text{max}}$	-	najveća vrijednost normalnog naprezanja na kritičnoj ravnini, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_r$	-	zaostala naprezanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_r^I$	-	zaostala naprezanja prvog reda, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_r^{II}$	-	zaostala naprezanja drugog reda, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_r^{III}$	-	zaostala naprezanja trećeg reda, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	-	normalne komponente tenzora naprezanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	-	glavna normalna naprezanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$\tau$	-	smično naprezanje, $\text{Nmm}^{-2}$
$\tau_f'$	-	smični koeficijent dinamičke čvrstoće, $\text{Nmm}^{-2}$
$\tau_n$	-	smično naprezanje na kritičnoj ravnini, $\text{Nmm}^{-2}$
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$	-	smične komponente tenzora naprezanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$\tau_1, \tau_2, \tau_3$	-	glavna smična naprezanja, $\text{Nmm}^{-2}$
$\omega_b$	-	pomoćni kut, °

$\xi$	-	apscisa točke u pomičnom koordinatnom sustavu, mm
$\xi_i$	-	apscisa točke profila alata u pomičnom koordinatnom sustavu, mm
$\psi$	-	parametar u uniformnom materijalnom zakonu Bäumela i Seegera
$\psi$	-	prikloni kut odnosno kut koji tangenta krivulje profila alata zatvara sa osi $\xi$ pomičnog koordinatnog sustava, °
$\psi_1$	-	prikloni kut točke profila alata, °
$\zeta$	-	specifično klizanje

## Indeksi

0	-	alat
1	-	mali (pogonski) zupčanik
2	-	veliki (pogonjeni) zupčanik
a	-	kružnica preko glave zuba
b	-	temeljna kružnica
bok	-	krivulja boka zuba zupčanika
eksp	-	eksperimentalna vrijednost
eq	-	ekvivalentna vrijednost
f	-	kružnica preko korijena zuba
max	-	najveća vrijednost
min	-	najmanja vrijednost
MKE	-	metoda konačnih elemenata
n	-	normalni presjek
pror	-	proračunska vrijednost
w	-	kinematska kružnica
zc	-	zahvatna crta

## Kratice

B	-	predložena metoda procjene BCM zamornih parametara iz tvrdoće
BCM	-	Basquin-Coffin-Mansonov (izraz, zamorni parametar)
CAD	-	konstruiranje podržano računalom (engl. <i>Computer Aided Design</i> )
FS	-	Fatemi-Socieov kriterij inicijacije pukotine
HB	-	Brinellova tvrdoća
HRC	-	Rockwellova tvrdoća
HV	-	Vickersova tvrdoća
JS	-	Jiang-Sehitogluov kriterij inicijacije pukotine
MKE	-	metoda konačnih elemenata
PHC	-	Pan-Hun-Chenov kriterij inicijacije pukotine
RF	-	Roessle-Fatemieva metoda procjene BCM zamornih parametara
VF	-	Varvani-Farahaniev kriterij inicijacije pukotine

**POPIS SLIKA I TABLICA****Slike**

Slika 3.1	Mogući odnosi smične zamorne čvrstoće i smičnog naprezanja i njihov utjecaj na mjesto nastanka oštećenja: a) bez oštećenja, b) površinsko oštećenje (jamičenje), c) oštećenje ispod površine ( <i>flake pitting, spalling</i> ), d) oštećenje duboko ispod površine ( <i>case crushing</i> ) (prema [3]).....	14
Slika 3.2	Jamičenje na bokovima zuba [39].....	14
Slika 3.3	Progresivno jamičenje [39].....	15
Slika 3.4	Mikrojamičenje [40].....	15
Slika 3.5	<i>Flake pitting</i> [40].....	16
Slika 3.6	<i>Spalling</i> [39].....	16
Slika 3.7	<i>Case crushing</i> [39].....	17
Slika 3.8	Faze u procesu zamora materijala s obzirom na inicijaciju i rast pukotine [41].....	18
Slika 3.9	Osnova pristupa karakterizaciji zamora temeljenom na deformaciji [41].....	20
Slika 3.10	Cikličko očvršćivanje materijala ciklički opterećivanog uz kontrolu deformacije (prema [41]).....	21
Slika 3.11	Cikličko oslabljivanje materijala ciklički opterećivanog uz kontrolu deformacije (prema [41]).....	21
Slika 3.12	Histerezna petlja s naznačenim osnovnim veličinama (prema [41]).....	22
Slika 3.13	Dobivanje cikličke krivulje ovisnosti između naprezanja i deformacije ( $\sigma - \varepsilon$ ) iz stabiliziranih histereznih petlji (prema [41]).....	23
Slika 3.14	Primjer tipičnih $\Delta\varepsilon_c/2 - 2N_f$ , $\Delta\varepsilon_p/2 - 2N_f$ te $\Delta\varepsilon/2 - 2N_f$ krivulja u dvostrukom logaritamskom dijagramu (prema [41]).....	24
Slika 3.15	Kontakt dva cilindra.....	27
Slika 3.16	Komponente naprezanja ispod područja kontakta u uvjetima ravninskog stanja naprezanja.....	28
Slika 3.17	Komponente naprezanja ispod područja kontakta u uvjetima ravninskog stanja deformacije.....	28
Slika 3.18	Normalno naprezanje $\sigma_x$ za vrijeme trajanja kontakta.....	29
Slika 3.19	Normalno naprezanje $\sigma_z$ za vrijeme trajanja kontakta.....	29
Slika 3.20	Smično naprezanje $\tau_{xz}$ za vrijeme trajanja kontakta.....	30
Slika 4.1.	Oblik i izmjere ispitne epruvete.....	33
Slika 4.2	Univerzalni servo-hidraulički ispitni stroj Schenck Hydropuls PSA.....	34
Slika 4.3	Mikrostruktura uzorka popušanog pri 630 °C; nagrizeno u nitalu, povećanje 200:1 i 500:1.....	35
Slika 4.4	Mikrostruktura uzorka popušanog pri 480 °C; nagrizeno u nitalu, povećanje 200:1 i 500:1.....	36
Slika 4.5	Vrijednosti tvrdoća mjerenih od površine prema unutrašnjosti ispitne epruvete.....	36
Slika 4.6	Monotone krivulje normaliziranog i poboljšanih čelika 42CrMo4.....	37
Slika 4.7	Monotone i cikličke krivulje normaliziranog i poboljšanih čelika 42CrMo4.....	37
Slika 4.8	$\Delta\varepsilon_p/2 - 2N_f$ krivulje poboljšanih čelika 42CrMo4.....	39

Slika 5.1	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,0025$ .....	48
Slika 5.2	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,005$ .....	48
Slika 5.3	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,009$ .....	49
Slika 5.4	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,015$ .....	49
Slika 5.5	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno metodom tvrdoće (RF) određene trajnosti čelika različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,02$ .....	50
Slika 5.6	Odnos brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine određenih na osnovi eksperimenta $2N_{f,eksp}$ i metodom tvrdoće $2N_{f,pror}$ .....	53
Slika 5.7	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $\sigma_f'$ i Brinellove tvrdoće $HB$ .....	55
Slika 5.8	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $b$ i Brinellove tvrdoće $HB$ .....	55
Slika 5.9	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $\varepsilon_f'$ i Brinellove tvrdoće $HB$ .....	56
Slika 5.10	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $c$ i Brinellove tvrdoće $HB$ .....	56
Slika 5.11	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $\sigma_f'$ i vlačne čvrstoće $R_m$ .....	57
Slika 5.12	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $b$ i vlačne čvrstoće $R_m$ .....	57
Slika 5.13	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $\varepsilon_f'$ i vlačne čvrstoće $R_m$ .....	58
Slika 5.14	Odnos na osnovi eksperimenta utvrđenih vrijednosti $c$ i vlačne čvrstoće $R_m$ .....	58
Slika 5.15	Eksperimentalni brojevi izmjena opterećenja $2N_{f,e}$ određeni za vrijednost amplitude elastične deformacije $\Delta\varepsilon_e/2=0,0014$ .....	60
Slika 5.16	Logaritmi eksperimentalnih brojeva izmjena opterećenja $2N_{f,e}$ određenih za vrijednost amplitude elastične deformacije $\Delta\varepsilon_e/2=0,0014$ .....	60
Slika 5.17	Eksperimentalni brojevi izmjena opterećenja $2N_{f,p}$ određeni za vrijednost amplitude plastične deformacije $\Delta\varepsilon_p/2=0,002$ .....	61
Slika 5.18	Logaritmi eksperimentalnih brojeva izmjena opterećenja $2N_{f,p}$ određenih za vrijednost amplitude plastične deformacije $\Delta\varepsilon_p/2=0,002$ .....	61
Slika 5.19	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,0025$ .....	64
Slika 5.20	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,005$ .....	65
Slika 5.21	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,009$ .....	65

Slika 5.22	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,015$ .....	66
Slika 5.23	Primjenom Basquin-Coffin-Mansonovog izraza (BCM) odnosno novom metodom (B) određene trajnosti čelika 42CrMo4 različitih tvrdoća pri amplitudi ukupne deformacije $\Delta\varepsilon/2=0,02$ .....	66
Slika 5.24	Odnos brojeva izmjena opterećenja do inicijacije pukotine određenih na osnovi eksperimenta $2N_{f,eksp}$ i predloženom metodom $2N_{f,pror}$ .....	68
Slika 5.25	Vrijednosti pokazatelja $(E_a)_{poj}$ , $(E_a)_{sve}$ i $\bar{E}$ .....	69
Slika 5.26	Udjeli procijenjenih brojeva izmjena opterećenja do inicijacije koji od eksperimentalnih odstupaju do 2, od 2 do 3, od 3 do 5, od 5 do 10 i više od 10 puta.....	69
Slika 6.1	Zahvat zuba ravnih evolventnih zupčanika (prema [35]).....	71
Slika 6.2	Vrijednost specifičnog klizanja $\zeta$ i putevi klizanja bokova u zahvatu (prema [35]).....	72
Slika 6.3	Teoretska raspodjela normalne sile kod ozubljenja sa stupnjem prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha$ manjim od 2.....	73
Slika 6.4	Teoretska raspodjela normalne sile kod ozubljenja sa stupnjem prekrivanja profila $\varepsilon_\alpha$ između 2 i 3.....	73
Slika 6.5	Pojednostavljen prikaz vrsta podmazivanja.....	74
Slika 6.6	Pojednostavljen prikaz utjecaja koji uvjeti zahvata mogu imati na ekvivalentno naprezanje materijala boka zuba (prema [60]).....	75
Slika 6.7	Promjena temperature boka zuba duž puta zahvata (prema [60]).....	77
Slika 6.8	Kontakt para zuba zupčanika.....	78
Slika 6.9	Elastični poluprostor s opterećenjem na rubnoj ravnini (prema [106]).....	79
Slika 6.10	Elastični poluprostor s označenim karakterističnim veličinama (prema [106]).....	82
Slika 6.11	Definiranje profila zuba alata.....	84
Slika 6.12	Ekvivalentni model kontakta dva zuba zupčanika.....	89
Slika 6.13	Raspodjele pritiska proračunate primjenom Hertzove i EHD teorije.....	90
Slika 6.14	Faktor trenja duž boka zuba u blizini kinematskog pola C uz $v_e=10 \text{ ms}^{-1}$ (prema [122]).....	91
Slika 6.15	Faktor trenja duž boka zuba u blizini kinematskog pola C uz $v_e=20 \text{ ms}^{-1}$ (prema [122]).....	92
Slika 7.1	Naprava za učvršćenje i opterećivanje fotoelastičnog modela para zupčanika [4].....	96
Slika 7.2	CAD model zupčanika u zahvatu i podjela zahvatne crte.....	97
Slika 7.3	CAD model geometrije boka zuba.....	98
Slika 7.4	Preklopljeni fotoelastični i CAD modeli zupčanika.....	99
Slika 7.5	Položaj i orijentacija referentnog koordinatnog sustava $x-y$ .....	100
Slika 7.6	Eksperimentom i proračunom utvrđeno mjesto maksimuma $\tau_3$ za zahvat u točki BD13,5.....	103
Slika 7.7	Eksperimentom i proračunom utvrđeno mjesto maksimuma $\tau_3$ za zahvat u točki EF11.....	103
Slika 7.8	Točke $T_1$ , $T_2$ i $T_3$ na malom zupčaniku (zahvat u točki DE13).....	104
Slika 7.9	Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti $\tau_3$ u točki $T_1$ za vrijeme trajanja zahvata.....	106
Slika 7.10	Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti $\tau_3$ u točki $T_2$ za vrijeme trajanja zahvata.....	106



Slika 7.11	Eksperimentom i proračunom određene vrijednosti $\tau_3$ u točki $T_3$ za vrijeme trajanja zahvata.....	107
Slika 7.12	Geometrijski model para zupčanika u zahvatu.....	108
Slika 7.13	6-čvorni trokutni parabolični element PLANE82.....	108
Slika 7.14	3-čvorni linijski parabolični kontakti elementi CONTA172 i TARGE169.....	109
Slika 7.15	Omreženi model para zupčanika u zahvatu.....	109
Slika 7.16	Dovođenje geometrijskih modela zupčanika u kontakt u točkama A-D-F...	111
Slika 7.17	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_1$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	112
Slika 7.18	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_1$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	112
Slika 7.19	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_1$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	113
Slika 7.20	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_1$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	113
Slika 7.21	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_2$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	114
Slika 7.22	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_2$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	114
Slika 7.23	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_2$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	115
Slika 7.24	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_2$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	115
Slika 7.25	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_3$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	116
Slika 7.26	Naprezanja $\sigma_x$ , $\sigma_y$ , $\tau_{xy}$ u točki $T_3$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	116
Slika 7.27	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_3$ tijekom cjelokupnog zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	117
Slika 7.28	Naprezanja $\sigma_1$ , $\sigma_2$ , $\tau_3$ u točki $T_3$ tijekom najopterećenijeg dijela zahvata određene numeričkom analizom i razvijenim proračunom.....	117
Slika 8.1	Blok dijagram predloženog proračunskog postupka.....	119
Slika 8.2	Korisničko sučelje za unos geometrijskih parametara ozubljenja.....	120
Slika 8.3	Korisničko sučelje za definiranje opterećenja i značajki materijala.....	121
Slika 8.4	Izmjerena i proračunata raspodjela tvrdoće materijala boka u blizini kinematskog pola (točka C).....	122
Slika 8.5	Izmjerena i proračunata raspodjela tvrdoće materijala boka u unutarnjoj točki jednostrukog zahvata.....	123
Slika 8.6	Primjer diskretiziranog boka zuba zupčanika.....	123
Slika 8.7	Korisničko sučelje za definiranje upravljačkih parametara proračuna.....	124
Slika 8.8	Blok dijagram proračunskog postupka za određivanje vrijednosti zamornog parametra $Z_{FS}$ .....	127
Slika 8.9	Sferni koordinatni sustav $x'-y'-z'$ .....	127
Slika 8.10	Smještaj i orijentacija koordinatnih sustava $x-y-z$ i $x'-y'-z'$ na boku zuba.....	128

Slika 9.1	Usporedba vrijednosti $\sigma_{Hi1\%}$ proračunatih za čelik 42CrMo4 s vrijednostima $\sigma_{Hlim}$ za zupčanike s poboljšanim zubima koje su dane u [7].....	133
Slika 9.2	Usporedba vrijednosti $\sigma_{Hi1\%}$ proračunatih za čelik 42CrMo4 sa vrijednostima $\sigma_{Hlim}$ za zupčanike s površinski otvrdnutim bokovima zuba koje su dane u [7].....	134
Slika 9.3	Omjeri $2N_f/2N_{f,max}$ i $2N_{lom}/2N_{lom,max}$ proračunati za ozubljenja ispitivana u [131].....	136
Slika 9.4	Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine $b_{H,max}$ uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja.....	137
Slika 9.5	Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine $b_{H,max}$ uz pretpostavku ravninskog stanja deformacije.....	138
Slika 9.6	Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine $5b_{H,max}$ uz pretpostavku ravninskog stanja naprezanja.....	139
Slika 9.7	Trajnost površinskog sloja materijala boka zuba proračunata do dubine $5b_{H,max}$ uz pretpostavku ravninskog stanja deformacije.....	140
Slika 9.8	Faze nastanka oštećenja površine boka zuba (prema [131]).....	141
Slika 9.9	Shematski prikaz nastanka površinski iniciranog oštećenja boku zuba (prema [131]).....	141
Slika 9.10	Prostorni model oštećenja odnosno pukotine.....	142
Slika 9.11	Prostorni model zuba zupčanika i površinski iniciranog oštećenja njegovog boka.....	143
Slika 9.12	Kutevi koje na površini boka zatvaraju bočne plohe stvarnog oštećenja i njegovog modela.....	143
Slika 9.13	Normalni presjek prostornog modela oštećenja.....	144
Slika 9.14	Kutevi koje dna stvarnog oštećenja odnosno njegovog modela zatvaraju s površinom boka zuba.....	144

## Tablice

Tablica 2.1	Osnovne značajke čelika koji se uobičajeno primjenjuju za izradu zupčanika.....	4
Tablica 3.1	Klasifikacija zamornih oštećenja površinskog sloja materijala boka zuba prema ISO 10825.....	13
Tablica 4.1	Kemijski sastav ispitivanog čelika 42CrMo4 (vrijednosti u %).....	33
Tablica 4.2	Monotoni parametri ispitivanog čelika 42CrMo4.....	38
Tablica 4.3	Ciklički parametri ispitivanog čelika 42CrMo4.....	39
Tablica 4.4	Zamorni parametri ispitivanog čelika 42CrMo4.....	40
Tablica 5.1	Monotoni parametri na osnovi kojih se pojedinim metodama procjenjuju vrijednosti BCM zamornih parametara materijala.....	43
Tablica 5.2	Materijalni parametri različito toplinski obrađenog čelika 42CrMo4.....	46
Tablica 5.3	Regresijski koeficijenti funkcije $\log(2N_f)=a(HB)^2+b(HB)+c$ .....	47
Tablica 5.4	Pokazatelji $E_f$ ( $s = 2, 3, 5, 10, 10+$ ), $(E_a)_{sve}$ , $(E_a)_{poj}$ i $\bar{E}$ proračunati za metodu tvrdoće.....	52
Tablica 5.5	Vrijednosti parametara zamora $\sigma_f'/E$ , $b$ , $\varepsilon_f'$ i $c$ proračunate predloženim izrazima.....	64

Tablica 5.6	Pokazatelji $E_f(s = 2, 3, 5, 10, 10+)$ , $(E_a)_{sve}$ , $(E_a)_{poj}$ i $\bar{E}$ proračunati za predloženu metodu.....	67
Tablica 7.1	Vrijednosti geometrijskih parametara fotoelastičnog modela ozubljenog para.....	95
Tablica 7.2	Željene i stvarno ostvarene točke zahvata te njima pripadne trenutne duljine zahvata.....	99
Tablica 7.3	Detaljni podaci o stvarnim točkama zahvata fotoelastičnog modela ozubljenja.....	101
Tablica 7.4	Parametri potrebni za proračunsko određivanje naprezanja.....	102
Tablica 7.5	Usporedba eksperimentom i proračunom dobivenih rezultata (zahvat u točki BD13,5).....	103
Tablica 7.6	Usporedba eksperimentom i proračunom dobivenih rezultata (zahvat u točki EF11).....	103
Tablica 7.7	Eksperimentalne vrijednosti glavnog smičnog naprezanja u ravnini modela $\tau_3$ za vrijeme trajanja zahvata.....	105
Tablica 7.8	Kutevi zakretanja modela malog i velikog zupčanika za ostvarivanje kontakta.....	110
Tablica 7.9	Parametri materijala, opterećenja i stanja naprezanja.....	111
Tablica 9.1	Vrijednosti geometrijskih parametara referentnih ozubljenja i pogonskih uvjeta prema DIN3990.....	131
Tablica 9.2	Vrijednosti geometrijskih parametara ozubljenja.....	133
Tablica 9.3	Geometrijski parametara ozubljenja ispitivanih u [131].....	135
Tablica 9.4	Tvrdoća, opterećenje i procijenjeni faktor trenja u zahvatu ozubljenja ispitivanih u [131].....	135
Tablica 9.5	Tvrdoća, opterećenje i odabrani faktor trenja u zahvatu analiziranog ozubljenja.....	136

## **ŽIVOTOPIS**

Robert Basan rođen je 1972. godine u Rijeci. Osnovnu školu završio je u Mošćeničkoj Dragi, a srednješkolsko obrazovanje stekao je u Centru za kadrove u obrazovanju i kulturi u Rijeci. Nakon završetka srednje škole 1991. godine upisao je sveučilišni studij strojarstva na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci gdje je diplomirao 1997. godine, čime je stekao stručni naziv diplomirani inženjer strojarstva.

Neposredno nakon završenog studija zaposlio se u poduzeću FIBIS d.o.o. kao razvojni inženjer–projektant, gdje je radio na poslovima razvoja, projektiranja i proizvodnje preciznih alata posebne namjene. U srpnju 2000. godine u svojstvu znanstvenog novaka zaposlio se na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci na Zavodu za konstruiranje u strojarstvu. Iste je godine upisao poslijediplomski doktorski studij smjera Konstruiranje u strojarstvu.

U nastavi sudjeluje u svojstvu asistenta te održava vježbe iz više kolegija u području konstrukcijskih elemenata, konstruiranja i mehatronike na studijima strojarstva i elektrotehnike. Od 2005. godine voditelj je Laboratorija za tenzometriju na Zavodu za konstruiranje u strojarstvu.

Sudjelovao je u radu na znanstvenim projektima Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa *Zupčani prijenosnici s velikim stupnjem prekrivanja profila* i *Istraživanje visokoopteretivih suvremenih zupčastih prijenosnika* te na međunarodnim hrvatsko-slovenskim znanstvenim projektima *Utjecaj krutosti nosivih konstrukcija na nosivost ozubljenja s velikim stupnjem prekrivanja profila* i *Utjecaj niskocikličnog zamora materijala na nosivost ozubljenja s velikim stupnjem prekrivanja profila*. Trenutno je aktivan kao suradnik na znanstvenom projektu Ministarstva znanosti, obrazovanja i športa *Materijali, trajnost i nosivost suvremenih zupčastih prijenosnika* (projekt br. 069-0692195-1796).

U više je navrata boravio na inozemnim sveučilištima Technikum Joanneum u Grazu (Austrija), Fakulteti za strojništvo u Ljubljani (Slovenija), Tehničkom sveučilištu Ilmenau (Njemačka) i Tehničkom sveučilištu u Beču (Austrija) gdje se usavršavao u područjima konstruiranja, numeričkog proračunavanja konstrukcija, ispitivanjima ozubljenja i mehatronike.

Koautor je 17 znanstvenih radova. Aktivno se služi engleskim i njemačkim, a pasivno talijanskim jezikom.

Oženjen je i otac dvije kćeri.

## **PODACI O AUTORU I DOKTORSKOJ DISERTACIJI**

### **1. AUTOR**

Ime i prezime: Robert Basan  
Datum i mjesto rođenja: 29.11.1972., Rijeka  
Naziv fakulteta, studija i godina završetka dodiplomskog studija: Tehnički fakultet Rijeka, Strojarsvo, 1997.  
Naziv fakulteta, smjera i godina završetka poslijediplomskog studija: Tehnički fakultet Rijeka, Konstruiranje u strojarstvu, 2005.  
Sadašnje zaposlenje: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

### **2. DOKTORSKA DISERTACIJA**

Naslov: Zamor i oštećenje materijala boka zuba zupčanika  
Broj stranica, slika, tablica i bibliografskih podataka: 168, 121, 26, 131  
Znanstveno polje i grana: Strojarsvo, Opće strojarstvo (konstrukcije)  
Fakultet na kojem je rad obranjen: Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci

### **3. OBRANA I OCJENA**

Datum prijave teme: 20.07.2006.  
Datum predaje rada:  
Datum prihvaćanja ocjene rada:  
Sastav povjerenstva za ocjenu: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.  
Datum obrane:  
Sastav povjerenstva za obranu: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.  
Datum promocije:

**ZAMOR I OŠTEĆENJE MATERIJALA BOKA ZUBA ZUPČANIKA**

Robert Basan

Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
Hrvatska

Ključne riječi: zupčanik  
bok zuba  
kotrljajno-klizni kontakt  
zamora materijala  
parametri zamora  
predviđanje trajnosti  
princip lokalne deformacije  
kritična ravnina

**Sažetak:**

U ovoj doktorskoj disertaciji razmatrano je oštećivanje boka zuba zupčanika izazvano zamorom materijala. Razvijen je proračunski postupak koji omogućuje proračunavanje broja izmjena opterećenja do pojave pukotina na boku zuba, identificiranje mjesta na kojima se njihova pojava može najprije očekivati te predviđanje orijentacije i oblika pukotina u početnoj fazi njihovog rasta odnosno vrste oštećenja boka do kojeg bi mogle dovesti. Za proračunavanje vremena do inicijacije pukotina primijenjena je kombinacija pristupa temeljenog na deformaciji i Fatemi-Socieovog kriterija inicijacije pukotine temeljenog na principu kritične ravnine. Izrađen je matematički model zahvata zuba zupčanika kojim se proračunava evolucija komponenata naprezanja i deformacija materijala boka zuba tijekom zahvata. Predložen je i novi pristup procjenjivanju zamornih parametara materijala na osnovi njegovih monotonih parametara, čijom su primjenom razvijeni izrazi za proračunavanje Basquin-Coffin-Mansonovih parametara zamora čelika 42CrMo4 isključivo na osnovi njegove tvrdoće. Cjelokupni proračunski postupak implementiran je u program za osobno računalo, čime je omogućeno brzo i detaljno predviđanje trajnosti bokova zuba zupčaničkih parova različitih geometrija i materijala pri različitim uvjetima zahvata. Proračunata vremena do pojave pukotina mogu poslužiti kao osnova za provjeru ispravnosti odabira materijala zupčanika, kao i ispravnosti profila tvrdoće ostvarenog u površinskom sloju materijala boka zuba nakon toplinske obrade.

Rad nije objavljen.

Mentor: Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Komentor: Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Povjerenstvo za ocjenu: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.  
Povjerenstvo za obranu: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.

Datum obrane:

Datum promocije:

Rad je pohranjen na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci  
(168, 121, 26, 131, hrvatski jezik)

DD UDK:621.833.1:620.172.2:620.178.38:620.178.151.6:539.31:539.431(043)

1. Zamor i oštećenje materijala boka zuba  
zupčanika

I Basan, R.

II Sveučilište u Rijeci  
Tehnički fakultet  
HRVATSKA

Ključne riječi: zupčanik  
bok zuba  
kotrljajno-klizni kontakt  
zamor materijala  
parametri zamora  
predviđanje trajnosti  
princip lokalne deformacije  
kritična ravnina

Code: DD

No:

UDC:621.833.1:620.172.2:620.178.38:620.178.151.6:  
539.31:539.431(043)

## FATIGUE AND DAMAGE OF THE GEAR TOOTH FLANK

Robert Basan

University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
Croatia

Keywords: gear  
tooth flank  
rolling-sliding contact  
material fatigue  
material fatigue parameters  
lifetime prediction  
strain-based approach  
critical plane approach

### Summary:

This dissertation deals with fatigue-induced damage of gear tooth flank. The developed calculation procedure enables calculation of number of load reversals to fatigue crack initiation, identification of the area on the tooth flank where cracks will first appear as well as a prediction of orientation i.e. the shape of initiated cracks and type of damage they will most probably develop into. To determine crack initiation time, strain-based approach was combined with critical plane based Fatemi-Socie crack initiation criterion. A mathematical model of gear teeth flanks in mesh was developed to calculate the evolution of stress and strain components during the mesh. Furthermore, a novel approach is proposed for the estimation of material fatigue parameters from its monotonic properties and also expressions are given for the calculation of Basquin-Coffin-Manson fatigue parameters for steel 42CrMo4 from its hardness. The entire calculation procedure was implemented in a computer program which enables fast and detailed prediction of tooth flank lifetime for gear pairs with different geometries, made of different materials and operating under different working conditions. Numbers of load reversals to the crack initiation calculated in such a manner can serve as a basis for the verification of the adequacy of the chosen gear material, as well as that of the hardness profile achieved in the surface layer of the tooth flank after heat treatment.

This dissertation has not been published.

Mentor: Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Comentor: Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Reviewers: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.  
Examiners: Red.prof.dr.sc. Dubravka Siminiati, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Božidar Križan, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Domagoj Rubeša, dipl.ing.  
Red.prof.dr.sc. Ivan Prebil, dipl.ing.  
Izv.prof.dr.sc. Neven Lovrin, dipl.ing.

Oral examination:

Degree conferred:

This dissertation is deposited in the library of the University of Rijeka, Faculty of Engineering.  
(168, 121, 26, 131, Croatian language)



DD UDC:621.833.1:620.172.2:620.178.38:620.178.151.6:539.31:539.431(043)

1. Fatigue and damage of the gear tooth flank

I Basan, R.

II University of Rijeka  
Faculty of Engineering  
CROATIA

Keywords: gear  
tooth flank  
rolling-sliding contact  
material fatigue  
material fatigue parameters  
lifetime prediction  
strain-based approach  
critical plane approach